

电子衍射

黄康靖

北京大学物理学院 2012 级本科生 学号:masked student id^{*}

(日期: Dec 21th, 2014)

在普朗克与爱因斯坦关于光的粒子性的成功的理论基础上, 德布罗意于 1924 年提出了微观粒子也具有波粒二象性的假设. 如若能够证明微观粒子束存在衍射现象, 即可以证明这一假设. 本实验利用电子束在晶体中的衍射现象, 证明了电子具有波动性, 从而证明了德布罗意的物质波假设, 并且利用电子的物质波成功测量了若干晶体样品的晶格常数.

关键词: 电子衍射, 波粒二象性, 物质波, 晶格常数, 晶体衍射

^{*} huangkangjing@gmail.com; masked phone number

I. 引言

A. 背景

在普朗克和爱因斯坦关于光的微粒性理论的成功基础上, 德布罗意于 1924 年提出了微观粒子也具有波动性的假设. 德布罗意认为微观粒子的能量 E 和动量 \vec{p} 与平面波的频率 ν 与波长 λ 之间的关系与光波中的关系具有一致的形式:

$$E = h\nu \quad (1)$$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \vec{n} = h\vec{k} \quad (2)$$

式中, \vec{n} 为波阵面法线方向的单位矢量, \vec{k} 为波矢, 以上两式称为德布罗意关系. 德布罗意关系所对应的波称为物质波.[1]

通过德布罗意关系的计算, 可以注意到, 经几百伏特的电场加速的电子的物质波波长与 X 射线的波长相当. 因此, 当一束电子入射到晶体上时, 应当等同于一束 X 射线入射到晶体上一样, 会出现晶体衍射现象. 并且, 这一电子衍射的几何学应当与 X 射线衍射完全一样, 都遵循劳厄方程 (式 5) 与布拉格方程 (式 3) 所规定的衍射条件.

本实验通过在扫描电子显微镜中观察电子束打在晶体样本上面的衍射图样, 验证了电子的波动性, 并且通过晶体衍射的相关原理, 测定了几种晶体样本的晶格常数.

B. 原理

1. 晶体

晶体中过的原子 (或分子、原子集团) 在空间作规则的周期型排列, 形成空间点阵, 即晶格. 晶体可以看做是由最小结构重复单元的原胞, 和空间重复的点阵晶格组成.

通常使用晶列指数 $[h, k, l]$ 和晶面指数 (h, k, l) 来描述晶体中的晶列 (任意两个格点的连线) 和晶面 (任意三个不共线的格点决定的平面) 的取向.

2. 布拉格方程与劳厄方程

布拉格方程与劳厄方程是描述波在晶体上的衍射过程的相关规律的两个方程,这两种描述是完全等效的.

从将晶体看做是由一族晶面叠成的观点出发容易导出布拉格方程

$$2d \sin \theta = \mu \lambda \quad (3)$$

作为衍射的极强出现条件. 式中 d 为晶面间距, θ 为入射束与晶面之间的夹角, 而 λ 为波的波长, μ 为整数.

结合晶面族中晶面间距的公式, 布拉格方程可以进一步写成如下形式

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (4)$$

其中, (h, k, l) 为晶面组的晶面系数, a 为晶体的晶格常量.

另一方面, 对于晶体衍射的过程作矢量分析, 容易导出劳厄方程

$$\vec{k} - \vec{k}_0 = \mu \vec{g}_h \quad (5)$$

作为另一形式的衍射极强出现条件. 式中 \vec{k} 为出射波波矢, \vec{k}_0 为入射波波矢. μ 为整数, \vec{g}_h 为任意倒格矢.

II. 实验

实验使用扫描电子显微镜作为产生衍射图像与拍摄衍射图像底片的装置, 其原理结构图如图 1 所示. 由热阴极发射出来的电子, 经过聚焦系统投射到样品上, 随后在底片或荧光屏上成衍射图样. 显然, 入射电子束的发散度越小, 电子衍射的分辨率越高. 为了提高分辨本领, 通常在样品上方加上一个限制孔径, 用以减小入射电子束的发散度.

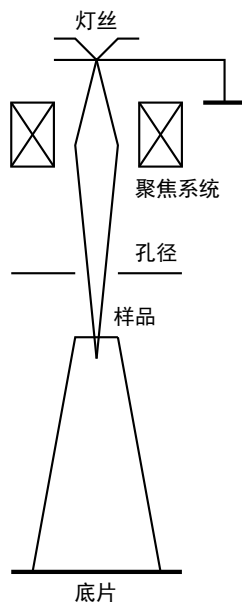


图 1: 实验装置的原理示意图, 实际装置是扫描电子显微镜, 其结构比此图复杂, 但原理与此图一致.

当样品与孔径之间的距离足够远时, 可以近似的用下式计算衍射角的正弦值:

$$\sin \theta = \frac{R}{2L_0} \quad (6)$$

式中 R 为衍射极强点到底片正中心 (零级极强斑) 之间的距离, 而 L_0 为样品到底片之间的距离, 本实验中, 这一值由扫描电子显微镜的相关参数给出, 有 $L = 82 \text{ cm}$

实验先后观测并拍摄了 Au 多晶样品的显微像、Au 多晶样品的衍射像、Ag 多晶样品的衍射像、Cu 多晶样品的衍射像、Sn 多晶样品的衍射像、以及 Si 单晶样品的衍射像.

III. 实验结果及分析讨论

实验拍摄的各显微及衍射像如图 2、图 3、图 4、图 5、图 6、图 7所示.

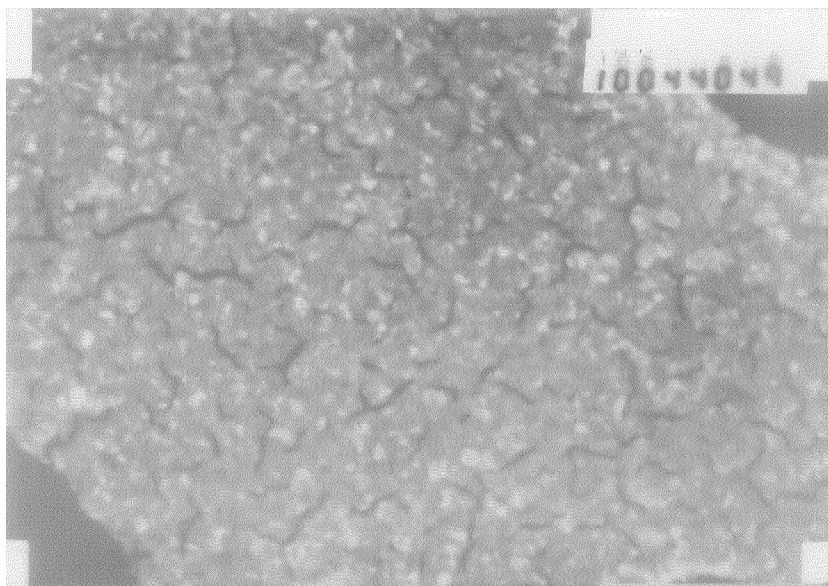


图 2: Au 多晶样品的显微像胶片, 胶片编号 44049

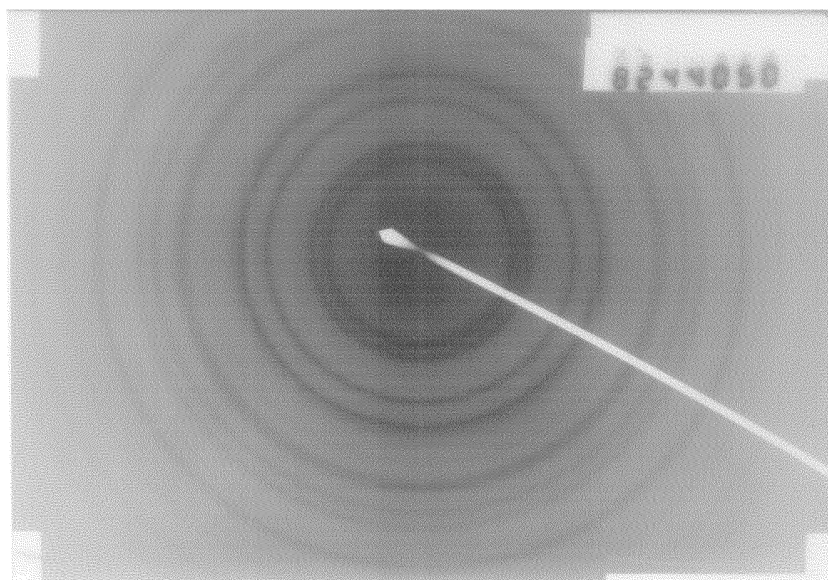


图 3: Au 多晶样品的衍射像胶片, 胶片编号 44050

IV. 结论

对于胶片中的诸衍射主极强, 测量了其到胶片中心的距离, 从而可以得出其各自对应的衍射角正弦值.

对于同一晶体的不同衍射极强, 对其作指标化处理, 即可得到入射波波长与各个晶体的晶格常量的比值. 本实验以 Au 样品的晶格常量 $a_0 = 4.0786 \times 10^{-10} \text{ m}$ 为标准, 即

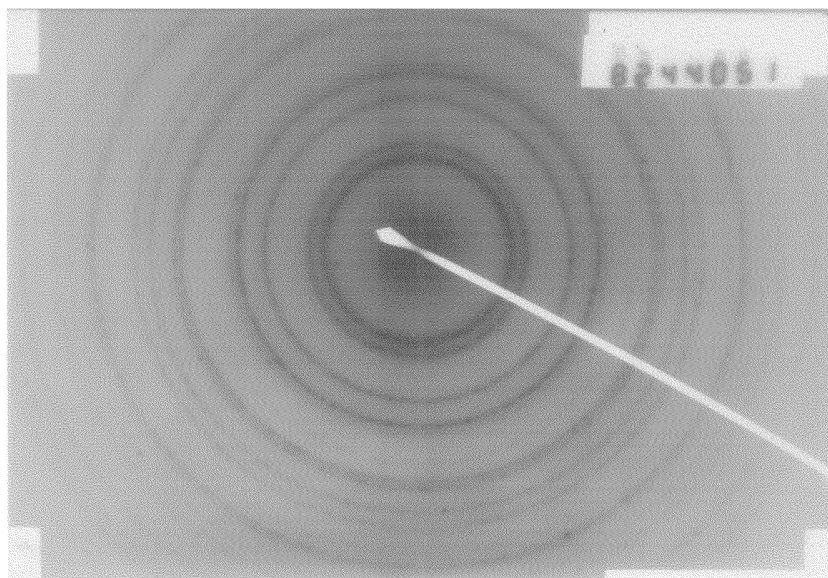


图 4: Ag 多晶样品的衍射像胶片, 胶片编号 44051

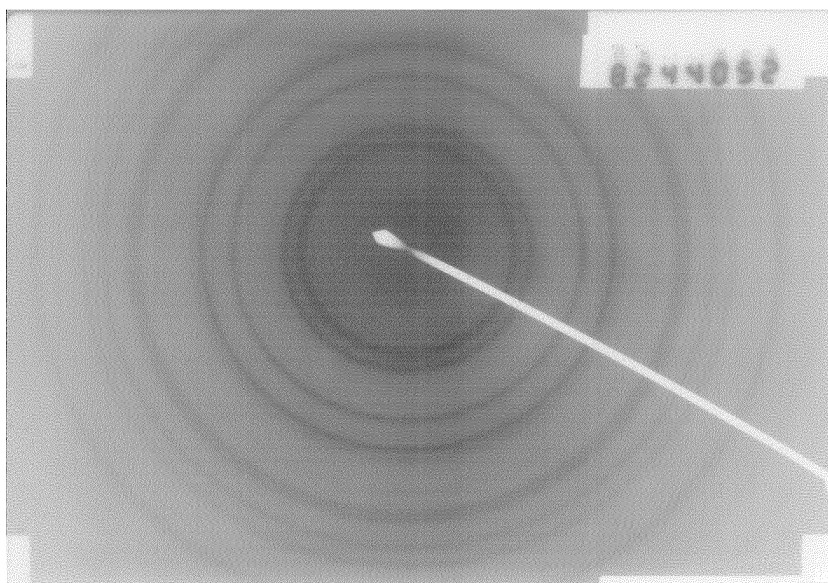


图 5: Cu 多晶样品的衍射像胶片, 胶片编号 44052

可测得其他样品的晶格常量.

数据表格见表 I

指标化处理后, 得到了对于 Au 样本:

$$\frac{\lambda}{a} = 0.0147 \quad (7)$$

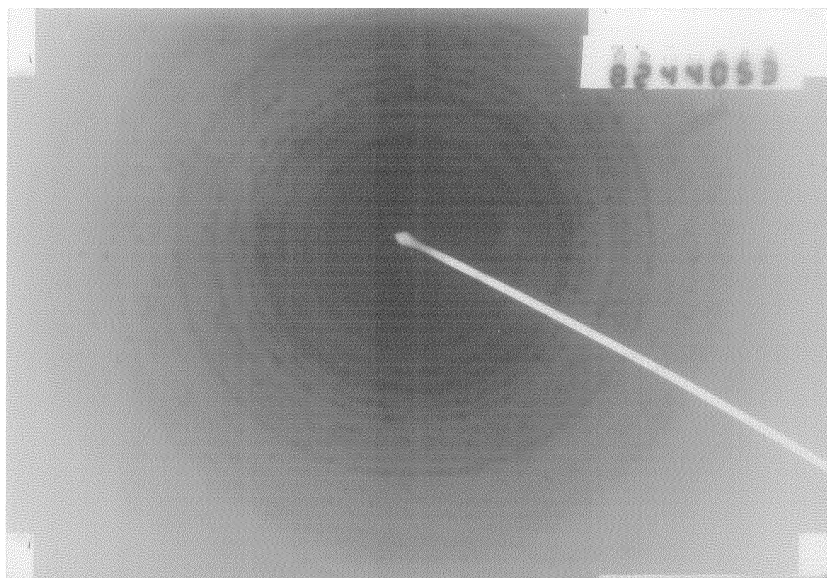


图 6: Sn 多晶样品的衍射像胶片, 胶片编号 44053

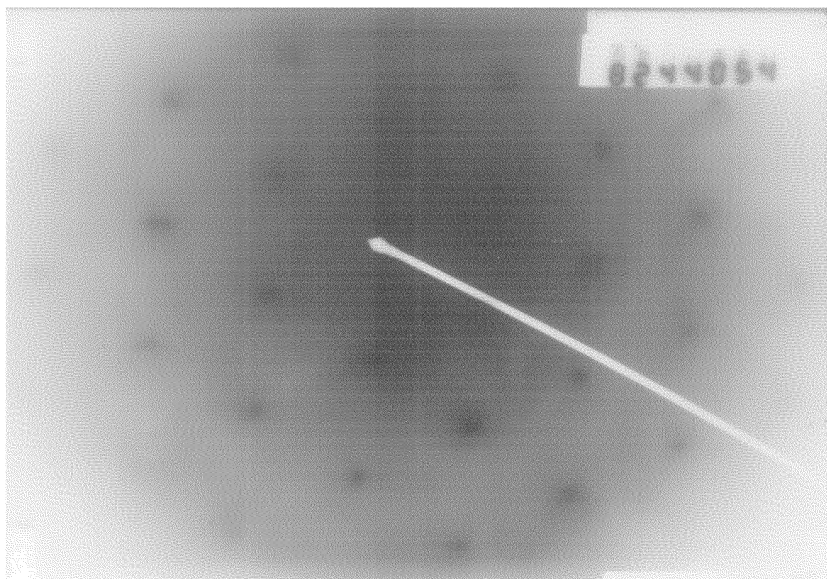


图 7: Si 单晶样品的衍射像胶片, 胶片编号 44054

对于 Ag 样本:

$$\frac{\lambda}{a} = 0.0147 \quad (8)$$

对于 Cu 样本:

$$\frac{\lambda}{a} = 0.0163 \quad (9)$$

表 I: 此表为各样品衍射图样中衍射环直径的数据表格, 以及在指标化处理后得到的各衍射环直径对应的镜面指数也一并列入

Au D/cm	对应晶面	Ag D/cm	对应晶面	Cu D/cm	对应晶面	Sn D/cm	对应晶面
2.1	111	2.1	111	2.3	111	1.7	100
2.4	200	2.4	200	2.7	200	2.3	110
3.4	220	3.4	220	3.8	220	2.9	111
4	311	4	311	4.5	311	3.3	200
5.3	331	5.3	331	6	420	3.7	210
5.9	422	5.9	422	6.7	430/500	4	211
6.2	431/510	6.2	431/510	7.1		4.4	220
7.1		7.1					

对于 Sn 样本:

$$\frac{\lambda}{a} = 0.0202 \quad (10)$$

对于 Si 样本:

$$\frac{\lambda}{a} = 0.0117 \quad (11)$$

于是, 根据 Au 样本的晶格常数标准值, 我们可以得到各样本晶格常数的测量值:

对于 Ag 样本:

$$a = 4.08 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (12)$$

对于 Cu 样本:

$$a = 3.68 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (13)$$

对于 Sn 样本:

$$a = 2.97 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (14)$$

对于 Si 样本:

$$a = 5.12 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (15)$$

至此, 本实验成功地验证了电子的波动性, 并利用电子的波动性成功地测量了各样本的晶格常数.

V. 致谢

感谢实验老师辛勤而专业的指导.

- [1] 吴思成, 王祖铨 2010 近代物理实验 (第三版) (北京: 高等教育出版社) 第 274 页.
- [2] Wikipedia contributors. Reciprocal lattice. Wikipedia, The Free Encyclopedia. Available at: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Reciprocal_lattice&oldid=635150451. Accessed December 21, 2014.
- [3] Web contributors, Element periodic table. Available at <http://periodictable.com/> Accessed December 21, 2014.
- [4] Charles Kittel, Introduction to Solid State Physics (Eighth Edition)