带中间点容量的最大流问题

带中间点容量的容量网络 $N =< V, E, c, s, t >$，其中的 $c : E \cup (V - \{s, t\}) \to R^*$，即每条边 $< i, j >$ 有容量限制 $c(i, j)$，且每个中间点也有容量限制 $c(u)$，应当满足 $\forall u \in V - \{s, t\}, \sum_{<v,u>\in E} f(v, u) \leq c(u)$。请将带中间点容量的最大流问题转化为标准的最大流问题。

拆点，每个中间点拆成一个入点和出点。入边连到入点上，出边连到出点上，入点到出点连一条容量为该点容量限制的边。

二分图最大匹配问题

对于给定的二分图 $G = < V, E >$，请尝试

- 建立模型用最大流表示其最大匹配
- 建立模型用线性规划表示其最大匹配

最大流

新建源点s和汇点t。s向每个左部点连边，每个右部点向t连边，原图中的边从左部点连向右部点，所有边容量均为1。

线性规划

$e_i \in \{0,1\}$ 表示是否选择第 i 条边。

$\max_e \sum e_i \quad s.t. \quad \sum_{u\text{是}e_i\text{顶点}} e_i \leq 1 \quad \forall u \in V$