修改后的港口调度数学模型

1. 问题描述

港口设有 $|\mathcal{J}|$ 个泊位和 $|\mathcal{K}|$ 艘拖船，在调度周期 $\mathcal{T} = 1, 2, \ldots, T$ 内有 $|\mathcal{I}|$ 艘船舶申请靠泊。需为每艘船舶分配泊位、靠泊时刻及进/出港拖船服务，以最小化总调度成本。部分船舶允许不分配。

2. 符号定义

2.1 集合与索引

- $\mathcal{I} = 1, \ldots, m$：船舶集合，索引 i
- $\mathcal{J} = 1, \ldots, n$：泊位集合，索引 j
- $\mathcal{K} = 1, \ldots, K$：拖船集合，索引 k
- $\mathcal{T} = 1, \ldots, T$：时间集合，索引 t

2.2 参数

船舶-泊位匹配相关：

- S_i：船舶 i 的大小等级
- C_j：泊位 j 的能力等级

时间相关：

- ETA_i：船舶 i 的预期到达时段
- D_i：船舶 i 的靠泊作业时长（连续时段数）
- τ_i^{in}：船舶 i 的进港拖船服务时长
- τ_i^{out}：船舶 i 的离港拖船服务时长
- ρ^{in}：拖船完成进港服务后的准备时间
- ρ^{out}：拖船完成离港服务后的准备时间
- Δ_i^{early}：船舶 i 允许的最大提前时段数
- Δ_i^{late}：船舶 i 允许的最大延迟时段数

成本相关：

- α_i：船舶 i 的优先级权重
- β_i：船舶 i 的单位等待成本
- γ_i：船舶 i 的JIT偏差单位成本
- c_k：拖船 k 的单位时段使用成本

马力相关：

- P_k：拖船 k 的马力
- P_i^{req}：船舶 i 所需的最小拖船马力

系统参数：

- H_{max}：单次服务允许的最大拖船数量
- ϵ_{time}：时序约束允许的最大时间偏差
- M：大数参数（用于惩罚或逻辑放松）
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$：目标函数中的加权系数

2.3 决策变量

- $x_{ijt} \in 0, 1$：若船舶 i 在时段 t 开始在泊位 j 靠泊且 $C_j \geq S_i$，则取1

- $y_{ikt}^{in} \in 0,1$：若拖船 k 在时段 t 启动船舶 i 的进港服务，则取1
- $y_{ikt}^{out} \in 0,1$：若拖船 k 在时段 t 启动船舶 i 的离港服务，则取1
- $z_{it}^{in} \in 0,1$：若船舶 i 在时段 t 开始进港拖船服务，则取1（辅助变量）
- $z_{it}^{out} \in 0,1$：若船舶 i 在时段 t 开始离港拖船服务，则取1（辅助变量）
- $u_i^{early} \geq 0$：船舶 i 相对于ETA的提前时间
- $u_i^{late} \geq 0$：船舶 i 相对于ETA的延迟时间

3. 数学模型

3.1 目标函数

$$\min Z = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \lambda_3 Z_3 + \lambda_4 Z_4$$

未服务惩罚：

$$Z_1 = \sum_{i \in \mathcal{I}} M \cdot \alpha_i \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt}\right)$$

在港总时间成本：

$$Z_2 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \beta_i \left[\sum_{t \in \mathcal{T}} (t + \tau_i^{out}) z_{it}^{out} - \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot z_{it}^{in}\right]$$

ETA偏差成本：

$$Z_3 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \gamma_i \left(u_i^{early} + u_i^{late}\right)$$

其中，u_i^{early} 和 u_i^{late} 为ETA偏差的线性化辅助变量。

拖船使用成本：

$$Z_4 = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{t \in \mathcal{T}} c_k (\tau_i^{in} y_{ikt}^{in} + \tau_i^{out} y_{ikt}^{out})$$

3.2 约束条件

每艘船最多分配一次：

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt} \leq 1, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{1}$$

船舶-泊位匹配约束：

$$x_{ijt} = 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} : C_j < S_i \tag{2}$$

进港拖船与泊位耦合：

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} z_{it}^{in} = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt}, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{3}$$

离港拖船与泊位耦合：

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} z_{it}^{out} = \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt}, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{4}$$

拖船马力约束：

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} P_k y_{ikt}^{in} \geq P_i^{req} z_{it}^{in}, \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \tag{5}$$

$$\sum_{k\in\mathcal{K}} P_k y_{ikt}^{out} \geq P_i^{req} z_{it}^{out}, \quad \forall i\in\mathcal{I}, t\in\mathcal{T} \tag{6}$$

拖船数量限制：

$$\sum_{k\in\mathcal{K}} y_{ikt}^{in} \leq H_{max}\cdot z_{it}^{in}, \quad \forall i\in\mathcal{I}, t\in\mathcal{T} \tag{7}$$

$$\sum_{k\in\mathcal{K}} y_{ikt}^{out} \leq H_{max}\cdot z_{it}^{out}, \quad \forall i\in\mathcal{I}, t\in\mathcal{T} \tag{8}$$

辅助变量定义：

$$z_{it}^{in} \leq \sum_{k\in\mathcal{K}} y_{ikt}^{in}, \quad \forall i\in\mathcal{I}, t\in\mathcal{T} \tag{9}$$

$$z_{it}^{out} \leq \sum_{k\in\mathcal{K}} y_{ikt}^{out}, \quad \forall i\in\mathcal{I}, t\in\mathcal{T} \tag{10}$$

泊位容量约束：

$$\sum_{j\in\mathcal{J}} \sum_{\tau=\max(1,t-D_i+1)}^{t} x_{ij\tau} \leq 1, \quad \forall j\in\mathcal{J}, t\in\mathcal{T} \tag{11}$$

拖船容量约束（考虑准备时间）：

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} \left(\sum_{\tau=\max(1,t-\tau_i^{in}-\rho^{in}+1)}^{t} y_{ik\tau}^{in} + \sum_{\tau=\max(1,t-\tau_i^{out}-\rho^{out}+1)}^{t} y_{ik\tau}^{out} \right) \leq 1, \quad \forall k\in\mathcal{K}, t\in\mathcal{T} \tag{12}$$

拖船服务边界约束：

$$y_{ikt}^{in} = 0, \quad \forall i\in\mathcal{I}, k\in\mathcal{K}, t < ETA_i - \Delta_i^{early} \text{ 或 } t > ETA_i + \Delta_i^{late} \tag{13}$$

进港时序约束：

$$0 \leq \sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{t\in\mathcal{T}} t\cdot x_{ijt} - \sum_{t\in\mathcal{T}} (t+\tau_i^{in})\cdot z_{it}^{in} \leq \epsilon_{time}\cdot \sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{t\in\mathcal{T}} x_{ijt}, \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{14}$$

离港时序约束：

$$0 \leq \sum_{t\in\mathcal{T}} t\cdot z_{it}^{out} - \sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{t\in\mathcal{T}} (t+D_i)\cdot x_{ijt} \leq \epsilon_{time}\cdot \sum_{j\in\mathcal{J}}\sum_{t\in\mathcal{T}} x_{ijt}, \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{15}$$

ETA偏差线性化约束：

$$\sum_{t\in\mathcal{T}} t\cdot z_{it}^{in} = ETA_i + u_i^{late} - u_i^{early}, \quad \forall i\in\mathcal{I} \tag{16}$$

变量定义域约束：

$$\begin{gathered} x_{ijt}, y_{ikt}^{in}, y_{ikt}^{out}, z_{it}^{in}, z_{it}^{out} \in 0,1, \quad \forall i\in\mathcal{I}, j\in\mathcal{J}, k\in\mathcal{K}, t\in\mathcal{T} \\ u_i^{early}, u_i^{late} \geq 0, \quad \forall i\in\mathcal{I} \end{gathered} \tag{17}$$