



北京大学物理学院 李健通

NaI (Tl) 闪烁谱仪测定 γ 射线能谱

Bryan

北京大学物理学院 学号：1500066666 *

(日期：2019 年 6 月 7 日)

本实验利用 NaI (Tl) 闪烁谱仪，探讨了 γ 射线与物质相互作用的基本规律，以及闪烁体探测器的基本工作原理。

具体而言，实验中首先结合单道脉冲幅度分析器，利用 NaI (Tl) 闪烁体探头采集了 ^{137}Cs 源的 γ 全能谱，随后结合 ^{137}Cs 源和 ^{60}Co 源的峰位对谱仪进行了能量刻度；在此基础上，利用多道分析器再次获得了 ^{137}Cs 源的全能谱，并进一步测定了 ^{137}Cs , ^{60}Co 的混合能谱。

* masked_email_please_contact@github.com

I. 引言

闪烁体探测器是利用某些物质在射线作用下会发光的特性对射线进行探测的仪器；射线通过闪烁体时，闪烁体的发光强度与射线在闪烁体内的能量损失有确定的关系，因此可以定量地探测射线的能量和强度。

闪烁体及其上述特性很早就为人们所知；早在 1903 年，首创阴极射线管的 Sir W. Crookes 即发明了 ZnS 闪烁镜（spinthariscopes）以观察 α 射线引起的闪光^[1]。现代的闪烁体探测器诞生于曼哈顿计划，由 Sir S. C. Curran 于 1944 年发明^[2]；结合 1930 年代发明的光电倍增技术，现代的闪烁体探测器具有定量测量能力。

由于射线与闪烁体之间存在多种相互作用，探测仪既可以探测带电粒子，又可以探测中性粒子，其探测效率高，分辨时间短。这些优秀的特性使得闪烁探测器在核物理研究和放射性同位素的测量中都得到了非常广泛的应用。

在核物理实验中，NaI(Tl) 闪烁体探测器是最为常见的一类。本实验对 NaI(Tl) 闪烁谱仪的结构进行了初步研究，通过 ^{137}Cs 源、 ^{60}Co 源的能谱，对谱仪进行了能量刻度，鉴定了其的能量分辨率与线性，旨在认识 γ 射线与物质相互作用的规律，及闪烁谱仪的基本原理与特性。

II. 理论

NaI(Tl) 闪烁谱仪的前端探头结构如图 1 所示；首先，射线与闪烁体作用使之“闪烁”发光，产生光脉冲信号；闪烁体的放光强度反映射线在闪烁体内的能量损失，由此可以定量测得射线能量。闪烁光脉冲在光电倍增管的光阴极处经光电效应转化为光电子，电子经光电倍增后被阳极接收产生电压脉冲信号。

另一方面，当闪烁体的发光衰减时间 τ 充分短，小于射线与其相互作用的事件间隔时，可区分不同的相互作用事件并加以计数。对本实验采用的 NaI(Tl) 而言， $\tau \sim 1\text{ }\mu\text{s}$ 量级，具有充分高的时间分辨本领，计数电脉冲信号即可得放射线的强度。

II. 理论

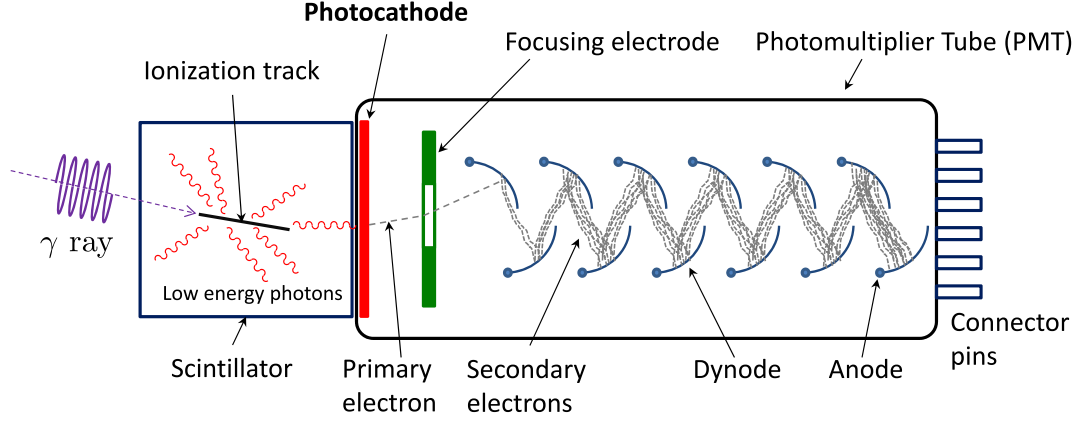


图 1: 闪烁体探头的工作原理示意图, 选自 [3].

A. γ 射线与闪烁体的相互作用

实验中测定的是 ^{137}Cs 源、 ^{60}Co 源的 γ 能谱, 以此反映 γ 光子与物质——此时为 NaI(Tl) 闪烁体——的相互作用。这包含:

1. **光电效应**: 束缚电子完全吸收光子能量 E_γ , 逸出成为光电子; 电离能 $E_i \ll E_\gamma$ 时, 光电子动能 $E = E_\gamma - E_i \simeq E_\gamma$. 对能谱的贡献为 E_γ 处的一尖峰。

2. **Compton 散射**: 光子与电子发生弹性散射, 能量部分转移; 散射光子能量:

$$E_{\gamma'} = E_\gamma / \left(1 + \alpha (1 - \cos \theta) \right), \quad \alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \quad (1)$$

其中 $m_e \simeq 0.511 \text{ MeV}/c^2$ 为电子质量, θ 为散射角。散射电子动能为 $E = E_\gamma - E_{\gamma'}$, 随散射角 $\theta \in [0, \pi]$ 递增, 最大为:

$$E_{\max} = E_\gamma \frac{2\alpha}{1 + 2\alpha} \simeq 0.478 \text{ MeV}, \quad \text{若 } E_\gamma = 0.662 \text{ MeV } ^{137}\text{Cs 源} \quad (2)$$

Compton 散射对能谱的贡献比较复杂, 依赖其微分散射截面; 基于量子电动力学导出的 Klein-Nishina 公式, 可得 Compton 散射的微分散射截面如图 2 所示。

II. 理论

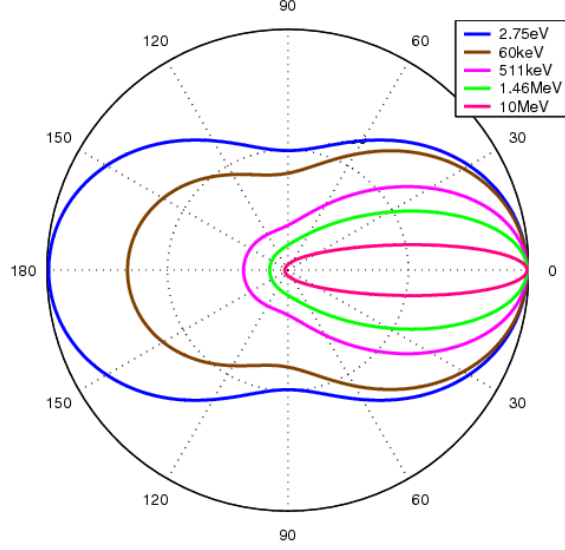


图 2: Compton 散射的微分散射截面, 选自 [4].

图中圆周上标记的坐标为散射角 $\theta/\text{deg} \in [0, 180]$, 不同 E_γ 对应的微分截面相对大小以不同颜色的曲线标记。可见, 当 $E_\gamma \ll m_e c^2$ 时 (图中蓝线) 微分截面与经典的 Thomson 散射一致, 正比于 $\frac{1+\cos^2\theta}{2}$, 微分截面关于 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 对称, 即向前、向后散射截面对称。增大 E_γ , 散射截面减小, 且向前、向后散射截面不再对称; 向前散射的概率大于向后散射。

具体而言, 记 $p = \frac{E_{\gamma'}}{E_\gamma} = \frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)}$, Klein-Nishina 公式给出 [5]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto p^2(p + p^{-1} - \sin^2\theta) / 2 \quad (3)$$

当 $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \rightarrow 0$ 时 $p \rightarrow 1$, 上式回归经典 Thomson 散射 $\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1+\cos^2\theta}{2}$. 由于散射电子动能 $E = E_\gamma - E_{\gamma'}$ 随散射角 $\theta \in [0, \pi]$ 单调递增, 直接可得截面关于 E 的分布:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{d\sigma}{d\theta} \bigg/ \frac{dE}{d\theta} = 2\pi \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} \bigg/ \frac{dE}{d\theta} \quad (4)$$

代入 $E = E_\gamma(1 - \frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)})$, 注意到在 $E = 0, E_{\max}$ 处 $\frac{dE}{d\theta} = 0$, 据 (4) 可知这对应能谱上的峰值, 而 $0 < E < E_{\max}$ 则为一低于左右峰值的平台。

II. 理论

具体计算可得 Compton 散射对能谱的贡献如下（代码参见附录）：

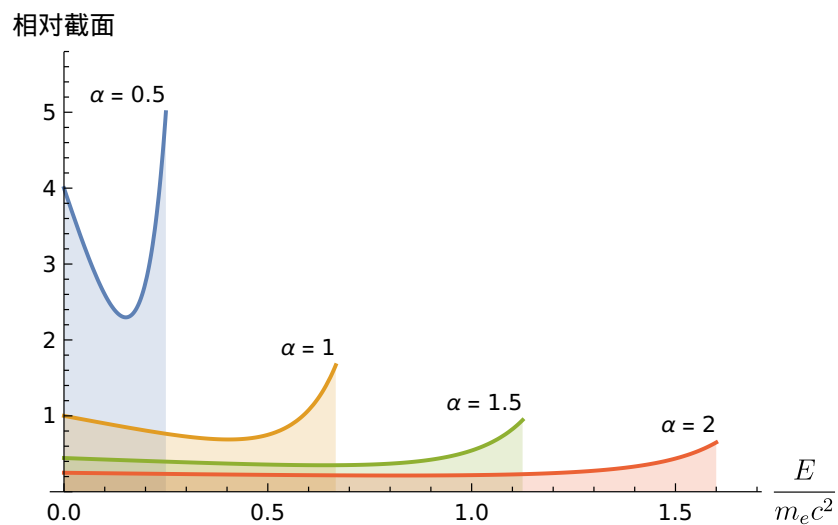


图 3: 不同 $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$ 时 Compton 散射对能谱的贡献

由于能量分辨率有限，实测结果将不具有上述尖锐峰值，而是存在一定的展宽；通过与正态分布卷积，模拟实测结果如下：

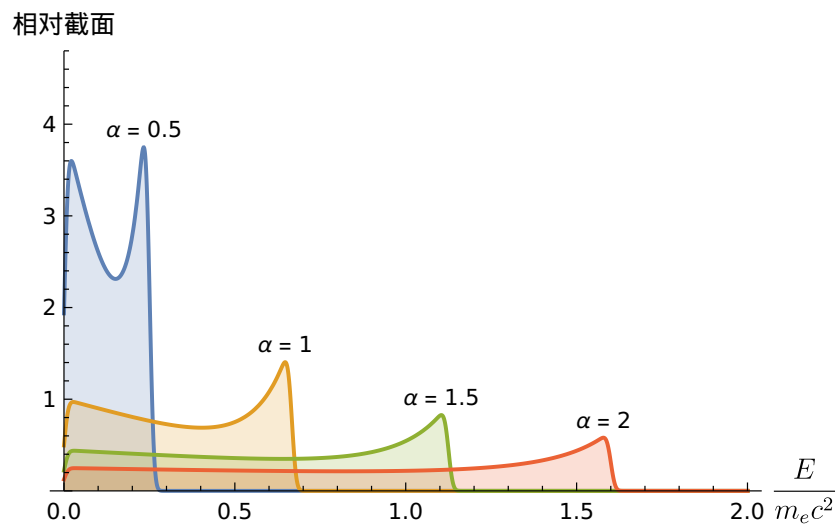


图 4: 考虑仪器响应时的 Compton 能谱，通过与 $\sigma = 0.01$ 的正态分布卷积得到。

II. 理论

此外, Compton 散射后的 $E_{\gamma'}$ 可能进一步发生光电效应转化为光电子, 据 [6], 由于这一过程十分迅速, 无法在本实验仪器的时间分辨下加以区分, 因此实际上 $E_{\gamma'}$ 光电子和 Compton 电子 E 的信号将会叠加: $E_{\gamma'} + E = E_{\gamma}$, 即结果与光电峰重合, 故称实测的 E_{γ} 峰为全能峰。

另外, 入射 γ 光子可能穿过 NaI(Tl) 晶体直接打到光电倍增管上发生 180° 反散射, 产生的散射光子 $E_{\gamma'} = E_{\gamma} - E_{\max}$ 进一步发生光电效应, 将贡献反散射峰; 对 $E_{\gamma} = 0.662 \text{ MeV}$ 的 ^{137}Cs 源, 有 $E_{\gamma'} = 0.184 \text{ MeV}$ 。

3. **正负电子对产生:** 当 γ 光子能量超过 $2m_e c^2 \simeq 1.022 \text{ MeV}$ 之后, 可受核或电子的库伦场作用转化为正负电子对; 其对能谱的贡献为 $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ 处的特征谱线, 由正负电子湮灭产生。

注意到 γ 射线与物质的直接作用产物多为电子; 在闪烁体中, 这些电子的动能转化为特定波长范围内的闪烁光子。对 NaI(Tl) 而言, 其闪烁光谱主要为 415 nm 附近的蓝光[7]。

对 ^{137}Cs 源 $E_{\gamma} = 0.662 \text{ MeV} < 2m_e c^2$, 不足以产生正负电子对, 其能谱中的特征峰位即全能峰 0.662 MeV 与反散射峰 0.184 MeV 。对 ^{60}Co 源, 本身即放出两种能量 (1.17 MeV , 1.33 MeV) 的射线, 因此我们主要关注相应的两个全能峰。

III. 实验装置

NaI(Tl) 闪烁谱仪由前述闪烁体探头 (含光电倍增管) 及后端仪器组成。探头后端, 电压信号经进一步线性放大后, 可由示波器显示脉冲波形, 亦可输入单道分析器进行脉冲幅度分析, 或输入微机多道自动化地获得入射射线的能谱。

其中, 单道分析器只容许 $V \rightarrow V + \Delta V$ 幅度的脉冲通过, V 为阈值, 而 dV 对应道宽; 微机多道原理类似, 只不过可以同时一定范围内的所有脉冲间隔 $V_x \rightarrow V_{x+1} = V_x + \Delta V$ 进行监测计数, x 即道址, 由此可极大提高效率。

III. 实验装置

IV. 结果与分析

首先利用单道逐点计数测定 ^{137}Cs 全能谱，固定道宽 0.1 V，结果如下：

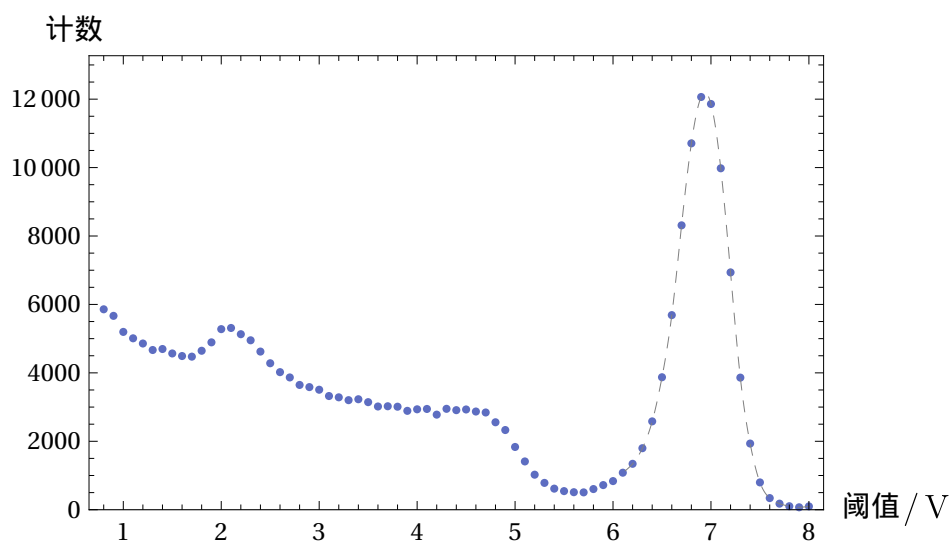


图 5: ^{137}Cs 源全能谱，由 NaI (Tl) 闪烁谱仪结合单道计数测得

可见最强的全能峰，以及图中单道阈值 2 V 附近的反散射峰。Compton 平台及其边沿与理论预测大致吻合。

在此基础上，利用前述 ^{137}Cs 源和 ^{60}Co 源的特征峰值对谱仪进行能量刻度；将线性放大倍数减小一半以涵盖 ^{60}Co 源的较高能峰位，相应地预计 ^{137}Cs 源峰位对应的阈值大致为上图显示的一半左右。在预估的峰值附近取点，测得对应峰位如下：

表 I: 实测特征峰值对应的单道阈值

能量 / MeV	单道阈值 / V
0.184	1.05
0.662	3.56
1.17	5.95
1.33	6.78

IV. 结果与分析

线性拟合，可得阈值与能量的关系如下：

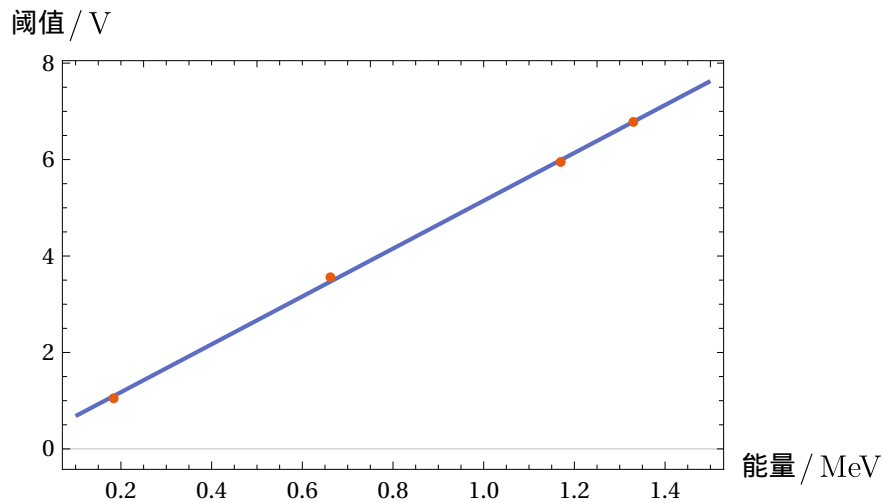


图 6: 实验用 NaI(Tl) 谱仪的能量刻度

$$X/V \simeq 0.184 + 4.96 \left(\frac{E}{\text{MeV}} \right) \quad (5)$$

其中 X 为单道阈值；可见谱仪给出良好的能量线性关系。进一步求反函数，即给出 E 对 X 的依赖：

$$\frac{E}{\text{MeV}} \simeq -0.0372 + 0.202 X/V \quad (6)$$

另外，利用 ^{137}Cs 谱的全能峰可估计谱仪的能量分辨率；插值寻峰得全能峰位：

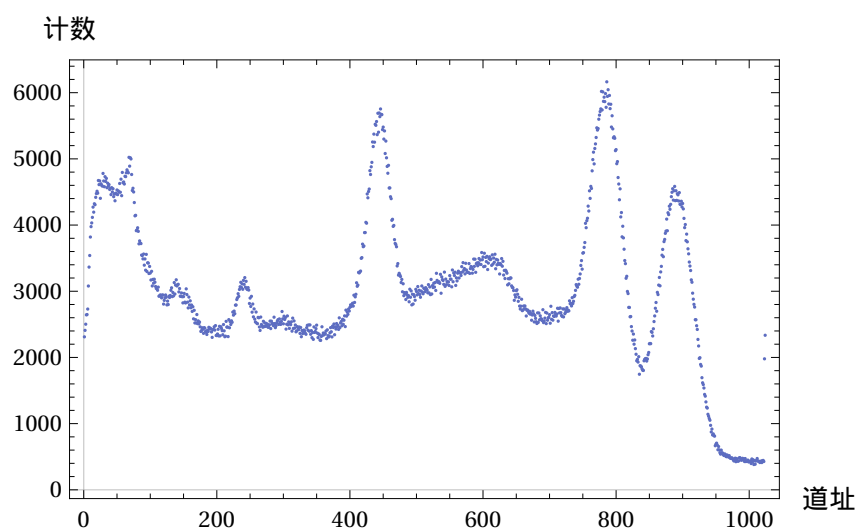
$$X_0/V \simeq 6.93763, \quad N \simeq 12175.5 \quad (7)$$

其中 N 为计数；考虑 $\frac{N}{2}$ 给出的半宽 $\Delta X_{1/2}$ ，有：

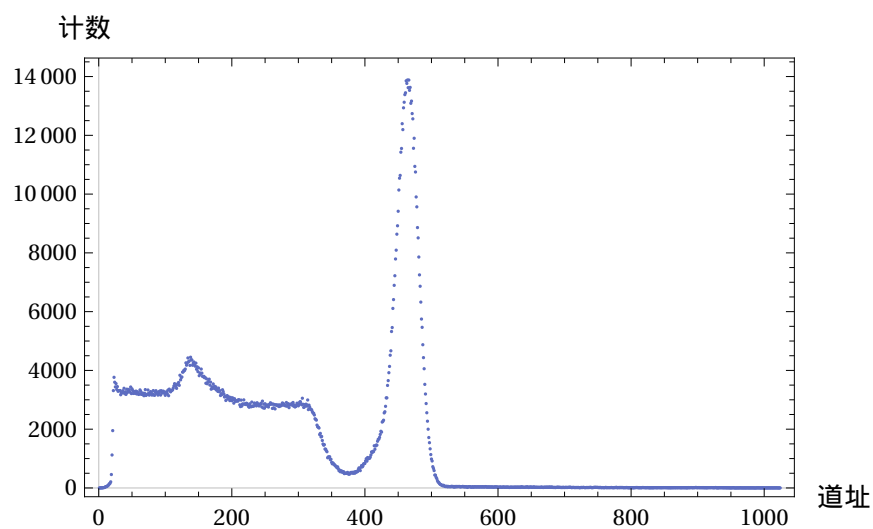
$$\Delta X_{1/2}/V \simeq 7.22613 - 6.61629 \simeq 0.609839 \quad \Rightarrow \quad \epsilon = \frac{\Delta X_{1/2}}{X_0} \simeq 0.088 \quad (8)$$

IV. 结果与分析

最后，利用微机多道采集 ^{137}Cs 源、 ^{60}Co 源的混合谱，并再次采集 ^{137}Cs 谱，采集定时均取为 5 分钟，结果如下：



(a) ^{60}Co 、 ^{137}Cs 混合谱



(b) ^{137}Cs 能谱

图 7: 实验所得微机多道能谱

特征峰位明显，与预期基本吻合。

IV. 结果与分析

.....

V. 结论

实验结合单道脉冲幅度分析器, 利用 NaI (Tl) 闪烁体探头采集了 ^{137}Cs 源的 γ 全能谱, 随后结合 ^{137}Cs 源和 ^{60}Co 源的峰位对谱仪进行了能量刻度, 并估计了谱仪的能量分辨率; 在此基础上, 利用多道分析器再次获得了 ^{137}Cs 源的全能谱, 并测定了 ^{137}Cs , ^{60}Co 的混合能谱; 以此探讨了 γ 射线与物质相互作用的基本规律, 以及闪烁体探测器的基本工作原理。

VI. 致谢

感谢付恩刚老师的细致指导和耐心帮助; 感谢 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ - $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ Stack Exchange¹, 助我解决了众多排版问题。

-
- [1] CROOKES W. Certain properties of the emanations of radium[J]. Chem. News, 1903, 87: 241.
 - [2] CURRAN S C, CRAGGS J D. Counting tubes, theory and applications[M]. [S.l.]: Butterworths, 1949.
 - [3] Wikipedia contributors. Scintillation counter — Wikipedia, the free encyclopedia[M]. [S.l.: s.n.], 2019.
 - [4] Wikipedia contributors. Klein–nishina formula — Wikipedia, the free encyclopedia[M]. [S.l.: s.n.], 2019.
 - [5] ZEE A. Quantum field theory in a nutshell: volume 7[M]. [S.l.]: Princeton university press, 2010.
 - [6] 吴思诚, 荀坤. 近代物理实验[M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2015.
 - [7] Saint-Gobain Crystals. NaI(Tl) Scintillation Material – Data Sheet[M]. [S.l.: s.n.].

¹ <https://tex.stackexchange.com/>

VI. 致谢

A. Compton 能谱的计算

利用 Mathematica 的符号与数值计算功能可以方便地推导、绘制 Compton 能谱的基本形态，代码如下：

a. 计算并绘制 Compton 截面的角分布：

```
comptonRatio[a_, th_] :=  $\frac{1}{1 + a (1 - \text{Cos}[th])}$ ;
comptonSection[a_, th_] := Evaluate[
  Block[{p = comptonRatio[a, th]},
     $p^2 (p + p^{-1} - \text{Sin}[th]^2) / 2$ 
  ] // Simplify
];
PolarPlot[comptonSection[#, th] & /@ {0., .1, 1., 10.} // Evaluate, {th, 0, 2  $\pi$ }]
```

b. 计算 Compton 能谱：

```
comptonElectronEnergy[a_, th_] := Evaluate[
  a (1 - comptonRatio[a, th])
];
comptonThetaByEnergy[a_, e_] := Evaluate@Module[{
  th, sol, conds =  $0 \leq e \leq \frac{2a^2}{1+2a}$  && a > 0
},
  sol = Assuming[conds,
    Solve[comptonElectronEnergy[a, th] == e
      && Sequence@@conds
      &&  $0 \leq th \leq \pi$ , th, Reals
    ] // Refine
  ];
  If[Dimensions[sol] != {1, 1}, Abort[], th /. sol[[1, 1]]
];
comptonSectionByEnergy[a_, e_] := Evaluate@Simplify[ConditionalExpression[
  comptonSection[a, comptonThetaByEnergy[a, e]]
  * Sin[comptonThetaByEnergy[a, e]]
  * ( $\partial_e$  comptonThetaByEnergy[a, e]),
   $0 \leq e \leq \frac{2a^2}{1+2a}$ 
]]
comptonSectionByEnergy[a, e] // First
```

A. COMPTON 能谱的计算

结果:
$$\frac{e^2 - (-2 + e) e^2 \alpha + e (-2 + 3 e) \alpha^2 - 4 e \alpha^3 + 2 \alpha^4}{2 \alpha^4 (-e + \alpha)^2}$$

c. 绘制 Compton 能谱:

```
comptonSpectrum = Module[{alist = {0.5, 1, 1.5, 2}, appearOpts},
  appearOpts = comptonSpectrumAppearance[alist];
  Plot[
    comptonSectionByEnergy[#, e] & /@ alist // Simplify // Evaluate,
    {e, 0, Max[alist]},
    PlotRange -> {0, 5.5},
    Evaluate[Sequence @@ appearOpts]
  ]
];
exportPlot[comptonSpectrum]
```

d. 考虑仪器响应的 Compton 能谱:

```
comptonSpectrumObs = Module[{alist = {0.5, 1, 1.5, 2}, sigma = .01, appearOpts},
  appearOpts = comptonSpectrumAppearance[alist];
  Plot[NIntegrate[
    comptonSectionByEnergy[#, e0] * PDF[
      NormalDistribution[e0, sigma]
    ][e],
    {e0, 0,  $\frac{2 \#^2}{1 + 2 \#}$ }
  ] & /@ alist // Simplify // Evaluate,
  {e, 0, Max[alist]},
  PlotRange -> {0, 4.8},
  Evaluate[Sequence @@ appearOpts]
] // Quiet
];
exportPlot[comptonSpectrumObs]
```