

## 1. 问题描述

港口设有  $|\mathcal{J}|$  个泊位，在调度周期  $\mathcal{T} = 1, 2, \dots, T$  内有  $|\mathcal{I}|$  艘船舶申请靠泊。需为每艘船舶分配泊位和靠泊时刻，以最小化总调度成本。部分船舶允许不分配。

## 2. 符号定义

### 2.1 集合与索引

- $\mathcal{I} = 1, \dots, m$ : 船舶集合，索引  $i$
- $\mathcal{J} = 1, \dots, n$ : 泊位集合，索引  $j$
- $\mathcal{T} = 1, \dots, T$ : 时间集合，索引  $t$

### 2.2 参数

船舶-泊位匹配相关：

- $S_i$ : 船舶  $i$  的等级（统一的大小/服务需求等级）
- $C_j$ : 泊位  $j$  的服务能力等级

时间相关：

- $ETA_i$ : 船舶  $i$  的预期到达时段
- $D_i$ : 船舶  $i$  的靠泊作业时长（连续时段数）
- $\Delta_i^{early}$ : 船舶  $i$  允许的最大提前时段数
- $\Delta_i^{late}$ : 船舶  $i$  允许的最大延迟时段数

成本相关：

- $\alpha_i$ : 船舶  $i$  的优先级权重
- $\beta_i$ : 船舶  $i$  的单位在港成本
- $\gamma_i$ : 船舶  $i$  的JIT偏差单位成本

系统参数：

- $M$ : 大数参数（用于惩罚或逻辑放松）
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ : 目标函数中的加权系数

### 2.3 决策变量

- $x_{ijt} \in 0, 1$ : 若船舶  $i$  在时段  $t$  开始在泊位  $j$  靠泊且  $C_j \geq S_i$ ，则取1
- $u_i^{early} \geq 0$ : 船舶  $i$  相对于ETA的提前时间
- $u_i^{late} \geq 0$ : 船舶  $i$  相对于ETA的延迟时间

## 3. 数学模型

### 3.1 目标函数

$$\min Z = \lambda_1 Z_1 + \lambda_2 Z_2 + \lambda_3 Z_3$$

未服务惩罚：

$$Z_1 = \sum_{i \in \mathcal{I}} M \cdot \alpha_i \left( 1 - \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt} \right)$$

在港总时间成本：

$$Z_2 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \beta_i \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (t + D_i) \cdot x_{ijt}$$

ETA偏差成本：

$$Z_3 = \sum_{i \in \mathcal{I}} \alpha_i \gamma_i \left( u_i^{early} + u_i^{late} \right)$$

### 3.2 约束条件

每艘船最多分配一次：

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} x_{ijt} \leq 1, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{1}$$

船舶-泊位匹配约束：

$$x_{ijt} = 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} : C_j < S_i \tag{2}$$

泊位占用时间约束：

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{\tau = \max(1, t - D_i + 1)}^t x_{ij\tau} \leq 1, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \tag{3}$$

船舶靠泊时间窗约束：

$$x_{ijt} = 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t < ETA_i - \Delta_i^{early} \text{ 或 } t > ETA_i + \Delta_i^{late} \tag{4}$$

ETA偏差线性化约束：

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{ijt} = ETA_i + u_i^{late} - u_i^{early}, \quad \forall i \in \mathcal{I} \tag{5}$$

变量定义域约束：

$$\begin{aligned} x_{ijt} &\in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T} \\ u_i^{early}, u_i^{late} &\geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I} \end{aligned} \tag{6}$$

## 4. 模型说明

### 4.1 主要简化

- 移除拖船决策：**完全去除了拖船分配变量  $y_{ikt}^{in}$  和  $y_{ikt}^{out}$
- 简化目标函数：**在港时间成本直接基于靠泊开始时间和作业时长计算
- 减少约束：**移除了所有拖船相关约束和时序协调约束

### 4.2 关键特性

- 泊位容量约束(3)：**确保每个泊位在任意时刻最多服务一艘船舶
- 时间窗约束(4)：**限制船舶只能在允许的时间范围内靠泊
- 匹配约束(2)：**确保只有能力足够的泊位才能服务相应等级的船舶

### 4.3 求解特点

此简化模型是一个混合整数线性规划问题，相比原模型：

- 决策变量数量大幅减少
- 约束结构更简单
- 求解效率显著提升
- 适用于纯泊位分配优化场景