

이것이 취업을 위한 코딩 테스트다 with 파이썬

정렬 & 이진 탐색

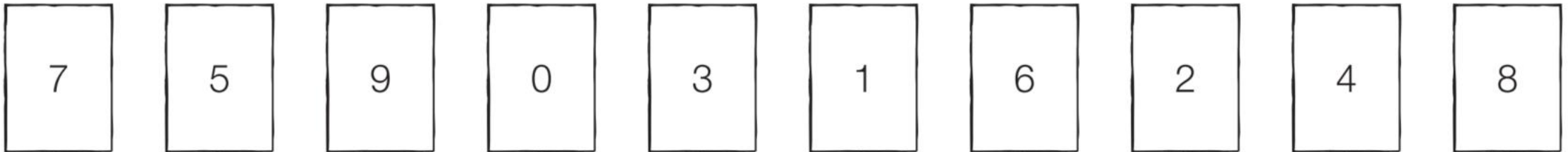
나동빈(dongbinna@postech.ac.kr)

Pohang University of Science and Technology

정렬 알고리즘

정렬 알고리즘

- 정렬(Sorting)이란 데이터를 특정한 기준에 따라 순서대로 나열하는 것을 말합니다.
- 일반적으로 문제 상황에 따라서 적절한 정렬 알고리즘이 공식처럼 사용됩니다.



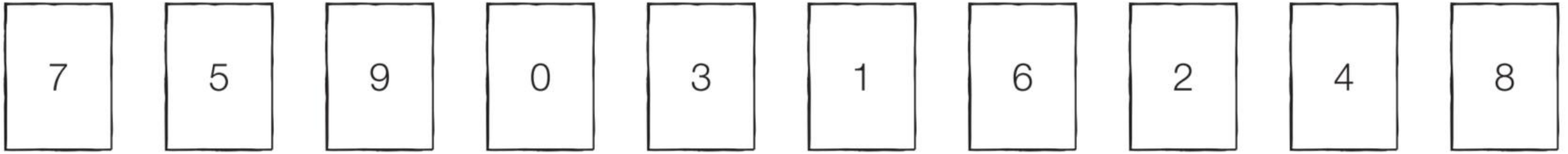
여러 개의 데이터(카드)를 어떻게 **정렬**할 수 있을까요?

선택 정렬

- 처리되지 않은 데이터 중에서 가장 작은 데이터를 **선택**해 맨 앞에 있는 데이터와 바꾸는 것을 반복합니다.

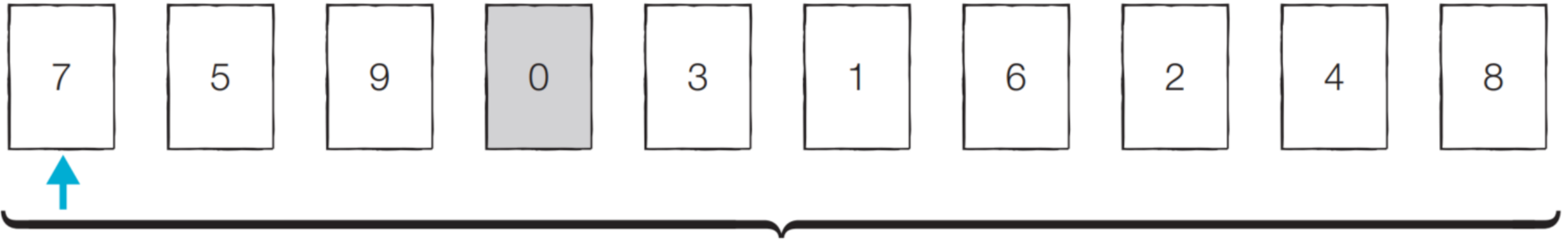
선택 정렬 동작 예시

- 정렬할 데이터를 준비합니다.



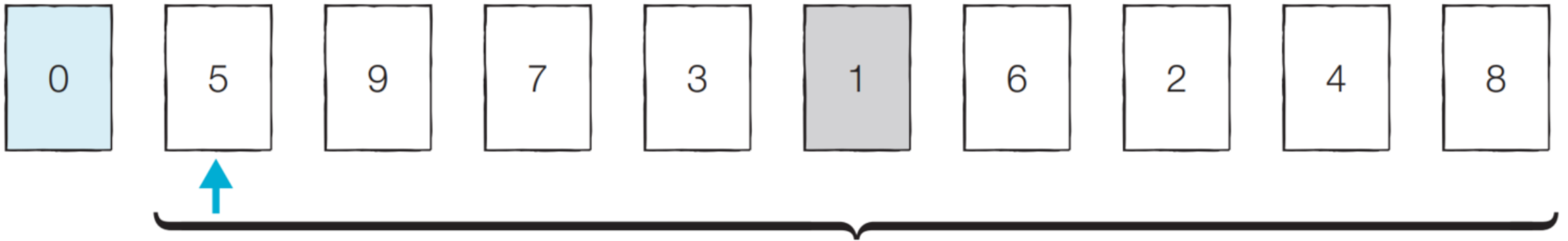
선택 정렬 동작 예시

- [Step 0] 처리되지 않은 데이터 중 가장 작은 '0'을 선택해 가장 앞의 '7'과 바꿉니다.



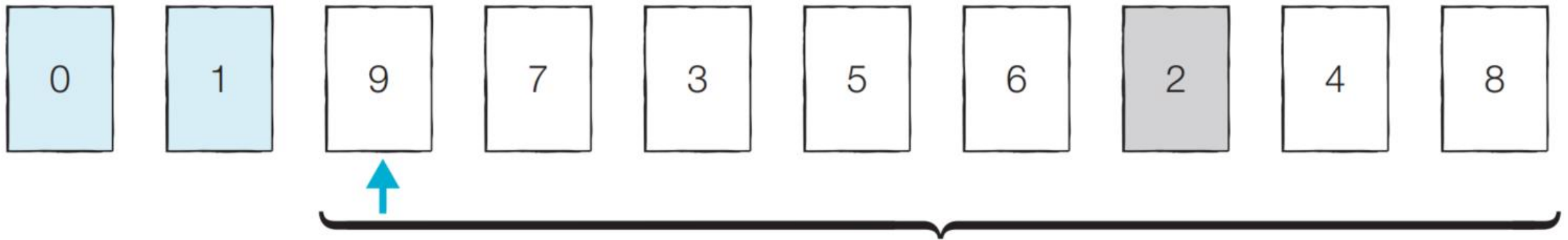
선택 정렬 동작 예시

- [Step 1] 처리되지 않은 데이터 중 가장 작은 '1'을 선택해 가장 앞의 '5'와 바꿉니다.



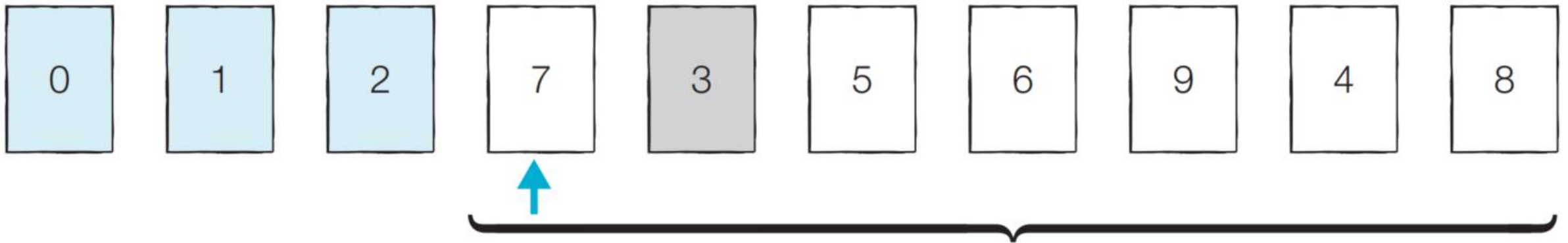
선택 정렬 동작 예시

- [Step 2] 처리되지 않은 데이터 중 가장 작은 '2'를 선택해 가장 앞의 '9'와 바꿉니다.



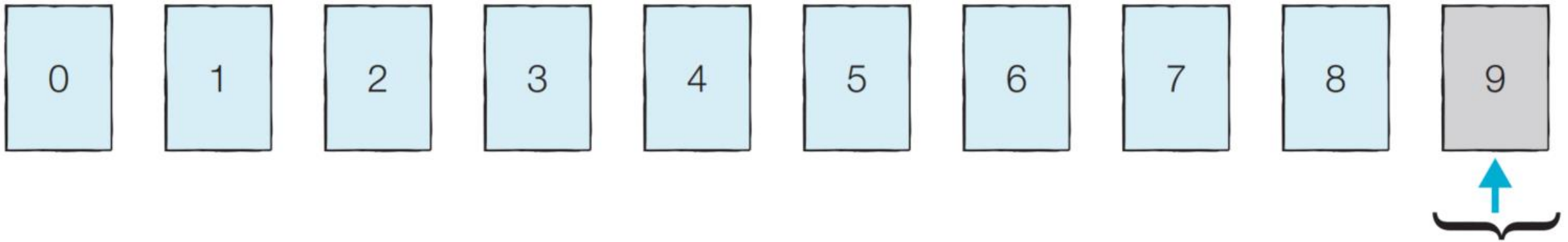
선택 정렬 동작 예시

- [Step 3] 처리되지 않은 데이터 중 가장 작은 '3'을 선택해 가장 앞의 '7'과 바꿉니다.



선택 정렬 동작 예시

- 이러한 과정을 반복하면 다음과 같이 정렬이 완료됩니다.



선택 정렬 소스코드 (Python)

```
array = [7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8]

for i in range(len(array)):
    min_index = i # 가장 작은 원소의 인덱스
    for j in range(i + 1, len(array)):
        if array[min_index] > array[j]:
            min_index = j
    array[i], array[min_index] = array[min_index], array[i] # 스와프

print(array)
```

실행 결과

[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

선택 정렬 소스코드 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int n = 10;
int target[10] = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8};

int main(void) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int min_index = i;
        for (int j = i + 1; j < n; j++) {
            if (target[min_index] > target[j]) {
                min_index = j;
            }
        }
        swap(target[i], target[min_index]);
    }
    for(int i = 0; i < n; i++) {
        cout << target[i] << ' ';
    }
    return 0;
}
```

실행 결과

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

선택 정렬 소스코드 (Java)

```
import java.util.*;

public class Main {

    public static void main(String[] args) {
        int n = 10;
        int[] arr = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8};

        for (int i = 0; i < n; i++) {
            int min_index = i; // 가장 작은 원소의 인덱스
            for (int j = i + 1; j < n; j++) {
                if (arr[min_index] > arr[j]) {
                    min_index = j;
                }
            }
            // 스와프
            int temp = arr[i];
            arr[i] = arr[min_index];
            arr[min_index] = temp;
        }
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            System.out.print(arr[i] + " ");
        }
    }
}
```

실행 결과

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

선택 정렬의 시간 복잡도

- 선택 정렬은 N번 만큼 가장 작은 수를 찾아서 맨 앞으로 보내야 합니다.
- 구현 방식에 따라서 사소한 오차는 있을 수 있지만, 전체 연산 횟수는 다음과 같습니다.

$$N + (N - 1) + (N - 2) + \dots + 2$$

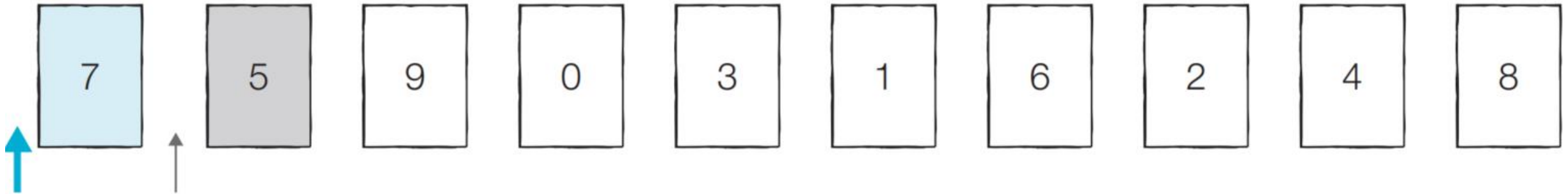
- 이는 $(N^2 + N - 2) / 2$ 로 표현할 수 있는데, 빅오 표기법에 따라서 $O(N^2)$ 이라고 작성합니다.

삽입 정렬

- 처리되지 않은 데이터를 하나씩 골라 적절한 위치에 **삽입**합니다.
- 선택 정렬에 비해 구현 난이도가 높은 편이지만, 일반적으로 더 효율적으로 동작합니다.

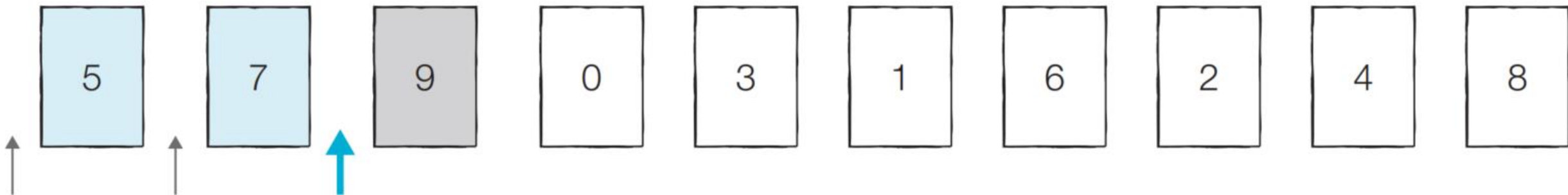
삽입 정렬 동작 예시

- **[Step 0]** 첫 번째 데이터 '7'은 그 자체로 정렬이 되어 있다고 판단하고, 두 번째 데이터인 '5'가 어떤 위치로 들어갈지 판단합니다. '7'의 왼쪽으로 들어가거나 오른쪽으로 들어가거나 두 경우만 존재합니다.



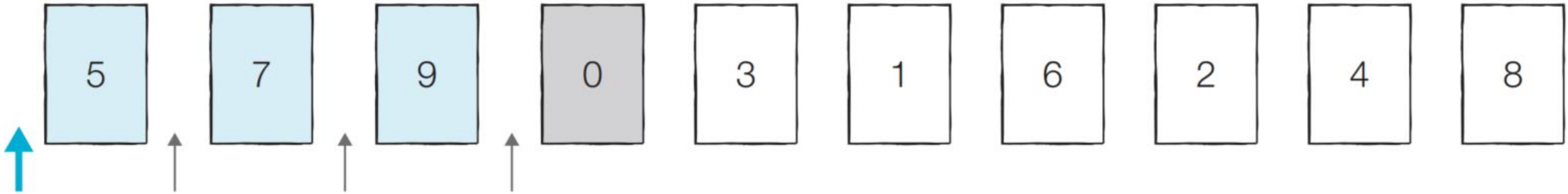
삽입 정렬 동작 예시

- [Step 1] 이어서 '9'가 어떤 위치로 들어갈지 판단합니다.



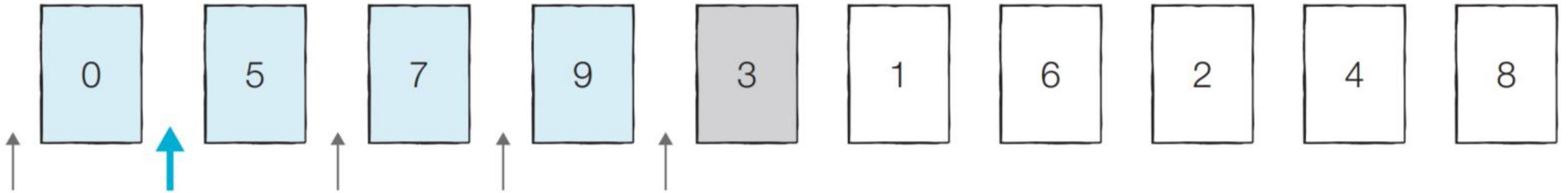
삽입 정렬 동작 예시

- [Step 2] 이어서 '0'이 어떤 위치로 들어갈지 판단합니다.



삽입 정렬 동작 예시

- [Step 3] 이어서 '3'이 어떤 위치로 들어갈지 판단합니다.



삽입 정렬 동작 예시

- 이러한 과정을 반복하면 다음과 같이 정렬이 완료됩니다.



삽입 정렬 소스코드 (Python)

```
array = [7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8]

for i in range(1, len(array)):
    for j in range(i, 0, -1): # 인덱스 i부터 1까지 1씩 감소하며 반복하는 문법
        if array[j] < array[j - 1]: # 한 칸씩 왼쪽으로 이동
            array[j], array[j - 1] = array[j - 1], array[j]
        else: # 자기보다 작은 데이터를 만나면 그 위치에서 멈춤
            break

print(array)
```

실행 결과

[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

삽입 정렬 소스코드 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int n = 10;
int target[10] = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8};

int main(void) {
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        for (int j = i; j > 0; j--) {
            if (target[j] < target[j - 1]) {
                swap(target[j], target[j - 1]);
            }
            else break;
        }
    }
    for(int i = 0; i < n; i++) {
        cout << target[i] << ' ';
    }
    return 0;
}
```

실행 결과

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

삽입 정렬 소스코드 (Java)

```
import java.util.*;

public class Main {

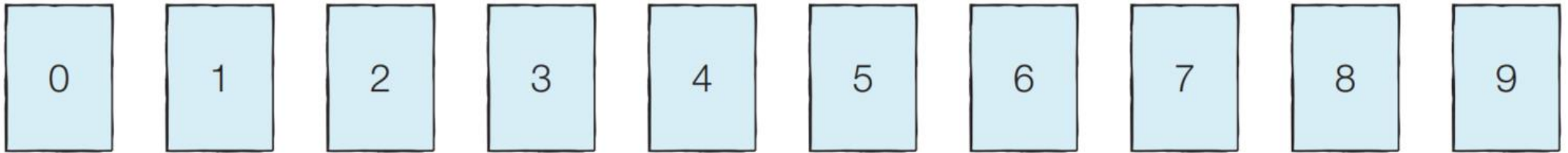
    public static void main(String[] args) {
        int n = 10;
        int[] arr = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8};
        for (int i = 1; i < n; i++) {
            // 인덱스 i부터 1까지 감소하며 반복하는 문법
            for (int j = i; j > 0; j--) {
                // 한 칸씩 왼쪽으로 이동
                if (arr[j] < arr[j - 1]) {
                    // 스와프(Swap)
                    int temp = arr[j];
                    arr[j] = arr[j - 1];
                    arr[j - 1] = temp;
                }
                // 자기보다 작은 데이터를 만나면 그 위치에서 멈춤
                else break;
            }
        }
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            System.out.print(arr[i] + " ");
        }
    }
}
```

실행 결과

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

삽입 정렬의 시간 복잡도

- 삽입 정렬의 시간 복잡도는 $O(N^2)$ 이며, 선택 정렬과 마찬가지로 반복문이 두 번 중첩되어 사용됩니다.
- 삽입 정렬은 현재 리스트의 데이터가 거의 정렬되어 있는 상태라면 매우 빠르게 동작합니다.
 - 최선의 경우 $O(N)$ 의 시간 복잡도를 가집니다.
 - 이미 정렬되어 있는 상태에서 다시 삽입 정렬을 수행하면 어떻게 될까요?

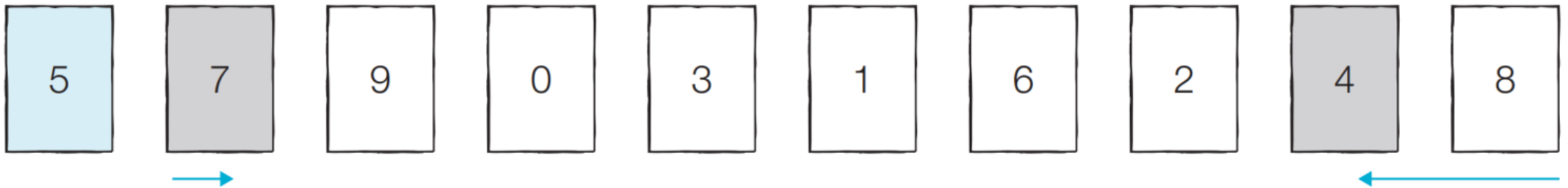


퀵 정렬

- 기준 데이터를 설정하고 그 기준보다 큰 데이터와 작은 데이터의 위치를 바꾸는 방법입니다.
- 일반적인 상황에서 가장 많이 사용되는 정렬 알고리즘 중 하나입니다.
- 병합 정렬과 더불어 대부분의 프로그래밍 언어의 정렬 라이브러리의 근간이 되는 알고리즘입니다.
- 가장 기본적인 퀵 정렬은 첫 번째 데이터를 기준 데이터(Pivot)로 설정합니다.

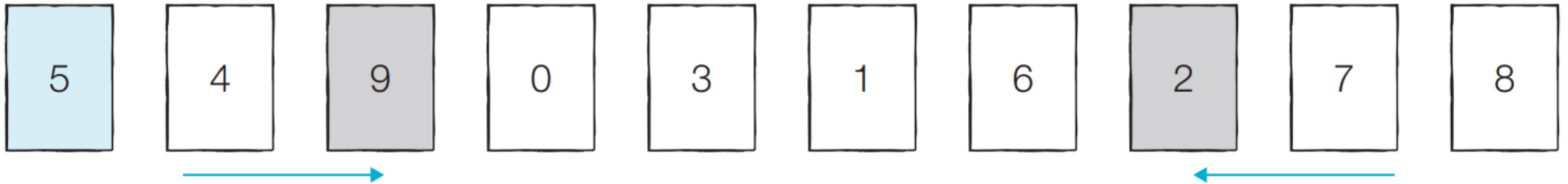
퀵 정렬 동작 예시

- **[Step 0]** 현재 피벗의 값은 '5'입니다. 왼쪽에서부터 '5'보다 큰 데이터를 선택하므로 '7'이 선택되고, 오른쪽에서부터 '5'보다 작은 데이터를 선택하므로 '4'가 선택됩니다. 이제 이 두 데이터의 위치를 서로 변경합니다.



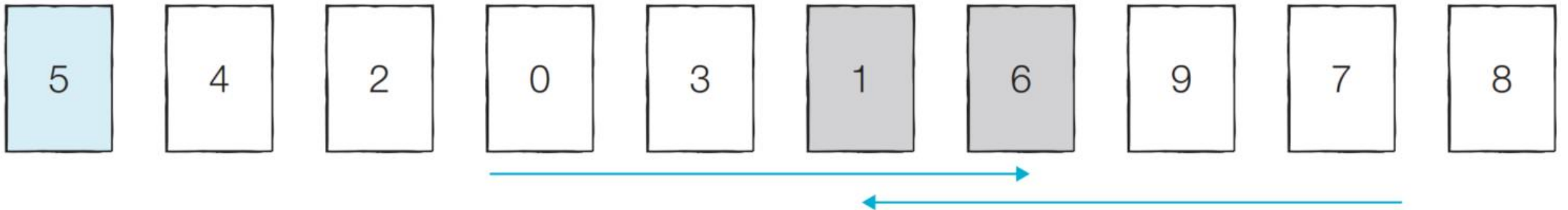
퀵 정렬 동작 예시

- **[Step 1]** 현재 피벗의 값은 '5'입니다. 왼쪽에서부터 '5'보다 큰 데이터를 선택하므로 '9'가 선택되고, 오른쪽에서부터 '5'보다 작은 데이터를 선택하므로 '2'가 선택됩니다. 이제 이 두 데이터의 위치를 서로 변경합니다.



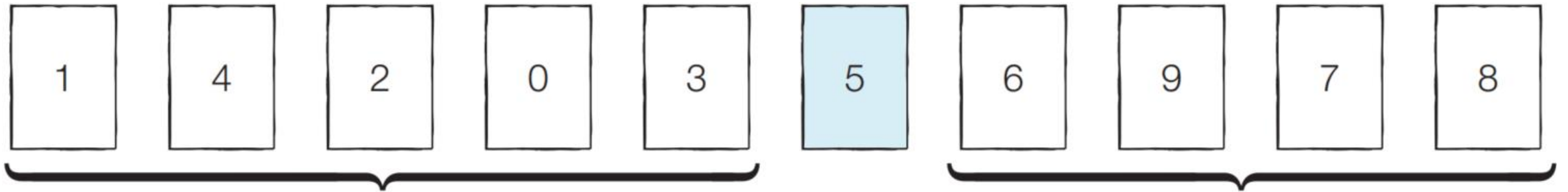
퀵 정렬 동작 예시

- [Step 2] 현재 피벗의 값은 '5'입니다. 왼쪽에서부터 '5'보다 큰 데이터를 선택하므로 '6'이 선택되고, 오른쪽에서부터 '5'보다 작은 데이터를 선택하므로 '1'이 선택됩니다. 단, 이처럼 **위치가 엇갈리는 경우 '피벗'과 '작은 데이터'의 위치를 서로 변경**합니다.



퀵 정렬 동작 예시

- **[분할 완료]** 이제 '5'의 왼쪽에 있는 데이터는 모두 5보다 작고, 오른쪽에 있는 데이터는 모두 '5'보다 크다는 특징이 있습니다. 이렇게 피벗을 기준으로 데이터 묶음을 나누는 작업을 분할(Divide)이라고 합니다.



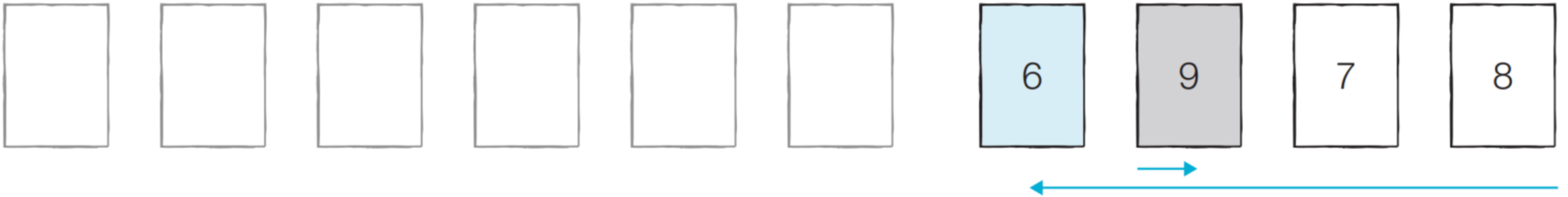
퀵 정렬 동작 예시

- **[왼쪽 데이터 묶음 정렬]** 왼쪽에 있는 데이터에 대해서 마찬가지로 정렬을 수행합니다.



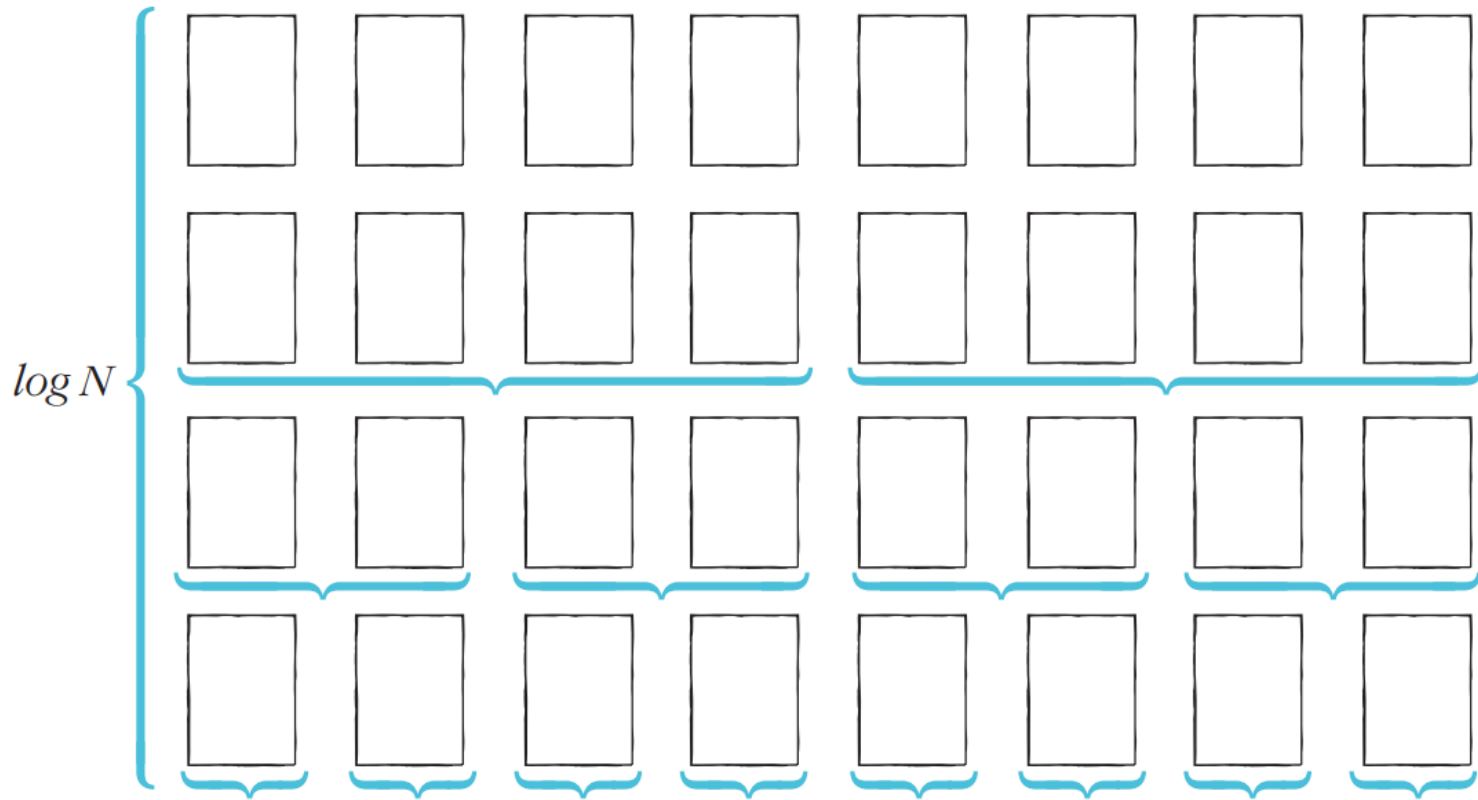
퀵 정렬 동작 예시

- **[오른쪽 데이터 묶음 정렬]** 오른쪽에 있는 데이터에 대해서 마찬가지로 정렬을 수행합니다.
 - 이러한 과정을 반복하면 전체 데이터에 대해서 정렬이 수행됩니다.



퀵 정렬이 빠른 이유: 직관적인 이해

- 이상적인 경우 분할이 절반씩 일어난다면 전체 연산 횟수로 $O(N \log N)$ 를 기대할 수 있습니다.
 - 너비 X 높이 = $N \times \log N = N \log N$



퀵 정렬의 시간 복잡도

- 퀵 정렬은 평균의 경우 $O(N \log N)$ 의 시간 복잡도를 가집니다.
- 하지만 최악의 경우 $O(N^2)$ 의 시간 복잡도를 가집니다.
 - 첫 번째 원소를 피벗으로 삼을 때, 이미 정렬된 배열에 대해서 퀵 정렬을 수행하면 어떻게 될까요?



퀵 정렬 소스코드: 일반적인 방식 (Python)

```
array = [5, 7, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8]

def quick_sort(array, start, end):
    if start >= end: # 원소가 1개인 경우 종료
        return
    pivot = start # 피벗은 첫 번째 원소
    left = start + 1
    right = end
    while(left <= right):
        # 피벗보다 큰 데이터를 찾을 때까지 반복
        while(left <= end and array[left] <= array[pivot]):
            left += 1
        # 피벗보다 작은 데이터를 찾을 때까지 반복
        while(right > start and array[right] >= array[pivot]):
            right -= 1
        if(left > right): # 엇갈렸다면 작은 데이터와 피벗을 교체
            array[right], array[pivot] = array[pivot], array[right]
        else: # 엇갈리지 않았다면 작은 데이터와 큰 데이터를 교체
            array[left], array[right] = array[right], array[left]
    # 분할 이후 왼쪽 부분과 오른쪽 부분에서 각각 정렬 수행
    quick_sort(array, start, right - 1)
    quick_sort(array, right + 1, end)

quick_sort(array, 0, len(array) - 1)
print(array)
```

실행 결과

[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]

퀵 정렬 소스코드: 일반적인 방식 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int n = 10;
int target[10] = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8};

void quickSort(int* target, int start, int end) {
    if (start >= end) return;
    int pivot = start;
    int left = start + 1;
    int right = end;
    while (left <= right) {
        while (left <= end && target[left] <= target[pivot]) left++;
        while (right > start && target[right] >= target[pivot]) right--;
        if (left > right) swap(target[pivot], target[right]);
        else swap(target[left], target[right]);
    }
    quickSort(target, start, right - 1);
    quickSort(target, right + 1, end);
}

int main(void) {
    quickSort(target, 0, n - 1);
    for (int i = 0; i < n; i++) cout << target[i] << ' ';
    return 0;
}
```

실행 결과

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

퀵 정렬 소스코드: 파이썬의 장점을 살린 방식

```
array = [5, 7, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 4, 8]

def quick_sort(array):
    # 리스트가 하나 이하의 원소만을 담고 있다면 종료
    if len(array) <= 1:
        return array
    pivot = array[0] # 피벗은 첫 번째 원소
    tail = array[1:] # 피벗을 제외한 리스트

    left_side = [x for x in tail if x <= pivot] # 분할된 왼쪽 부분
    right_side = [x for x in tail if x > pivot] # 분할된 오른쪽 부분

    # 분할 이후 왼쪽 부분과 오른쪽 부분에서 각각 정렬 수행하고, 전체 리스트 반환
    return quick_sort(left_side) + [pivot] + quick_sort(right_side)

print(quick_sort(array))
```

실행 결과

```
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

계수 정렬

- 특정한 조건이 부합할 때만 사용할 수 있지만 **매우 빠르게 동작하는** 정렬 알고리즘입니다.
 - 계수 정렬은 데이터의 크기 범위가 제한되어 정수 형태로 표현할 수 있을 때 사용 가능합니다.
- 데이터의 개수가 N , 데이터(양수) 중 최대값이 K 일 때 최악의 경우에도 수행 시간 $O(N + K)$ 를 보장합니다.

계수 정렬 동작 예시

- [Step 0] 가장 작은 데이터부터 가장 큰 데이터까지의 범위가 모두 담길 수 있도록 리스트를 생성합니다.
- 정렬할 데이터: 7 5 9 0 3 1 6 2 9 1 4 8 0 5 2

인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

계수 정렬 동작 예시

- [Step 1] 데이터를 하나씩 확인하며 데이터의 값과 동일한 인덱스의 데이터를 1씩 증가시킵니다.
- 정렬할 데이터: 7 5 9 0 3 1 6 2 9 1 4 8 0 5 2



인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

계수 정렬 동작 예시

- [Step 2] 데이터를 하나씩 확인하며 데이터의 값과 동일한 인덱스의 데이터를 1씩 증가시킵니다.
- 정렬할 데이터: 7 5 9 0 3 1 6 2 9 1 4 8 0 5 2



인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0

계수 정렬 동작 예시

- [Step 3] 데이터를 하나씩 확인하며 데이터의 값과 동일한 인덱스의 데이터를 1씩 증가시킵니다.
- 정렬할 데이터: 7 5 9 0 3 1 6 2 9 1 4 8 0 5 2



인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

계수 정렬 동작 예시

- [Step 15] 결과적으로 최종 리스트에는 각 데이터가 몇 번씩 등장했는지 그 횟수가 기록됩니다.
- 정렬할 데이터: 7 5 9 0 3 1 6 2 9 1 4 8 0 5 2



인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2

계수 정렬 동작 예시

- 결과를 확인할 때는 리스트의 첫 번째 데이터부터 하나씩 그 값만큼 반복하여 인덱스를 출력합니다.

인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2

- 출력 결과:

계수 정렬 동작 예시

- 결과를 확인할 때는 리스트의 첫 번째 데이터부터 하나씩 그 값만큼 반복하여 인덱스를 출력합니다.

인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2

- 출력 결과: 0 0

계수 정렬 동작 예시

- 결과를 확인할 때는 리스트의 첫 번째 데이터부터 하나씩 그 값만큼 반복하여 인덱스를 출력합니다.

인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2

- 출력 결과: 0 0 1 1

계수 정렬 동작 예시

- 결과를 확인할 때는 리스트의 첫 번째 데이터부터 하나씩 그 값만큼 반복하여 인덱스를 출력합니다.

인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2

- 출력 결과: 0 0 1 1 2 2

계수 정렬 동작 예시

- 결과를 확인할 때는 리스트의 첫 번째 데이터부터 하나씩 그 값만큼 반복하여 인덱스를 출력합니다.

인덱스	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개수(Count)	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2

- 출력 결과: 0 0 1 1 2 2 3 4 5 5 6 7 8 9 9

계수 정렬 소스코드 (Python)

```
# 모든 원소의 값이 0보다 크거나 같다고 가정
array = [7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 9, 1, 4, 8, 0, 5, 2]
# 모든 범위를 포함하는 리스트 선언(모든 값은 0으로 초기화)
count = [0] * (max(array) + 1)

for i in range(len(array)):
    count[array[i]] += 1 # 각 데이터에 해당하는 인덱스의 값 증가

for i in range(len(count)): # 리스트에 기록된 정렬 정보 확인
    for j in range(count[i]):
        print(i, end=' ') # 띄어쓰기를 구분으로 등장한 횟수만큼 인덱스 출력
```

실행 결과

0 0 1 1 2 2 3 4 5 5 6 7 8 9 9

계수 정렬 소스코드 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>
#define MAX_VALUE 9

using namespace std;

int n = 15;
// 모든 원소의 값이 0보다 크거나 같다고 가정
int arr[15] = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 9, 1, 4, 8, 0, 5, 2};
// 모든 범위를 포함하는 배열 선언(모든 값은 0으로 초기화)
int cnt[MAX_VALUE + 1];

int main(void) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cnt[arr[i]] += 1; // 각 데이터에 해당하는 인덱스의 값 증가
    }
    for (int i = 0; i <= MAX_VALUE; i++) { // 배열에 기록된 정렬 정보 확인
        for (int j = 0; j < cnt[i]; j++) {
            cout << i << ' '; // 띄어쓰기를 기준으로 등장한 횟수만큼 인덱스 출력
        }
    }
}
```

실행 결과

0 0 1 1 2 2 3 4 5 5 6 7 8 9 9

계수 정렬 소스코드 (Java)

```
import java.util.*;

public class Main {
    public static final int MAX_VALUE = 9;

    public static void main(String[] args) {
        int n = 15;
        // 모든 원소의 값이 0보다 크거나 같다고 가정
        int[] arr = {7, 5, 9, 0, 3, 1, 6, 2, 9, 1, 4, 8, 0, 5, 2};
        // 모든 범위를 포함하는 배열 선언(모든 값은 0으로 초기화)
        int[] cnt = new int[MAX_VALUE + 1];

        for (int i = 0; i < n; i++) {
            cnt[arr[i]] += 1; // 각 데이터에 해당하는 인덱스의 값 증가
        }
        for (int i = 0; i <= MAX_VALUE; i++) { // 배열에 기록된 정렬 정보 확인
            for (int j = 0; j < cnt[i]; j++) {
                System.out.print(i + " "); // 띄어쓰기를 기준으로 등장한 횟수만큼 인덱스 출력
            }
        }
    }
}
```

실행 결과

0 0 1 1 2 2 3 4 5 5 6 7 8 9 9

계수 정렬의 복잡도 분석

- 계수 정렬의 시간 복잡도와 공간 복잡도는 모두 $O(N + K)$ 입니다.
- 계수 정렬은 때에 따라서 심각한 비효율성을 초래할 수 있습니다.
 - 데이터가 0과 999,999로 단 2개만 존재하는 경우를 생각해 봅시다.
- 계수 정렬은 **동일한 값을 가지는 데이터가 여러 개 등장할 때** 효과적으로 사용할 수 있습니다.
 - 성적의 경우 100점을 맞은 학생이 여러 명일 수 있기 때문에 계수 정렬이 효과적입니다.

정렬 알고리즘 비교하기

- 앞서 다룬 네 가지 정렬 알고리즘을 비교하면 다음과 같습니다.
- 추가적으로 대부분의 프로그래밍 언어에서 지원하는 표준 정렬 라이브러리는 최악의 경우에도 $O(N\log N)$ 을 보장하도록 설계되어 있습니다.

정렬 알고리즘	평균 시간 복잡도	공간 복잡도	특징
선택 정렬	$O(N^2)$	$O(N)$	아이디어가 매우 간단합니다.
삽입 정렬	$O(N^2)$	$O(N)$	데이터가 거의 정렬되어 있을 때는 가장 빠릅니다.
퀵 정렬	$O(N\log N)$	$O(N)$	대부분의 경우에 가장 적합하며, 충분히 빠릅니다.
계수 정렬	$O(N + K)$	$O(N + K)$	데이터의 크기가 한정되어 있는 경우에만 사용이 가능하지만 매우 빠르게 동작합니다.

선택 정렬과 기본 정렬 라이브러리 수행 시간 비교

```
from random import randint
import time

# 배열에 10,000개의 정수를 삽입
array = []
for _ in range(10000):
    # 1부터 100 사이의 랜덤한 정수
    array.append(randint(1, 100))

# 선택 정렬 프로그램 성능 측정
start_time = time.time()

# 선택 정렬 프로그램 소스코드
for i in range(len(array)):
    min_index = i # 가장 작은 원소의 인덱스
    for j in range(i + 1, len(array)):
        if array[min_index] > array[j]:
            min_index = j
    array[i], array[min_index] = array[min_index], array[i]

# 측정 종료
end_time = time.time()
# 수행 시간 출력
print("선택 정렬 성능 측정:", end_time - start_time)
```

```
# 배열을 다시 무작위 데이터로 초기화
array = []
for _ in range(10000):
    # 1부터 100 사이의 랜덤한 정수
    array.append(randint(1, 100))

# 기본 정렬 라이브러리 성능 측정
start_time = time.time()

# 기본 정렬 라이브러리 사용
array.sort()

# 측정 종료
end_time = time.time()
# 수행 시간 출력
print("기본 정렬 라이브러리 성능 측정:", end_time - start_time)
```

실행 결과

선택 정렬 성능 측정: 35.841460943222046

기본 정렬 라이브러리 성능 측정: 0.0013387203216552734

〈문제〉 두 배열의 원소 교체: 문제 설명

- 동빈이는 두 개의 배열 A와 B를 가지고 있습니다. 두 배열은 N개의 원소로 구성되어 있으며, 배열의 원소는 모두 자연수입니다.
- 동빈이는 최대 K 번의 바뀔치기 연산을 수행할 수 있는데, 바뀔치기 연산이란 배열 A에 있는 원소 하나와 배열 B에 있는 원소 하나를 골라서 두 원소를 서로 바꾸는 것을 말합니다.
- 동빈이의 최종 목표는 배열 A의 모든 원소의 합이 최대가 되도록 하는 것이며, 여러분은 동빈이를 도와야 합니다.
- N, K, 그리고 배열 A와 B의 정보가 주어졌을 때, 최대 K 번의 바뀔치기 연산을 수행하여 만들 수 있는 배열 A의 모든 원소의 합의 최댓값을 출력하는 프로그램을 작성하세요.

〈문제〉 두 배열의 원소 교체: 문제 설명

- 예를 들어 $N = 5$, $K = 3$ 이고, 배열 A와 B가 다음과 같다고 해봅시다.
 - 배열 A = [1, 2, 5, 4, 3]
 - 배열 B = [5, 5, 6, 6, 5]
- 이 경우, 다음과 같이 세 번의 연산을 수행할 수 있습니다.
 - 연산 1) 배열 A의 원소 '1'과 배열 B의 원소 '6'을 바꾸기
 - 연산 2) 배열 A의 원소 '2'와 배열 B의 원소 '6'을 바꾸기
 - 연산 3) 배열 A의 원소 '3'과 배열 B의 원소 '5'를 바꾸기
- 세 번의 연산 이후 배열 A와 배열 B의 상태는 다음과 같이 구성될 것입니다.
 - 배열 A = [6, 6, 5, 4, 5]
 - 배열 B = [3, 5, 1, 2, 5]
- 이때 배열 A의 모든 원소의 합은 26이 되며, 이보다 더 합을 크게 만들 수는 없습니다.

〈문제〉 두 배열의 원소 교체: 문제 조건

난이도 ●○○ | 풀이 시간 15분 | 시간제한 2초 | 메모리 제한 128MB

입력 조건

- 첫 번째 줄에 N, K 가 공백을 기준으로 구분되어 입력됩니다. ($1 \leq N \leq 100,000, 0 \leq K \leq N$)
- 두 번째 줄에 배열 A의 원소들이 공백을 기준으로 구분되어 입력됩니다. 모든 원소는 10,000,000보다 작은 자연수입니다.
- 세 번째 줄에 배열 B의 원소들이 공백을 기준으로 구분되어 입력됩니다. 모든 원소는 10,000,000보다 작은 자연수입니다.

출력 조건

- 최대 K번의 바꿔치기 연산을 수행하여 만들 수 있는 배열 A의 모든 원소의 합의 최댓값을 출력합니다.

입력 예시

```
5 3
1 2 5 4 3
5 5 6 6 5
```

출력 예시

26

〈문제〉 두 배열의 원소 교체: 문제 해결 아이디어

- **핵심 아이디어:** 매번 배열 A에서 가장 작은 원소를 골라서, 배열 B에서 가장 큰 원소와 교체합니다.
- 가장 먼저 배열 A와 B가 주어지면 A에 대하여 오름차순 정렬하고, B에 대하여 내림차순 정렬합니다.
- 이후에 두 배열의 원소를 첫 번째 인덱스부터 차례로 확인하면서 A의 원소가 B의 원소보다 작을 때에만 교체를 수행합니다.
- 이 문제에서는 두 배열의 원소가 최대 100,000개까지 입력될 수 있으므로, 최악의 경우 $O(N\log N)$ 을 보장하는 정렬 알고리즘을 이용해야 합니다.

〈문제〉 두 배열의 원소 교체: 답안 예시 (Python)

```
n, k = map(int, input().split()) # N과 K를 입력 받기
a = list(map(int, input().split())) # 배열 A의 모든 원소를 입력 받기
b = list(map(int, input().split())) # 배열 B의 모든 원소를 입력 받기

a.sort() # 배열 A는 오름차순 정렬 수행
b.sort(reverse=True) # 배열 B는 내림차순 정렬 수행

# 첫 번째 인덱스부터 확인하며, 두 배열의 원소를 최대 K번 비교
for i in range(k):
    # A의 원소가 B의 원소보다 작은 경우
    if a[i] < b[i]:
        # 두 원소를 교체
        a[i], b[i] = b[i], a[i]
    else: # A의 원소가 B의 원소보다 크거나 같을 때, 반복문을 탈출
        break

print(sum(a)) # 배열 A의 모든 원소의 합을 출력
```

〈문제〉 두 배열의 원소 교체: 답안 예시 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

int n, k;
vector<int> a, b;

bool compare(int x, int y) {
    return x > y;
}
```

```
int main(void) {
    cin >> n >> k;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int x;
        cin >> x;
        a.push_back(x);
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int x;
        cin >> x;
        b.push_back(x);
    }
    sort(a.begin(), a.end());
    sort(b.begin(), b.end(), compare);
    int result = 0;
    for (int i = 0; i < k; i++) {
        if (a[i] < b[i]) swap(a[i], b[i]);
        else break;
    }
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        result += a[i];
    }
    cout << result << '\n';
    return 0;
}
```

이진 탐색 알고리즘

이진 탐색 알고리즘

- 순차 탐색: 리스트 안에 있는 특정한 데이터를 찾기 위해 앞에서부터 데이터를 하나씩 확인하는 방법
- 이진 탐색: 정렬되어 있는 리스트에서 탐색 범위를 절반씩 좁혀가며 데이터를 탐색하는 방법
 - 이진 탐색은 시작점, 끝점, 중간점을 이용하여 탐색 범위를 설정합니다.

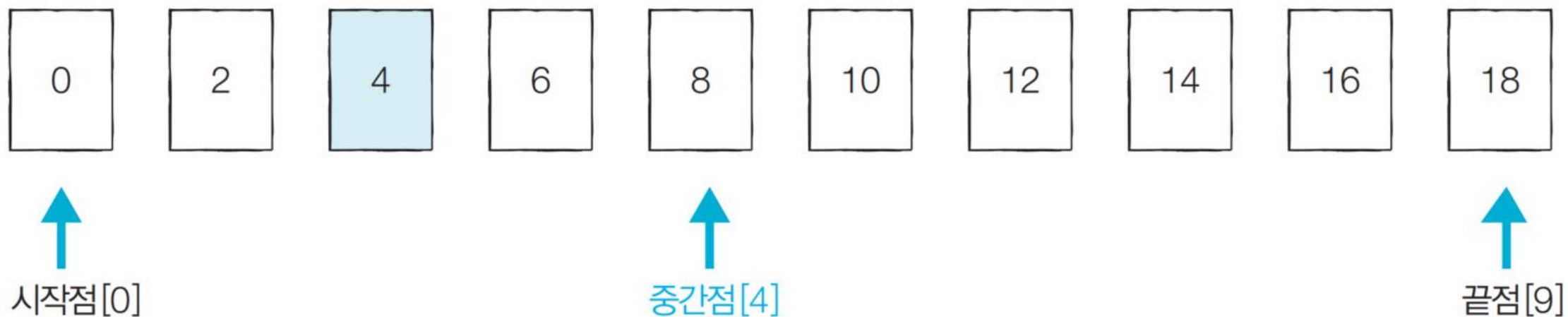
이진 탐색 동작 예시

- 이미 정렬된 10개의 데이터 중에서 값이 4인 원소를 찾는 예시를 살펴봅시다.



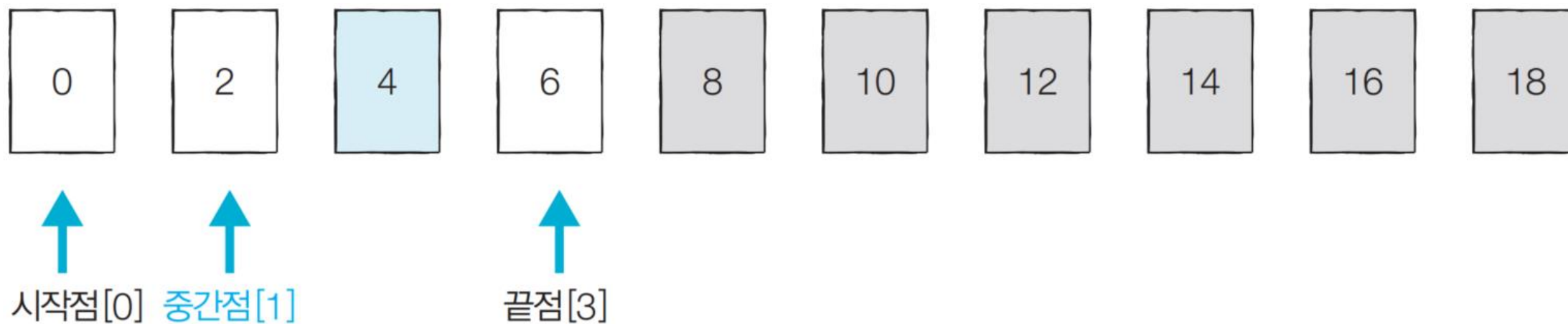
이진 탐색 동작 예시

- [Step 1] 시작점: 0, 끝점: 9, 중간점: 4 (소수점 이하 제거)



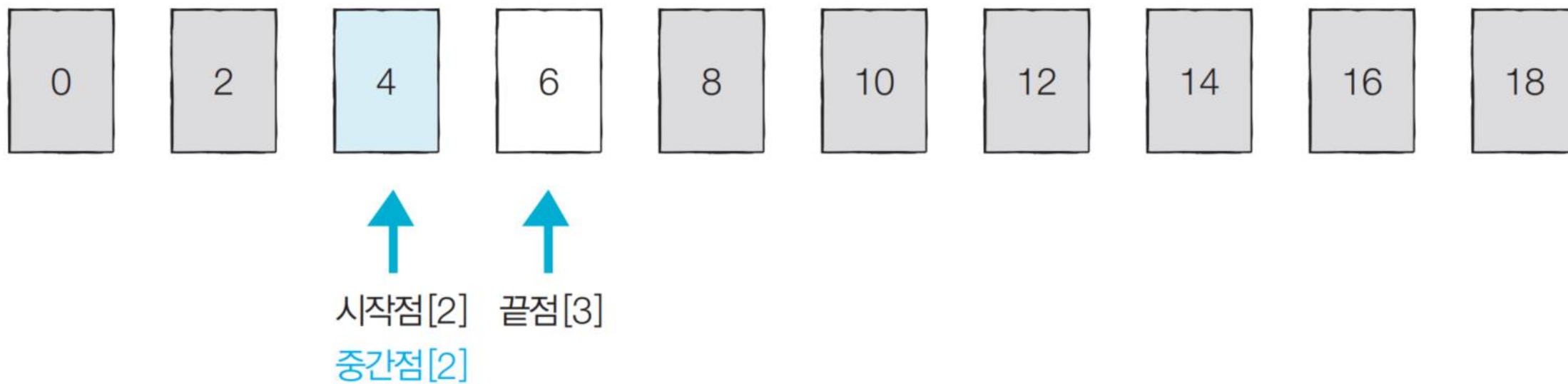
이진 탐색 동작 예시

- [Step 2] 시작점: 0, 끝점: 3, 중간점: 1 (소수점 이하 제거)



이진 탐색 동작 예시

- [Step 3] 시작점: 2, 끝점: 3, 중간점: 2 (소수점 이하 제거)



이진 탐색의 시간 복잡도

- 단계마다 탐색 범위를 2로 나누는 것과 동일하므로 연산 횟수는 $\log_2 N$ 에 비례합니다.
- 예를 들어 초기 데이터 개수가 32개일 때, 이상적으로 1단계를 거치면 16개가량의 데이터만 남습니다.
 - 2단계를 거치면 8개가량의 데이터만 남습니다.
 - 3단계를 거치면 4개가량의 데이터만 남습니다.
- 다시 말해 이진 탐색은 탐색 범위를 절반씩 줄이며, 시간 복잡도는 $O(\log N)$ 을 보장합니다.

이진 탐색 소스코드: 재귀적 구현 (Python)

```
# 이진 탐색 소스코드 구현 (재귀 함수)
def binary_search(array, target, start, end):
    if start > end:
        return None
    mid = (start + end) // 2
    # 찾은 경우 중간점 인덱스 반환
    if array[mid] == target:
        return mid
    # 중간점의 값보다 찾고자 하는 값이 작은 경우 왼쪽 확인
    elif array[mid] > target:
        return binary_search(array, target, start, mid - 1)
    # 중간점의 값보다 찾고자 하는 값이 큰 경우 오른쪽 확인
    else:
        return binary_search(array, target, mid + 1, end)

# n(원소의 개수)과 target(찾고자 하는 값)을 입력 받기
n, target = list(map(int, input().split()))
# 전체 원소 입력 받기
array = list(map(int, input().split()))

# 이진 탐색 수행 결과 출력
result = binary_search(array, target, 0, n - 1)
if result == None:
    print("원소가 존재하지 않습니다.")
else:
    print(result + 1)
```

```
10 7 ↵
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 ↵
4
```

```
10 7 ↵
1 3 5 6 9 11 13 15 17 19 ↵
원소가 존재하지 않습니다.
```

이진 탐색 소스코드: 반복문 구현 (Python)

```
# 이진 탐색 소스코드 구현 (반복문)
def binary_search(array, target, start, end):
    while start <= end:
        mid = (start + end) // 2
        # 찾은 경우 중간점 인덱스 반환
        if array[mid] == target:
            return mid
        # 중간점의 값보다 찾고자 하는 값이 작은 경우 왼쪽 확인
        elif array[mid] > target:
            end = mid - 1
        # 중간점의 값보다 찾고자 하는 값이 큰 경우 오른쪽 확인
        else:
            start = mid + 1
    return None

# n(원소의 개수)과 target(찾고자 하는 값)을 입력 받기
n, target = list(map(int, input().split()))
# 전체 원소 입력 받기
array = list(map(int, input().split()))

# 이진 탐색 수행 결과 출력
result = binary_search(array, target, 0, n - 1)
if result == None:
    print("원소가 존재하지 않습니다.")
else:
    print(result + 1)
```

```
10 7 ↵
1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 ↵
4
```

```
10 7 ↵
1 3 5 6 9 11 13 15 17 19 ↵
원소가 존재하지 않습니다.
```

이진 탐색 소스코드: 반복문 구현 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

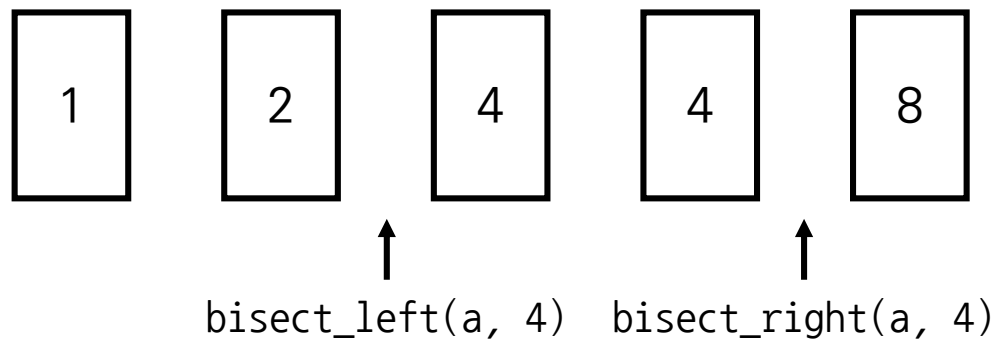
int binarySearch(vector<int>& arr, int target, int start, int end) {
    while (start <= end) {
        int mid = (start + end) / 2;
        // 찾은 경우 중간점 인덱스 반환
        if (arr[mid] == target) return mid;
        // 중간점의 값보다 찾고자 하는 값이 작은 경우 왼쪽 확인
        else if (arr[mid] > target) end = mid - 1;
        // 중간점의 값보다 찾고자 하는 값이 큰 경우 오른쪽 확인
        else start = mid + 1;
    }
    return -1;
}
```

```
int n, target;
vector<int> arr;

int main(void) {
    // n(원소의 개수)와 target(찾고자 하는 값)을 입력 받기
    cin >> n >> target;
    // 전체 원소 입력 받기
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int x;
        cin >> x;
        arr.push_back(x);
    }
    // 이진 탐색 수행 결과 출력
    int result = binarySearch(arr, target, 0, n - 1);
    if (result == -1) {
        cout << "원소가 존재하지 않습니다." << '\n';
    }
    else {
        cout << result + 1 << '\n';
    }
    return 0;
}
```

파이썬 이진 탐색 라이브러리

- `bisect_left(a, x)`: 정렬된 순서를 유지하면서 배열 `a`에 `x`를 삽입할 가장 왼쪽 인덱스를 반환
- `bisect_right(a, x)`: 정렬된 순서를 유지하면서 배열 `a`에 `x`를 삽입할 가장 오른쪽 인덱스를 반환



```
from bisect import bisect_left, bisect_right
```

```
a = [1, 2, 4, 4, 8]  
x = 4
```

```
print(bisect_left(a, x))  
print(bisect_right(a, x))
```

실행 결과

2
4

값이 특정 범위에 속하는 데이터 개수 구하기

```
from bisect import bisect_left, bisect_right

# 값이 [left_value, right_value]인 데이터의 개수를 반환하는 함수
def count_by_range(a, left_value, right_value):
    right_index = bisect_right(a, right_value)
    left_index = bisect_left(a, left_value)
    return right_index - left_index

# 배열 선언
a = [1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 8, 9]

# 값이 4인 데이터 개수 출력
print(count_by_range(a, 4, 4))

# 값이 [-1, 3] 범위에 있는 데이터 개수 출력
print(count_by_range(a, -1, 3))
```

실행 결과

2
6

파라메트릭 서치 (Parametric Search)

- 파라메트릭 서치란 최적화 문제를 결정 문제('예' 혹은 '아니오')로 바꾸어 해결하는 기법입니다.
 - 예시: 특정한 조건을 만족하는 가장 알맞은 값을 빠르게 찾는 최적화 문제
- 일반적으로 코딩 테스트에서 파라메트릭 서치 문제는 **이진 탐색을 이용하여 해결할 수 있습니다.**

〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 설명

- 오늘 동빈이는 여행 가신 부모님을 대신해서 떡집 일을 하기로 했습니다. 오늘은 떡볶이 떡을 만드는 날입니다. 동빈이네 떡볶이 떡은 재밌게도 떡볶이 떡의 길이가 일정하지 않습니다. 대신에 한 봉지 안에 들어가는 떡의 총 길이는 절단기로 잘라서 맞춰줍니다.
- 절단기에 **높이(H)**를 지정하면 줄지어진 떡을 한 번에 절단합니다. 높이가 H보다 긴 떡은 H 위의 부분이 잘릴 것이고, 낮은 떡은 잘리지 않습니다.
- 예를 들어 높이가 19, 14, 10, 17cm인 떡이 나란히 있고 절단기 높이를 15cm로 지정하면 자른 뒤 떡의 높이는 15, 14, 10, 15cm가 될 것입니다. 잘린 떡의 길이는 차례대로 4, 0, 0, 2cm입니다. 손님은 6cm만큼의 길이를 가져갑니다.
- 손님이 왔을 때 요청한 총 길이가 M일 때 적어도 M만큼의 떡을 얻기 위해 절단기에 설정할 수 있는 높이의 최댓값을 구하는 프로그램을 작성하세요.

〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 조건

난이도 ●●○ | 풀이 시간 40분 | 시간제한 2초 | 메모리 제한 128MB

입력 조건

- 첫째 줄에 떡의 개수 N 과 요청한 떡의 길이 M 이 주어집니다. ($1 \leq N \leq 1,000,000$, $1 \leq M \leq 2,000,000,000$)
- 둘째 줄에는 떡의 개별 높이가 주어집니다. 떡 높이의 총합은 항상 M 이상이므로, 손님은 필요한 양만큼 떡을 사갈 수 있습니다. 높이는 10억보다 작거나 같은 양의 정수 또는 0입니다.

출력 조건

- 적어도 M 만큼의 떡을 집에 가져가기 위해 절단기에 설정할 수 있는 높이의 최댓값을 출력합니다.

입력 예시

```
4 6
19 15 10 17
```

출력 예시

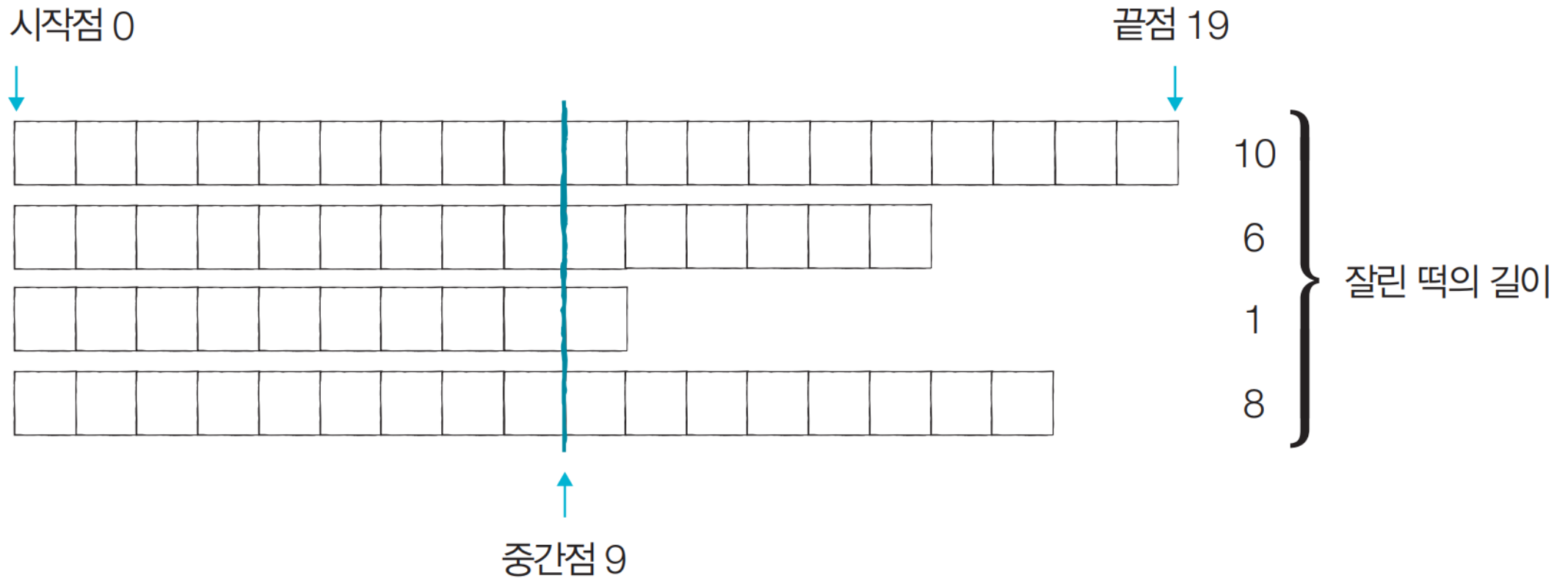
```
15
```

〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 해결 아이디어

- 적절한 높이를 찾을 때까지 이진 탐색을 수행하여 높이 H 를 반복해서 조정하면 됩니다.
- ‘현재 이 높이로 자르면 조건을 만족할 수 있는가?’를 확인한 뒤에 조건의 만족 여부(‘예’ 혹은 ‘아니오’)에 따라서 탐색 범위를 좁혀서 해결할 수 있습니다.
- 절단기의 높이는 0부터 10억까지의 정수 중 하나입니다.
 - 이렇게 큰 탐색 범위를 보면 가장 먼저 **이진 탐색**을 떠올려야 합니다.
- 문제에서 제시된 그림 예시를 통해 이해해 봅시다.

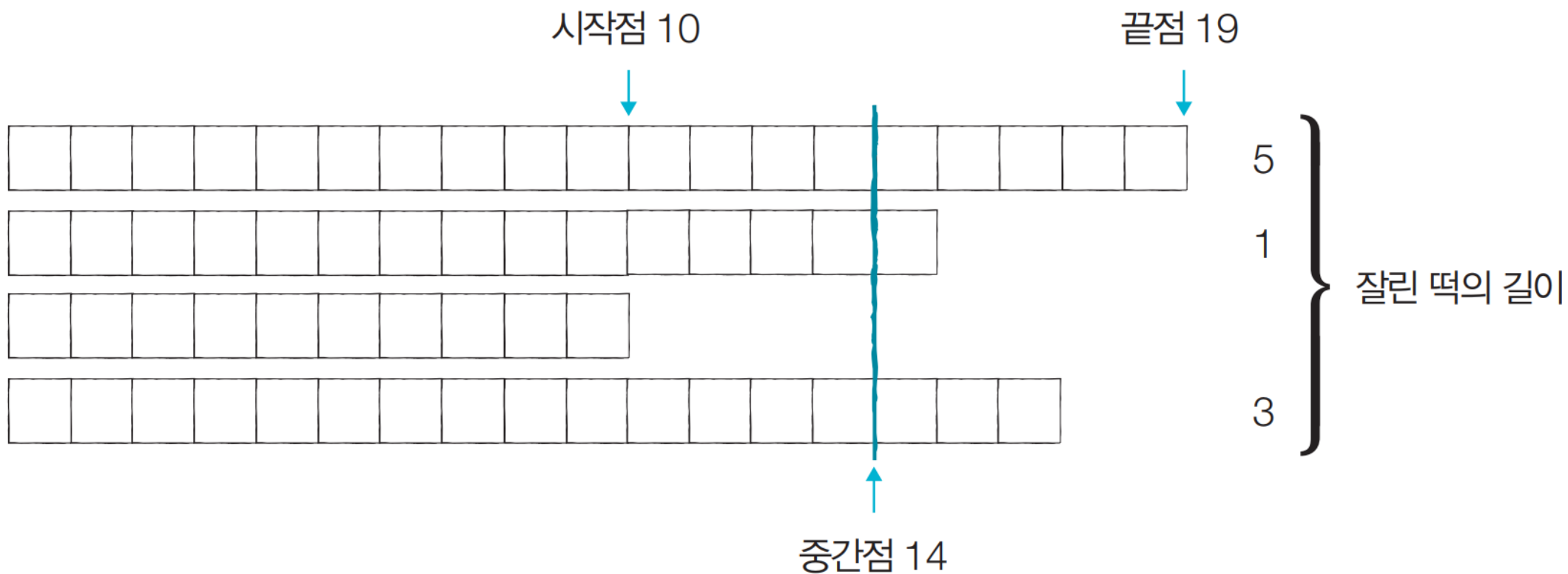
〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 해결 아이디어

- [Step 1] 시작점: 0, 끝점: 19, 중간점: 9 이때 필요한 떡의 크기: $M = 6$ 이므로, 결과 저장



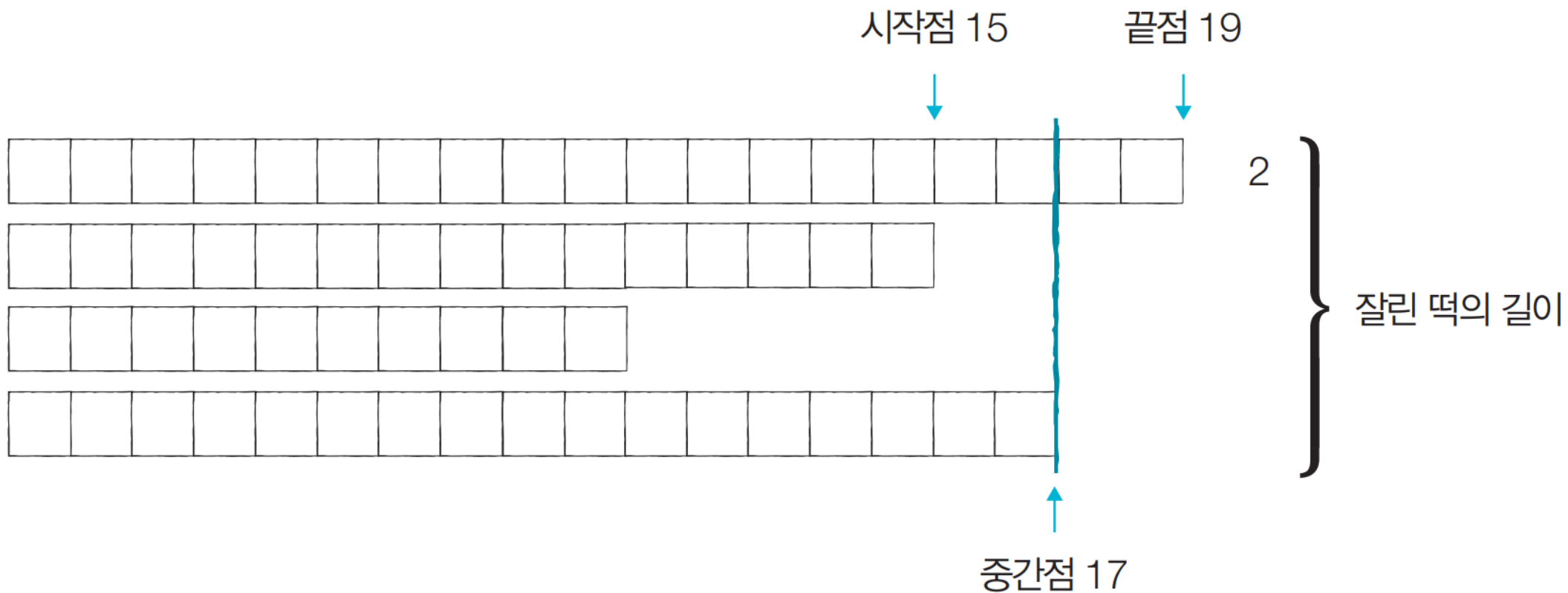
〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 해결 아이디어

- [Step 2] 시작점: 10, 끝점: 19, 중간점: 14 이때 필요한 떡의 크기: $M = 6$ 이므로, 결과 저장



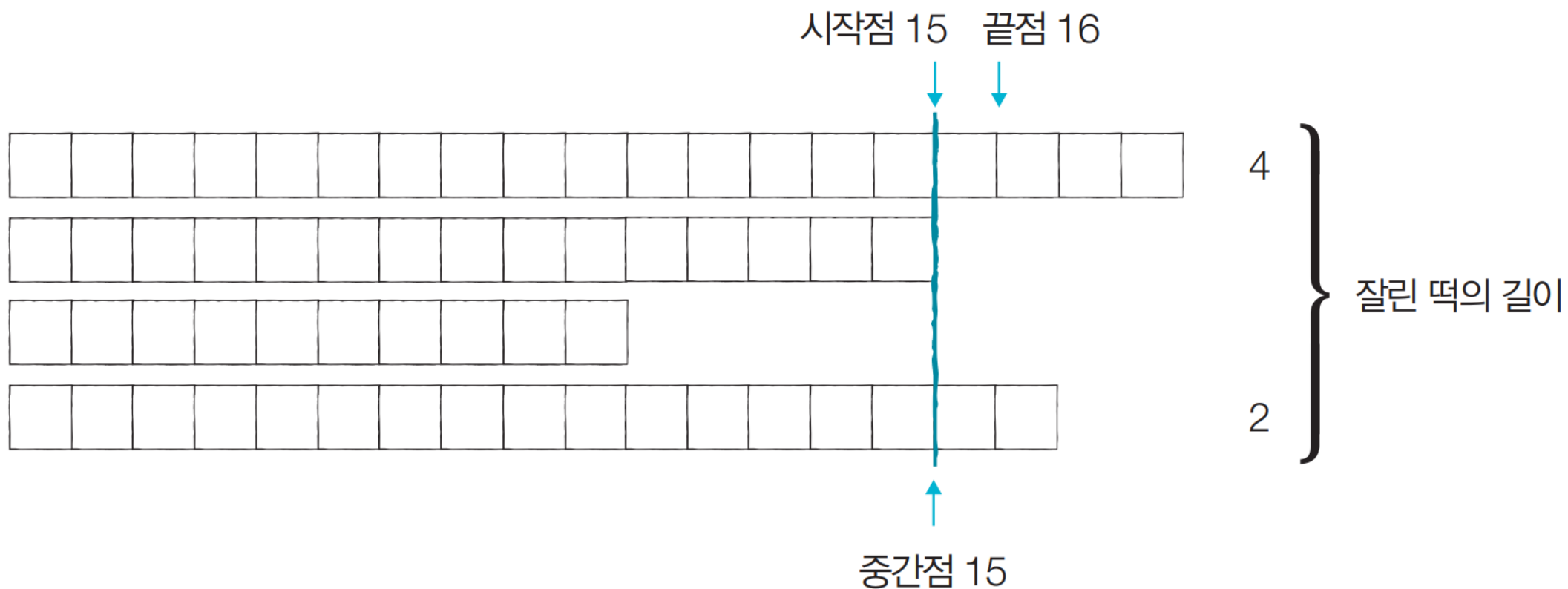
〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 해결 아이디어

- [Step 3] 시작점: 15, 끝점: 19, 중간점: 17 이때 필요한 떡의 크기: $M = 6$ 이므로, 결과 저장하지 않음



〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 해결 아이디어

- [Step 4] 시작점: 15, 끝점: 16, 중간점: 15 이때 필요한 떡의 크기: $M = 6$ 이므로, 결과 저장



〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 문제 해결 아이디어

- 이러한 이진 탐색 과정을 반복하면 답을 도출할 수 있습니다.
- 중간점의 값은 시간이 지날수록 '최적화된 값'이 되기 때문에, 과정을 반복하면서 얻을 수 있는 떡의 길이 합이 필요한 떡의 길이보다 크거나 같을 때마다 **중간점의 값을 기록**하면 됩니다.

〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 답안 예시 (Python)

```
# 떡의 개수(N)와 요청한 떡의 길이(M)을 입력
n, m = list(map(int, input().split(' ')))
# 각 떡의 개별 높이 정보를 입력
array = list(map(int, input().split()))

# 이진 탐색을 위한 시작점과 끝점 설정
start = 0
end = max(array)

# 이진 탐색 수행 (반복적)
result = 0
while(start <= end):
    total = 0
    mid = (start + end) // 2
    for x in array:
        # 잘랐을 때의 떡의 양 계산
        if x > mid:
            total += x - mid
    # 떡의 양이 부족한 경우 더 많이 자르기 (왼쪽 부분 탐색)
    if total < m:
        end = mid - 1
    # 떡의 양이 충분한 경우 덜 자르기 (오른쪽 부분 탐색)
    else:
        result = mid # 최대한 덜 잘랐을 때가 정답이므로, 여기에서 result에 기록
        start = mid + 1

# 정답 출력
print(result)
```

〈문제〉 떡볶이 떡 만들기: 답안 예시 (C++)

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

// 떡의 개수(N)와 요청한 떡의 길이(M)
int n, m;
// 각 떡의 개별 높이 정보
vector<int> arr;
```

```
int main(void) {
    cin >> n >> m;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int x;
        cin >> x;
        arr.push_back(x);
    }
    // 이진 탐색을 위한 시작점과 끝점 설정
    int start = 0;
    int end = 1e9;
    // 이진 탐색 수행 (반복적)
    int result = 0;
    while (start <= end) {
        long long int total = 0;
        int mid = (start + end) / 2;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            // 잘랐을 때의 떡의 양 계산
            if (arr[i] > mid) total += arr[i] - mid;
        }
        if (total < m) { // 떡의 양이 부족한 경우 더 많이 자르기 (왼쪽 부분 탐색)
            end = mid - 1;
        }
        else { // 떡의 양이 충분한 경우 덜 자르기 (오른쪽 부분 탐색)
            result = mid; // 최대한 덜 잘랐을 때가 정답이므로, 여기에서 result에 기록
            start = mid + 1;
        }
    }
    cout << result << '\n';
}
```

〈문제〉 정렬된 배열에서 특정 수의 개수 구하기: 문제 설명

- N개의 원소를 포함하고 있는 수열이 오름차순으로 정렬되어 있습니다. 이때 이 수열에서 x 가 등장하는 횟수를 계산하세요. 예를 들어 수열 $\{1, 1, 2, 2, 2, 2, 3\}$ 이 있을 때 $x = 2$ 라면, 현재 수열에서 값이 2인 원소가 4개이므로 4를 출력합니다.
- 단, 이 문제는 시간 복잡도 $O(\log N)$ 으로 알고리즘을 설계하지 않으면 시간 초과 판정을 받습니다.

〈문제〉 정렬된 배열에서 특정 수의 개수 구하기: 문제 조건

난이도 ●●○ | 풀이 시간 30분 | 시간 제한 1초 | 메모리 제한 128MB | 기출 Zoho 인터뷰

입력 조건

- 첫째 줄에 N 과 x 가 정수 형태로 공백으로 구분되어 입력됩니다.
($1 \leq N \leq 1,000,000$), ($-10^9 \leq x \leq 10^9$)
- 둘째 줄에 N 개의 원소가 정수 형태로 공백으로 구분되어 입력됩니다.
($-10^9 \leq \text{각 원소의 값} \leq 10^9$)

출력 조건

- 수열의 원소 중에서 값이 x 인 원소의 개수를 출력합니다. 단, 값이 x 인 원소가 하나도 없다면 -1 을 출력합니다.

입력 예시 1

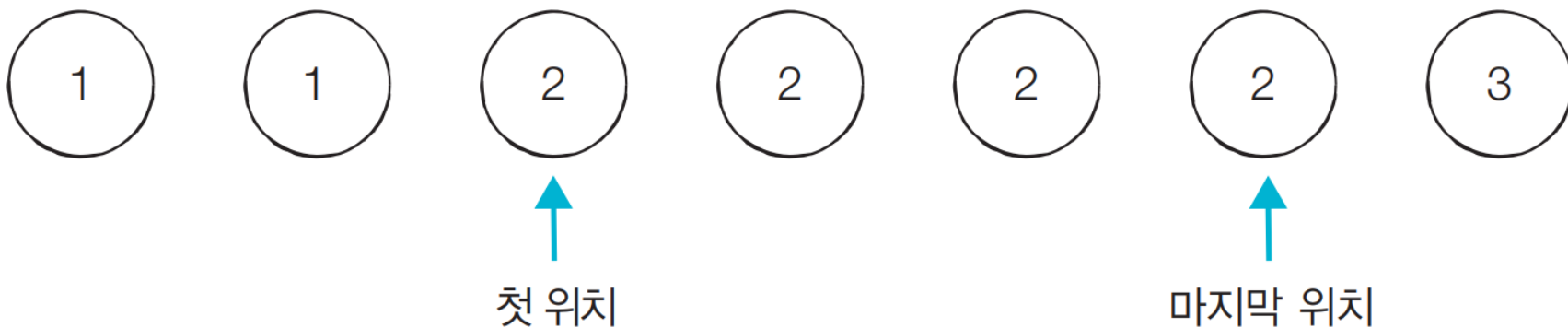
```
7 2
1 1 2 2 2 2 3
```

출력 예시 1

```
4
```

〈문제〉 정렬된 배열에서 특정 수의 개수 구하기: 문제 해결 아이디어

- 시간 복잡도 $O(\log N)$ 으로 동작하는 알고리즘을 요구하고 있습니다.
 - 일반적인 선형 탐색(Linear Search)로는 시간 초과 판정을 받습니다.
 - 하지만 데이터가 정렬되어 있기 때문에 **이진 탐색을 수행**할 수 있습니다.
- 특정 값이 등장하는 첫 번째 위치와 마지막 위치를 찾아 위치 차이를 계산해 문제를 해결할 수 있습니다.



〈문제〉 정렬된 배열에서 특정 수의 개수 구하기: 답안 예시 (Python)

```
from bisect import bisect_left, bisect_right

# 값이 [left_value, right_value]인 데이터의 개수를 반환하는 함수
def count_by_range(array, left_value, right_value):
    right_index = bisect_right(array, right_value)
    left_index = bisect_left(array, left_value)
    return right_index - left_index

n, x = map(int, input().split()) # 데이터의 개수 N, 찾고자 하는 값 x 입력받기
array = list(map(int, input().split())) # 전체 데이터 입력받기

# 값이 [x, x] 범위에 있는 데이터의 개수 계산
count = count_by_range(array, x, x)

# 값이 x인 원소가 존재하지 않는다면
if count == 0:
    print(-1)
# 값이 x인 원소가 존재한다면
else:
    print(count)
```