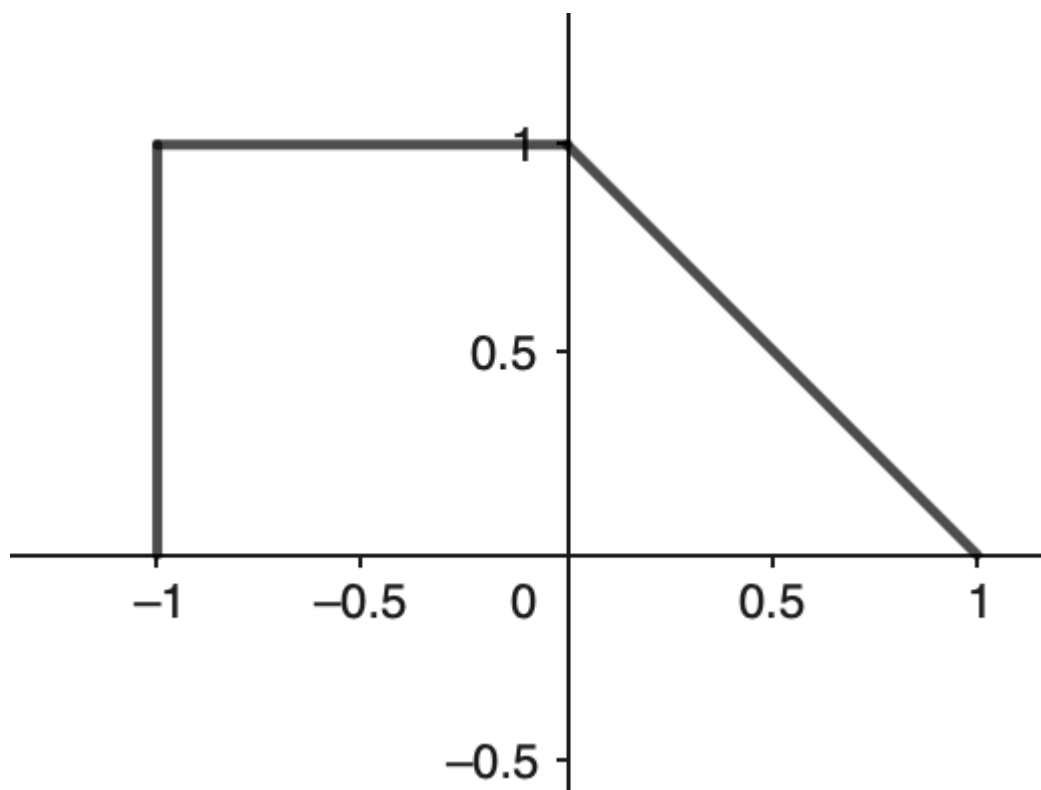


2025信号处理原理期末试题

本试题为回忆版，数字难免有所差错。

一、已知信号 $f(t)$ 的波形如下图所示，其中0到1区间为线性衰减：



1. 求 $g_1(t) = f(2t) + f(t - 1)$ 的分段表达式和波形图。
2. 求 $g_2(t) = \frac{d}{dt} f(2 - t)$ 的分段表达式和波形图（注意画出冲激函数的位置和幅度）。

二、已知采样频率 f_s 为120kHz，信号 $f(t)$ 的频率范围在310kHz到350kHz之间。

1. 采样后的频谱在20kHz处的值是由原频谱的哪个位置搬移过来的？（如发生混叠，请说明是由哪些频率混叠而成的）
2. 采样后的频谱与原频谱相比幅度值有什么变化？（提示：利用理想采样的频谱表达式，说明幅度值的变化与 f_s 或 T_s 有什么关系）

三、已知 $x_1(n) = [-1, 1, 2]$, $x_2(n) = [2, 1, -1, 0]$, $x_3(n) = [4, a, 1 + j, 3, b]$

1. 求 x_1 和 x_2 的线性卷积 $y_L(n)$ 以及4点圆卷积 $y_C(n)$ 。
2. 已知 $x_2(n)$ 的DTFT为 $X_2(\omega)$ ，求 $\int_{-\pi}^{\pi} |X_2(\omega)|^2 d\omega$ 。
3. 设 $x_3(n)$ 的6点DFT为 $X_3(k)$ ，若已知 $X_3(k)$ 为实序列，求 $X_3(k)$ 的6点DFT。

四、已知

$$f(t) = 4 \cos(4t) \sin(2t) + 2 \cos^2(3t) + 2je^{3jt}$$

1. 求 $f(t)$ 的复形式傅里叶级数，并写出各个频率的分量 F_n 。

2. 求 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(\omega)$ ，用冲激函数表示。
3. 根据FT与IFT的对偶性，求 $f(\omega)$ 的IFT。

五、我们讨论基3-FFT，把长为6的原始序列 $x(n)$ 分解为三个子序列，下标从零开始：

$$x_0(r) = x(3r), x_1(r) = x(3r + 1), x_2(r) = x(3r + 2)$$

它们的2点DFT分别为 $X_0(k), X_1(k), X_2(k)$ 。

1. 推导如何由 $X_0(k), X_1(k), X_2(k)$ 表示原始序列的FT $X(k)$ ，需要写出旋转因子 W_N 的具体形式。
2. 已知 $X_0(k), X_1(k), X_2(k)$ 都是周期为2的序列，求如何用 $X(k)$ 表示出 $X(k + 2)$ ，以便由一次DFT得到多个频率点的信息。
3. 设 $x(n) = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$ 的6点DFT为 $X(k)$ ，通过以上的思想求 $X(1)$ 。（要求写出具体过程，包括子序列及它们的DFT，再求和）

六、已知滤波器的差分方程为：

$$y(n) = x(n) + x(n - 1) - 2x(n - 3) + 0.75y(n - 1) - 0.125y(n - 2)$$

1. 该滤波器是FIR滤波器还是IIR滤波器？说明理由。
 2. 求它的系统函数 $H(z)$ ，以及 $H(z)$ 的所有零点和极点。
 3. 画出它的信号流图。要求：直接I型和直接II型都要画，并且标注清楚所有系数。
 4. 已知该滤波器是因果系统，求它的单位冲激响应 $h(n)$ 。
- 要求：给出 $h(n)$ 的分段表达式，比如：

$$h(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 3(0.5)^n - 4(0.2)^n, & n \geq 1 \end{cases}$$

（数值与本题无关，仅用于说明形式）即给出 $n = 0$ 时的初值和 $n \geq 1$ 时的通式。

- 求该因果系统的ROC，并说明系统的稳定性。

七、已知采样频率为20kHz，按照以下指标设计高通FIR滤波器：

- 通带边缘频率5kHz
- 阻带边缘频率4kHz
- 阻带衰减56dB

要求：

- 说明你选择的窗函数及选择理由。
- 计算滤波器的长度 N ，并说明所用到的近似表达式。
- 给出滤波器的脉冲响应 $h(n)$ （中心在 $n = 0$ 处，即 $|n| \leq \frac{N-1}{2}$ ）

附表：可选窗函数，如有多个符合要求，选序号最小的

窗类型	窗函数 $ n \leq \frac{N-1}{2}$	窗内项数 T.W.是过渡带宽度	阻带衰减dB	通带边缘增益dB $20 \log(1 - \delta_p)$
矩形	1	$0.91 \frac{f_s}{T.W.}$	21	-0.9
汉宁	$0.5 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1}$	$3.32 \frac{f_s}{T.W.}$	44	-0.06
哈明	$0.54 + 0.46 \cos \frac{2\pi n}{N-1}$	$3.44 \frac{f_s}{T.W.}$	55	-0.02
布莱克曼	$0.42 + 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N-1} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N-1}$	$5.98 \frac{f_s}{T.W.}$	75	-0.0014

(我这里直接用了课件上的图，和试卷的顺序是一样的)
(本题还有一问是关于哈明窗和布莱克曼窗的比较，大概答案应该是布莱克曼窗虽然阻带衰减更强，但同等条件下项数更多/过渡带宽度更宽，所以二者各有优劣)