Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №3
«Численное интегрирование»

по дисциплине «**Вычислительная математика**»

Автор: Пряничников Кирилл Сергеевич

Факультет: ПИиКТ

Группа: P32202

Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

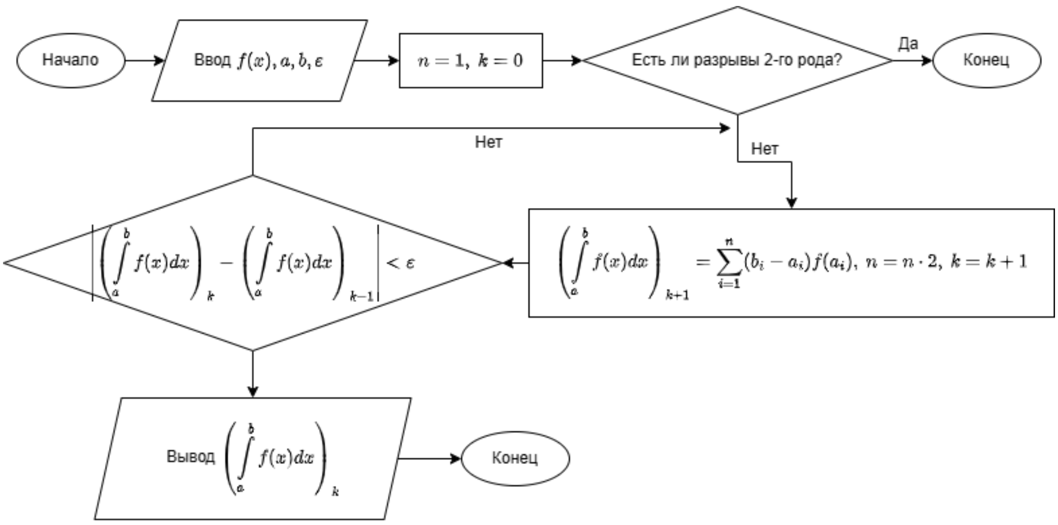
Санкт-Петербург, 2023

Описание метода прямоугольников

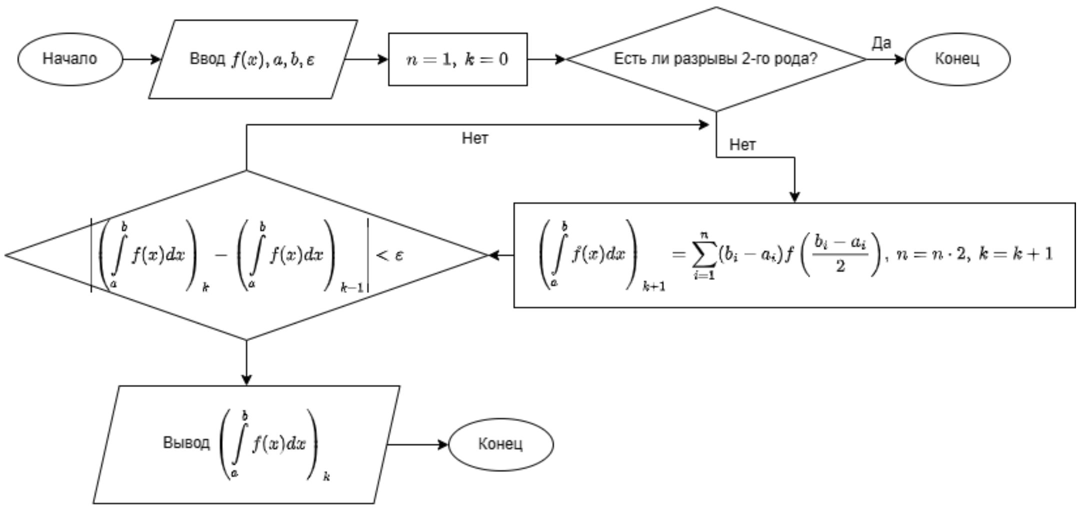
Метод прямоугольников – итерационный численный метод для интегрирования функций. Суть метода заключается в том, что отрезок, в пределах которого рассматривается интегральная функция, делится на несколько отрезков, значение интеграла в пределах которых вычисляется площадью длины отрезка на значение функции в точке, принадлежащей отрезку, которая выбирается в зависимости от того, какой из методов прямоугольников используется в задаче.
Для метода левых прямоугольников используется значение функции в левом конце отрезка, для метода правых прямоугольников – в правом конце отрезка, для метода средних прямоугольников – в середине отрезка.
Конечная сумма интеграла вычисляется суммой площадей прямоугольников во всех заданных отрезках
Для того, чтобы вычислить значение интеграла методом прямоугольников, необходимо, чтобы функция была непрерывна на концах отрезка, в пределах которого рассматривается интеграл.
Допускается наличие конечного числа устранимых разрывов.

Блок-схемы методов

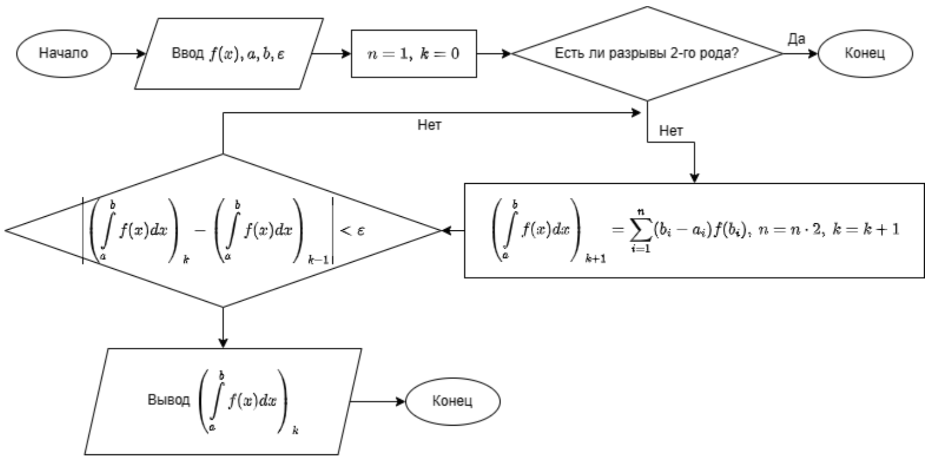
Метод левых прямоугольников:



Метод средних прямоугольников:



Метод правых прямоугольников:



Функция, реализующая метод касательных на Java

```
public class IntegralCalculator {
    public static String errorMessage = "";
    public static boolean hasDiscontinuity = false;
    public static double solveIntegral(double a, double b, int f, double epsilon, int
methodIndex) {
        double difference = epsilon + 1;
        int numberOfRectangles = 1;
        double currentIteration, nextIteration;

        Function<Double, Double> func = Functions.getFunction(f);
        double position = (a + b) / 2;
        if (isNaN(func.apply(position))) {
            position = (a + b) / 2 + 1.e-8;
        }

        currentIteration = (b - a) * func.apply(position);
        while (difference > epsilon) {
            numberOfRectangles *= 2;
            nextIteration = 0;
            double widthOfRectangle = (b - a) / numberOfRectangles;
            for (int i = 0; i < numberOfRectangles; i++) {
                switch (methodIndex) {
                    case 1: {
                        position = a + i * widthOfRectangle;
                        break;
                    }
                    case 2: {
                        position = a + (i + 0.5) * widthOfRectangle;
                        break;
                    }
                    case 3: {
                        position = a + (i + 1) * widthOfRectangle;
                        break;
                    }
                    default: {
                        position = 0;
                    }
                }

                double heightOfRectangle = func.apply(position);
                if (isNaN(heightOfRectangle)) {
                    heightOfRectangle = func.apply(position + 1.e-8);
                }
                nextIteration += widthOfRectangle * heightOfRectangle;
            }
            difference = Math.abs(nextIteration - currentIteration);
            currentIteration = nextIteration;
        }
        return currentIteration;
    }

    public static void checkIfFunctionHasDiscontinuity(double a, double b, int f) {
        if (((f == 1) && ((a <= 0 && 0 <= b) || (b <= 0 && 0 <= a))) || (f == 5 && (a
<= 0 || b <= 0))) {
            errorMessage = "Integrated function has discontinuity or does not defined
in current interval";
            hasDiscontinuity = true;
        }
    }
}
```

Примеры работы программы

Пример 1:

Для функции $\frac{1}{x}$

Введите левую границу: -1
Введите правую границу: 1
Введите предельную погрешность: 0.001
Integrated function has discontinuity or does not defined in current interval

Пример 2:

Для функции $\frac{\sin(x)}{x}$

Введите левую границу: -1
Введите правую границу: 1
Введите предельную погрешность: 0.001
Результаты:
    Метод левых прямоугольников: 1.8919700598687723
    Метод средних прямоугольников: 1.8922641839823007
    Метод правых прямоугольников: 1.891970059868772

Пример 3:

Для функции $\ln(x)$

Введите левую границу: 3
Введите правую границу: 1
Введите предельную погрешность: 0.001
Результаты:
    Метод левых прямоугольников: -1.2963732448040042
    Метод средних прямоугольников: -1.2959453372805456
    Метод правых прямоугольников: -1.295300381240852

Вывод

Метод прямоугольников даёт быстрый и достаточно точный результат, однако его эффективность по сравнению с другими методами низкая. Для трансцедентных функций лучше использовать метод Симпсона, для линейных функций – метод трапеций.