

时变条件下基于路径冗余性识别关键路段

摘要 为了构建具有抗灾救灾能力的城市道路交通系统，准确识别城市道路网络的关键路段至关重要。道路网络路径冗余性不仅有助于提高日常出行的效率，更在灾害应急时为救援和疏散提供重要的备选方案。因此，提出基于路径冗余性识别道路网络关键路段模型，该模型全面考虑了道路系统中的时变因素，包括 OD 对 (Origin-Destination Pair)、OD 需求以及道路交通网络的拥挤状况。通过分析每个时段下的时变因素，计算当前时段的道路网络路径冗余性。进一步，结合每个时段的权重和对应的道路网络路径冗余性，得到道路网络路径冗余性的期望值，从而准确地识别关键路段。然而，由于需要考虑每个时段的路径冗余性，这给求解大规模现实城市道路网络的路径冗余性带来了计算挑战。为此，通过对城市网络结构进行重构，从而可以使用具有多项式计算时间性质的最大流和最小费用流算法，实现模型的快速求解。在平陆运河桥梁群拆除重建工程的实际应用中，验证了模型和算法的有效性和适用性。结果表明：通过分析桥梁在拆除重建前后对钦州市道路网络冗余性的影响，揭示了 OD 对路径冗余性的变化情况，从而为施工前后实施精细化的交通管理措施提供了有力支撑。在计算效率方面，与商业软件 Gurobi 相比，提出的算法在计算时间上展现出显著优势，效率提高了 17.90 倍。研究成果为城市道路网络的关键路段识别提供了支持，有助于构建更具抗灾救灾能力的城市道路交通系统。

关键词 交通工程；关键路段；时变；路径冗余；独立路径；平陆运河

中图分类号： U292.16 **文献标识码：** A

Identifying Critical Road Links Based on Path Redundancy under Time-Varying Conditions

Abstract Identifying critical links within urban road networks is pivotal for constructing resilient transportation systems capable of withstanding and responding to disasters. Path redundancy in road networks not only enhances everyday travel efficiency but also provides vital alternative paths for emergency response and evacuation during crises. To address this, a model for identifying key road links based on path redundancy is proposed, comprehensively considering time-varying factors within the road system, including Origin-Destination (OD) pairs, OD demands, and traffic congestion. By analyzing time-specific factors and calculating path redundancy within the current time frame, the model assesses the redundancy of road network paths. Moreover, by integrating time-specific weights and corresponding path redundancy, the expected value of path redundancy is derived, accurately identifying critical links. However, the need to consider path redundancy for each time frame poses computational challenges when dealing with large-scale urban road networks. Thus, by reshaping the urban network structure, polynomial-time algorithms such as maximum flow and minimum cost flow algorithms are utilized to achieve rapid model solutions. Through practical application in the reconstruction project of the PingLu Canal Bridge Group, the effectiveness and applicability of the model and algorithm are validated. Results indicate: by analyzing the impact of bridge reconstruction on road network redundancy in Qinzhou City, changes in path redundancy for OD pairs are revealed, providing strong support for refined traffic management measures pre- and post-construction. In terms of computational efficiency, compared to commercial software such as Gurobi, the proposed algorithm demonstrates a significant advantage in computational time, improving efficiency by 17.90 times. This research contributes to the identification of critical links within urban road transportation networks, facilitating the development of more disaster-resilient urban transportation systems.

Key words Transportation engineering; critical links; time-varying; path redundancy; distinct path; PingLu Canal

收稿日：2024-09-08

* 郑州重大科技专项 (2021KJZX0060-9)、广西科技重大专项 (2023AA14006) 和国家自然科学基金 (52072264) 资助。

1 引言

城市活动与交通系统,特别是道路网络,有着密切的依赖关系。道路网络因其广泛的连通性和覆盖范围,在城市交通中占据核心地位。然而,灾害频发常常导致道路网络遭受严重破坏,因此构建具有抗灾救灾能力的城市道路交通系统至关重要^[1]。为了实现这一目标,关键步骤是确定城市道路网络中的关键路段^[2,3]。这些关键路段在灾害发生前可通过检测、加强和保护等措施进行预防破坏^[4]。此外,识别城市网络中的关键道路有助于在灾害发生后及时确定维修工作的优先级别,从而实现高效的灾后恢复。在文献中,主要采用三种方法来识别城市道路网络中的关键道路^[5,6]:基于拓扑结构的方法、基于交通分配的方法和基于网络特征的方法。

1.1 文献综述

基于拓扑结构的方法是利用网络拓扑结构来识别关键道路。这种方法在许多领域都有广泛应用,包括电信、生物、能源和交通运输网络等^[5]。该方法最常用的指标是介数中心性^[7],它计算的是网络节点和路段在所有最短路径中出现的次数。后续研究对该指标进行了改进,如引入出行时间加权的介数中心性^[8-11]。此外,还有可达性^[12]和效率性^[13]等其他指标。然而,这些方法虽可应用于多个领域,但并未充分考虑交通的关键特性,如出行时间、交通流量和拥堵情况,因此可能无法为交通管理者提供准确的结果^[5,14,15]。

基于交通分配的方法从道路网络系统出行时间的角度来识别关键道路。最常用的方法是完全扫描网络法,其包括依次移除网络中的每条路段,然后通过执行交通分配重新评估道路网络系统出行时间^[5]。然而,此方法计算量较大,需要进行交通分配的次数与网络路段数量相当,对于大型的现实道路网络而言,该方法适用性有限^[6]。因此,Almotahari et al.^[5]提出了一种新的关键路段指标,该指标被纳入 Frank-Wolfe 算法和梯度投影算法中,通过一次用户均衡交通分配就能获得关键路段排序。尽管如此,基于交通分配的方法仍然面临一些挑战和限制。该方法通常基于用户均衡状态的假设,即当道路使用者能够充分了解交通网络的实时状态并据此选择最短路径时,网络将达到一种平衡状态。这种假设在指导长期交通规划时具有一定的参考价值。然而,在灾害情境下,由于交通信息受限,出行者往往难以获取实时的交通网络状态,因

此难以达到用户均衡状态,导致基于交通分配计算的结果与实际情况存在一定的偏差^[16,17]。

基于网络特征的方法是利用网络特征指标如韧性、脆弱性和可靠性来识别关键道路。例如,Zhang et al.^[18]提出了一种基于韧性的性能指标,称为加权独立路径。该指标旨在系统地整合多个关键因素,包括网络拓扑、冗余水平、交通模式、网络结构可靠性以及社区灾后恢复期间的网络功能。基于可靠性、脆弱性和韧性的概念,Gu et al.^[19]总结出相应的计算公式,并在 Sioux Falls 网络中识别关键路段。

根据 Jafino et al.^[6]的全面文献综述,研究总结了现有文献中 17 个用于识别关键路段的指标,并将它们应用于 8 个道路网络的关键路段评估。研究结果表明,这些指标可能导致不同的、甚至相互矛盾的排序,这给交通管理者在实际应用中带来了挑战和问题。近年来,随着城市化和灾害频发趋势的加剧,关键道路识别研究逐渐转向更加实用和针对性的方向。研究者们(如 Gong et al.^[20]、Dong et al.^[21]、Dong et al.^[22]、Esmalian et al.^[23]和 Gangwal et al.^[24]等)开始关注连接社区与关键应急服务设施的的道路,认为这些道路在紧急响应和灾害恢复中发挥着至关重要的作用。通过构建社区-基础设施依赖关系模型,并结合交通网络特性进行综合分析,可以更加精准地识别出对社区安全和发展具有关键影响的道路。这一方法强调了社区和基础设施之间的联系,有望提供更有针对性的、实用的道路网络评估。

然而,文献中存在两个研究不足,需要进一步深入探讨。第一,在关键路段识别研究中,现有文献主要聚焦于确定性环境下的分析,取得了一系列进展。然而,城市道路交通系统在实际运行中受到多种时变因素的影响^[25],给关键路段的识别带来了新的挑战。例如,城市居民的出行起讫点(即 Origin-Destination Pair,简称 OD 对)在一天内会随时间发生变化,形成明显的时空特性。早晨,人们主要从居住地出发前往工作地点;下午,则可能从工作地点返回居住地或前往休闲场所;到了晚上,休闲场所成为出行起点,最终回归居住地。因此,随着时间的推移,OD 对在不断变化^[26,27]。此外,OD 需求也会随时间演变。在常规工作时间,城市居民主要分布在各自的工作地点;休闲时段,他们则分散在休闲场所;而在休息时间,则多集中在各自的住处。与此同时,道路交通网络的拥挤状况也

会随时间呈现出明显的波动，早晚高峰时段往往拥堵严重，而其他时段则可能相对畅通。然而，现有的研究方法^[5,6,18–20,24,28]往往只采用某个特定时刻的数据，或者通过集计平均上述时变因素来进行关键路段的识别。这种方法忽略了时变因素对道路重要性的影响，可能导致识别的关键路段与实际情况不符。因此，在识别关键城市道路时，不能仅仅依赖于确定环境下的分析结果，而需要综合考虑这些时变因素的影响。

第二，现有研究方法^[5,6,18–20,24,28]主要关注道路网络系统中各路段对总体出行时间的影响，通常通过计算有或无该路段时（路段二元状态，即 0 表示路段完全畅通，1 表示路段完全损坏）系统总体出行时间的差异来评估其重要性。然而，在灾害情境下，交通管理者的关注点是城市居民与关键应急服务设施之间是否保持连通以及其行驶时间是否在可接受范围内。现有研究方法往往忽视了连接城市社区与城市关键应急服务设施（如医院、消防站和避难所等）的道路本身的重要性^[20–24]。这些道路在灾害发生时对于快速救援和疏散行动至关重要。因此，发展强调城市社区和城市关键基础设施之间的交通联系的研究方法，对于识别能应对极端情况的关键路段尤为重要。

1.2 本文贡献

针对以上研究不足，本文做出两个重要的贡献。第一，本文提出路径冗余性时变模型，用于识别城市道路网络中的关键路段。该模型全面考虑了道路系统中的时变因素，包括 OD 对、OD 需求以及道路交通网络的拥挤状况。通过分析每个时段下的 OD 对、OD 需求以及道路交通网络的拥挤状况，计算出当前时段的道路网络路径冗余性。进一步地，结合每个时段的权重和对应的道路网络路径冗余性，得到道路网络路径冗余性的期望值，从而准确地识别关键路段。值得注意的是，由于每个时段与该时段的道路网络路径冗余性之间存在非线性关系，不能简单地通过集计平均每个时段的时变因素来计算路径冗余性的期望值。此外，该模型不仅可以评估多种状态路段的重要性，而且还强调了城市社区和城市关键基础设施之间的交通联系。然而，由于需要考虑每个时段的路径冗余性，这给求解大规模城市路网的路径冗余性带来了挑战。第二，为了高效处理城市道路网络的大规模现实问题，本文通过对城市网络结构进行重构，充分利用具有多项式计算时间性质的最大流和最小费用流算法，实现了模

型的快速求解。所提出的算法为处理大规模城市道路网络提供了可行的解决方案，使得模型在实际应用中具有更高的实用价值。通过实证研究，本文验证了所提出的模型和算法在平陆运河桥梁群拆除重建工程中的有效性，进一步证明了其在实际应用中的价值和意义。综上所述，本文通过提出路径冗余性时变模型和相应的求解算法，为城市道路网络的关键路段识别提供了新的视角和方法。这两个贡献为城市道路网络的关键路段识别问题提供了支持，有助于构建更具抗灾救灾能力的城市道路交通系统。

2 数学模型

2.1 路径冗余性

道路网络冗余性是指在一个道路网络中存在多条可替代的路径或多种可替代的运输方式，使得出行、救援和疏散等交通活动可以灵活选择不同的路径和运输方式^[29–32]。这种冗余性不仅有助于提高交通效率，更在关键时刻为应对灾害提供了重要的备选方案。因此，基于路径冗余性识别城市道路网络的关键路段尤为重要。

根据路径定义的不同，路径冗余性评估也会有所不同。在文献中，存在多种路径定义，包括简单路径（Simple path）、有效路径（Efficient path）和独立路径（Distinct path）等^[30]。第一，简单路径指的是连接每个 OD 对的任何路径，这些路径可以使用 k-最短路径算法来求解。例如，在 2021 年，Shrestha et al.^[33] 评估尼泊尔农村道路网络冗余度时，采用了简单路径作为度量标准。然而，在处理实际的城市道路网络时，连接每个 OD 对的简单路径数量可能非常庞大，甚至可能达到数百万个级别，因此，简单路径的适用范围有限^[34]。第二，有效路径有多种定义。例如，Dial^[35] 定义为“始终远离起点且逐渐接近目的地的路径”，或者为“始终远离起点的路径”，Tong^[36] 定义为“要么始终远离起点，要么始终接近目的地的路径”，Leurent^[37] 定义为“有效且不太长的路径”。通过多项式时间的组合算法^[38,39]，可以计算出连接每个 OD 对的有效路径数量。然而，由于不同的有效路径可能共享相同的路段，当一个路段无法正常工作时，路径数量可能会显著减少，因此可能会高估网络的路径冗余性^[28]。第三，独立路径意味着连接一个 OD 对的路径不共享任何路段。有两种独立路径的

变体: 无可接受出行时间的独立路径 (Distinct Paths without Acceptable Travel Time) 和有可接受出行时间的独立路径 (Distinct Paths with Acceptable Travel Time, DPATT)。为了解这两类独立路径, 一种直观的方法是通过枚举道路网络中的所有路径, 并找到一组无可接受出行时间限制或有可接受出行时间限制的独立路径, 并最大化该组中路径的数量。然而, 由于路径枚举非常耗时^[34], 因此 Kurauchi et al.^[28] 提出了单层和两层模型来分别计算这两类独立路径。由于涉及双层规划结构, 计算连接每个 OD 对的 DPATT 数量是具有挑战性的^[30,32]。然而, DPATT 与路径冗余性的定义更加一致, 特别是在考虑灾害场景时。因此, 本文采用连接 OD 对间的 DPATT 作为路径冗余性的评判标准。

2.2 路径冗余性时变模型

为了介绍这个路径冗余性时变模型, 首先定义相关变量。研究时间集合表示为 T , 其中 $t \in T$ 表示研究时间集合中的某个时段。OD(t) 代表在时段 t 内的 OD 对集合。每个 $od \in OD(t)$ 对在时段 t 内的道路网络交通状况条件下的 DPATT 路径数量, 用 $n_{od}(t)$ 表示。 $\pi_{od}(t)$ 则表示交通管理者为使这个 OD 对具有抗灾救灾冗余性, 期望在时段 t 内, 这个 OD 对之间具有 DPATT 的最少条数。 $z_{od}(t)$ 是一个 0 或 1 的二元决策变量; 若其值为 1, 则表示这个 OD 对在时段 t 内的道路网络交通状况条件下的 DPATT 路径数量大于等于交通管理者所期望的数量, 即 $n_{od}(t) \geq \pi_{od}(t)$; 反之为 0。因此, 对于每个 $od \in OD(t)$ 对, 这个路径冗余性时变模型可以如下表示:

$$\max_{n_{od}(t)} z_{od}(t) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } -M(1 - z_{od}(t)) \leq n_{od}(t) - \pi_{od}(t) \leq Mz_{od}(t) - \varepsilon \quad (2)$$

$$z_{od}(t) \in \{0, 1\} \quad (3)$$

在上述模型中, M 和 ε 分别表示一个足够大的正数和一个足够小的正数。目标函数(1)旨在最大化 $z_{od}(t)$, 即使得 $n_{od}(t) \geq \pi_{od}(t)$, 表示在时段 t 内的道路网络交通状况条件下的 DPATT 路径数量大于等于交通管理者所期望的数量。约束条件(2)确保当 $n_{od}(t)$ 大于等于期望数量 $\pi_{od}(t)$ 时, $z_{od}(t)$ 等于 1; 反之, 则 $z_{od}(t)$ 等于 0。这些约束条件避免了直接最大化 $n_{od}(t)$, 因为如果某些 OD 对的 $n_{od}(t)$ 值极大而其他 OD 对的 $n_{od}(t)$ 值极小的极端情况, 这将导致

之后计算关键路段的识别可能不合理。因此, 约束条件(2)确保关键路段的识别对所有的 OD 对具有公平性。约束条件(3)定义决策变量的可行解空间。

在上述模型中, 一个关键的变量是 $n_{od}(t)$, 即在时段 t 内的道路网络交通状况条件下的 DPATT 路径数量。为了求得 $n_{od}(t)$, 一种直观的方法是通过枚举道路网络中的所有路径, 并找到一组出行时间在可接受范围的独立路径, 并最大化该组中路径的数量。然而, 路径枚举过程极为耗时, 这在实践中构成了显著的计算挑战^[34]。为了克服这一挑战, 本文借鉴了 Kurauchi et al.^[28] 的研究思路, 采用一种替代性的计算方法。该方法最初被用于量化网络脆弱性, 进而在确定性环境下识别关键道路。在此基础上, 将其定制化为路径冗余性时变模型的子模块, 用以计算 $n_{od}(t)$ 。为此, 定义以下变量。 $G(A, N)$ 表示一个有向道路网络, 其中 A 为路段集合, 每条路段用 $(i, j) \in A$ 表示; N 为节点 (交叉口) 集合, 每个节点用 $i, j \in N$ 表示。 $\Gamma(i)$ 表示以节点 i 为起点的路段集合, $\Gamma^{-1}(i)$ 表示以节点 i 为终点的路段集合。在时段 t 内的道路网络交通状况条件下, 用 $\tilde{r}^{od}(t)$ 表示连接该 OD 对的最短出行时间。 $\alpha^{od}(t)$ 是一个系数, 表示在时段 t 内, 该 OD 对的出行者对最短出行时间 $\tilde{r}^{od}(t)$ 偏差的可接受水平, 其中 $\alpha^{od}(t) \geq 1$ 。 x_{ij} 是一个 0 或 1 的二元决策变量, 表示是否选择使用路段 (i, j) 作为 DPATT 路径集合的一部分。本文同时使用向量 \mathbf{x} 表示所有的 x_{ij} 变量。那么, 求解 $n_{od}(t)$ 的子模型可以如下表示:

$$\frac{1}{n_{od}(t)} \sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t) x_{ij}^* \leq \alpha^{od}(t) \tilde{r}^{od}(t) \quad (4)$$

$$\mathbf{x}^* = \arg \min \sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t) x_{ij} \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \sum_{(o,j) \in \Gamma(o)} x_{oj} = \sum_{(i,d) \in \Gamma^{-1}(d)} x_{id} = n_{od}(t) \quad (6)$$

$$\sum_{(i,o) \in \Gamma^{-1}(o)} x_{io} = \sum_{(d,j) \in \Gamma(d)} x_{dj} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{(i,j) \in \Gamma(i)} x_{ij} - \sum_{(h,i) \in \Gamma^{-1}(i)} x_{hi} = 0 \quad \forall i \in N, i \neq o, d \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

为了便于理解, 我们先解释式(5)-(9)。式(5)-(9)的约束条件一起构成了模型内的一个子模型。这个子模型旨在最小化 DPATT 路径集合内的总出行时间, 同时确保每条 DPATT 不共享路段。具体

而言，式(6)要求从起点 o 流出的路段数量应等于 $n_{od}(t)$ ，同样地，流入目的地 d 的路段数量也应等于 $n_{od}(t)$ 。式(7)规定不得使用任何流入起点 o 或流出目的地 d 的路段。对于起点和目的地以外的节点，式(8)确保流入节点的路段数量等于流出节点的路段数量。最后，式(9)定义决策变量的可行解空间。

在 DPATT 路径集合中，迄今为止忽略了出行时间的约束条件。然而，实际上，出行时间过长的路径应该从 DPATT 路径集合中排除。由于子模型的决策变量 x_{ij} 是基于每条路段，明确地计算出在 DPATT 路径集合中每条路径的出行时间较为困难^[34]。因此，可以通过考虑 DPATT 路径集合中所有路径的平均出行时间来限制路径的出行时间。具体而言，在约束式(4)中，项 $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t)x_{ij}^*$ 代表 $n_{od}(t)$ 条 DPATT 的总出行时间。式(4)左侧计算了 DPATT 路径集合中的平均出行时间，即总出行时间除以 DPATT 的数量。在式(4)右侧，参数 $\tilde{r}^{od}(t)$ 表示这个 OD 对的最短路径出行时间，乘以 $\alpha^{od}(t)$ 这一系数量化了可接受偏离最短路径出行时间的程度。因此，式(4)旨在将 DPATT 路径集合的出行时间限制在可接受的水平内。

2.3 重要路段计算方法

接下来，基于求解上述模型以获取 $z_{od}(t)$ 后，进一步介绍定义和计算识别关键路段的指标。关键路段定义为：当受损时会导致大量 OD 对的最大可接受出行时间独立路径的数量小于所期望的数量（即 $z_{od}(t) = 0$ ）的路段。因此，对于路段 (i, j) ，其关键路段指标 $I_{(i,j)}$ 可以表示如下：

$$I_{(i,j)} = \frac{R^{before} - R_{(i,j)}^{after}}{R^{before}} \quad (10)$$

$$R^{before} = \sum_{t \in T} \sum_{od \in OD(t)} P(t)Q(t, od)W_{od}z_{od}(t) \quad (11)$$

在式(10)中， R^{before} 表示路网在完整情况下的路径冗余性，而 $R_{(i,j)}^{after}$ 表示路网在路段 (i, j) 损坏情况下的路径冗余性。在式(11)中， $P(t)$ 代表时段 t 在时间集合 T 中的权重，用于考虑不同时段的重要性； $Q(t, od)$ 表示在时段 t 内，对于给定的 od 对的出行需求数量； W_{od} 表示该 od 对的重要性权重。为了反映不同 OD 对间的重要程度，式(11)将时段、出行需求数量以及 od 的重要性进行综合考虑，从而计算路径冗余性。同样地， $R_{(i,j)}^{after}$ 的计算为当路段 (i, j) 损毁时，所计算得到的路径冗余性。根据式(10)， $I_{(i,j)}$ 的取值范围为 $[0, 1]$ 。当 $I_{(i,j)} = 1$ ，则

路段 (i, j) 损毁导致所有 OD 对的 $z_{od}(t)$ 值为 0，意味着该路段具有极高的重要性；相反，当 $I_{(i,j)} = 0$ ，则路段 (i, j) 损毁对所有 OD 对的 $z_{od}(t)$ 值无影响，表明其重要性较低。

最后，现有文献^[5,7-11,14,15,18,19,28,33] 评估路段重要性通常采用二元状态（完全完整和完全损毁）。然而，这种二元的分类方法显得过于极端。在实际场景中，路段可能存在部分损坏或部分拥堵的状态，而现有文献中的方法无法准确评估这些中间状态下的路段重要性^[6]。值得注意的是，本文提出的方法能够兼容多种状态下的路段重要性评估，填补了现有研究的不足之处。

3 求解方法

路径冗余性时变模型（式(1)至(9)）是一个双层优化问题。为了求解该模型，首先分析下层模型（式(5)-(9)）。针对下层模型，提出以下命题

命题 1. 下层模型式(5)-(9)可以等价为一个最小费用最大流问题。

Proof. 首先，引入两个额外的道路节点 o' 和 o'' 来代替起点 o ，类似地，引入另外两个额外的道路节点 d' 和 d'' 来代替终点 d ，如图 1 所示。具体来说， o' 包括所有从 o 流出的路段， o'' 包括所有流入 o 的路段。同样， d' 包括所有从 d 流出的路段， d'' 包括所有流入 d 的路段。随后，式(6)和(7)可以等效地重新表述如下：

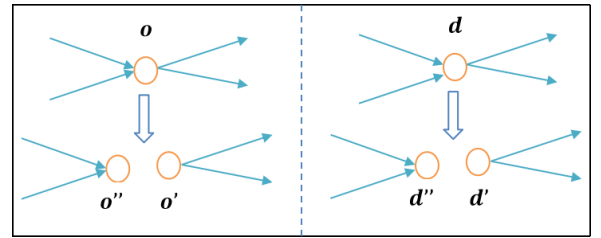


图 1 起终点的分解

Fig. 1 Decomposition of origin and destination

$$\begin{aligned} \sum_{(o',j) \in \Gamma(o')} x_{o'j} - \sum_{(h,o') \in \Gamma^{-1}(o')} x_{ho'} &= n_{od}(t) \\ \sum_{(o'',j) \in \Gamma(o'')} x_{o''j} - \sum_{(h,o'') \in \Gamma^{-1}(o'')} x_{ho''} &= 0 \\ \sum_{(d',j) \in \Gamma(d')} x_{d'j} - \sum_{(h,d') \in \Gamma^{-1}(d')} x_{hd'} &= 0 \\ \sum_{(d'',j) \in \Gamma(d'')} x_{d''j} - \sum_{(h,d'') \in \Gamma^{-1}(d'')} x_{hd''} &= -n_{od}(t) \end{aligned} \quad (12)$$

其次, 鉴于式 (8) 和 (12) 左侧具有相似的结构, 可以等效地重新表述它们如下:

$$\sum_{(i,j) \in \Gamma(i)} x_{ij} - \sum_{(h,i) \in \Gamma^{-1}(i)} x_{hi} = \begin{cases} n_{od}(t) & \text{if } i = o' \\ -n_{od}(t) & \text{if } i = d'' \\ 0 & \forall i \in N \cup o'' \cup d' \text{ 以及 } i \neq o', d'' \end{cases} \quad (13)$$

最后, 通过观察式 (5) 和 (13) 的结构, 得知下层模型是一个最小费用最大流问题。

证毕.

命题 2. 下层模型式 (5)-(9) 有最优整数解。

Proof. 根据命题 1, 下层模型可以等价为一个最小费用最大流问题。根据最小费用最大流问题必有最优整数解^[40], 命题得证。

证毕.

因此, 下层模型的决策变量可以松弛为 $0 \leq x_{ij} \leq 1 \quad \forall (i,j) \in A$ 。进而, 可以将下层模型转为 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 最优条件实现双层模型单层化。注意到求解关键路段指标需要对每一个时段的每一个 OD 对进行求解。这意味着当研究的时间集合 T 较大或者考虑的 OD 对较多时, 计算量会显著增加, 导致求解效率降低。特别是针对现实中的城市路网级别, 由于规模庞大, 直接使用 KKT 条件进行求解需要会引入大量的新变量和约束, 使得求解过程变得十分低效。因此, 需要设计更加有效的求解算法。对此, 提出下列命题。

命题 3. 以下不等式成立:

$$\frac{1}{n_{od}(t)} E(n_{od}(t)) \geq \frac{1}{n_{od}(t) - 1} E(n_{od}(t) - 1) \quad (14)$$

其中, $E(k)$ 代表在 DPATT 路径数量为 k 时的 $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t) x_{ij}^*$ 的最优值。

Proof. 在时段 t 内的道路网络交通状况条件下, 每条路段的行驶时间是有界的, 因此, $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t) x_{ij}$ 是一个有界的数值。根据命题 1, 下层模型可以等价为一个最小费用最大流问题。在时段 t 内的道路网络交通状况条件下, 对任意一个 $od \in OD(t)$ 对, 设 $n_{od}(t)$ 为其最大流的值, 表示独立路径的条数。设 ρ 为这个 $n_{od}(t)$ 条独立路径中出行时间最长的那一条。定义 $\hat{E}(n_{od}(t) - 1) = E(n_{od}(t)) - \rho$ 。注意, 当 $n_{od}(t) := n_{od}(t) - 1$ 时, $\hat{E}(n_{od}(t) - 1)$ 包含 $n_{od}(t) - 1$ 条独立路径, 使得它成为子模型 (式 (5) 到 (9)) 中的一个可行解。由于这个

子模型是一个最小化问题, 有:

$$\hat{E}(n_{od}(t) - 1) \geq E(n_{od}(t) - 1) \quad (15)$$

由于 $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t) x_{ij}$ 有界, 这个集合中的每条路径也是有界的。此外, 由于 ρ 表示独立路径集合中出行时间最长的路径, 它必定大于或等于其他 $n_{od}(t) - 1$ 条路径的平均出行时间^[28]。因此, 可以表达这种关系如下:

$$\rho \geq \frac{1}{n_{od}(t) - 1} \hat{E}(n_{od}(t) - 1) \quad (16)$$

通过联合式 (15) 和 (16), 得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_{od}(t)} E(n_{od}(t)) &= \frac{1}{n_{od}(t)} (\hat{E}(n_{od}(t) - 1) + \rho) \\ &\geq \frac{1}{n_{od}(t)} \left(\hat{E}(n_{od}(t) - 1) + \frac{1}{n_{od}(t) - 1} \hat{E}(n_{od}(t) - 1) \right) \\ &= \frac{1}{n_{od}(t) - 1} \hat{E}(n_{od}(t) - 1) \\ &\geq \frac{1}{n_{od}(t) - 1} E(n_{od}(t) - 1) \end{aligned} \quad (17)$$

证毕.

命题 3 表明, 在式 (4) 中, 当 $n_{od}(t)$ 减少时, 其左侧的值也会相应地下降。特别地, 当 $n_{od}(t) = 1$, 式 (4) 也成立, 因为此时 $E(1) = \tilde{r}^{od}(t)$, 且根据定义有 $\alpha^{od}(t) \geq 1$ 。

命题 1 和 3, 本文设计如下算法求解该双层模型。根据式 (2), 最大化 $z_{od}(t)$ 意味着最大化 $n_{od}(t)$ 。给定模型所需参数, 运用多项式最大流算法 (如 Ford-Fulkerson 算法、Edmonds-Karp 算法、Dinic 算法、Push-Relabel 算法或 Goldberg-Tarjan 算法等^[41]) 求解这个 OD 对的最大流值 $n_{od}(t)$ 。给定 $n_{od}(t)$ 的值, 可以运用多项式最小费用流算法 (如连续最短路径算法、消圈算法、原始对偶算法、网络单纯性算法或非均衡网络流算法等^[41]) 求解下层模型的目标函数 $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t) x_{ij}$ 。进而, 判断式 (4) 是否成立。若不成立, 根据命题 3, 令 $n_{od}(t) := n_{od}(t) - 1$, 再次求解下层模型的目标函数。可以重复迭代以上步骤, 直至式 (4) 成立。最后根据求解得到的 $n_{od}(t)$, 利用式 (2) 得到最大值 $z_{od}(t)$ 。综上所述, 完整的计算流程和示意图分别详见算法 1 和图 2。

4 实例研究

本节提供两个实例: 一个简单实例和一个真实实例。简单实例可通过手算, 有助于进一步解释所

算法 1 算法求解路径冗余性时变模型

输入: 模型参数 ($M, \varepsilon, T, OD(t), \pi_{od}(t), \alpha^{od}(t), r_{ij}(t)$ 和 $\bar{r}^{od}(t)$)。

- 1: **for** $t \in T$ **do**
- 2: **for** $od \in OD(t)$ **do**
- 3: 引入两个额外的道路节点 o' 和 o'' 来代替起点 o , 类似地, 引入另外两个额外的道路节点 d' 和 d'' 来代替终点 d , 如图 1 所示。
- 4: 最大流算法求解这个 $o'd''$ 对的最大流值 $n_{od}(t)$ 。
- 5: 根据获得的 $n_{od}(t)$, 最小费用流算法求解下层模型, 获得 $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t)x_{ij}^*$ 。
- 6: **while** 式(4)不成立 **do**
- 7: $n_{od}(t) := n_{od}(t) - 1$ 。
- 8: 根据更新的 $n_{od}(t)$, 最小费用流算法求解下层模型, 获得 $\sum_{(i,j) \in A} r_{ij}(t)x_{ij}^*$ 。
- 9: **end while**
- 10: 根据得到的 $n_{od}(t)$, 利用式(2)得到最大值 $z_{od}(t)$ 。
- 11: **end for**
- 12: **end for**

输出: 每个 OD 的 $z_{od}(t)$, 进而利用式(10)和(11)计算 $I_{(i,j)}$ 。

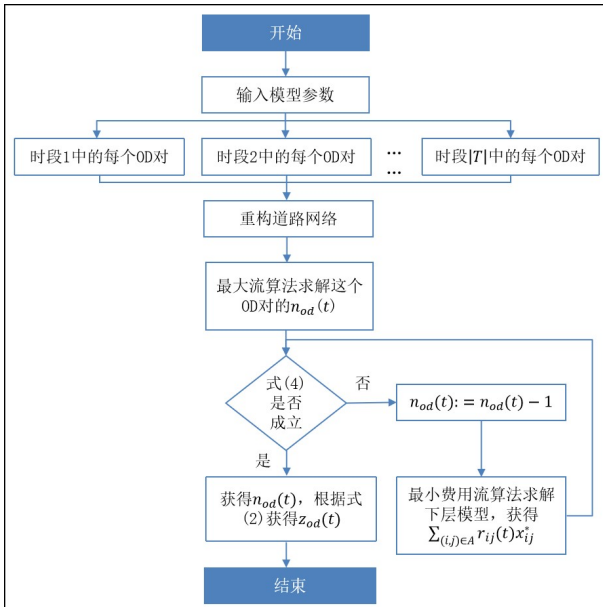


图 2 算法流程示意图

Fig. 2 Algorithm flow diagram

提出的模型和算法。真实实例具有三个方面的作用。首先, 介绍模型所需的基本输入数据。其次, 通过在平陆运河桥梁群拆除重建工程中的实际应

用, 验证模型和算法的适用性和有效性。第三, 展示该算法的性能。本实验利用 QGIS 软件进行空间可视化与数据处理。模型和算法在 Windows 10 操作系统上, 利用 Python 3 实现。该操作系统使用 Intel(R)Core(TM)i7-7700K CPU @4.20GHz 处理器, 安装内存为 32GB。特别地, 采用 NetworkX 中的 *shortest_path_length*、*maximum_flow_value* 和 *min_cost_flow_cost* 等网络流算法计算给定 OD 对的最短路径、最大流和最小费用流等问题。为了保持文章结构的紧凑性, 简单实例的详细信息已在 GitHub 平台上公开提供: <https://github.com/PJPJPJTIAN/Identifying-Critical-Road-Links>。同时, 为确保结果的再现性, 本研究所使用的部分数据和代码也已在该平台上公开。

4.1 背景介绍

平陆运河是继京杭大运河后国家修建的首条运河, 如图 3 所示, 旨在连接西江航运干线与北部湾国际枢纽港口, 打通西江干流入海通道, 缓解通航压力, 并通过铁水联运减轻长江负担。未来, 该运河还计划与湘桂运河相连, 构建南北交通大通道, 方便西南、中南地区直达东盟^[42,43]。然而, 作为平陆运河的重要枢纽, 钦州市现有的六座桥梁因为净空高度不足以满足运河通航的需求, 需要进行拆除重建^[44], 如图 4 所示。针对这一工程背景, 运用所提出的模型和算法, 分析这六座桥梁在拆除重建前后的状态对钦州市道路网络冗余性的影响。通过这一分析, 能够更准确地评估这六座桥梁在整个道路网络中的关键程度, 从而为桥梁群的拆除重建工程提供科学的指导。这项研究不仅有助于优化工程方案, 确保施工期间的交通顺畅, 更能为钦州市乃至整个区域的交通规划提供有益的参考。



图 3 平陆运河 (图片来源^[45])

Fig. 3 PingLu Canal (picture source^[45])



图4 六座桥梁拆建位置

Fig. 4 Location of the six bridges demolition

4.2 输入数据

首先介绍钦州市的道路网络，包括高速公路、主干道和次干道，如图5所示。本文使用 NetworkX 将其划分为具有 19,526 个交叉口和 49,726 个路段的有向图。

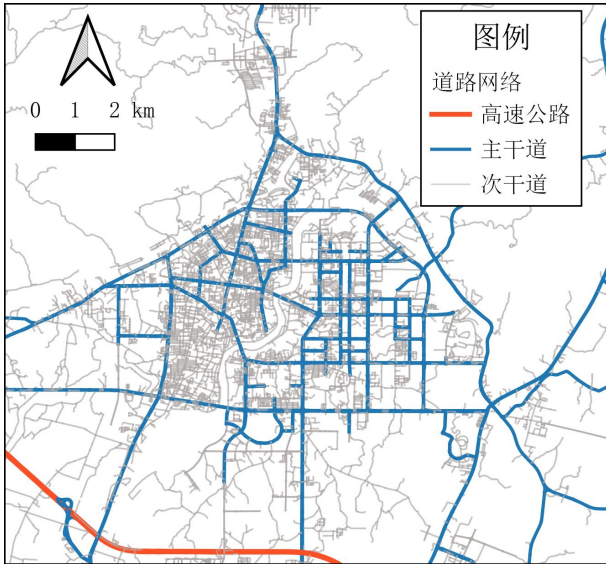


图5 钦州市道路网络

Fig. 5 Road network in Qinzhou

介绍模型的两个关键参数 T 和 $OD(t)$ 。本实例选取 2023 年 12 月 4 日（星期一）一天中的三个时间段 $t \in T$ ，分别为 6:00-9:00；9:00-17:00；17:00-20:00。为了获取对应时间段 t 的 $OD(t)$ ，基于钦州市的土地利用、天然河道和城市主干路的布局特性，

图6a对钦州市区进行了划分，共划分为 181 个交通小区。随后，通过收集高德地图用户的出行数据，我们对钦州市交通小区的 OD 矩阵进行处理。图7具体展示这三个时间段内使用高德出行服务的 OD 矩阵情况。在这三个时间段里，6:00-9:00 共有 225 个 OD 对，OD 总需求为 4,603；9:00-17:00 共有 512 个 OD 对，OD 总需求为 11,392；17:00-20:00 共有 227 个 OD 对，OD 总需求为 4,530。因此，OD 的数量以及需求都随着时间不断变化。同时，在图7中，可以发现 OD 对的位置也随着时间在不断变化，特别是早高峰 (6:00-9:00) 与晚高峰 (17:00-20:00) 期间，OD 对的位置发生了显著的变化。

除了上述 OD 矩阵所描述的日常出行需求外，城市中还存在着特殊且至关重要的应急 OD 对。这些应急 OD 对主要涵盖了医院、消防站和警察局等关键应急设施与各个交通小区之间的交通连接。在本研究区域内，共有 9 家医院、7 个消防站和 13 个警察局，这些设施分布如图6b所示，它们构成了城市应急响应体系的核心。在本实例中，当一个交通小区包含这些应急设施时，则认为相应的 OD 对具有应急 OD 对性质，并通过 OD 对的重要性权重 W_{od} 区别常规 OD 对和应急 OD 对。

接下来，按照参数在模型中的出现顺序，介绍所需的 7 个参数： $\pi_{od}(t)$ ， $\alpha^{od}(t)$ ， $r_{ij}(t)$ ， $\tilde{r}^{od}(t)$ ， $P(t)$ ， $Q(t, od)$ 和 W_{od} 。(1). 对于所有 OD 对， $\pi_{od}(t)$ 统一设定为 2，表示当其 $n_{od}(t) \geq 2$ 时， $z_{od}(t) = 1$ ，即 OD 的路径冗余性良好。相反，若 OD 对的 $z_{od}(t)$ 值为 0，则表明其路径冗余性较差。(2). 将参数 $\alpha^{od}(t)$ 在这三个时间段里的每一个 OD 对都设置为 1.2。(3). 由于缺乏每条路段在每个时间段的具体行驶时间，本案例依据道路等级进行假设。在早高峰 (6:00-9:00) 和晚高峰 (17:00-20:00) 时段，高速公路、主干道和次干道的平均行驶速度分别设定为 30km/h、20km/h 和 10km/h；而在平高峰时段 (9:00-17:00)，这些速度则分别提升至 45km/h、30km/h 和 15km/h。通过结合路段长度和这些假设的平均行驶速度，可以计算出每个时间段内每条路段的行驶时间 $r_{ij}(t)$ 。(4). 采用最短路径算法在不同时间段 t 求解每个 OD 对的 $\tilde{r}^{od}(t)$ 。(5). 设置这三个时间段的 $P(t)$ 依次为 0.3, 0.4 和 0.3。(6). OD 对的出行需求数量 $Q(t, od)$ 可以由图7中获取。该数据反映了不同时间段内 OD 对之间的出行需求分布情况。(7). 常规 OD 对的 W_{od} 设定为 1；应急 OD 对的 W_{od} 设定为 2。这一设定反映了在交通管理中对不同类型 OD 对的重视程度

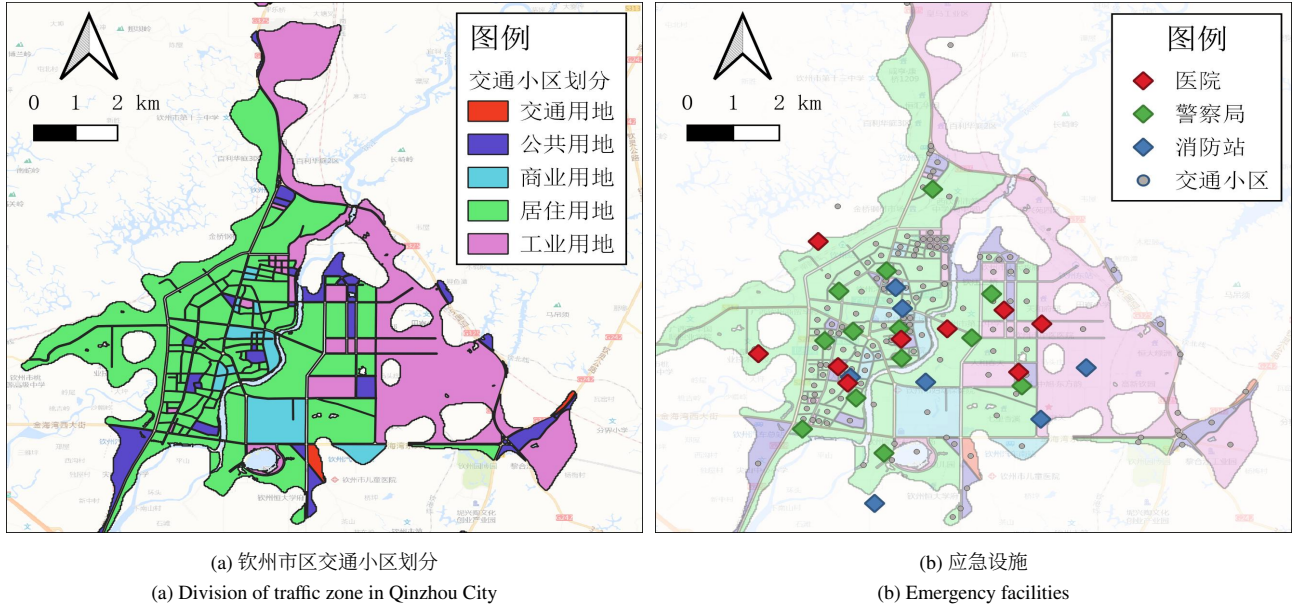


图 6 交通小区划分和应急设施

Fig. 6 Division of traffic zone and emergency facilities

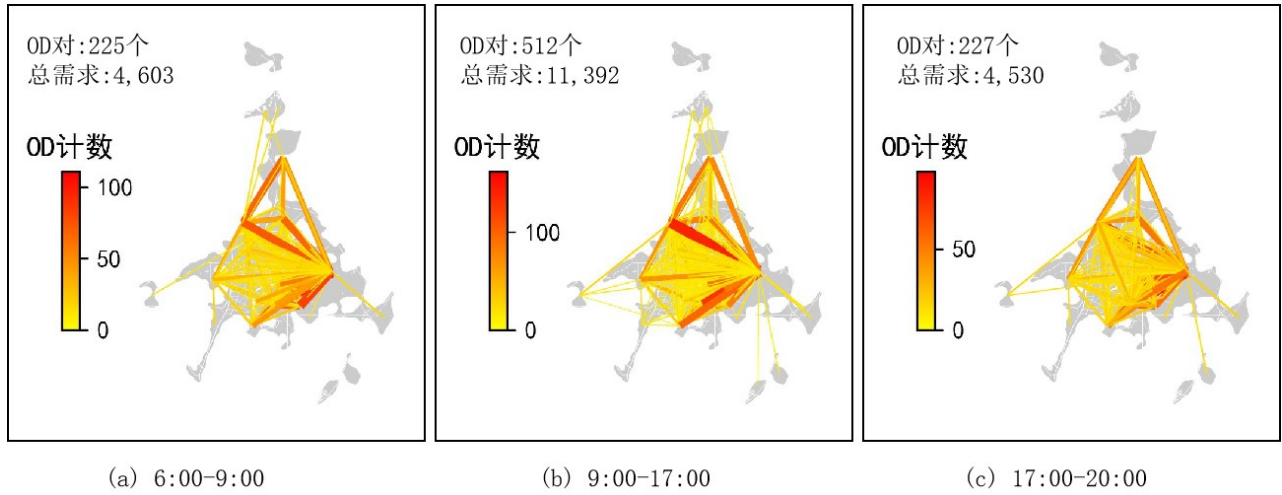


图 7 OD 矩阵

Fig. 7 Origin-Destination matrix

差异，特别是对应急 OD 对的特殊关注。

4.3 实例结果

首先，本节分析在桥梁拆除重建前路径冗余性的特征。研究的三个时间段对应的 OD 对数量分别为 225、512 和 227。其中，当 OD 对的 $z_{od}(t)$ 值为 1 时，意味着在特定时间段 t 内，该 OD 对在道路网络交通状况下的 DPATT 路径数量满足或超出交通管理者所设定的期望数量，即 $n_{od}(t) \geq \pi_{od}(t)$ ，这表明这些 OD 对之间的路径冗余性良好。相反，若 OD 对的 $z_{od}(t)$ 值为 0，则表明其路径冗余性较差。如表 1 所示，桥梁拆除重建前，三个时间段内 OD 对

$z_{od}(t) = 1$ 的数量分别为 106、240 和 127，意味着这些 OD 对之间的路径冗余性良好；而 $z_{od}(t) = 0$ 的 OD 对数量分别为 119、272 和 100，表明这些 OD 对之间的路径冗余性有待提高。

接下来，本节探讨每座桥梁拆除后，桥梁的关键路段指标 $I_{(i,j)}$ 以及研究区域内路径冗余性的变化情况。如表 1 所示，桥梁拆除对各个时间段内 OD 对的路径冗余性产生了显著影响，并且不同桥梁的关键路段指标 $I_{(i,j)}$ 也呈现出各异的变化趋势。特别值得关注的是，子材大桥、钦江大桥和永福大桥的拆除对 OD 对路径冗余性的影响尤为显著，这种

表 1 六座桥梁的关键路段指标
Tab. 1 Critical road link indicators for six bridges

桥名	各个时间段的 OD 对 $z_{od}(t) = 1$			关键路段指标 $I_{(i,j)}$
	6:00-9:00	9-17:00	17:00-20:00	
子材大桥	83	182	95	0.18
钦江大桥	91	194	104	0.14
永福大桥	86	206	108	0.13
金海湾大桥	100	225	118	0.06
环城北路大桥	103	236	124	0.03
南北公路大桥	105	239	126	0.02
桥梁拆除重建前	106	240	127	-
OD 对总数	225	512	227	-

影响在不同时间段内均有所体现。图 8 进一步展示了子材大桥拆除前后三个时间段内 OD 对路径冗余性的变化情况，可以进一步识别出那些因桥梁拆除而导致路径冗余性由优转劣的 OD 对。这些发现不仅有助于深入理解桥梁拆除对城市交通网络的影响机制，也为桥梁拆除期间的交通管理提供了重要的决策依据。针对这些受影响的 OD 对，建议在桥梁拆除期间实施精细化的交通管理措施。其中，制定新的公交线路以服务于这些 OD 对是一种有效的策略。通过优化公交线路布局，可以确保受影响区域的居民在桥梁拆除期间依然能够享受到安全、高效的出行服务。这不仅有助于缓解交通压力，提升城市交通系统的整体运行效率，也能在一定程度上减轻桥梁拆除给市民生活带来的不便。

4.4 计算性能

接下来，本节分析算法的性能。在本实例中，考虑了三个不同时间段共计 964 个 OD 对的路径冗余性，即需要对这些 OD 对计算其 $z_{od}(t)$ 的值。通过式(11)，计算路网在完整情况下的路径冗余性 R^{before} ，之后再计算路网在六座桥梁各自损毁情况下的路径冗余性 $R_{(i,j)}^{after}$ ，最后根据式(10)获取 $I_{(i,j)}$ 。在第 3 节中，本文提出了两种计算 $z_{od}(t)$ 的方法：一是本研究提出的算法 1；二是通过应用 KKT 最优条件，将双层模型式(1)-(9)转化为单层模型，然后使用传统的整数模型算法（如商业软件 Gurobi）进行求解。为了分析这两种方法的计算性能，本节使用这两种方法对本实例进行了 10 次求解，结果如图 9 所示。从结果上看，算法 1 在计算时间上表现出显著的优势。其平均计算时间与标准差分别为

2.16 小时和 0.64 小时，表明其具有稳定且高效的性能。相较之下，使用 Gurobi 的平均计算时间和标准差分别为 34.40 小时和 8.27 小时。这一结果表明，算法 1 在识别大规模路网的关键路段问题时展现出优越的性能，为实际应用提供了有力的支持。

进一步分析发现，计算路段 $I_{(i,j)}$ 的值需要计算 $R_{(i,j)}^{after}$ 。由于每条路段的 $I_{(i,j)}$ 是相互独立的，可以并行计算各路段的 $R_{(i,j)}^{after}$ 。同时，每个 OD 对的 $z_{od}(t)$ 也是相互独立的，因此可以并行计算各个 OD 对的 $z_{od}(t)$ 。这一并行处理策略显著提高了算法的效率。为了更深入地比较两种方法的性能，本节选择展示早高峰 (6:00-9:00) 的 225 个 OD 对的计算时间，结果如图 10 所示。从结果中可以看出，算法 1 计算这 225 个 OD 对 $z_{od}(t)$ 的平均时间与标准差分别为 5.85 秒和 1.12 秒，而使用 Gurobi 的平均时间与标准差分别为 104.74 秒和 13.83 秒。这一结果表明，算法 1 相较于商业软件 Gurobi 在计算时间上具有显著优势，效率提高了 17.90 倍。这一结果进一步证实了本研究提出的算法在处理大规模城市路网时的实用性和高效性。

5 结论

在构建具备抗灾救灾能力的城市道路交通系统时，精准识别道路网络中的关键路段尤为重要。为此，本文提出时变条件下基于路径冗余性识别道路网络关键路段模型，该模型全面考虑了道路系统供需双方的时变因素，包括 OD 对、OD 需求以及道路交通网络的拥挤状况。然而，面对大规模的城市路网，直接应用此模型面临计算复杂性和效率瓶

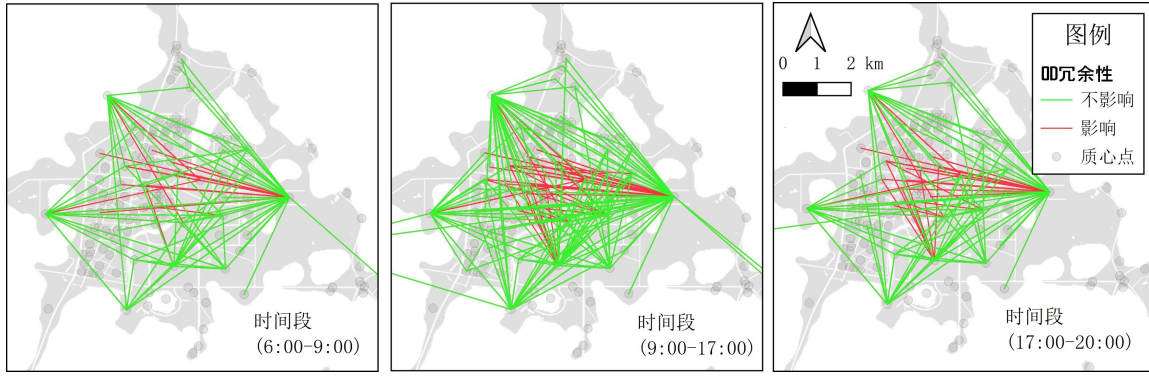


图 8 子材大桥拆除前后三个时间段的 OD 对路径冗余性影响情况

Fig. 8 Impact of OD on path redundancy in three time periods before and after dismantling of zhicai bridge

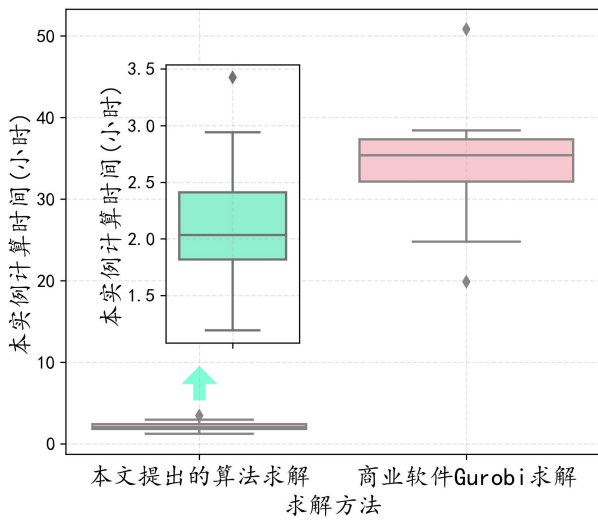


图 9 两种方法的计算性能比较

Fig. 9 Comparative analysis of computational performance between two methods

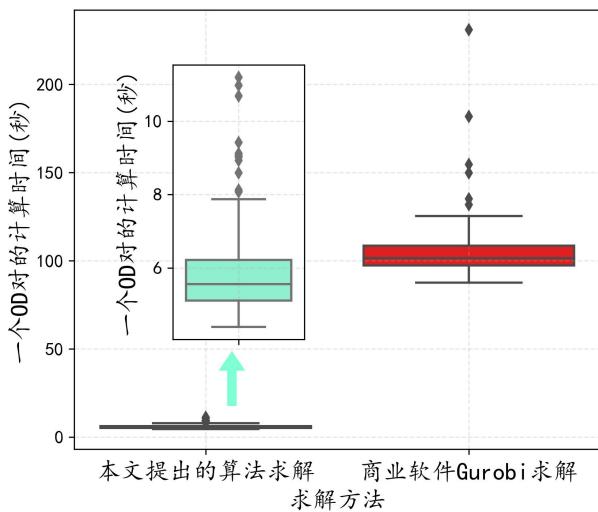


图 10 两种方法计算每个 OD 对的性能比较

Fig. 10 Performance comparison of computing each od pair between the two methods

颈的双重挑战。为了有效应对这些挑战，本文通过对城市网络结构进行重构，充分利用具有多项式计算时间性质的最大流和最小费用流算法，实现模型的快速求解。研究结果表明，与商业软件 Gurobi 相比，本文提出的算法在计算时间上展现出显著优势，效率提高 17.90 倍。本文的研究成果为城市道路网络的关键路段识别问题提供重要的支持，通过关键路段的识别，可以针对性地增强这些路段的抗灾能力，从而有助于构建一个更具抗灾救灾能力的城市道路交通系统。此外，本文的实例研究针对的是城市中被水系隔离的两部分之间的桥梁路段，所提出的基于路径冗余性的关键路段识别方法适用于各类复杂的交通网络，包括但不限于跨区域、跨河流或其他地理障碍的场景。该方法通过定量评估网络中各路段对整体连通性和冗余性的贡献，具备广泛的适用性。

然而，本文存在一定的局限性，需要进一步的研究来解决这些问题。首先，本研究主要聚焦路径冗余性，即存在多个替代路径连接每个 OD 对，但未考虑到不同的运输方式的冗余性。因此，未来的研究可以更全面地包括路径和运输方式的冗余性，以更深入地探讨城市道路网络的韧性。第二，为了构建一个对城市居民更加公平的、具备抗灾救灾能力的城市，识别城市道路网络的关键路段时考虑公平性至关重要。本研究仅通过期望每个 OD 对之间具有最少 DPATT 数量 $\pi_{od}(t)$ 和出行需求数量 $Q(t, od)$ 来最大程度地服务更多的居民，但并未深入探讨公平性的各种维度和内涵。因此，未来的研究可以更全面地考虑如何在识别城市道路网络的关键路段时综合考虑公平性，以确保交通系统服务能够平等地覆盖城市的不同人群，更好地满足不同社区和群体的需求。这将有助于构建更具包容性和

公平性的城市道路交通系统。

附录 A

在简单实例中，如图 11 所示，我们考虑研究时间集合 T 包含三个时间段。三个时间段分别标记为时间_1 (t_1)，时间_2 (t_2) 和时间_3 (t_3)，每个时间段的权重（发生概率）分别为 0.5，0.3 和 0.2。为简化起见，且不失一般性，我们设置以下简化参数。时间_1，时间_2 和时间_3 都仅包含一个 OD 对，分别是 (1,4)、(2,4) 和 (3,4)。图 11 也表明在各个时间段下每条路段的行驶时间 $r_{ij}(t)$ 。交通管理者期望每个 OD 对具有 DPATT 的最少条数如下： $\pi_{14}(t_1) = 2$ ； $\pi_{24}(t_2) = 2$ ；以及 $\pi_{34}(t_3) = 2$ 。可接受水平如下： $\alpha^{14}(t_1) = 1.5$ ； $\alpha^{24}(t_2) = 2$ ；以及 $\alpha^{34}(t_3) = 2$ 。通过最短路算法，得最短路径出行时间如下： $\tilde{r}^{14}(t_1) = 12$ ； $\tilde{r}^{24}(t_2) = 5$ ；以及 $\tilde{r}^{34}(t_3) = 8$ 。出行需求数量 $Q(t, od)$ 和 OD 重要性权重 W_{od} 在所有时间段内都设置为 1。因此，在这些简化的参数下，这个示例可以手算，有助于更全面地理解模型和算法。

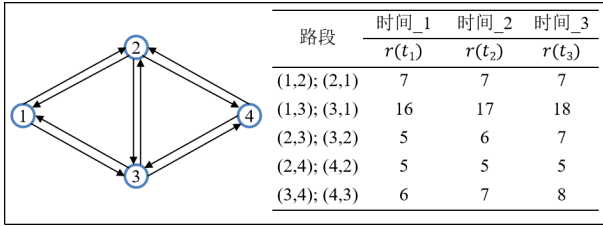


图 11 简单实例

Fig. 11 Simple example

应用算法 1 求解，得 $R^{before} = 1$ ，进而计算每条路段的 R^{after} ，通过式 (10) 得到 $I_{(i,j)}$ ，如表 2 所示。该结果表明路段 (2,4) 和 (3,4) 最关键，它们的损毁将导致这三个 OD 的 $z_{od}(t) = 0$ 。

表 2 简单实例计算结果
Tab. 2 Simple example calculation results

路段	(2, 4)	(3, 4)	(1, 2)	(1, 3)	(2, 3)	(3, 2)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 2)	(4, 3)
关键路段指标 $I_{(i,j)}$	1	1	0.5	0.5	0.3	0.2	0	0	0	0

参考文献

- [1] GONÇALVES L, RIBEIRO P. Resilience of urban transportation systems: concept, characteristics, and methods[J]. *Journal of Transport Geography*, 2020, 85:102727.
- [2] MEEROW S, NEWELL J P, STULTS M. Defining urban resilience: A review[J]. *Landscape and urban planning*, 2016, 147:38-49.
- [3] 陈思好, 李洁, 胡演诚, 等. 面向常发性拥堵的城市局部路网韧性评价与分析[J]. *交通信息与安全*, 2022(004):040.
- [4] 王厚沂, 张存保, 曹雨, 等. 考虑关键路径序列的干道绿波协调控制方法[J]. *交通信息与安全*, 2022, 40(6):63-71.
- [5] ALMOTAHARI A, YAZICI M A. A link criticality index embedded in the convex combinations solution of user equilibrium traffic assignment [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2019, 126: 67-82.
- [6] JAFINO B A, KWAKKEL J, VERBRAECK A. Transport network criticality metrics: a comparative analysis and a guideline for selection[J]. *Transport Reviews*, 2020, 40(2):241-264.
- [7] HOLME P, KIM B J, YOON C N, et al. Attack vulnerability of complex networks[J]. *Physical review E*, 2002, 65(5):056109.
- [8] DEMIREL H, KOMPIL M, NEMRY F. A framework to analyze the vulnerability of european road networks due to sea-level rise (slr) and sea storm surges[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2015, 81:62-76.
- [9] KERMANSHAH A, DERRIBLE S. A geographical and multi-criteria vulnerability assessment of transportation networks against extreme earthquakes[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2016, 153: 39-49.
- [10] GAUTHIER P, FURNO A, EL FAOUZI N E. Road network resilience: how to identify critical links subject to day-to-day disruptions[J]. *Transportation research record*, 2018, 2672(1):54-65.
- [11] AYDIN N Y, DUZGUN H S, WENZEL F, et al. Integration of stress testing with graph theory to assess the resilience of urban road networks under seismic hazards[J]. *Natural Hazards*, 2018, 91:37-68.
- [12] HANSEN W G. How accessibility shapes land use[J]. *Journal of the American Institute of planners*, 1959, 25(2):73-76.
- [13] NAGURNEY A, QIANG Q. A network efficiency measure with application to critical infrastructure networks[J]. *Journal of Global Optimization*, 2008, 40:261-275.
- [14] MATSSON L G, JENELIUS E. Vulnerability and resilience of transport systems—a discussion of recent research[J]. *Transportation research part A: policy and practice*, 2015, 81:16-34.
- [15] CATS O, KOPPENOL G J, WARNIER M. Robustness assessment of link capacity reduction for complex networks: Application for public transport systems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, 167:544-553.
- [16] ZHU S, LEVINSON D, LIU H X, et al. The traffic and behavioral effects of the i-35w mississippi river bridge collapse[J]. *Transportation research part A: policy and practice*, 2010, 44(10):771-784.
- [17] GOKALP C, PATIL P N, BOYLES S D. Post-disaster recovery sequencing strategy for road networks[J]. *Transportation research part B: methodological*, 2021, 153:228-245.
- [18] ZHANG W, WANG N. Resilience-based risk mitigation for road networks[J]. *Structural Safety*, 2016, 62:57-65.
- [19] GU Y, FU X, LIU Z, et al. Performance of transportation network under perturbations: Reliability, vulnerability, and resilience[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2020, 133: 101809.
- [20] GONG H, YANG X, WANG Y, et al. Identification of road network traffic lifelines based on urban resilience[C]//*Transportation Research Board Annual Meeting*, 103th, 2024, Washington, DC, USA. [S.l.: s.n.], 2024.
- [21] DONG S, WANG H, MOSTAFAVI A, et al. Robust component: a robustness measure that incorporates access to critical facilities under disruptions[J]. *Journal of the Royal Society Interface*, 2019, 16(157): 20190149.
- [22] DONG S, ESMALIAN A, FARAHMAND H, et al. An integrated physical-social analysis of disrupted access to critical facilities and community service-loss tolerance in urban flooding[J]. *Computers, Environment and Urban Systems*, 2020, 80:101443.
- [23] ESMALIAN A, DONG S, COLEMAN N, et al. Determinants of risk disparity due to infrastructure service losses in disasters: a household service gap model[J]. *Risk analysis*, 2021, 41(12):2336-2355.
- [24] GANGWAL U, SIDERS A, HORNEY J, et al. Critical facility accessibility and road criticality assessment considering flood-induced partial failure[J]. *Sustainable and Resilient Infrastructure*, 2023, 8(sup1):337-355.
- [25] 龚华天, 杨晓光. 时变交通拥挤和需求随机的移动设施运营优化[J]. *交通运输工程与信息学报*, 2024(2).
- [26] GONG H, YANG X, ZANG J, et al. Optimizing urban emergency facility allocation considering the uncertainties of road network conditions and human mobility[C]//*Transportation Research Board Annual Meeting*, 103th. Washington, DC, USA: [s.n.], 2024.
- [27] GONG H, YANG X. A two-stage stochastic programming for the integrated emergency mobility facility allocation and road network design under uncertainty[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2024:1-42.
- [28] KURAUCHI F, UNO N, SUMALEE A, et al. Network evaluation based on connectivity vulnerability[J]. *Transportation and Traffic Theory 2009: Golden Jubilee: Papers selected for presentation at ISTTT18*, a peer reviewed series since 1959, 2009:637-649.
- [29] BERDICA K. An introduction to road vulnerability: what has been done, is done and should be done[J]. *Transport policy*, 2002, 9(2):117-127.
- [30] XU X, CHEN A, JANSUWAN S, et al. Transportation network redundancy: Complementary measures and computational methods[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2018, 114:68-85.
- [31] 况爱武, 林耿楠. 考虑路径冗余和出行效率的路段重要性排序[J]. *长沙理工大学学报: 自然科学版*, 2019, 16(2):1-7.

- [32] XU X, CHEN A, XU G, et al. Enhancing network resilience by adding redundancy to road networks[J]. *Transportation research part E: logistics and transportation review*, 2021, 154:102448.
- [33] SHRESTHA J K, PUDASAINI P, MUSSONE L. Rural road network performance and pre-disaster planning: an assessment methodology considering redundancy[J]. *Transportation planning and technology*, 2021, 44(7):726-743.
- [34] BOYLES S D, LOWNES N E, UNNIKRISHNAN A. *Transportation network analysis: volume 1*[M]. [S.l.: s.n.], 2023.
- [35] DIAL R B. A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration[J]. *Transportation research*, 1971, 5(2):83-111.
- [36] TONG C. Modification of dial's algorithm by redefining path efficiency [J]. *Traffic Engineering and Control*, 1990.
- [37] LEURENT F M. Curbing the computational difficulty of the logit equilibrium assignment model[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1997, 31(4):315-326.
- [38] MENG Q, LEE D H, CHEU R L. Counting the different efficient paths for transportation networks and its applications[J]. *Journal of advanced transportation*, 2005, 39(2):193-220.
- [39] ZHAO R, XU X, CHEN A. Alternative method of counting the number of efficient paths in a transportation network[J]. *Transportmetrica A: Transport Science*, 2022, 18(3):1207-1233.
- [40] WILLIAMSON D P. *Network flow algorithms*[M]. [S.l.]: Cambridge University Press, 2019.
- [41] CRUZ-MEJÍA O, LETCHFORD A N. A survey on exact algorithms for the maximum flow and minimum-cost flow problems[J]. *Networks*, 2023.
- [42] 宁武. 平陆运河建设理念与方案探讨[J]. *水利水运工程学报*, 2023 (2):162-168.
- [43] 刘晓玲, 王桃, 吴晓磊. 平陆运河建设对西南部地区货运出海格局的影响[J]. *水运工程*, 2023(11):15-22.
- [44] 申威, 覃薇, 陈科宇. 城市桥梁群改建施工保通仿真技术研究与实践[J]. *交通科技*, 2023:28-33.
- [45] BING M. 平陆运河[EB/OL]. 2024. <https://www.bing.com/images/search?view=detailV2&ccid=1q%2bO3nvI&id=74491AD86A01C1EF293442C597F8599AB1AA028C>.