

史灵生 2025春 概率论与数理统计

考试分为I卷和II卷，各50分，I卷含8道填空，3道大题（难度和填空题差不多），以基础概念为主。下面是II卷，含4道大题。一、设随机变量 $Y \sim U(0, 2)$,

$$X = \begin{cases} Y, & Y \geq 1 \\ 0, & Y < 1 \end{cases}$$

求 X 的分布函数和期望。二、设随机变量 $X, Y, Z \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, 1), V = X - Y + Z$. 求 (X, V) 的联合分布及 $\mathbb{E}(X|V)$.

三、设随机变量 (X, Y) 的联合密度函数 $p(x, y) = ce^{-x-y}, 0 < x < y$.

1. 求 c .
2. 设 $Z = Y - X$, 求 (X, Z) 的联合密度函数.
3. X 和 Z 是否相互独立?

四、设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma^2)$

1. 求 σ^2 的最大似然估计 $\hat{\sigma}^2$.
2. 讨论 $\hat{\sigma}^2$ 的相合性与无偏性.
3. 基于 $\hat{\sigma}^2$ 构造 σ^2 的枢轴量, 并给出 σ^2 置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间.