

2021 年线性代数与解析几何期末试题

一、填空题 (共 5 题, 每题 3 分)

1. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为 3 元列向量。 $A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$, $B = [\alpha_1, 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5\alpha_3, \alpha_2 + 6\alpha_3]$, 且 $|A| = 2$, 则 $|B| =$ _____.
2. 设 $\alpha_1 = (-1, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 3, x)^T$ 是实对称矩阵 A 的属于不同特征值所对应的特征向量, 则 $x =$ _____.
3. 设矩阵 A 由 3 阶单位矩阵 E 交换 1, 2 行得到, 矩阵 B 由单位矩阵 E 交换第 1, 3 列得到, 矩阵 $C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$, 则 $A^{15}CB^{16} =$ _____.
4. 直线 $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $2x + y - z - 3 = 0$ 的交点是_____.
5. 设实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = tx_1^2 + x_2^2 + 2tx_2x_3 + 4x_3^2$ 的正惯性指数为 3, 则参数 t 的取值范围为_____.

二、选择题 (共 5 题, 每题 3 分)

1. 设 4 元非齐次方程组 $AX = \beta$ 的系数矩阵的秩为 2, X_1, X_2 是 $AX = \beta$ 的两个解, α_1, α_2 是导出组 $AX = 0$ 的线性无关的解, 则 $AX = \beta$ 的通解为 ()
 - A. $\frac{1}{2}(X_1 - X_2) + k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2\alpha_2$
 - B. $\frac{1}{2}(X_1 + X_2) + k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2\alpha_2$
 - C. $X_1 + k_1(X_1 - X_2) + k_2\alpha_2$
 - D. $X_1 + k_1(X_1 - X_2) + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_2$
2. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -2 & x & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 与 $B = \begin{bmatrix} y & & \\ & 2 & \\ & & -2 \end{bmatrix}$ 相似, 则参数 x, y 的值为 ()
 - A. $x = 0, y = -1$
 - B. $x = 0, y = 1$
 - C. $x = y = -1$
 - D. $x = y = 0$
3. 设 A, B 为同阶方阵, E 为单位矩阵, 则下列说法正确的有多少个? ()
 - (a) 若 $A^2 = O$, 则 $(E - A)^{-1} = E + A$
 - (b) 若 $A^2 = A$, 则 $A = O$ 或 $A = E$
 - (c) $AX = AY$, 且 A 可逆, 则 $X = Y$
 - (d) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
4. 设三个向量 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$, 那么 $a \times b =$ ()
 - A. $b \times a$
 - B. $c \times b$
 - C. $b \times c$
 - D. $a \times c$