

约瑟夫森效应

黄康靖

2012 级 masked student id^{*}

(日期: May 9th, 2015)

超导电性是指当某些导体的温度降到某个临界值以下, 由于不同的机制在导体内电子相互作用形成了库珀对, 产生了相干凝聚, 从而宏观表现出零电阻和完全抗磁性的现象. 1962 年, 英国物理学家约瑟夫森预言, 两块超导体之间架一薄层绝缘体的结构, 即约瑟夫森结的结构中, 会出现隧穿的超导电流的现象, 称为约瑟夫森效应, 分为直流效应与交流效应. 本实验通过对于约瑟夫森结在有和无微波照射的条件下, 其伏安特性的测量, 观察到了直流约瑟夫森效应与交流约瑟夫森效应的台阶, 并利用它测得了微波的频率, 证实了约瑟夫森效应的存在.

关键词: 约瑟夫森效应, 超导, 约瑟夫森结, 微波感应台阶

^{*} huangkangjing@gmail.com

I. 引言

从 1911 年初次发现超导超导电性以来, 它一直都是低温物理的一个重要研究领域. 零电阻与完全抗磁性是超导态的两个基本特性. 研究表明, 超导电性的出现来源于超导材料中的电子配对与相干凝聚. 对于常规的低温超导体理论表明两个电子之间主要通过电声子相互作用而产生相互吸引的相互作用, 从而形成库珀对, 进而满足相干凝聚的条件. 相关的理论被称为 BCS 理论, 曾获诺贝尔奖. 对于非常规的高温超导体的电子之间形成配对的库珀对的机制, 目前还没有定论.

1962 年, 英国物理学家约瑟夫森预言了两块超导体被一块薄绝缘层分开时, 库珀对存在的量子隧穿现象, 称为约瑟夫森效应. 这一效应是超导体宏观量子特性的生动体现, 也是超导电子学的相关应用的重要理论基础. 目前约瑟夫森效应已经在灵敏探测, 电压基准, 以及量子线路等领域获得了广泛的应用.

本实验通过对于约瑟夫森结的特性测量, 探究了超导材料的基本特性以及约瑟夫森效应的基本原理, 加深了对超导效应宏观量子性的理解.

II. 原理

A. 超导电性

超导电性现象由昂内斯在 1911 年在测量汞的电阻温度关系时发现, 表现为温度降低到某一临界温度 T_C 时样品电阻转变为 0. 1933 年德国物理学家迈斯纳和奥森菲尔德发现超导态还具有另一个独立的特性: 完全抗磁性, 或称为迈斯纳效应. 即处于超导态之后, 磁通量被完全排斥出样品, 超导样品内部的磁感应强度为 0.

超导体的零电阻特性与完全抗磁性是完全独立的两个特性, 物理上来讲不能相互解释.

实验表明, 除了超导体的临界转变温度 T_C 是超导体的一个相变转化点以外, 超导体还存在两个临界转变点: 临界电流密度 J_C 与临界磁场 H_C . 当超导体中通过的直流电流或者加上的磁场大于这两个临界值时, 超导态将会被破坏.

B. 超导电性的理论描述

自从超导电性现象被发现开始,人们一直试图从理论上来解释和描述它.1957年三位美国科学家巴丁,库珀和施里弗提出 BCS 理论,对于传统低温超体给出了系统的微观理论.这一理论指出,超导电性的出现来源于超导体中库珀对的相干凝聚.对于传统的低温超导体,按照 BCS 理论,费米面附近动量相反,自旋相反的两个电子由于声子的作用而相互吸引,形成库珀对,而大量的库珀对相干凝聚到同一个量子态就导致了超导电性的出现.

对于高温超导体,普遍认为超导电性的原因还是库珀对的相干凝聚,然而是由什么相互作用导致电子形成库珀对,目前还没有一个统一的认识.

按照相变分类,没有磁场时,导体从正常态到超导态的转变是二级相变.朗道的二级相变理论对于这一机制有着详细的理论分析.

C. 约瑟夫森效应及其原理

1962年英国物理学家约瑟夫森从理论上预言了两块超导体被一层薄绝缘层分开时库珀对的量子隧穿现象.这种由两片超导体和夹在其中的薄绝缘层构成的结状结构被称为约瑟夫森结.

约瑟夫森指出

- a. 当结两侧的电压为 0 时 ($V = 0$) 可以有一个很小的直流电流无阻地通过结,是超导库珀对的隧穿电流,电流的大小为 $I = I_C \sin \phi$ 其中 ϕ 为结两侧超导体的波函数相位差, I_C 为约瑟夫森临界电流.这一效应被称为直流约瑟夫森效应.
- b. 当结两端的直流电压 ($V \neq 0$) 时,仍然存在通过结的超导隧穿电流,但是此时电流成为交变电流,频率为 $\nu = 2eV/h$, 其中 e 为电子电荷 h 为普朗克常数.这一效应被称为交流约瑟夫森效应.

描述约瑟夫森效应的方程主要是以下两个方程:

$$j = j_C \sin \phi \quad (1)$$

式中 j 为约瑟夫森电流密度, $j_C = \frac{4ek}{h} \sqrt{n_{s1}n_{s2}}$ 为约瑟夫森电流密度的最大值, 称为约瑟夫森临界电流密度, n_{s1} 和 n_{s2} 分别是两侧的超导体内的超导电子密度. 此式称为约瑟夫森第一方程.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{2e}{h} V \quad (2)$$

此式描述了相位差的时间变化率与结两侧电压的关系, 称为约瑟夫森第二方程.

以上两式描述了约瑟夫森效应的基本原理.

由于正弦交变电流对时间的平均值是 0, 因此在直流的伏安特性曲线中他并不能被直接观察到. 为了方便测量, 可以使用适当频率的电磁波照射约瑟夫森结, 观测结的伏安特性曲线中出现的微波感应台阶现象. 设辐照微波频率为 $\omega_1 = 2\pi\nu_1$, 此时端电压为 $V + u \cos \omega_1 t$, 并且有 $u \ll V$. 此时约瑟夫森电流密度可以表述为:

$$j = j_C \sin \left(\phi_0 + \frac{2e}{h} V t + \frac{2eu}{h\omega} \sin \omega_1 t \right) \quad (3)$$

可以证明, 当电压满足

$$V = n \frac{\hbar}{2e} = n \frac{h\nu_1}{2e}, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4)$$

时, 约瑟夫森电流存在直流分量, 在特性曲线上将出现电流增加而电压不变的恒压电流, 即微波感应台阶.

III. 实验

实验使用双晶约瑟夫森结作为测量样品.

双晶约瑟夫森结是一种在晶轴成一定的角度的两片样品交界处生长超导体, 利用晶轴方向不一致的晶体缺陷对电子形成散射, 从而形成有电阻的绝缘层而制备的约瑟夫森结. 它的优点是便于制备.

实验先后测量了约瑟夫森结样品的电阻-温度特性与在有微波照射和无微波照射下的伏安特性曲线.

测量电路的示意图如图所示

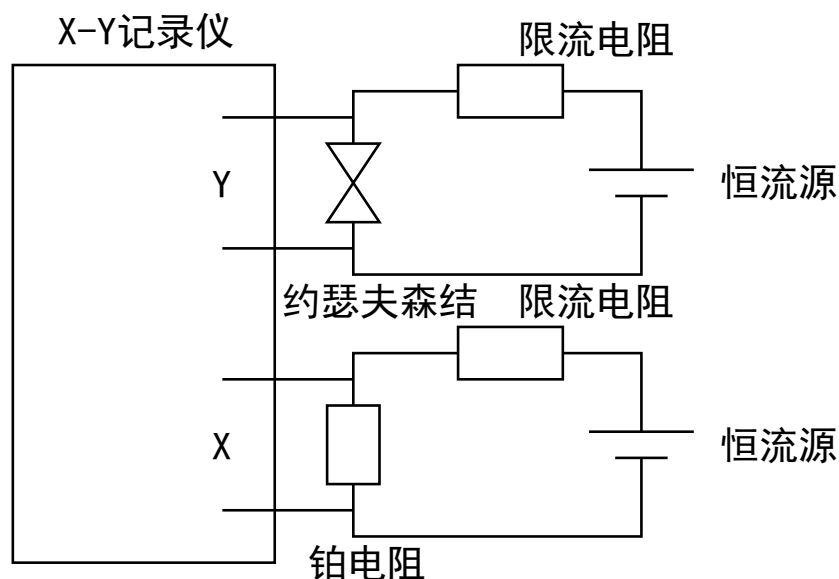


图 1: 此图为测量约瑟夫森结样品的电阻 - 温度特性曲线的示意图, 通过一个铂电阻测量温度, 在约瑟夫森结上面加恒流源来测量其电阻

表 I: 此表为台阶位置的数据表格, 由伏安特性曲线图处理得到

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$U/\mu V$	-0.58	-0.16	0.26	0.66	1.08	1.48	1.88	2.28	2.68

实验还测量了没有结结构的超导体的温度 - 电阻特性曲线和伏安特性曲线。

IV. 实验结果及分析讨论

以下是本次实验的结果图表.

首先, 本实验测量了样品约瑟夫森结的电阻 - 温度特性曲线, 见图 3.

实验随后测量了约瑟夫森结在没有加微波和加了微波时的伏安特性曲线, 见图 4 与图 5.

对于有微波情况的数据分析给出了各微波台阶的位置, 见表 I

对 $I - n$ 关系作线性回归得到, 台阶为

$$\Delta U = 0.407 \mu V \quad (5)$$

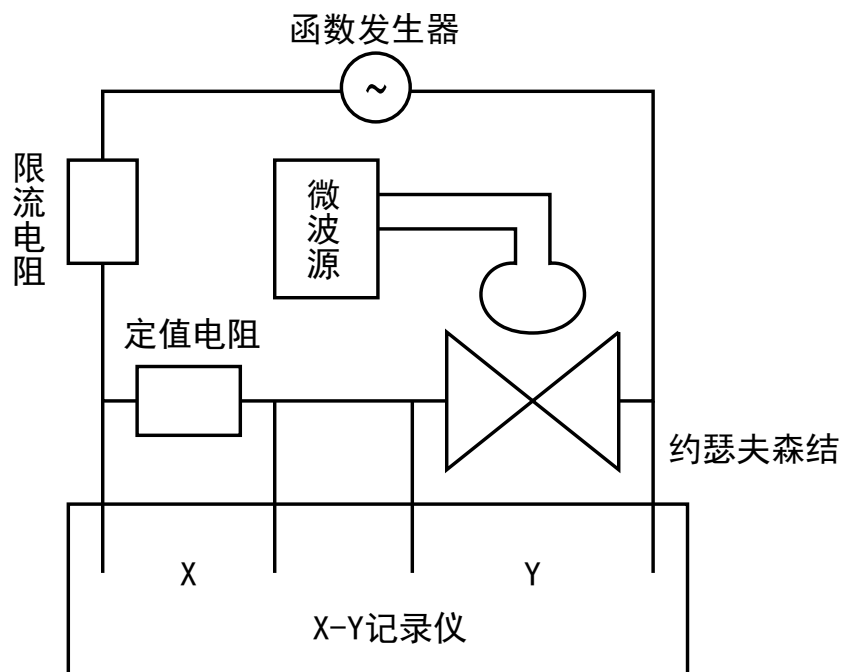


图 2: 此图为测量约瑟夫森结样品的伏安特性曲线的示意图, 直接测量约瑟夫森结两端的电压, 然后测量标准电阻两端的电压来测量电流.

从而计算得到, 微波的频率为

$$\nu = 196.8 \text{ MHz} \quad (6)$$

与微波的标称值是一致的.

对于不存在约瑟夫森结的超导体样品的进一步测量给出, 其电阻 - 温度特性与有结样品基本一致, 而其伏安特性曲线是与电流轴平行的一条直线, 表示在测量的范围内, 不需要超导体两端的电压就可以在超导体内维持任意大的电流.

V. 结论

本实验成功地测得了约瑟夫森结的温度电阻特性与伏安特性曲线, 验证了超导体的零电阻特性, 并且证实了直流约瑟夫森效应的存在. 实验在加微波的情况下成功测出了样品结的微波感应台阶, 并且通过微波感应台阶的高度成功地测量出了微波的频率, 证实了该结果是与微波标称值一致的, 从而证实了交流约瑟夫森效应.

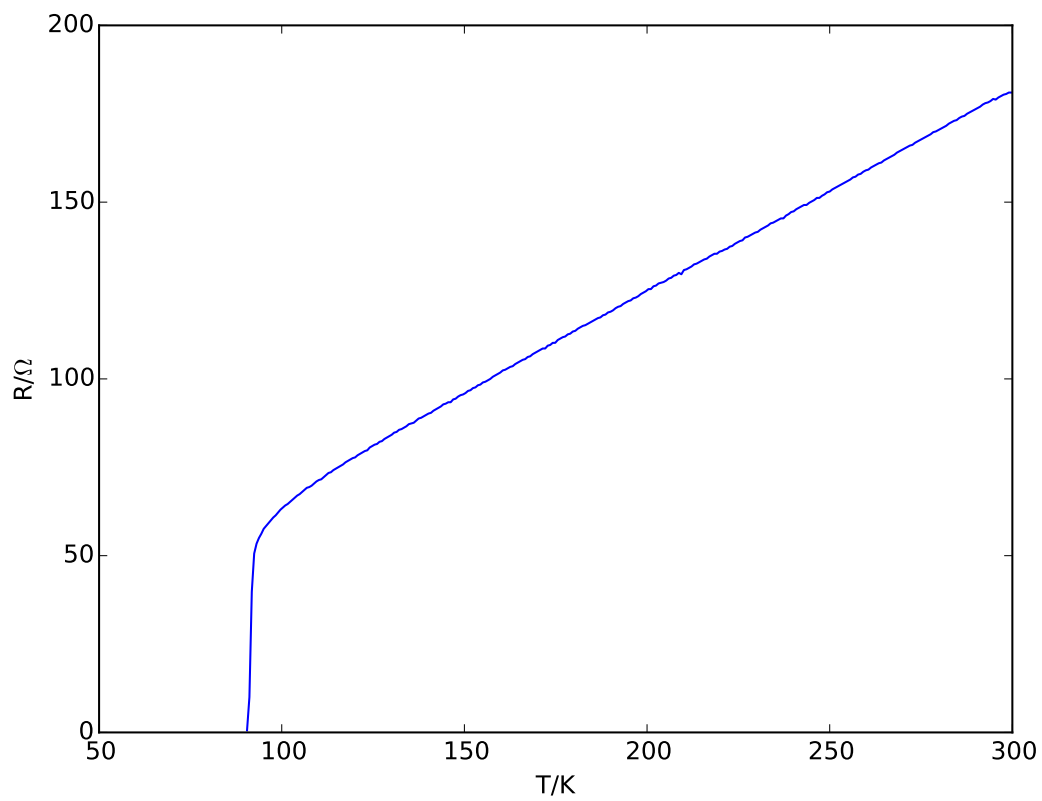


图 3: 此图为样品约瑟夫森结的电阻 - 温度特性曲线, 电阻由恒流源加在约瑟夫森结上得到, 温度由铂电阻测得.

实验进一步通过有结样品与无结样品的对比, 证实了这些效应是由于约瑟夫森结而产生过的.

VI. 致谢

感谢王越老师在实验中严谨而细致的指导.

感谢同组的戴彤宇同学认真而仔细的协助.

[1] Josephson B D. Possible new effects in superconductive tunnelling. Phys. Lett., 1962, 1(7): 251-253.

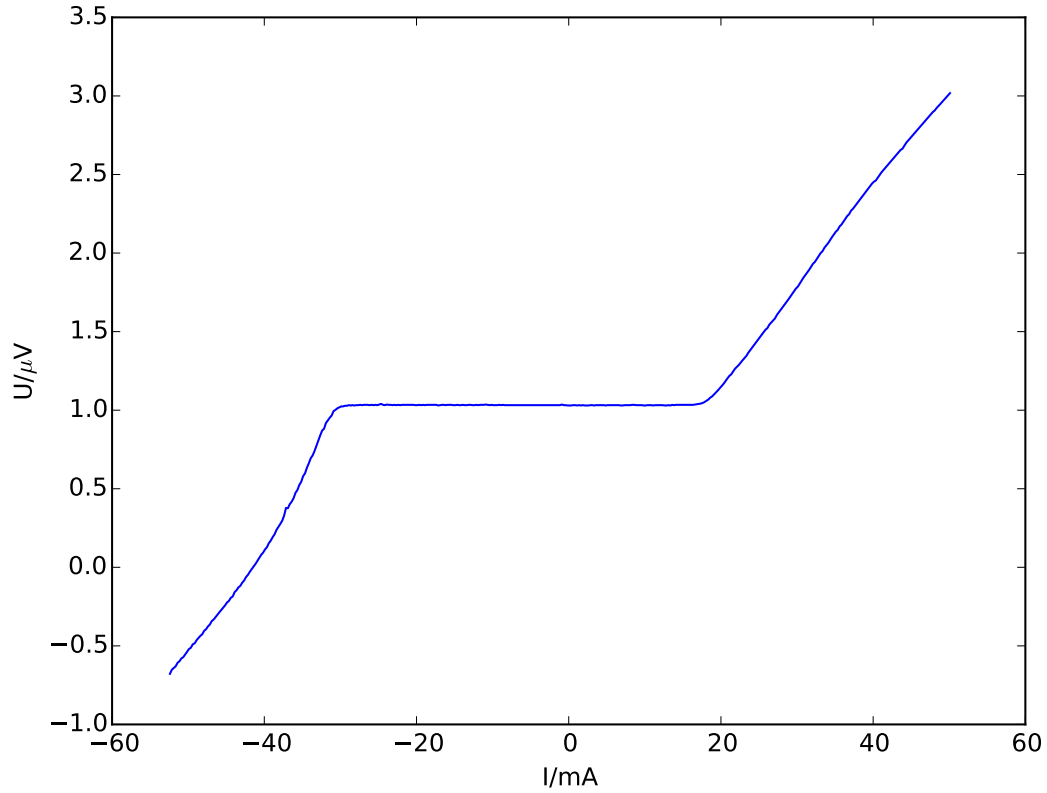


图 4: 此图为样品在无微波情况下的伏安特性曲线, 电压为直接测得, 电流为在标准电阻两端测量电压得到

[2] Josephson B D. The discovery of tunneling supercurrents. Rev. Mod. Phys., 1974, 46(2): 251-254.

[3] Likharev K K. Superconducting weak links. Rev. Mod. Phys., 1979, 51(1): 101-159.

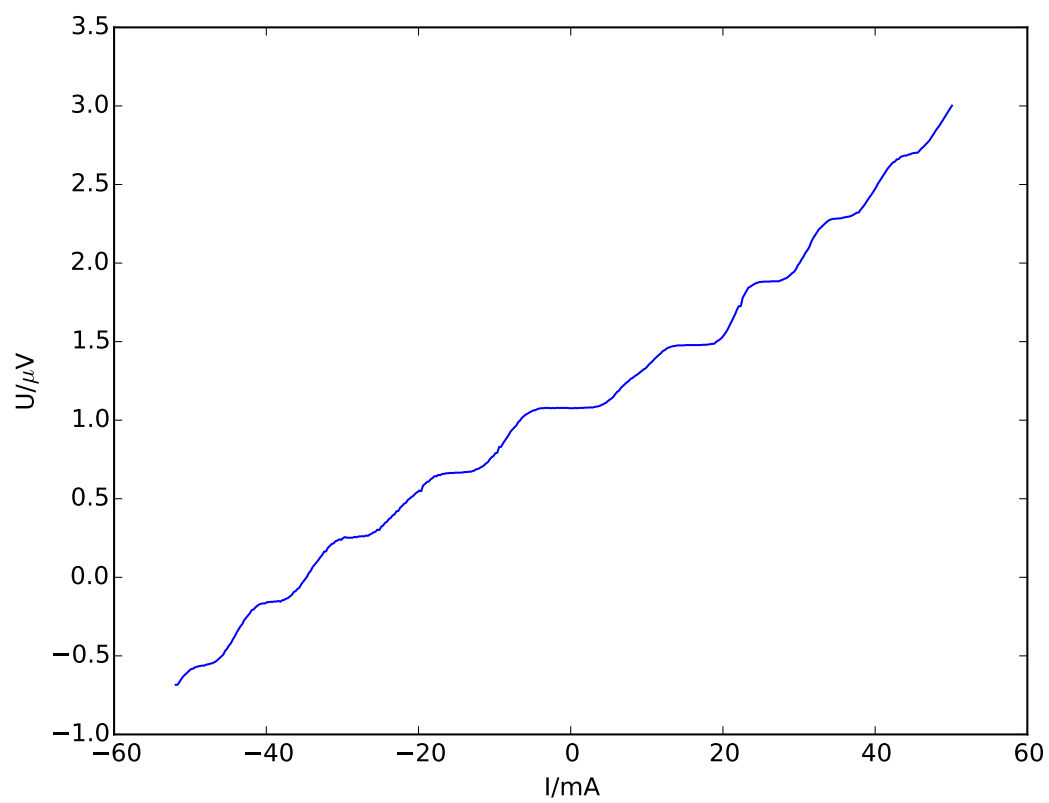


图 5: 此图为样品在有微波情况下的伏安特性曲线, 电压为直接测得, 电流为在标准电阻两端测量电压得到

A. 思考题

- a. 因为在超导现象中, 大量的 (宏观尺度的) 粒子以量子相干的方式凝聚在了同一量子基态上, 所以我们把这种态称为宏观量子态.
- b. 约瑟夫森结可以用于制备超导量子干涉仪 (SQUID), 用于测量微小磁场. 这一应用主要是利用了超导体的零电阻特性与约瑟夫森效应.

B. 代码

本实验的所有数据处理和绘图使用 python 语言完成. 具体的处理使用了 python 的 numpy, scipy 和 matplotlib 这数个开放源代码库套件.

相关的处理代码附在文后

data1.py

```
1 from PIL import Image
2
3 xscale = 5.0 / 100
4 yscale = 1.0 / 100
5 x0 = 270
6 y0 = 1842
7
8 ystart = 1842
9
10 start = 737
11 end = 2262
12 step = 5
13
14 im = Image.open("data1.png")
15 pixels = list(im.getdata())
```

```

16 width, height = im.size
17 pixels = [pixels[i * width:(i + 1) * width] for i in xrange(height)]
18
19 x = start
20 while x < end:
21     y = ystart
22     while pixels[y][x][3] < 200:
23         y = y - 1
24     print '{0},{1}'.format((x - x0) * xscale, (y0 - y) * yscale)
25     x = x + step

```

data2.py

```

1 from PIL import Image
2
3 xscale = 5.0 / 100
4 yscale = 10.0 / 100
5 x0 = 1550
6 y0 = 1535
7
8 ystart = 1880
9
10 start = 502
11 end = 2553
12 step = 5
13
14 im = Image.open("data2.png")
15 pixels = list(im.getdata())
16 width, height = im.size

```

```

17 pixels = [pixels[i * width:(i + 1) * width] for i in xrange(height)]
18
19 x = start
20 while x < end:
21     y = ystart
22     while pixels[y][x][3] < 200:
23         y = y - 1
24     print '{0},{1}'.format((x - x0) * xscale, (y0 - y) * yscale)
25     x = x + step

```

data3.py

```

1 from PIL import Image
2
3 xscale = 5.0 / 100
4 yscale = 10.0 / 100
5 x0 = 1638
6 y0 = 1543
7
8 ystart = 1885
9
10 start = 600
11 end = 2645
12 step = 5
13
14 im = Image.open("data3.png")
15 pixels = list(im.getdata())
16 width, height = im.size
17 pixels = [pixels[i * width:(i + 1) * width] for i in xrange(height)]

```

```

18
19 x = start
20 while x < end:
21     y = ystart
22     while pixels[y][x][3] < 200:
23         y = y - 1
24     print '{0},{1}'.format((x - x0) * xscale, (y0 - y) * yscale)
25     x = x + step

```

linear.py

```

1 from scipy import stats
2
3 x = [-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4]
4 y = [-0.58, -0.16, 0.26, 0.66, 1.08, 1.48, 1.88, 2.28, 2.68]
5
6 k,b,r,p,s = stats.linregress(x, y)
7 print "k=_", k
8 print "b=_", b
9 print "r=_", r

```

rt1.py

```

1 from matplotlib import pyplot as plt
2 from scipy.interpolate import InterpolatedUnivariateSpline as ius
3 import numpy as np
4
5 x = []
6 y = []
7

```

```

8  rt = """70_17.224_75_19.337_80_21.464_85_23.598_90_25.731_95_27.861_100_
    29.984_105_32.101_110_34.209_115_36.311_120_38.404_125_40.491_130_
    42.569_135_44.641_140_46.706_145_48.765_150_50.818_155_52.865_160_
    54.906_165_56.942_170_58.973_175_61.000_180_63.022
9  185_65.041_190_67.055_195_69.066_200_71.073_205_73.076_210_75.076_215_
    77.072_220_79.065_225_81.054_230_83.039_235_85.021_240_86.998_245_
    88.972_250_90.943_255_92.911_260_94.875_265_96.836_270_98.795_273.15_
    100.027_275_100.750_280_102.703_285
10 104.654_290_106.601_295_108.546_300_110.487"""
11
12 rt = rt.split()
13 rt = [float(i) for i in rt]
14 t = rt[::2]
15 r = rt[1::2]
16
17 func = ius(r, t)
18
19
20 with open('data1.txt') as f:
21     line = f.readline()
22     while line:
23         x.append(float(line.split(',')[0]))
24         y.append(float(line.split(',')[1]))
25         line = f.readline()
26 x = [i/0.9 for i in x]
27 y = [i/50e-3 for i in y]
28 x = [func(i) for i in x]
29 plt.xlabel("T/K")

```

```

30 plt.ylabel("R/$\Omega$")
31 plt.plot(x, y)
32 plt.savefig("rt1.pdf")
33 plt.show()

```

vt1.py

```

1 from matplotlib import pyplot as plt
2
3 x = []
4 y = []
5
6 with open('data2.txt') as f:
7     line = f.readline()
8     while line:
9         x.append(float(line.split(',')[0]))
10        y.append(float(line.split(',')[1]))
11        line = f.readline()
12 y = [i/50 for i in y]
13 plt.xlabel("I/mA")
14 plt.ylabel("U/$\mu$V")
15 plt.plot(x, y)
16 plt.savefig("vt1.pdf")
17 plt.show()

```

vt2.py

```

1 from matplotlib import pyplot as plt
2
3 x = []
4 y = []

```

```

5
6 with open('data3.txt') as f:
7     line = f.readline()
8     while line:
9         x.append(float(line.split(',')[0]))
10        y.append(float(line.split(',')[1]))
11        line = f.readline()
12 y = [i/50 for i in y]
13 plt.xlabel("I/mA")
14 plt.ylabel("U/$\mu$V")
15 plt.plot(x, y)
16 plt.savefig("vt2.pdf")
17 plt.show()

```