

用 β 粒子检验相对论的动量 - 动能关系

黄 康 靖

北京大学物理学院 2012 级本科生 学号: masked student id^{*}

(日期: 2014 年 10 月 5 日)

经典力学和电磁学以及光学之间的矛盾, 促成了狭义相对论理论的诞生. 狭义相对论理论对于高速物体的运动, 和经典力学对于物体的动量 - 动能关系, 给出了不同的预计. 本实验通过测量高能 β 粒子的动量和动能, 验证了狭义相对论对于高速运动物体动量 - 动能关系的预计. 并且通过对于空气中 β 粒子运动的研究, 证明了 β 粒子在空气中运动时会损失能量.

关键词: 动量 - 动能关系, β 衰变, β 粒子, 狭义相对论

^{*} huangkangjing@gmail.com; masked phone number

I. 引言

经典力学对于低速物体的运动规律进行了彻底的研究并且获得了相当的成功, 它反映了牛顿的绝对时空观. 绝对时空观认为时间和空间彼此独立, 没有联系. 时间与空间的度量与惯性参考系的运动状态无关. 同时, 认为同一物体在不同惯性参考系中的运动量按照一定的变换规律互相联系 (伽利略变换), 并且一切力学定律的表达式在一切惯性系中都是一样的 (力学相对性原理).

直到 19 世纪末到 20 世纪初, 人们试图将伽利略变换和力学相对性原理推广到电磁学与光学, 但遇到了巨大的困难与矛盾. 实验表明, 对于高速运动的物体, 伽利略变换是不正确的, 并且实验还证明, 在所有惯性参考系中, 光在真空中的传播速度均为同一常数. 在这些实验基础上, 爱因斯坦在 1905 年基于两条原理, 即爱因斯坦相对性原理和光速不变原理, 建立了狭义相对论, 将仅仅局限于力学的伽利略相对性原理推广到包括电磁学和光学的整个物理学.[1]

狭义相对论对于速度接近光速 c 的高速运动物体的运动学和动力学, 给出了与经典力学完全不同的预计. 本实验旨在通过测量高能量 β 粒子的动量-能量关系, 来验证狭义相对论理论对于这一关系的预计, 从而验证狭义相对论这一理论自身的正确性.

II. 背景

狭义相对论的理论框架基于如下两个假设建立:

- a. 爱因斯坦相对性原理: 所有物理规律在所有惯性参考系中具有完全相同的形式.
- b. 光速不变原理: 在所有惯性参考系中光在真空的速度恒定为 c , 它与光源和参考系的运动无关.

基于这两个假设, 可以推导出洛伦兹变换. 洛伦兹变换作为一种变换关系, 用于联系不同惯性参考系之中的运动量. 同时, 如若引入 $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, x_4 = ict$, 根据洛伦兹变换, 可以发现在变换中存在一个不变量 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$, 从而洛伦兹变换可以看成复四维时空 (x_1, x_2, x_3, x_4) 之中的转动.

另一方面, 根据相对性原理, 任何物理规律在不同的惯性系中都具有相同的形式, 因此表达物理规律的方程必须满足在洛伦兹变换形式下不变, 称为洛伦兹变换的协变性. 由于洛伦兹变换可以看成上述复四维时空中的转动, 因此, 若能将物理量和物理规律的表达式以该四维时空中的形式进行表述, 可以使得表述本身更加清晰、简明.

首先, 四维时空中的坐标平方和以及微位移平方都是洛伦兹不变量, 即

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \text{const.} \quad (1)$$

以及

$$(dx_1)^2 + (dx_2)^2 + (dx_3)^2 + (dx_4)^2 = \text{const.} \quad (2)$$

从这个角度上来看, 由于洛伦兹变换是四维时空中的转动, 因此可以定义四维位矢和四维微位移, 即

$$\mathbf{R} = (x, y, z, ict) \quad (3)$$

以及

$$d\mathbf{R} = (dx, dy, dz, icdt) \quad (4)$$

那么, 作为这些矢量的长度平方, 前述的两个量自然在洛伦兹变换下不变.

那么, 进一步根据狭义相对论的动力学, 可以得出四维时空形式下的动量矢量的表达式应为

$$\mathbf{P} = (P_1, P_2, P_3, P_4) = (mv_1, mv_2, mv_3, \frac{i}{c}E) \quad (5)$$

其中, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ 为物体质量, v_1, v_2, v_3 为物体速度在空间 x, y, z 三个轴向的分量, $E = mc^2$ 为物体的总能量.

取一个运动物体的随体系和实验室系之间的洛伦兹变换, 由式 5 描述的变换不变性, 可以得到

$$E^2 - c^2 p^2 = E_0^2 \quad (6)$$

即得到动能 -动量关系

$$E_k = E - E_0 = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \quad (7)$$

可以注意到, 当 $\frac{v}{c} \ll 1$ 时, 有

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) - m_0 c^2 \simeq \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{p^2}{2m_0} \quad (8)$$

即动量 -能量关系退化到经典形式.

III. 实验

实验采用 β 粒子源作为高速电子源, 使用闪烁探测器和多道分析器测量和分析 β 粒子能谱, 并采用 β 粒子磁谱仪测量能谱上对应粒子的动量, 从而建立动能和动量之间的测量关系. 实验在真空和非真空的条件下各自进行了一组测量.

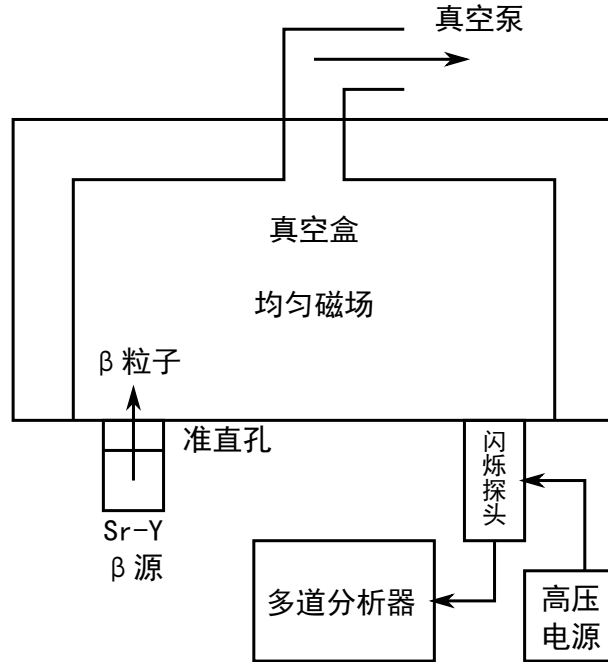


图 1: 实验装置的示意图. β 粒子首先从 Sr-Y 源中被放射出来, 进入在均匀磁场之中的真空盒中运动半个圆周之后在真空室下壁上形成一个能谱, 能谱各处的对应粒子能量可由圆周运动的半径计算. 最后再使用闪烁探头在能谱上测量 β 粒子的动能, 并输入多道分析器分析.

图 1 即是上述实验装置的一个结构示意图.

下面对于实验装置的各部分再进行分别说明.

A. β 粒子源

β 衰变是放射性核素放射出 β 粒子而变为原子序数差 1、质量数相同的核素的过程. β 粒子的本质是高能电子. 由于 β 衰变中释放出来的中微子的存在, β 衰变的能谱通常是连续谱.

本实验使用的 β 粒子源为 $^{90}_{38}\text{Sr} - ^{90}_{39}\text{Y}$ β 源, 其能谱在 0 至 2.27MeV 的范围内是连续的.[1]

B. β 磁谱仪

β 磁谱仪为测量 β 粒子能谱内各能对应动量的装置. 它利用了带电粒子在磁场中的运动, 将具有不同能量的离子束分束为明确的能谱, 并把对于动量的测量转化为对长度的测量, 来完成能量和动量的对应测量.

带电粒子在磁场中作圆周运动服从的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (9)$$

由此方程可解得, 粒子动量大小与其做圆周运动的轨道半径的关系

$$p = eBR \quad (10)$$

此即是磁谱仪的原理公式.

C. 闪烁探头与多道分析器

经过磁谱仪中圆周运动的 β 粒子, 将会打到闪烁探头上, 使得闪烁探头送出一个光信号, 该信号会经过光电倍增管转化为电信号并放大, 然后进一步被放大电路放大, 成

为被多道分析器采集的一个信号. 多道分析器在各信号强度上测量信号计数, 便可以得到能谱.

多道分析器接收到的信号强度, 即多道分析器采集到的信号道数, 与闪烁探头实际测量到的动能之间的关系, 可以认为是线性的. 即

$$E_1 = a + bn \quad (11)$$

但是, 这一线性关系的系数, 是受光电倍增管加的高压电压值和放大电路的放大倍数影响的, 因此, 在实际测量中, 应当在正式测量前使用标准放射源进行定标, 确定下 a, b 的值.

另一方面, 在实验中, 在磁场中运动的 β 粒子在被闪烁探头接收到之前, 会先后通过真空盒的的一层有机薄膜和闪烁探头的 Al 窗, 他们都会吸收一部分动能, 因此最后探头测得的动能值要经过修正后, 才能够认为是可靠的在磁场中运动的电子的动能. 相关的数据修正表见 [1].

IV. 实验结果及分析讨论

实验的正式测量前, 调节完毕后, 先使用放射源 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 的几个已知能量峰对闪烁体探测器进行了定标, 定标结果如图 2 所示.

定标后, 首先在真空室中抽真空的情况下进行了实际实验的测量, 在磁谱仪的不同位置使用闪光传感器测放射线的能量峰位置, 最终数据如表 I 所示.

测量数据与狭义相对论理论预计、经典力学的理论预计曲线的对比图参见图 3

图 3 中的测量数据表明, 实验的结果很好的吻合了狭义相对论理论对于高速运动物体的动量 - 动能关系的预计, 并且也同样说明了经典力学的理论在这样的高速运动物体上的不适用性.

第一组实验的测量结束后, 在真空室中不是真空状态, 即在有空气的条件下, 其他所有的实验条件和实验室参数都不变, 进行了第二组实验数据的测量与处理, 数据请参见表 II.

同样, 在这组数据上, 可以作出实验测得值与两种理论预言结果的对比图, 如图 4 所

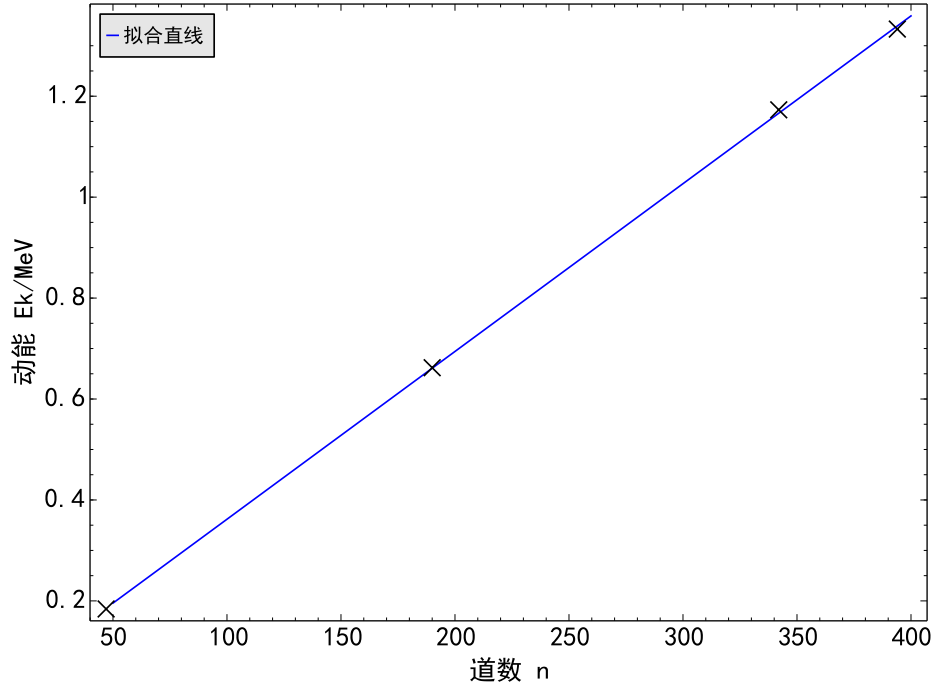


图 2: 此图为闪烁探测器的定标图线, 为最小二乘法作 $E_k - n$ 关系线性拟合的结果. 拟合模型为 $E_k = a + bn$, 拟合的数值结果为 $a = 0.0293648982246, b = 0.00332429641018, r = 0.999946976185$

表 I: 此表为测量数据的具体值与处理值的表格, 采用了前述标定的数据, 通过峰值道数计算探测动能, 然后通过前述的修正数据得到修正后动能. 实验室也记录了磁场强度为 579.7Gs, β 源位置为 6.00cm. 通过这些数据, 计算出了表中的动量值

| 峰值道数 n | 探测动能 E'_k/MeV | 修正后动能 E_k/MeV | 探头位置 x/cm | 半径 R/cm | 动量 pc/MeV |
|----------|------------------------|------------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| 469.0 | 1.588 | 1.680 | 31.00 | 12.50 | 2.174 |
| 404 | 1.372 | 1.466 | 28.50 | 11.25 | 1.956 |
| 341 | 1.163 | 1.258 | 26.00 | 10.00 | 1.739 |
| 277 | 0.950 | 0.994 | 23.50 | 8.75 | 1.522 |
| 210 | 0.727 | 0.824 | 21.00 | 7.50 | 1.304 |
| 148 | 0.521 | 0.624 | 18.50 | 6.25 | 1.087 |
| 83 | 0.305 | 0.424 | 16.00 | 5.00 | 0.870 |
| 32 | 0.136 | 0.282 | 13.50 | 3.75 | 0.652 |

示. 同样, 这幅图也可以说明在高速运动的物体上, 相对论理论的适用性与经典力学理论的不适用性. 但是, 在这幅图中, 在动能较高的粒子段上, 实验测得的动量结果对于理论有着系统的偏大现象. 这一现象应该可以解释为: 由于空气的存在, β 粒子在运动中撞击空气分子而损失能量. 这一现象导致了对于某一能量的分子, 由于其前段运动

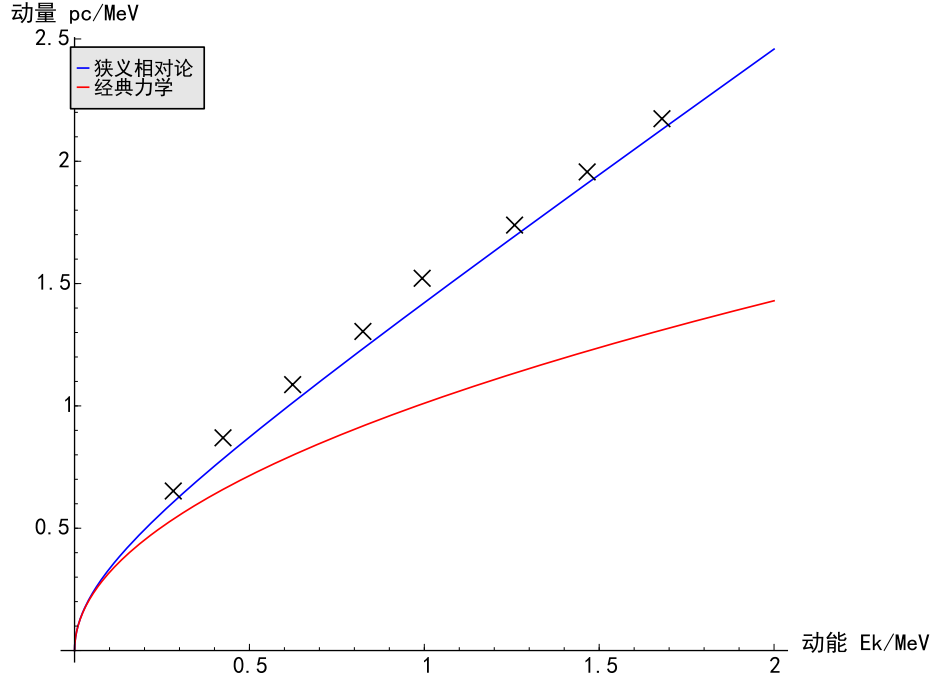


图 3: 此图为实验测得值与理论曲线的比较图, 图中蓝线为狭义相对论理论曲线, 曲线公式为 $pc/\text{MeV} = [(E_k/\text{MeV} + 0.511)^2 - 0.511^2]^{1/2}$. 红线为经典力学理论曲线, 曲线公式为 $pc/\text{MeV} = (1.022E_k/\text{MeV})^{1/2}$

表 II: 此表为测量数据的具体值与处理值的表格, 数据处理方式与和其他实验室参数与前述完全相同, 但此组数据是在真空室中不为真空, 即有空气的条件下完成实验和测量的

| 峰值道数 n | 探测动能 E'_k/MeV | 修正后动能 E_k/MeV | 探头位置 x/cm | 半径 R/cm | 动量 pc/MeV |
|----------|------------------------|------------------------|--------------------|------------------|--------------------|
| 94 | 0.342 | 0.458 | 16.00 | 5.00 | 0.870 |
| 150 | 0.528 | 0.629 | 18.50 | 6.25 | 1.087 |
| 208 | 0.721 | 0.818 | 21.00 | 7.50 | 1.304 |
| 274 | 0.940 | 1.036 | 23.50 | 8.75 | 1.522 |
| 318 | 1.086 | 1.178 | 26.00 | 10.00 | 1.739 |

在高能量高动量的较大运动半径下完成, 从而使得测得的半径值, 即粒子出射时运动半径值与到达探测器时运动半径值的算数平均值, 比粒子最后抵达探测器时的运动半径值要偏大的情况. 而这一情况也就导致了动量测量值的偏大.

另一方面, 能量越高粒子动量偏差值越大, 正说明了能量越高的粒子在空气中损失的能量也越多.

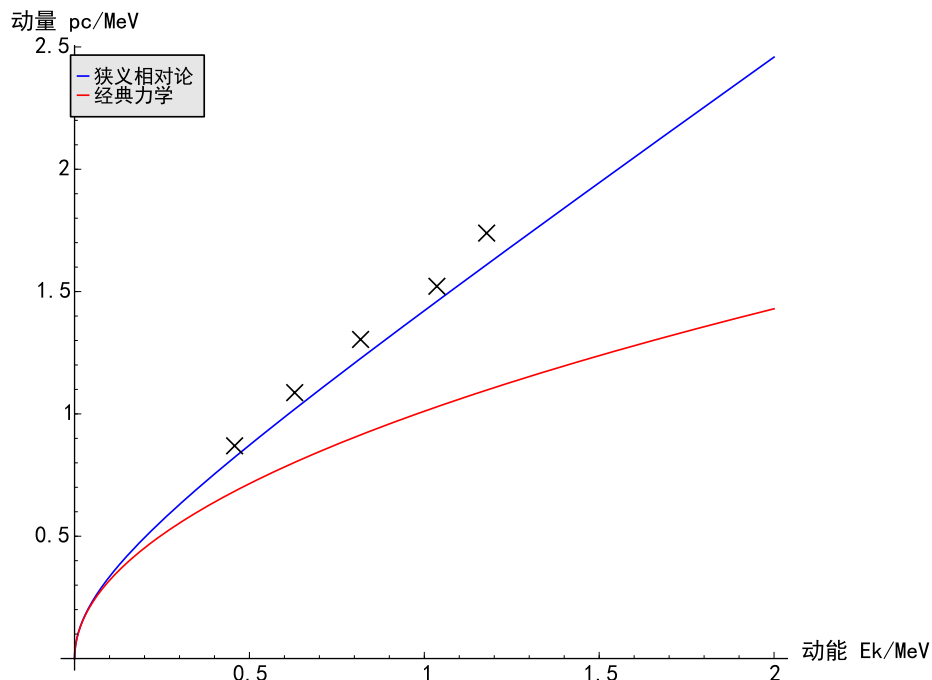


图 4: 此图为实验测得值与理论曲线的比较图, 数据处理方式和其他实验室参数与前述完全相同, 但此组数据是在真空室中不为真空, 即有空气的条件下完成实验和测量的. 图中蓝线为狭义相对论理论曲线, 红线为经典力学理论曲线.

V. 结论

实验通过对于高能 β 粒子动量和动能的关系测量, 验证了狭义相对论理论中粒子动量 - 动能关系的有效性, 从而验证了狭义相对论理论对于高速运动物体的适用性. 另一方面, 实验也验证了经典力学动量 - 动能关系的不适用性, 从而验证了经典力学理论对于高速运动物体的不适用性.

另一方面, 实验通过对于 β 粒子在空气运动后的动量 - 动能关系测量, 验证了 β 粒子在空气中运动时会损失能量, 而且粒子的能量越高能量的损失值越高的这一事实.

VI. 致谢

感谢王思广老师在实验中认真而专业的指导.

感谢孙思白学长提供的实验报告模板和报告格式作为参考.

- [1] 吴思成, 王祖铨 2010 近代物理实验 (第三版) (北京: 高等教育出版社) 第 107 页.
- [2] 孙思白 北京大学 2014 年近代物理实验报告: 扫描隧穿显微镜观察高定向热解石墨的原子尺度图像

A. 思考题

- a. 实验中射入均匀磁场中的 β 粒子速度方向实际上有一定的角分布, 请考虑这一因素对实验结果的影响

这一角分布将导致对于磁谱仪的能谱上面的每一点, 接收到的粒子将不会是单一能量的, 而会有一个连续的能量分布. 这将会对峰位置的判定引入误差, 从而对实验结果引入一定误差

- b. 磁体边缘的磁场强度较中心区域弱, 请半定量分析其对 β 粒子动量测量的影响

根据公式 10, 这将会导致测得的半径值较实际半径值大, 从而导致测得的动量值较实际值偏大.