

九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和4年度入学試験問題

【令和3年8月30日（月）、31日（火）】

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程 入学試験問題
(令和3年8月30日)

数学 (Mathematics)

(5枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

- 問題用紙は表紙を含め5枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。

You are given 5 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

- 線形代数、解析学・微積分の2分野に加えて、ベクトル解析および確率・統計から1分野を選択し、合計3分野について解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。

Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	確率・統計	Probability and statistics	5

- 解答用紙の全部に、専攻名、受験番号および氏名を記入すること。3枚目の解答用紙については、選択した分野番号(3または4)を○で囲むこと。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

数学 (Mathematics)

(5枚中の2)

分野毎に解答用紙を別にすること。

Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

n 次元ユークリッド空間上の $n+1$ 個の点 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_{n+1} \in \mathbb{R}^n$ に対し、2点 $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j$ 間のユークリッド距離を $d_{i,j} = \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|$ で表す。ただし、各 \mathbf{p}_i は列ベクトルである。また、 $g_{i,j} = d_{i,n+1}^2 + d_{j,n+1}^2 - d_{i,j}^2$ ($1 \leq i, j \leq n$) を添字順に並べて得られる行列を $G = (g_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とする。このとき以下の各問い合わせよ。

- (1) $n = 2$ とする。以下の2つの場合に対して、等式条件を満たす3個の点 $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 \in \mathbb{R}^2$ の組をそれぞれ1つ求めよ。
 - (a) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 1, 1)$
 - (b) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 2, 3)$
- (2) $\mathbf{x}_j = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_{n+1}$ ($1 \leq j \leq n$) とし、 \mathbf{x}_j を添字順に並べて得られる行列を $X = (\mathbf{x}_j) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とする。(1)で求めた答えに対し、 $X^\top X$ をそれぞれ計算せよ。
- (3) 一般に G が半正定値であることを示せ。ただし、 $n \times n$ 実対称行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ が半正定値であるとは、任意のベクトル $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ に対して $\mathbf{v}^\top A \mathbf{v} \geq 0$ が成り立つことをいう。

For $n+1$ points $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_{n+1} \in \mathbb{R}^n$ in the n -dimensional Euclidean space, let $d_{i,j} = \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\|$ denote the Euclidean distance between two points \mathbf{p}_i and \mathbf{p}_j , where each \mathbf{p}_i is a column vector. Let $G = (g_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ be the matrix obtained by arranging $g_{i,j} = d_{i,n+1}^2 + d_{j,n+1}^2 - d_{i,j}^2$ ($1 \leq i, j \leq n$) in the index order. Answer the following questions.

- (1) Let $n = 2$. For each of the following two cases, find a tuple of three points $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 \in \mathbb{R}^2$ satisfying the condition:
 - (a) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 1, 1)$;
 - (b) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 2, 3)$.
- (2) Define $\mathbf{x}_j = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_{n+1}$ ($1 \leq j \leq n$), and let $X = (\mathbf{x}_j) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ be the matrix obtained by arranging \mathbf{x}_j in the index order. For each of the two answers in (1), calculate $X^\top X$.
- (3) Prove that G is positive semidefinite in general, where an $n \times n$ real symmetric matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is said to be positive semidefinite if $\mathbf{v}^\top A \mathbf{v} \geq 0$ for every vector $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$.

数学 (Mathematics)

(5枚中の3)

分野毎に解答用紙を別にすること。

Use a separate answer sheet for each field.

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

- (1) \mathbb{R}^m 上で微分可能な実数値関数 $f(x)$ ($x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$) について, $x_i = v_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とおく. ただし, 各 v_i は \mathbb{R} 上で微分可能な関数とする. 次の各問いに答えよ.

(a) $\frac{df}{dt}$ を $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ と $\frac{dv_i}{dt}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) で表せ.

(b) $m = 2$, $f(x) = x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2$, $v_1(t) = \sin t$, $v_2(t) = e^t$ のとき, $\frac{df}{dt}$ を求めよ.

- (2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2}$$

- (3) 閉曲線 C に沿った複素積分 $\oint_C \frac{\cos z}{(2z - \pi)^3} dz$ を求めよ. ただし, C は円 $|z| = 2$ とする.

- (1) For a differentiable function $f(x)$ over \mathbb{R}^m ($x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$), assume that $x_i = v_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$), where each v_i is differentiable over \mathbb{R} . Answer the following questions.

(a) Express $\frac{df}{dt}$ using $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ and $\frac{dv_i}{dt}$ ($i = 1, 2, \dots, m$).

(b) Let $m = 2$, $f(x) = x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2$, $v_1(t) = \sin t$, and $v_2(t) = e^t$. Find $\frac{df}{dt}$.

- (2) Find the general solution to the following differential equation.

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2}.$$

- (3) Calculate the complex integral $\oint_C \frac{\cos z}{(2z - \pi)^3} dz$, where the closed contour C is given by a circle $|z| = 2$.

数学 (Mathematics)

(5枚中の4)

分野毎に解答用紙を別にすること。

Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x , y , z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} とする。ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 10z\mathbf{k}$ とする。次の面 S_1 , S_2 及び S_3 に対する面積分を計算せよ。

- (1) S_1 を円筒面 $x^2 + z^2 = 1$ ($0 \leq y \leq 4$) とする (上面と底面の無い円筒の表面)。円筒外向き法線ベクトルを用いよ。
- (2) S_2 を円筒面の一部 $x^2 + z^2 = 1$ ($0 \leq y \leq 4$, $0 \leq z$) と長方形面 $z = 0$ ($-1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 4$) からなる半円筒面とする (上面と底面の無い半円筒の表面)。半円筒外向き法線ベクトルを用いよ。
- (3) S_3 を円筒面 $x^2 + z^2 = 1$ と、平面 $z = 0$, $y = 0$, $x + y = 4$ で囲まれた領域の境界とする。外向き法線ベクトルを用いよ。

The unit vectors on x , y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by \mathbf{i} , \mathbf{j} and \mathbf{k} , respectively. Let the vector field $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 10z\mathbf{k}$. Find the integral of \mathbf{F} over the following areas S_1 , S_2 and S_3 .

- (1) S_1 is the part of the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$ ($0 \leq y \leq 4$), i.e., the surface of the cylinder without top and bottom disks. Use the normal vector pointing outside the cylinder.
- (2) S_2 is the surface consisting of the part of the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$ ($0 \leq y \leq 4$, $0 \leq z$) and the rectangular surface $z = 0$ ($-1 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 4$), i.e., the surface of the half-cylinder without top and bottom planes. Use the normal vector pointing outside the half-cylinder.
- (3) S_3 is the boundary of the region enclosed by the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$, the planes $z = 0$, $y = 0$ and $x + y = 4$. Use the outward pointing normal vector.

数学 (Mathematics)

(5枚中の5)

分野毎に解答用紙を別にすること。

Use a separate answer sheet for each field.

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

2以上の自然数 n に対して, $P = (P_1, \dots, P_n)$ は一様ランダムに選ばれた $\{1, \dots, n\}$ の順列とする. 任意の自然数 i, j ($1 \leq i < j \leq n$) に対して,

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & (P_i > P_j \text{ の場合}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

とする. また, $Y_i = \sum_{j=i+1}^n X_{ij}$ ($1 \leq i \leq n-1$) とし, $Z = \sum_{i=1}^{n-1} Y_i$ とする. 以下の各問い合わせよ.

- (1) Z の期待値 $E[Z]$ を求めよ.
- (2) i ($1 \leq i \leq n-2$) と k ($0 \leq k \leq n-i$) に対して, $Y_{n-1} = l$ ($l \in \{0, 1\}$) の条件の下で $Y_i = k$ となる条件付確率 $\Pr[Y_i = k | Y_{n-1} = l]$ を求めよ.
- (3) Z の分散 $\text{Var}[Z]$ を求めよ. ただし $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ を用いて良い.

For an arbitrary natural number n greater than 1, let $P = (P_1, \dots, P_n)$ be a permutation of $\{1, \dots, n\}$ chosen uniformly at random. Let

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{if } P_i > P_j), \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases}$$

for any natural numbers i, j ($1 \leq i < j \leq n$). Let $Y_i = \sum_{j=i+1}^n X_{ij}$ ($1 \leq i \leq n-1$) and $Z = \sum_{i=1}^{n-1} Y_i$. Answer the following questions.

- (1) Find the expectation $E[Z]$ of Z .
- (2) Find the conditional probability $\Pr[Y_i = k | Y_{n-1} = l]$ of $Y_i = k$ for i ($1 \leq i \leq n-2$) and k ($0 \leq k \leq n-i$) under the condition of $Y_{n-1} = l$ ($l \in \{0, 1\}$).
- (3) Find the variance $\text{Var}[Z]$ of Z . You may use $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)

専門科目 (Specialized subjects)

(1/29)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

- 問題用紙は表紙を含め29枚、解答用紙は3枚つづり2部(1分野につき1部)である。

You are given 29 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).

- 以下の6分野から2分野を選び解答すること。解答用紙は1分野につき1部、大問1つあたり1枚を使用すること。1枚に大問2問以上の解答を書いてはならない。

Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question.

You may not use one sheet for two or more questions

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	情報理論	Information theory	6
C	オートマトンと言語	Automata and formal languages	10
D	電磁気学	Electromagnetism	14
E	アルゴリズム／プログラミング	Algorithms and programming	18
F	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	24

- 解答用紙の全部に、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.

- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.

- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (2/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】図1に示す回路において、電流 I_1 と電圧 E の位相差が $\arg(\frac{E}{I_1}) = \frac{\pi}{6}$, $|\frac{E}{I_1}| = 2$ である。以下の問いに答えよ。なお、コイルの相互インダクタンスは無視する。

- (1) R_1 および X_1 を求めよ。
- (2) $|\frac{V}{E}| = 1$ となるときの $\arg(\frac{V}{E})$ を求めよ。

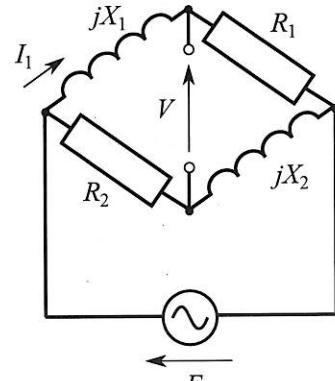


図1

【問2】図2の回路について、以下の問いに答えよ。

- (1) 図2(a)において、端子対 1-1' より左側をみたときのアドミタンス Y_1 を求めよ。
- (2) 図2(a)の端子対 1-1' に図2(b)に示すアドミタンス $Y_2 = G + jB$ を接続したとする。コンダクタンス G (> 0) およびサセプタンス B は可変とする。アドミタンス Y_2 における最大消費電力 P を最大とする G および B を求めよ。また、このときの消費電力 P の最大値を求めよ。

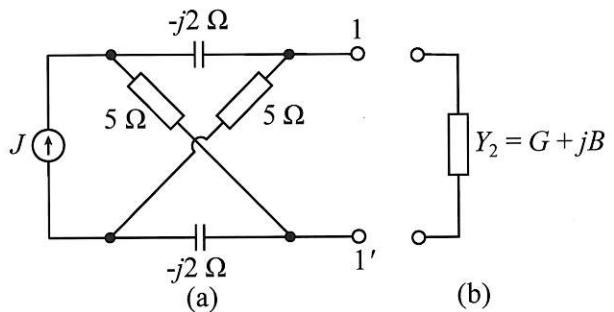


図2

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (3/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路において、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E の角周波数を ω , L_1 と L_2 を自己インダクタンス, $M(>0)$ を相互インダクタンスとする。

- (1) 図3(b)の回路が図3(a)の点線で囲まれた2端子対回路と等価なとき、インピーダンス Z_1 , Z_2 と Z_3 を L_1 , L_2 , M を使ってそれぞれ表せ。
- (2) 図3(a)の端子対 1-1' から右側を見た入力インピーダンス Z を求めよ。

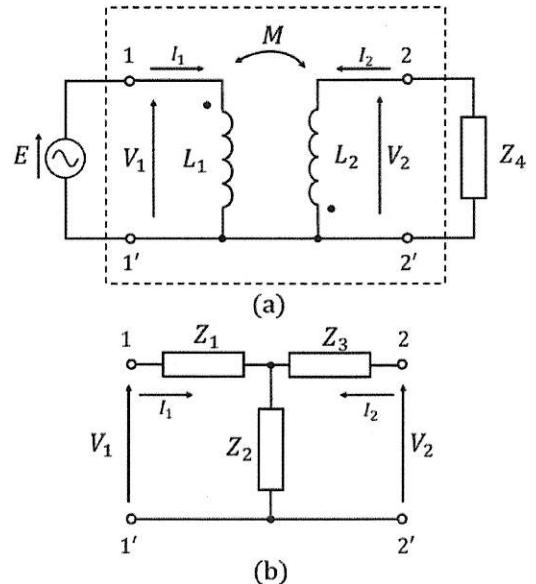


図3

【問4】 図4の回路で $t = 0$ でスイッチ S_1 を開くと同時にスイッチ S_2 を閉じたとする。 $E = 2\text{ V}$, $C = 1\text{ F}$, $L = 1\text{ H}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1\Omega$ の場合に関して、以下の問いに答えよ。ただし $v(0) = 1\text{ V}$ であり、 $t = 0$ で回路は定常状態であったとする。

- (1) $i(0)$ を求めよ。
- (2) $v(t)$ ($t \geq 0$) を求めよ。

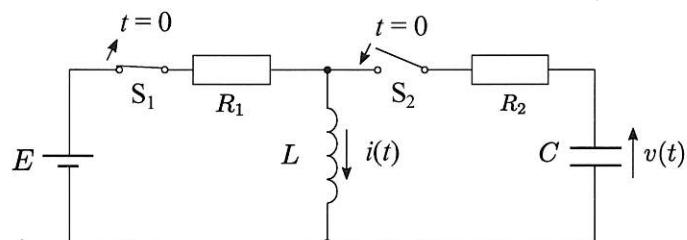


図4

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)

(4/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Select two out of the four questions **【Q1】** ~ **【Q4】** and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference between I_1 and E is $\arg(\frac{E}{I_1}) = \frac{\pi}{6}$ and $|\frac{E}{I_1}| = 2$. Here, the mutual inductance between the coils can be ignored. Answer the following questions.

- (1) Find the value of R_1 and X_1 .
- (2) Find $\arg(\frac{V}{E})$, if $|\frac{V}{E}| = 1$.

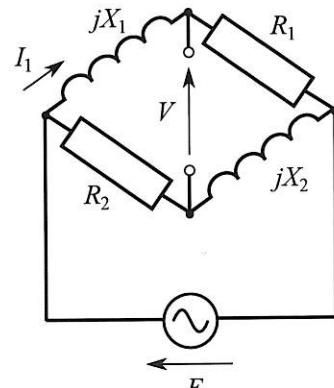


Fig. 1

【Q2】 Consider the circuits shown in Fig. 2. Answer the following questions.

- (1) In Fig. 2(a), find the admittance Y_1 measured leftward from the terminal 1-1'.
- (2) The admittance $Y_2 = G + jB$ in Fig. 2(b) is connected in series between the terminals 1-1' in Fig. 2(a), where the conductance $G (> 0)$ and the susceptance B are variable. When the power consumption P at the admittance Y_2 is maximized with respect to G and B , find the value of G and B . Also, find the maximized power consumption P .

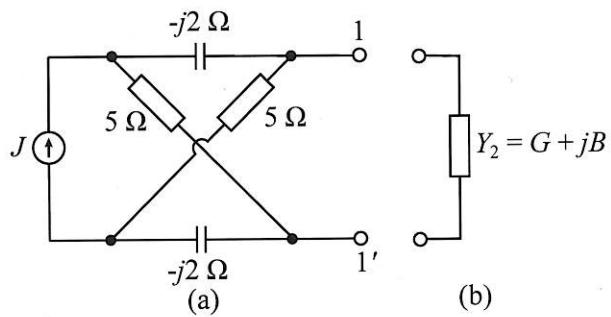


Fig. 2

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (5/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where the source E has the angular frequency ω , L_1 and L_2 are the self-inductances, and $M > 0$ is the mutual inductance. Answer the following questions.

- (1) When the circuit in Fig. 3(b) is equivalent to the circuit surrounded by a dotted line in Fig. 3(a), find the impedance Z_1 , Z_2 and Z_3 using L_1 , L_2 and M .
- (2) Find the impedance Z in the right side seen from terminals 1-1' in Fig. 3(a).

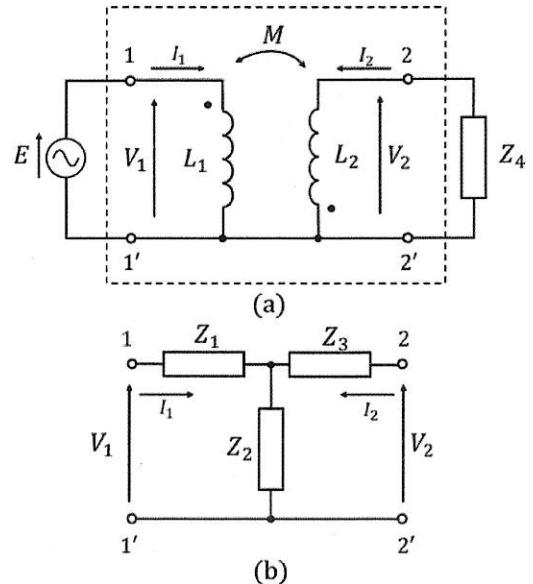


Fig. 3

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where the switch S_1 is opened and S_2 is closed simultaneously at $t = 0$, and $E = 2$ V, $C = 1$ F, $L = 1$ H, $R_1 = 2 \Omega$ and $R_2 = 1 \Omega$. Answer the following questions assuming that $v(0) = 1$ V and the circuit is in steady state at $t = 0$.

- (1) Find $i(0)$.
- (2) Find $v(t)$ ($t \geq 0$).

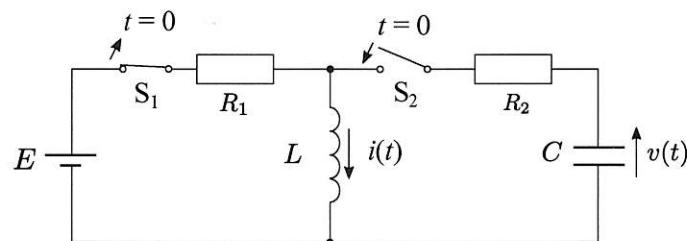


Fig. 4

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(6/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 k を正の整数とする。入力アルファベットが $\mathcal{X} = \{0, 1\}^k$ 、出力アルファベットが $\mathcal{Y} = \{0, 1\}^k$ の無記憶な通信路 $W(Y|X)$ を

$$W(Y|X) = \begin{cases} 0 & (d(X, Y) = 0) \\ \frac{1}{k} & (d(X, Y) = 1) \\ 0 & (d(X, Y) \geq 2) \end{cases}$$

で定める。ただし、 $d(X, Y)$ は、 $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ と $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$ の間のハミング距離

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^k |X_i - Y_i|$$

を表す。この通信路の通信路容量を求めよ。

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(7/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】アルファベットが $\{1, 2, 3, 4\}$ である単純マルコフ情報源の遷移確率行列が

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 1 - \gamma \end{pmatrix}$$

で与えられたとする。ここで、 (i, j) 成分は遷移確率 $P(j|i)$ を表し、 $0 < \gamma < 1$ とする。
以下の問いに答えよ。

- (1) このマルコフ情報源の状態遷移図を図示せよ。
- (2) このマルコフ情報源の定常確率分布が $(1/8, 1/4, 1/8, 1/2)$ であるとき、 γ の値を求めよ。
- (3) γ が前問で求めた値をとるとき、このマルコフ情報源のエントロピーレートを求めよ。
- (4) このマルコフ情報源に従う確率変数の列 X_1, X_2, \dots を考える。 X_1 が上記の定常確率分布 $(1/8, 1/4, 1/8, 1/2)$ に従う場合、 (X_1, X_2) に対するハフマン符号化を行い、その符号の木を図示せよ。ただし、符号語のアルファベットは $\{0, 1\}$ とする。

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(8/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】 【Q2】).

【Q1】 Let k be a positive integer. Define a memoryless channel $W(Y|X)$ with the input alphabet $\mathcal{X} = \{0, 1\}^k$ and the output alphabet $\mathcal{Y} = \{0, 1\}^k$ by

$$W(Y|X) = \begin{cases} 0 & (d(X, Y) = 0) \\ \frac{1}{k} & (d(X, Y) = 1) \\ 0 & (d(X, Y) \geq 2), \end{cases}$$

where $d(X, Y)$ is the Hamming distance between $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ and $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$ defined by

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^k |X_i - Y_i|.$$

Find the channel capacity of this channel.

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(9/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Suppose that the state transition matrix of a simple Markov source over the alphabet $\{1, 2, 3, 4\}$ is given by

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 1 - \gamma \end{pmatrix},$$

where the (i, j) -th element is the state transition probability $P(j|i)$, and γ satisfies $0 < \gamma < 1$. Answer the following questions.

- (1) Draw a state transition diagram of the Markov source.
- (2) Assume the stationary distribution of the Markov source is $(1/8, 1/4, 1/8, 1/2)$. Find the value of γ .
- (3) For the γ obtained in the previous question, find the entropy rate of the Markov source.
- (4) Let a sequence of random variables X_1, X_2, \dots be outputs of the Markov source. When X_1 follows the stationary distribution $(1/8, 1/4, 1/8, 1/2)$, construct a Huffman code for (X_1, X_2) and show the code tree. (Let the alphabet for the codewords be $\{0, 1\}$.)

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (10/29)

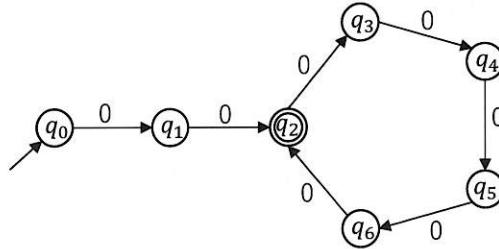
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い合わせ (【問1】【問2】) に答えよ。

【問1】以下の状態遷移図を持つ決定性有限オートマトンを $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ とする。ただし、 $K = \{q_0, q_1, \dots, q_6\}$ は状態集合、 $\Sigma = \{0\}$ は文字 0 のみからなるアルファベット、 $\delta : K \times \Sigma \rightarrow K$ は遷移関数、 q_0 は初期状態、 $F = \{q_2\}$ は最終状態の集合をそれぞれ表す。



このオートマトン M に基づいて、決定性有限オートマトン $\tilde{M} = (\tilde{K}, \tilde{\Sigma}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0, \tilde{F})$ を、
 $\tilde{K} = K \times K$, $\tilde{\Sigma} = \{0, 1\}$, $\tilde{q}_0 = (q_0, q_0)$, $\tilde{F} = \{(q_2, q_2)\}$,

$$\tilde{\delta}((q, q'), a) = \begin{cases} (\delta(q, 0), \delta(q', 0)) & a = 0 \text{ のとき}, \\ (\delta(q, 0), \delta(\delta(q', 0), 0)) & a = 1 \text{ のとき}. \end{cases}$$

と定義する。入力文字列 10 に対するオートマトン \tilde{M} の状態系列は $(q_0, q_0) \rightarrow (q_1, q_2) \rightarrow (q_2, q_3)$ 、遷移先状態はその最後の状態 (q_2, q_3) であることに注意せよ。以下の各問い合わせに答えよ。

- (1) 入力文字列 01101 に対するオートマトン \tilde{M} の状態系列を記せ。
- (2) n (≥ 1) が 5 の倍数のとき、入力文字列 1^n に対するオートマトン \tilde{M} の遷移先状態が (q_5, q_5) となることを示せ。
- (3) 長さ 2 以上の入力文字列 $w \in \{0, 1\}^*$ に対するオートマトン \tilde{M} の遷移先状態を (q_{i_w}, q_{j_w}) 、 $i_w, j_w \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ とする。 i_w と j_w を、 $\#_0(w)$, $\#_1(w)$ を用いた式で表せ。ただし、 $\#_a(w)$ は文字列 w に現れる文字 a の個数である。
- (4) オートマトン \tilde{M} が受理する言語は

$$\{w \in \{0, 1\}^* \mid \#_0(w) \bmod 5 = 2, \#_1(w) \bmod 5 = 0\}$$

であることを示せ。ただし、 $x \bmod y$ は x を y で割ったときの余りを表す。

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(11/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】文字列 x と文字列 y に対して, $\#_y(x)$ を x における y の部分文字列としての出現回数とする。例えば, 文字列 $x = abbbabb$ と文字列 $y = bb$ について, $\#_y(x) = 3$ である。また, 文字列 x の反転文字列を x^R と表す。次の各言語を考える。

$$\begin{aligned}L_1 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \#_a(x) = \#_b(x)\} \\L_2 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \#_{ab}(x) = \#_{ba}(x)\} \\L_3 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \#_{aa}(x) = \#_{bb}(x) = 0\} \\L_4 &= \{xx^R \mid x \in \{a, b\}^*\} \\L_5 &= \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, j = i + k\}\end{aligned}$$

言語 L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 のそれぞれについて,

- 正則であれば, それを表す正規表現を与えよ。
- 正則でなければ, それを生成する文脈自由文法を与えよ。

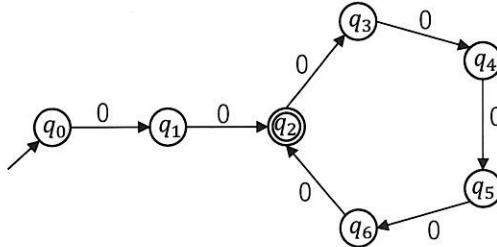
令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (12/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions ([Q1] [Q2]).

[Q1] Consider the deterministic finite-state automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ that has the following state transition diagram, where $K = \{q_0, q_1, \dots, q_6\}$ is the set of states, $\Sigma = \{0\}$ is the alphabet consisting of a single symbol 0, $\delta : K \times \Sigma \rightarrow K$ is the transition function, q_0 is the initial state, and $F = \{q_2\}$ is the set of final states.



Based on this automaton M , we define another deterministic finite-state automaton $\tilde{M} = (\tilde{K}, \tilde{\Sigma}, \tilde{\delta}, \tilde{q}_0, \tilde{F})$ as $\tilde{K} = K \times K$, $\tilde{\Sigma} = \{0, 1\}$, $\tilde{q}_0 = (q_0, q_0)$, $\tilde{F} = \{(q_2, q_2)\}$, and

$$\tilde{\delta}((q, q'), a) = \begin{cases} (\delta(q, 0), \delta(q', 0)) & \text{if } a = 0, \\ (\delta(q, 0), \delta(\delta(q', 0), 0)) & \text{if } a = 1. \end{cases}$$

Note that for string 10 input to the automaton \tilde{M} , the state sequence is $(q_0, q_0) \rightarrow (q_1, q_2) \rightarrow (q_2, q_3)$ and the transition destination is its final state (q_2, q_2) . Answer the following questions.

- (1) Describe the state sequence of \tilde{M} for input string 01101.
- (2) Prove that if n (≥ 1) is a multiple of 5, then the transition destination of \tilde{M} for input string 1^n is (q_5, q_5) .
- (3) Let the transition destination of \tilde{M} for input string $w \in \{0, 1\}^*$ of length at least 2 be denoted by (q_{i_w}, q_{j_w}) , $i_w, j_w \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Find formulas representing i_w and j_w in terms of $\#_0(w)$ and $\#_1(w)$, where $\#_a(w)$ denotes the number of occurrences of symbol a in the string w .
- (4) Prove that the language accepted by the automaton \tilde{M} is

$$\{w \in \{0, 1\}^* \mid \#_0(w) \bmod 5 = 2, \#_1(w) \bmod 5 = 0\},$$

where by $x \bmod y$ we mean the remainder when x is divided by y .

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(13/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 For strings x and y , let $\#_y(x)$ denote the number of occurrences of y in x as substrings.

For instance, for strings $x = abbbabb$ and $y = bb$, $\#_y(x) = 3$. For a string x , let x^R denote the reversed string of x . Consider the following languages:

$$\begin{aligned}L_1 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \#_a(x) = \#_b(x)\}, \\L_2 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \#_{ab}(x) = \#_{ba}(x)\}, \\L_3 &= \{x \in \{a, b\}^* \mid \#_{aa}(x) = \#_{bb}(x) = 0\}, \\L_4 &= \{xx^R \mid x \in \{a, b\}^*\}, \\L_5 &= \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, j = i + k\}.\end{aligned}$$

For each of the languages L_1 , L_2 , L_3 , L_4 , and L_5 ,

- if it is regular, give a regular expression which represents it;
- if it is not regular, give a context-free grammar which generates it.

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (14/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

次の各問（問1 問2）に答えよ。

問1

- (1) 図1(a)に示すように、抵抗率 ρ 、厚さ t の無限大平板に同じ厚さの半径 a の円盤型電極が埋め込まれている。電位 V_0 の電極の側面からは周囲の平板に電流 I が放射状に均一に流れ出している。電極中心から距離 r の位置における電位 V および電界 E を求めよ。
- (2) 図1(b)に示すように、(1)と同じ無限大平板に同じ厚さの半径 a の円盤型電極 A, B が埋め込まれている。電極 A, B の電位はそれぞれ V_A , V_B であり、電極の中心間距離は d で $d \gg a$ である。電極 A の側面からは、周囲の平板に電流 I が放射状に均一に流れ出している。電極 B の側面には、周囲の平板から電流 I が放射状に均一に流れ込んでいる。電極 A から距離 r_1 、電極 B から距離 r_2 だけ離れた点 P における電位 V_P を求めよ。
- (3)(2)において、電極 A, B 間の抵抗 R を求めよ。

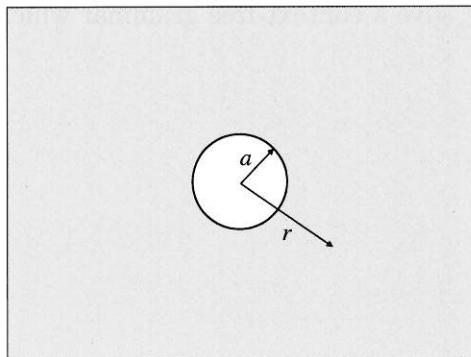


図1(a)

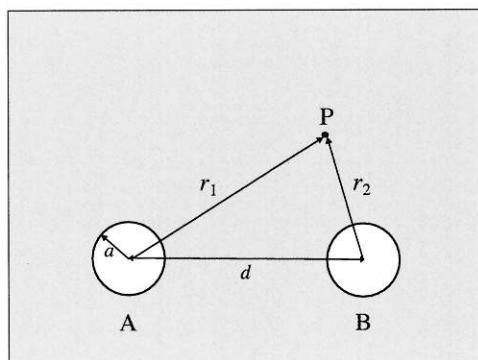


図1(b)

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (15/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

問2 図2に示すような、長さ l 、半径 R の中空円筒が真空中に置かれ、その表面が面電荷密度 σ で一様に帯電している。ただし、 $l \gg R$ とし、端効果は無視できるとする。また、円筒の厚みは無視できるものとする。真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 中空円筒を中心軸まわりに角速度 ω_f で回転させた。中空円筒表面での表面電流密度 k の大きさを求めよ。
- (2) (1)において、中空円筒内外に発生する磁束密度 B の大きさを求めよ。
- (3) 中空円筒を回転させるために行なった仕事は、磁界のエネルギーとして空間に蓄えられる。中空円筒を静止状態から角速度 ω_f で回転させるために必要な単位長さあたりの仕事 W_1 を求めよ。
- (4) 時刻 $t = 0$ で中空円筒を回転しはじめ、時刻 $t = T$ で角速度が ω_f になったとする。時刻 t における角速度を $\omega(t)$ としたとき、中空円筒内部に発生する誘導電界 E の大きさを $\omega(t)$ および $d\omega(t)/dt$ を用いて表せ。
- (5) (4)において、円筒表面におけるポインティングベクトル s_p の大きさを $\omega(t)$ および $d\omega(t)/dt$ を用いて表せ。またその向きを求めよ。
- (6) (5)の結果を用いて、時刻 $t = 0$ から $t = T$ の間に円筒内に蓄えられる単位長さ当たりのエネルギー W_2 を求め、(3)の結果と比較せよ。

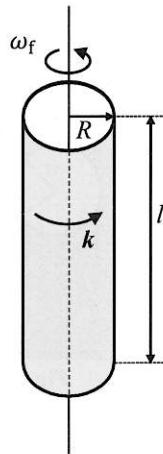


図2

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (16/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2]).

[Question 1]

- (1) As shown in Fig. 1(a), a circular electrode with radius a and thickness t is embedded in an infinite plate with electrical resistivity ρ and thickness t . The electric potential of the electrode is kept at V_0 . An electric current I uniformly flows out from the lateral surface of the electrode to the surrounding plate in a radial direction. Give the electric potential V and the electric field strength E at a position of radial distance r from the electrode center.
- (2) As shown in Fig. 1(b), two circular electrodes A and B are embedded in an infinite plate with electrical resistivity ρ and thickness t . Both electrodes have the same radius a and thickness t . The electric potentials of the electrodes A and B are kept at V_A and V_B , respectively. The distance between the two electrode centers is d ($d \gg a$). An electric current I uniformly flows out from the lateral surface of the electrode A to the surrounding plate in a radial direction. An electric current I uniformly flows into the lateral surface of the electrode B from the surrounding plate in a radial direction. Give the electric potential V_P at the point P, which is located at distance r_1 from the center of the electrode A and at distance r_2 from the center of the electrode B.
- (3) In the case of (2), give the electrical resistance R between the electrodes A and B.

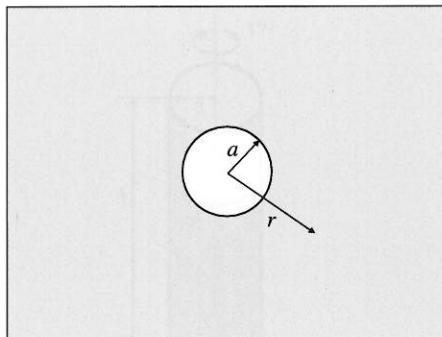


Fig. 1(a)

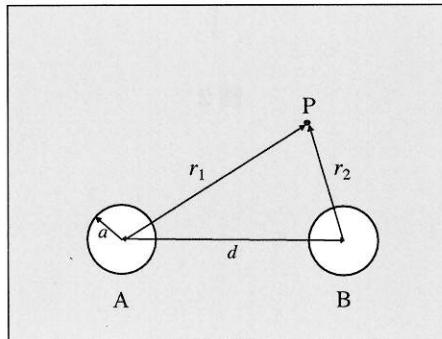


Fig. 1(b)

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (17/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

[Question 2] As shown in Fig. 2, a cylindrical shell of length l and radius R is placed in vacuum and charged uniformly with a surface charge density σ . Here, $l \gg R$, so that edge effects can be neglected. Also, the thickness of the cylindrical shell can be neglected. The permeability of vacuum is μ_0 .

- (1) The cylindrical shell is rotating with an angular velocity ω_f around its axis. Give the surface current density value k at the surface of the cylindrical shell.
- (2) In the case of (1), give the magnitude of the magnetic flux densities B inside and outside the cylindrical shell.
- (3) The energy stored in the magnetic field is equal to the work done to rotate the cylindrical shell. Give the work per unit length W_1 needed to rotate the cylindrical shell at the angular velocity ω_f .
- (4) Assume that the cylindrical shell starts rotating from rest at time $t = 0$, and it reaches the angular velocity ω_f at time $t = T$. Give the magnitude of the induced electric field E in the cylindrical shell using $\omega(t)$ and $d\omega(t)/dt$.
- (5) In the case of (4), give the magnitude of the Poynting vector S_p at the surface of the cylindrical shell using $\omega(t)$ and $d\omega(t)/dt$. Also, give the direction of the Poynting vector S_p .
- (6) Using the results of (5), give the energy stored per unit length W_2 of the cylindrical shell between time $t = 0$ and $t = T$, and compare it with the result of problem (3).

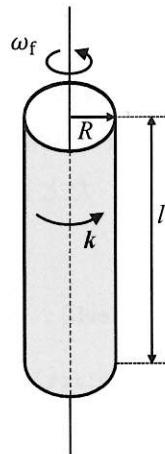


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(18/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム／プログラミング(Algorithms and programming) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 整数，実数，文字列，リストを要素に含むリスト L が，Python で，次のように定義されている。 $L=[1, "2", [3, "4", 5, ["6", 7, ["8", 9]]], 10, 1.0]$

また，リスト $alist$ の先頭要素を返す関数 $first(alist)$ と先頭以外の残りの要素を返す関数 $rest(alist)$ も定義されているとする。たとえば， $first(L)$ は 1 を， $rest(L)$ は $["2", [3, "4", 5, ["6", 7, ["8", 9]]], 10, 1.0]$ を返す。以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $first$ と関数 $rest$ を使って，リスト L の中の要素 3 と "4" をそれぞれ取り出す式を Python で書きなさい。

(2) 引数として与えられたリスト $alist$ の要素の中の，整数または実数を全て取り出し，リストとして返す関数 $numList(alist)$ を，関数 $filter(f, obj)$ を用いて定義しなさい。たとえば， $numList(L)$ は， $[1, 10, 1.0]$ を返す。ここで関数 $filter(f, obj)$ は，関数 f と，繰り返し可能 (iterable) なオブジェクト obj を引数として受け取り， f が $None$ でなければ generator 式 ($item \text{ for } item \text{ in } obj \text{ if } f(item)$) と等価である。

(3) 引数として与えられたリスト $alist$ に対して再帰的に整数または実数を全て取り出し，リストとして返す関数 $recurNumList(alist)$ を定義するため，(A) から (D) に入る式を答えなさい。たとえば $recurNumList(L)$ は， $[1, 3, 5, 7, 9, 10, 1.0]$ を返す。

```
def recurNumList(alist):
    def recur_NumList(alist, newL):
        if alist == []:
            return newL
        elif isinstance(first(alist), list):
            return ( A )
        elif isinstance(first(alist), int) or isinstance(first(alist), float):
            ( B )
            return ( C )
        else:
            return ( D )
    return recur_NumList(alist, [])
```

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(19/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- (4) 引数として与えられたリスト `alist` に対して再帰的に奇数または実数を全て取り出し、その総和を計算して返す関数 `recurSum(alist)` を、関数 `reduce` を利用して定義しなさい。たとえば `recurSum(L)` は 26.0 を返す。なお関数 `reduce` は以下のように定義されている。

```
def reduce(function, iterable, initializer=None):
    it = iter(iterable)
    if initializer is None:
        value = next(it)
    else:
        value = initializer
    for element in it:
        value = function(value, element)
    return value
```

【問2】次の各問いに答えよ。

- (1) 下記の関係 R に対し、次の各問いに答えよ。ただし、 $\sigma_F(T)$ は関係 T に対する条件 F による選択を、 $\pi_A(T)$ は関係 T に対する属性 A に関する射影を表す。

R	Id	Name	Subject	Score
	001	Sato	Math	69
	001	Sato	English	74
	002	Tanaka	Math	98
	002	Tanaka	Science	54
	002	Tanaka	English	65
	003	Suzuki	English	83
	003	Suzuki	Math	47
	004	Tanaka	Math	88
	004	Tanaka	Science	91

- (a) 関係代数の演算 $\pi_{Id, Name, Score}(\sigma_{Subject='Math'}(R))$ によって得られる関係 S の全てのタプルを答えよ。
- (b) (a) で求めた関係 S に対し、 $S_1 = \pi_{Id, Name}(S)$, $S_2 = \pi_{Name, Score}(S)$ と置く。関係 S_1, S_2 の全てのタプルをそれぞれ答えよ。
- (c) (b) で求めた関係 S_1, S_2 の自然結合で得られる全てのタプルを答えよ。
- (d) (a) で求めた関係 S に対し、自然結合した時に S と一致するように、 S を二つの関係に分解せよ。

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (20/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

(2) 以下の三つの関係 R, S, T に対し、次の各問いに答えよ。

R	S	T
A1 A2	B	A1
-----	--	--
01 u02	x	02
02 u01	y	04
02 u02		
03 u01		
03 u03		
04 u02		

- (a) $R \times S$ により得られる全てのタプルを答えよ。
- (b) $R \times S \div T$ により得られる全てのタプルを答えよ。
- (c) $R \div T$ により得られる全てのタプルを答えよ。
- (d) 任意の関係 R_1, R_2 に対し、下記のうちから成立しないものを全て選び、それについて反例を示せ。

- $|R_1 - R_2| < |R_1|$
- $R_1 \times R_2 \div R_2 = R_1$ (ただし R_1 と R_2 に同じ属性は含まれていないとする)
- $R_1 \div R_2 \times R_2 = R_1$ (ただし R_2 の属性は R_1 に含まれているとする)

(3) 二つの関係 $R_1(A_1, \dots, A_m)$, $R_2(B_1, \dots, B_n)$ が和両立であることの定義を書け。

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(21/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】 【Q2】).

【Q1】 A list L is defined in Python below, where L consists of integers, real numbers, strings, and lists. L=[1, "2", [3, "4", 5, ["6", 7, ["8", 9]]], 10, 1.0]

We assume the functions `first(alist)` and `rest(alist)` are defined, which respectively return the first element of a list `alist` and the rest of the elements of `alist` except the first element. For example, `first(L)` returns 1 and `rest(L)` returns ["2", [3, "4", 5, ["6", 7, ["8", 9]]], 10, 1.0].

Answer the following questions.

- (1) Using the functions `first` and `rest`, write expressions in Python that respectively extract elements 3 and "4" from the list L.
- (2) Using function `filter(f, obj)`, define a function `numList(alist)` that takes a list `alist` as an argument, extracts the integers or real numbers from the elements of `alist`, and returns them as a list. For example, `numList(L)` returns [1, 10, 1.0]. Here the function `filter(f, obj)` takes a function `f` and an iterable object `obj` as arguments. When `f` is not `None`, it equals to the generator (`item for item in obj if f(item)`).
- (3) To define a function `recurNumList(alist)` that recursively extracts the integers or real numbers from the list `alist` given as an argument and returns them as a list, fill in the expressions (A) through (D). For example, `recurNumList(L)` returns [1, 3, 5, 7, 9, 10, 1.0].

```
def recurNumList(alist):
    def recur_NumList(alist, newL):
        if alist == []:
            return newL
        elif isinstance(first(alist), list):
            return ( A )
        elif isinstance(first(alist), int) or isinstance(first(alist), float):
            ( B )
            return ( C )
        else:
            return ( D )
    return recur_NumList(alist, [])
```

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (22/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- (4) Define a function `recurSum(alist)` that recursively extracts the odd or real numbers from the list `alist` given as an argument, and returns their sum using the function `reduce`. For example, `recurSum(L)` returns 26.0. Here, the function `reduce` is defined as follows:

```
def reduce(function, iterable, initializer=None):
    it = iter(iterable)
    if initializer is None:
        value = next(it)
    else:
        value = initializer
    for element in it:
        value = function(value, element)
    return value
```

【Q2】 Answer the following questions.

- (1) Given the relation R below, answer the following questions. Here, for a relation T , $\sigma_F(T)$ represents the selection of T with condition F and $\pi_A(T)$ the projection of T w.r.t. attribute A .

R	Id	Name	Subject	Score
001	Sato	Math	69	
001	Sato	English	74	
002	Tanaka	Math	98	
002	Tanaka	Science	54	
002	Tanaka	English	65	
003	Suzuki	English	83	
003	Suzuki	Math	47	
004	Tanaka	Math	88	
004	Tanaka	Science	91	

- (a) Answer the tuples of the relation S obtained by the operation $\pi_{\text{Id}, \text{Name}, \text{Score}}(\sigma_{\text{Subject}=\text{"Math}}(R))$ of the relational algebra.
- (b) Let $S_1 = \pi_{\text{Id}, \text{Name}}(S)$ and $S_2 = \pi_{\text{Name}, \text{Score}}(S)$ for the relation S in (a). Answer the tuples of the relations S_1 and S_2 , respectively.
- (c) Answer the tuples obtained by the natural join of the relations S_1 and S_2 in (b).
- (d) Divide the relation S of (a) into two relations so that the natural join of them equals to S .

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(23/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- (2) Given three relations R, S, and T below, answer the following questions.

R	S	T
A1 A2	B	A1
-----	--	--
01 u02	x	02
02 u01	y	04
02 u02		
03 u01		
03 u03		
04 u02		

- (a) Answer the tuples obtained by $R \times S$.
(b) Answer the tuples obtained by $R \times S \div T$.
(c) Answer the tuples obtained by $R \div T$.
(d) Given any relations R_1 and R_2 , choose all invalid statements from the followings and show a counter example for each.
- $|R_1 - R_2| < |R_1|$
 - $R_1 \times R_2 \div R_2 = R_1$, where R_1 and R_2 do not have the same attributes.
 - $R_1 \div R_2 \times R_2 = R_1$, where the attributes of R_2 are included by R_1 .
- (3) Write the definition that two relations $R_1(A_1, \dots, A_m)$ and $R_2(B_1, \dots, B_n)$ are union-compatibility.

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (24/29)

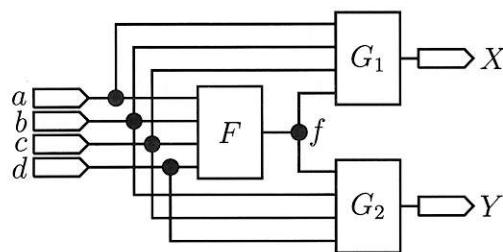
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問い合わせ(【問1】～【問3】)に答えよ。

【問1】 下図の論理回路の出力 X, Y および内部回路 G_1, G_2 の論理関数が以下の様な真理値表で表されるとき、部分回路 F の論理関数 $F(a, b, c, d)$ の最簡積和形を示せ。ただし、論理関数の最簡積和形とは、その論理関数を表す積和形論理式のうち、積項数が最小のものを指す。積項数が等しい積和形論理式が複数ある場合には、そのなかでリテラル数が最小のものを指す。



a	b	c	d	X	Y
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0

a	b	c	f	G_1
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

f	b	c	d	G_2
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (25/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 5つのステージからなるパイプライン型データパスを有するインオーダ・マイクロプロセッサについて考える。実装されたパイプラインステージは、IF（命令取得），ID（命令デコード），EX（実行），MEM（メモリアクセス），ならびに，WB（ライトバック）である。加算命令の実行における各ステージの処理内容は以下の表に従う。ここで、各パイプラインステージの実行は常に1クロックサイクルで完了できると仮定する。また、WBステージでレジスタに書き込まれた値は、同一クロックサイクルにて、後続命令のIDステージで読み出し可能である。さらに、全てのRAW（Read-After-Write）ハザードはパイプラインストールにより解決する。以下の各間に答えよ。

パイプライン式データパスの動作

ステージ	加算命令 (add \$x, \$y, \$z) 実行における各ステージの処理内容
IF	メモリより実行すべき命令を取得し、次命令取得のためにプログラム・カウンタを更新
ID	命令の解読。レジスタファイルからレジスタ \$y ならびに \$z を読み出し。
EX	レジスタファイルから読み出した \$y と \$z の内容を加算。
MEM	特に無し（加算結果を WB ステージへ転送）。
WB	加算結果をレジスタファイル内のレジスタ \$x に書き込み。

(1) 以下に示すアセンブリプログラムについて考える。各行において '#' 記号から右はコメントである。プログラム中に存在するフロー依存関係について、どの命令が、どの命令のどのレジスタに関して依存しているかをすべて列挙せよ。

```

add $1, $3, $5  # <1>
add $9, $2, $3  # <2>
add $6, $3, $3  # <3>
add $3, $4, $3  # <4>
add $4, $7, $1  # <5>
add $5, $7, $4  # <6>
add $9, $3, $6  # <7>
add $2, $7, $6  # <8>

```

(2) 命令発行幅は1と仮定する。このアセンブリプログラムの実行に要するクロックサ

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
専門科目 (Specialized subjects)
(26/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

イクル数を答えよ。

- (3) 命令パイプラインの命令発行幅を2へ増加し、インオーダ・スーパスカラ方式へと拡張する（依存関係のない命令を最大で2個同時に実行できる）。拡張後の命令パイプラインにて、このアセンブリプログラムの実行に要するクロックサイクル数を答えよ。
- (4) 上記(3)の拡張によりクロック周波数が5%低下した。この拡張による性能向上率を答えよ。

【問3】キャッシュメモリにおける「初期参照ミス」「競合性ミス」「容量性ミス」とは何かそれぞれ説明せよ。

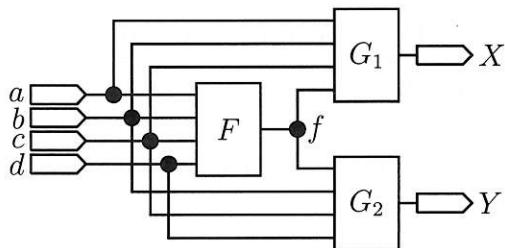
令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (27/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions ([Q1] ~ [Q3]).

[Q1] Suppose a logic circuit in the below figure is composed of subcircuits F , G_1 and G_2 . The logic functions of output X , output Y , subcircuit G_1 , and subcircuit G_2 are defined by the truthtables shown below. Show the minimum sum of products form of $F(a, b, c, d)$. The minimum sum of products form of a logic function means that having the smallest number of product terms among those which represent the function. If there are two or more forms having the smallest number of product terms, forms whose literal number is the smallest are chosen as the minimum forms.



a	b	c	d	X	Y
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0

a	b	c	f	G_1
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

f	b	c	d	G_2
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和3年8月30日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (28/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

[Q2] Let us consider an in-order microprocessor that has a 5-stage pipelined datapath. The implemented pipeline stages are IF (Instruction Fetch), ID (Instruction Decode), EX (EXecution), MEM (MEMory access), and WB (Write Back). The operations in each stage for the “add” instruction are defined in the following table. Assume that the operations in each pipeline stage can be completed in one clock cycle. The written data in the WB stage of an instruction can be read in the ID stage of a subsequent instruction in the same clock cycle. All RAW (Read-After-Write) hazards are resolved by applying a pipeline stall mechanism. Answer the following questions.

Operations of the pipelined datapath

Stage	Operations in each stage to execute the “add” instruction (add \$x, \$y, \$z)
IF	Fetch an instruction from the memory and update the program counter for fetching the next instruction.
ID	Decode the fetched instruction. Read registers \$y and \$z from the register file.
EX	Add the contents of \$y and \$z read from the register file.
MEM	None (transfer the calculation result to the WB stage).
WB	Write the calculated result to register \$x in the register file.

- (1) Consider the following assembly program. The words on the right of the ‘#’ symbol in each line are comments. Identify all flow dependences by describing which instruction depends on which instruction through which register.

```

add $1, $3, $5      # <1>
add $9, $2, $3      # <2>
add $6, $3, $3      # <3>
add $3, $4, $3      # <4>
add $4, $7, $1      # <5>
add $5, $7, $4      # <6>
add $9, $3, $6      # <7>
add $2, $7, $6      # <8>

```

令和4年度 九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題（実施日 令和3年8月30日）
専門科目 (Specialized subjects)
(29/29)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

-
- (2) Assume the instruction issue width is one. Answer the number of clock cycles required for the execution of the assembly program.
 - (3) We extend the datapath by increasing the instruction issue width from one to two that forms an in-order superscalar microprocessor, i.e., at most, two independent instructions can be executed in parallel. Answer the number of clock cycles required for the execution of the assembly program on the extended datapath.
 - (4) The datapath extension presented in (3) causes a 5 % decrease in its clock frequency. Answer the performance improvement rate achieved by implementing the extension.

【Q3】 Explain what “compulsory misses,” “conflict misses,” and “capacity misses” are in cache memory systems, respectively.