

集合论和图论

----离散数学 (I)



Set Theory and Graph Theory



联系方式

■ 教师

李素建: lisujian@pku.edu.cn

办公室: 理科一号楼1443

- <https://pku-tangent.github.io/SetGraph/>
- <http://123.56.88.210/discretemath.htm>

■ 助教

李铮: lycheelee@pku.edu.cn ()

朱大卫: zhudawei@pku.edu.cn ()

宋一帆: yfsong@pku.edu.cn ()

李喆琛: 1901111292@pku.edu.cn ()

楼轶维: 2101111504@stu.pku.edu.cn ()



课程简介

- 课程内容
- 教学安排



数学发展的三个阶段

■ 初等数学

- 从古代到17世纪初为初等数学阶段,在这个阶段,数是常量,形是孤立的,简单的几何形体.初等数学分别研究常量间的代数运算和几何形体内部及相互间的对应关系,形成了代数和几何两大领域.

■ 高等数学

- 从17世纪初到19世纪末为高等数学阶段,在这个阶段,数是变量,形是曲线和曲面,高等数学研究它们之间各种函数关系和变量关系,这时的数和形开始紧密联系起来,但大体上还是各成系统.由于发源于微积分的分析数学的兴起和发展,数学形成了代数,几何和分析三大领域.

■ 现代数学

- 从19世纪末开始,数学进入了现代数学阶段,这个阶段的数学,研究对象是一般的集合,各种空间和流形.它们都能用集合和映射的概念统一起来,很难区分哪个属于数的范畴,哪个属于形的范畴.起点是集合论.



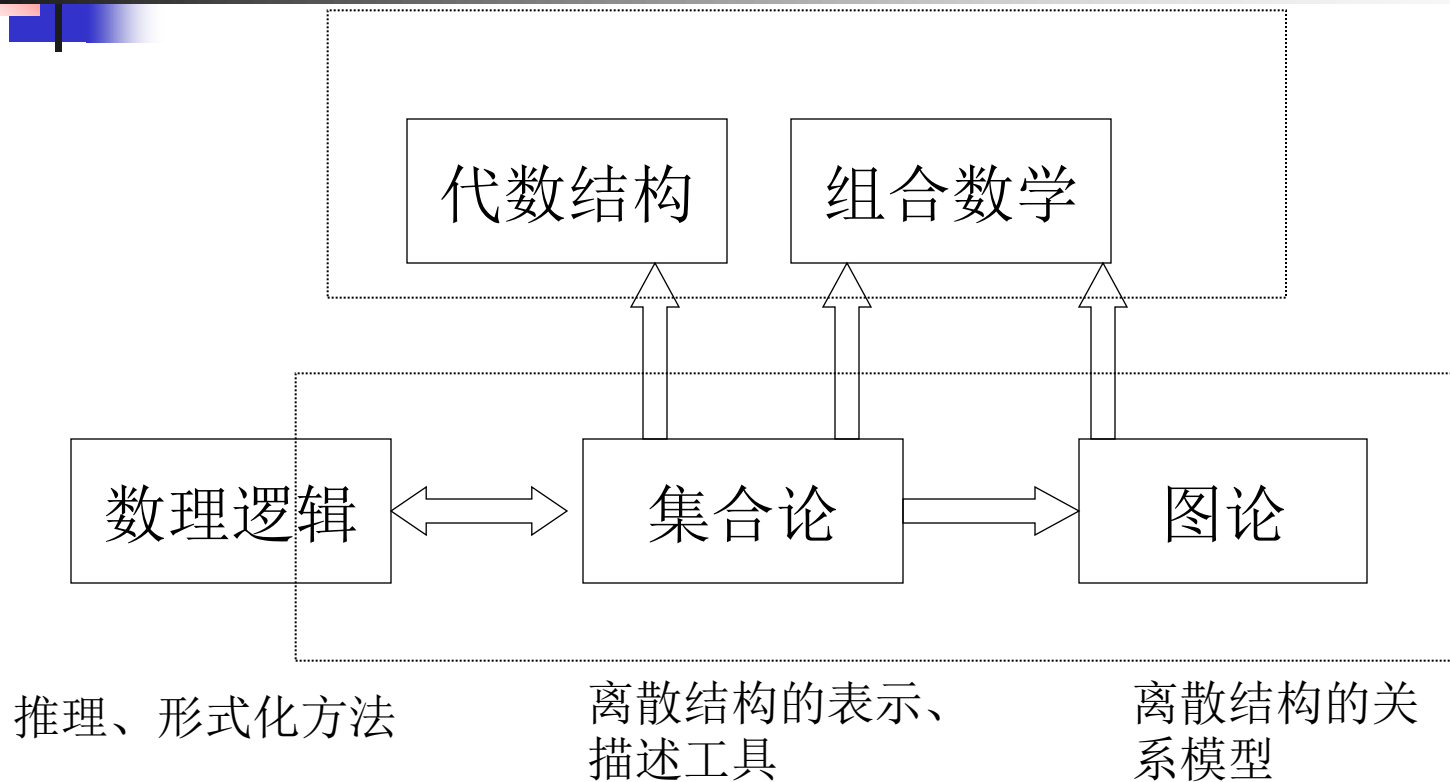
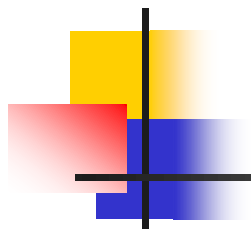
现代数学的特点

1. **数学对象的大大扩展，它的应用范围也大大扩展。**比如，几何不仅研究物质世界的空间和形式，而且研究同空间形式和关系相似的其他形式和关系。产生了各种新“空间”：罗巴切夫斯基空间、射影空间、四维的黎曼空间、各种拓扑空间等，都成为几何研究的对象。现代代数考察的对象是具有更普遍的“量”，如向量、矩阵、张量、旋量、超复数、群等，并且研究这些量的运算。分析的对象也大大扩展。不但“数”是变的，在泛函分析中，函数本身也被看作是变的。
2. **新的概括性概念的建立，达到更高的抽象程度。**数学的分支不断成长而且多种多样，一些看来相距很远的领域由于概括性概念和理论的建立，揭示了它们之间存在统一和一般的共性。
3. **集合论观点占统治地位。**集合论的思想方法已经渗透到几乎所有的领域。集合论的观点不仅使数学的基础变得严密可靠，而且它的运算和理论成为许多数学学科的基础。
4. **新的计算工具——电子计算机的出现并随着而产生的许多新理论新分支对数学带来巨大的冲击性的变革，这是现代数学的一个显著特征。**
5. **学科交叉、领域交叉：**代数、几何、数学分析变得更为抽象，各数学基础学科之间、数学和物理等其他学科之间互相交叉和渗透，形成了许多新的边缘学科和综合性学科。



离散数学

- 研究对象----离散个体及其结构
- 研究思想----以集合和映射为工具、体现公理化和结构的思想
- 研究内容----包含不同的数学分支，模块化结构
 - 数理逻辑：推理、形式化方法
 - 集合论：离散结构的表示、描述工具
 - 图论：离散结构的关系模型
 - 代数结构：离散结构的代数模型
 - 组合数学：离散结构的存在性、计数、枚举、优化、设计
 - 离散概率（概率统计课程）





离散数学与计算机学科的关系

- 数理逻辑：人工智能、程序正确性证明及验证
- 集合论：关系数据库模型
- 图论：数据结构、数据库模型、网络模型等
- 代数结构：
 - 软件规范、形式语义、编译系统
 - 编码理论、密码学、数据仓库
- 组合数学算法设计与分析、编码理论、容错



学习目标

增强使用离散数学知识分析问题与解决问题的能力，并为计算机专业后续课程的学习和科研工作的参与打下坚实的基础。

- 培养抽象思维能力、严密的逻辑推理能力和缜密的概括能力；
- 学习对离散问题建模、数学理论、计算机求解的方法和技术知识；

集合论的主要内容

研究对象： 集合、关系、函数、自然数、基数

研究思想：

以逻辑为基础、以集合为工具、表示和构造各种数学对象

研究内容：

- 集合的基本概念：集合之间的关系、运算、恒等式
- 二元关系：表示、性质、函数、等价关系、序关系
- 自然数：皮亚诺系统、自然数的运算、性质
- 基数：有穷集与无穷集、基数的比较
- 序数：良序、超限归纳法

集合论的主要模块

集合

基本概念

运算、性质

二元关系

表示、性质

等价关系

序关系

函数

自然数

皮亚诺系统

基数

序数

集合论

基数

序数

自然数



函数

等价关系

序关系

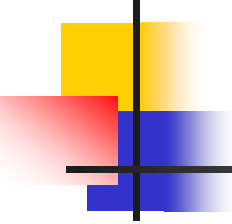
二元关系



集合

基本逻辑

集合论中的问题

- 
- 如何给集合下定义？
 - 如何用集合去定义关系、函数、自然数？
 - 如何比较集合的大小？
 - 能否把每个集合的元素依次列举出来？
 - 有没有最大的集合？

图论的主要内容

■ 研究对象： 由顶点和边构成的图

■ 研究思想：

以集合论为基础、以图的工具、为各种二元关系建立模型

■ 研究内容：

- 图的基本概念：连通性、矩阵表示、带权图
- 欧拉图、哈密顿图：边和顶点的遍历
- 树：表示层级组织关系
- 平面图：判定、表示、性质
- 图的着色：各种调度问题的模型
- 独立集、支配集、覆盖集、匹配：各种应用问题

图论的主要模块

图

基本概念

连通性

欧拉图、哈密顿图

树

图的矩阵表示

平面图

着色

独立支配覆盖匹配

带权图

图
论

带权图

着色

独立、支配、覆盖、匹配



平面图

树

图的矩阵表示

欧拉图

哈密顿图



连通性、连通度

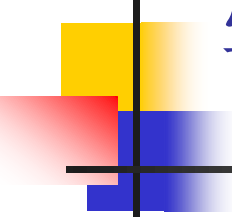
图的基本概念

图论中的问题



什么是图？有哪些图？图有什么性质？

- 什么是欧拉图？什么是哈密顿图？
- 什么是树？如何用矩阵表示图？
- 什么是平面图？
- 什么是图的着色？
- 什么是支配集、独立集、覆盖、匹配？
- 什么是带权图？



学习本课程需具备的相关知识

- 本课程并无先修课程要求
- 只要具备高中所需的集合知识和简单的逻辑概念便可学习本课程
- 若具有高等数学及普通线性代数的基础将十分有助于对本课程的理解和掌握



教材及参考书

- 《离散数学教程》，耿素云 屈婉玲 王捍贫编著，北京大学出版社
- 《离散数学》，左孝凌，李为鉴，刘永才编著，上海科技文献出版社
- 《Elements of Set Theory》(集合论基础), Herbert B. Enderton, 人民邮电出版社
- 《Discrete Mathematics and Its Applications》(离散数学及其应用), Kenneth H. Rosen, 机械工业出版社

课程计划

2022 年集合论与图论教学计划

序号	周次	日期	内容	章节	作业
1	1	9.6	课程介绍、命题逻辑		
2	2	9.13	谓词逻辑、集合		
3	2	9.15	集合运算、集合恒等式		
4	3	9.20	有序对、二元关系、表示		第一次作业
5	4	9.27	二元关系的性质、关系的幂、闭包		
6	4	9.29	等价关系、序关系		
7	5	10.4	国庆节停课		
8	6	10.11	函数		第二次作业
9	6	10.13	自然数		
10	7	10.18	基数 1		
11	8	10.25	基数 2		第三次作业
12	8	10.27	习题课		
13	9	11.1	图的基本概念		
14	10	11.8	期中考试		
15	10	11.10	试卷讲解\连通性、		
16	11	11.15	连通度		
17	12	11.22	欧拉图、哈密顿图		
18	12	11.24	树、图的矩阵表示		第四次作业
19	13	11.29	平面图、对偶图		
20	14	12.6	着色		
21	14	12.8	支配、覆盖、		
22	15	12.13	独立、边匹配		第五次作业
23	16	12.20	习题		
24	16	12.22	复习		
		12.27	期末考试		



本课程的要求

- 计算机系本科生作为必修课
- 本课程也适合信息学院其他各系及理工科各系有志于在计算机科学领域打下坚实理论基础的本本科生及研究生选修



学习本课程时应注意的几个问题

- 注意**基本概念**的理解与基本演算方法的掌握；
- 在课内学习的基础上，加强**课外习题**的训练；
- 在学习基本理论的同时，了解并熟悉应用方法

网上教学平台

<http://course.pku.edu.cn/>

课件发布
作业布置
通知



<http://123.56.88.210/discretemath.htm>



课程安排和成绩评定

- 学时安排：校历
 - 周二 3-4节、周四（双周）5-6节
 - 二教 307
- 成绩评定
 - 平时成绩：**30%**（书面作业）
 - 期中笔试：**20%**
 - 期末笔试：**50%**
- 作业提交说明：教学网提交（手写+拍照上传）
- 期末考试：**12月17日上午**



2022-2023集图课程-2班



该二维码7天内(9月12日前)有效, 重新进入将更新