

1. 问题描述

港口设有 $|\mathcal{J}|$ 个泊位，在调度周期 $\mathcal{T} = 1, 2, \dots, T$ 内有 $|\mathcal{I}|$ 艘船舶申请靠泊。需为每艘船舶分配泊位和靠泊时刻，以最小化总调度成本。部分船舶允许不分配。

2. 符号定义

2.1 集合与索引

- $\mathcal{I} = 1, \dots, m$: 船舶集合，索引 i
- $\mathcal{J} = 1, \dots, n$: 泊位集合，索引 j
- $\mathcal{T} = 1, \dots, T$: 时间集合，索引 t

2.2 参数

船舶-泊位匹配相关：

- S_i : 船舶 i 的等级（统一的大小/服务需求等级）
- C_j : 泊位 j 的服务能力等级

时间相关：

- ETA_i : 船舶 i 的预期到达时段
- D_i : 船舶 i 的靠泊作业时长（连续时段数）
- Δ_i^{early} : 船舶 i 允许的最大提前时段数
- Δ_i^{late} : 船舶 i 允许的最大延迟时段数

成本相关：

- α_i : 船舶 i 的优先级权重
- β_i : 船舶 i 的单位在港成本
- γ_i : 船舶 i 的JIT偏差单位成本

系统参数：

- M : 大数参数（用于惩罚或逻辑放松）
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: 目标函数中的加权系数

2.3 决策变量

- $x_{ijt} \in 0, 1$: 若船舶 i 在时段 t 开始在泊位 j 靠泊且 $C_j \geq S_i$ ，则取1
- $u_i^{early} \geq 0$: 船舶 i 相对于ETA的提前时间
- $u_i^{late} \geq 0$: 船舶 i 相对于ETA的延迟时间

3. 数学模型

3.1 目标函数

$$\min Z = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \lambda_3 Z_3$$

未服务惩罚：

$$Z_1 = \sum_{i \in \mathcal{I}} M \cdot \alpha_i \left(1 - \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt} \right)$$

在港总时间成本：

$$Z_2 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \beta_i \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (t + D_i) \cdot x_{ijt}$$

ETA偏差成本：

$$Z_3 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \gamma_i \left(u_i^{early} + u_i^{late} \right)$$

3.2 约束条件

每艘船最多分配一次：

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt} \leq 1, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{1}$$

船舶-泊位匹配约束：

$$x_{ijt} = 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} : C_j < S_i \tag{2}$$

泊位占用时间约束：

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{\tau = \max(1, t - D_i + 1)}^t x_{ij\tau} \leq 1, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \tag{3}$$

船舶靠泊时间窗约束：

$$x_{ijt} = 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t < ETA_i - \Delta_i^{early} \text{ 或 } t > ETA_i + \Delta_i^{late} \tag{4}$$

ETA偏差线性化约束：

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{ijt} = ETA_i + u_i^{late} - u_i^{early}, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{5}$$

变量定义域约束：

$$\begin{aligned} x_{ijt} &\in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \\ u_i^{early}, u_i^{late} &\geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I} \end{aligned} \tag{6}$$

4. 模型说明

4.1 主要简化

- 移除拖船决策**：完全去除了拖船分配变量 y_{ikt}^{in} 和 y_{ikt}^{out}
- 简化目标函数**：在港时间成本直接基于靠泊开始时间和作业时长计算
- 减少约束**：移除了所有拖船相关约束和时序协调约束

4.2 关键特性

- 泊位容量约束(3)**：确保每个泊位在任意时刻最多服务一艘船舶
- 时间窗约束(4)**：限制船舶只能在允许的时间范围内靠泊
- 匹配约束(2)**：确保只有能力足够的泊位才能服务相应等级的船舶

4.3 求解特点

此简化模型是一个混合整数线性规划问题，相比原模型：

- 决策变量数量大幅减少
- 约束结构更简单
- 求解效率显著提升
- 适用于纯泊位分配优化场景