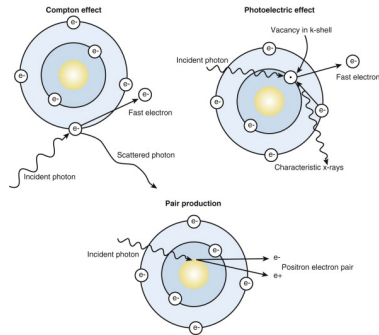


利用 Notebook 计算研究光电相互作用

基于实验：NaI(Tl) 闪烁谱仪测定 γ 射线的能谱

北京大学物理学院 Bryan

No. 1500066666 | masked_email_please_contact@github.com






* Image courtesy:

<https://www.sciencedirect.com/topics/medicine-and-dentistry/compton-scattering>

Notebook 计算简介

代码 + 图像 + 文档的数据处理环境

界面 / Front End	后端 / Kernel
 Mathematica™	Wolfram™
 Jupyter	R Python (NumPy, SciPy, ...) Julia CERN ROOT (C++) ...
	

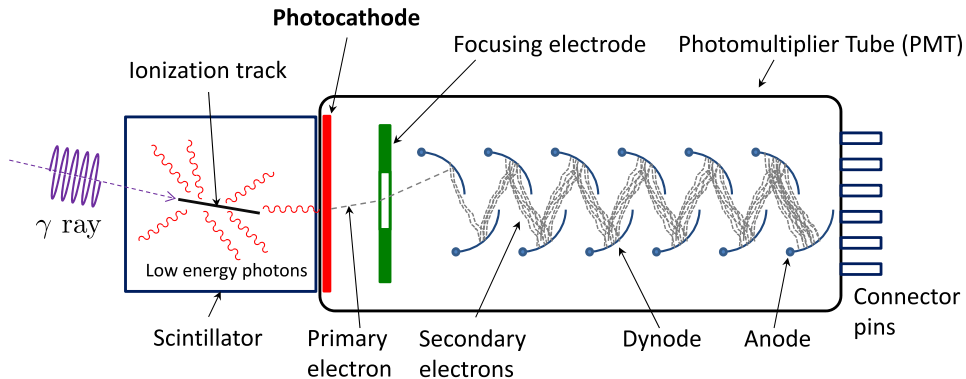


理论



闪烁体探头

γ 光子 \rightarrow 激发电子 $\xrightarrow{\text{退激}}$ 闪烁光子 (NaI (TI): $\sim 415 \text{ nm}$ 蓝光) \rightarrow 光电倍增



γ 射线 E_γ 与闪烁体的相互作用

考虑 ^{137}Cs 源: $E_\gamma = 0.662 \text{ MeV}$

1. 光电效应: $E = E_\gamma - E_i \simeq E_\gamma \simeq 0.662 \text{ MeV}$, $E_i \ll E_\gamma$.
2. Compton 散射:

$$E_{\gamma'} = E_\gamma / \left(1 + \alpha (1 - \cos \theta) \right), \quad \alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$$

$E = E_\gamma - E_{\gamma'}$ 随散射角 $\theta \in [0, \pi]$ 递增,

$$E_{\text{max}} = E_\gamma \frac{2\alpha}{1 + 2\alpha} \simeq 0.478 \text{ MeV}$$

* 反散射 + 光电效应 \rightarrow 反散射峰 $E_{\gamma'} = E_\gamma - E_{\text{max}} \simeq 0.184 \text{ MeV}$.

3. 正负电子对产生 (然后湮灭): $m_e c^2 \simeq 0.511 \text{ MeV}$

* 对 ^{137}Cs 源 $E_\gamma < 2m_e c^2$ 不会产生



Compton 能谱

如何定量地得到 Compton 能谱？

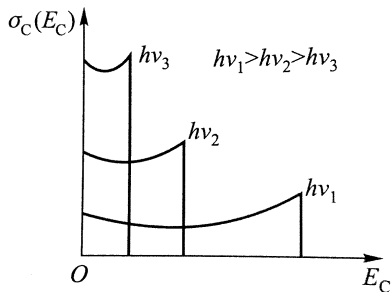


图 2-1-3 不同能量入射光子的康普顿电子的能量分布

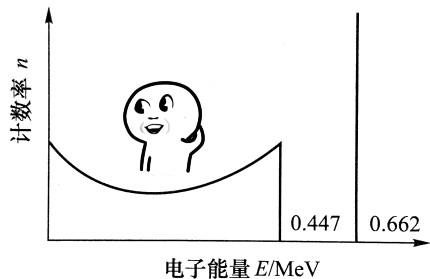


图 2-1-8 康普顿散射和单能光电峰

Klein-Nishina 公式

QED 的最早结果之一（由半经典方法得到）；时间点：Schrödinger 1926, Dirac 1928

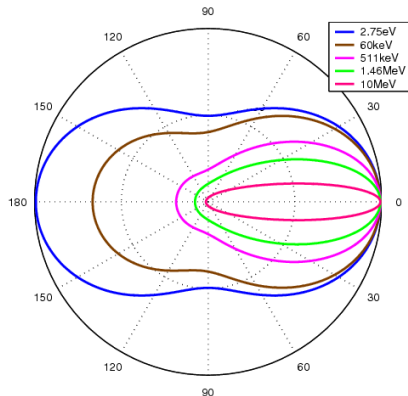
$$\blacksquare \quad p = \frac{E_{\gamma'}}{E_{\gamma}} = \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)},$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto p^2 (p + p^{-1} - \sin^2 \theta) / 2$$

$$\blacksquare \quad \alpha = \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2} \rightarrow 0 \text{ 时, } p \rightarrow 1,$$

回归经典 Thomson 散射 $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1 + \cos^2 \theta}{2}$.

■ 图片源自 Wikipedia.



Compton 谱线理论计算

- 截面关于 E 的分布:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{d\sigma}{d\theta} \bigg/ \frac{dE}{d\theta} = 2\pi \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} \bigg/ \frac{dE}{d\theta} \quad (2.1)$$

$$E = E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right),$$

- 定性分析:

- $E = 0, E_{\max}$ 处 $\frac{dE}{d\theta} = 0$, 据 (2.1) 可见, 对应能谱上的峰值
- $0 < E < E_{\max}$ 大致为低于左右峰值的平台

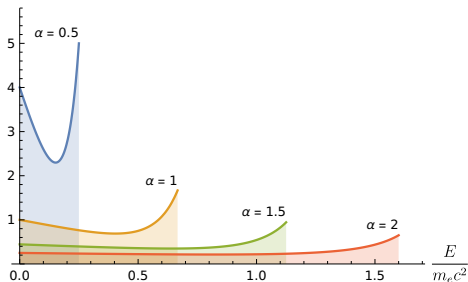


数值计算 Compton 能谱

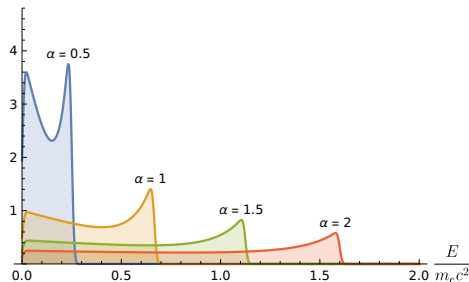
[Mathematica 计算], 有限能量分辨带来的展宽: 与 $\sigma = 0.01$ 正态分布卷积

■ Mathematica 的独特优势: 代数计算

相对截面



相对截面



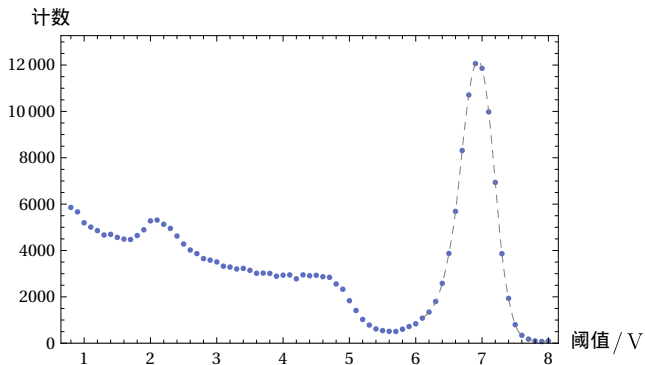
实验



单道：逐点测定全谱

有多道了，为何还要用单道？付老师答曰：体验一下...

- 阈值 V , 道宽 ΔV , 计数 $V \sim V + \Delta V$,



Notebook 可视化流程 (Workflow)

- 在数据表（如 Excel）中记录数据，文件名 data.ods
- Mathematica 可视化追踪：

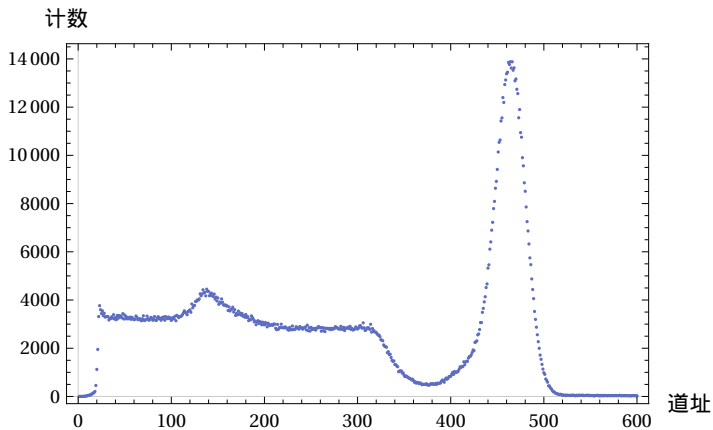
```
Import["data.ods"][[1]] // ListPlot
```

- 分析：
 - 能量刻度：寻峰 FindPeaks, 线性回归 LinearModelFit
 - 能量分辨：插值 Interpolation, 求根 FindRoot 得半宽



多道：一步到位

多道与单道的结果在低能端不甚一致，原因未知



结语



总结

- Compton 能谱的形态：微分散射截面

- Notebook 计算在实验中的应用：

- Mathematica 的独特优势：符号计算

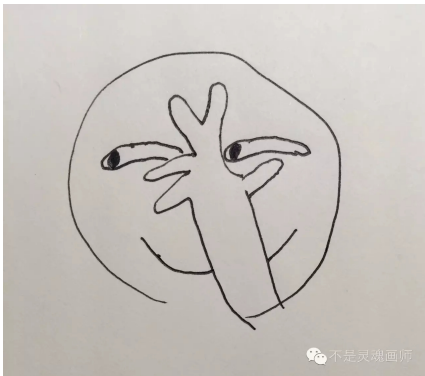
Compton 能谱的具体形式：

$$\frac{e^2 - (-2 + e) e^2 \alpha + e (-2 + 3 e) \alpha^2 - 4 e \alpha^3 + 2 \alpha^4}{2 \alpha^4 (-e + \alpha)^2}$$

- Notebook 界面的共同特点：快速可视化 + 代码可重复



致谢



谢谢大家!

