

清华大学本科生考试试题专用纸

考试课程 《形式语言与自动机》 A 卷 （由 06 级和 07 级试题组合而成）

学号：_____ 姓名：_____

一. (16 pts.) 回答 true 或者 false (Answer true or false): (2 pts. each) (06级)

1. 每个无二义上下文无关文法，都存在一个等价于它的 DPDA (For every non-ambiguous CFG, there exists an equivalent DPDA) .

2. 任何一个空栈接受的 PDA，都存在一个与其等价的终态接受的 PDA (For every PDA that accepts a language by empty stack, there exists an equivalent PDA that accepts a language by final state) .

3. 对任何递归可枚举语言，一定存在可停机的图灵机接受它 (For a recursively enumerable language, there must be a Turing machine which can halt and accept the language.) .

4. 任何 \mathcal{P} 问题都是 NP 问题 (Every problem in \mathcal{P} is a problem in NP) .

5. 存在一个算法，可以判定两个正规表达式的语言是否相等 (There is an algorithm that can decide if two regular expressions have the same language) .

6. 对于同一字母表上的空语言 Φ 和语言 $\{\epsilon\}$ ， $\Phi^* \neq \{\epsilon\}^*$ (For languages Φ and $\{\epsilon\}$ over the same alphabet, $\Phi^* \neq \{\epsilon\}^*$) .

7. 对任何语言 L_1 和 L_2 ，如果 L_1 是正规的，但 L_2 不是正规的，那么 $L_1 \cup L_2$ 不是正规的 (For any two languages L_1 and L_2 , if L_1 is regular, but L_2 is not, then $L_1 \cup L_2$ is not regular) .

8. 任何具有半无穷带的图灵机，总存在与其等价的带两个栈的 PDA (For every Turing machine with a semi-infinite tape, there must be an equivalent PDA with two stacks) .

二. (12 pts) 选择填空 (单选) (Find one answer from A~ H for each of the following languages): (2 pts. each) (06级)

1. 由正规表达式 a^*b^* 定义的语言 (The language defined by the regular expression a^*b^*).

2. 语言 (Language) $\{ a^n b^m \mid n > m > 0 \}$

3. 语言 (Language) $\{ a^n b^n \mid n > 0 \}$

4. 语言 (Language) $\{ ww^R \mid w \in \{a, b\}^* \}$

5. 语言 (Language) $\{ ww \mid w \in \{a, b\}^* \}$

6. 通用语言 (Universal language) L_u

供选择的答案: (Answers for selection)

A. 是某个有限自动机的语言, 也是某个空栈接受方式的 *DPDA* 的语言.

(being the language of a finite automaton, and also the language of some *DPDA* that accepts it by empty stack) .

B. 是某个有限自动机的语言, 但不是任何空栈接受方式的 *DPDA* 的语言.

(being the language of a finite automaton, but not the language of any *DPDA* that accepts it by empty stack) .

C. 既是某个终态接受方式的 *DPDA* 的语言, 又是某个空栈接受方式的 *DPDA* 的语言, 但不是任何有限自动机的语言.

(being the language of both a *DPDA* that accepts it by final state and a *DPDA* that accepts it by empty stack, but not the language of any finite automata) .

D. 是某个终态接受方式的 *DPDA* 的语言, 但不是任何空栈接受方式的 *DPDA* 的语言, 也不是任何有限自动机的语言.

(being the language of a *DPDA* that accepts it by final state, but neither the language of a *DPDA* that accepts it by empty stack, nor the language of any finite automata) .

E. 是某个 *PDA* 的语言, 但不是任何 *DPDA* 的语言.

(being the language of a *PDA*, but not the language of any *DPDA*) .

F. 是某个可停机的图灵机的语言, 但不是任何下推自动机的语言.

(being the language of a *Turing machine* that halts, but not the language of any *PDA*) .

G. 是某个图灵机的语言, 但不是任何可停机的图灵机的语言.

(being the language of a *Turing machine*, but not the language of any *Turing machine* that halts) .

H. 不是任何图灵机的语言.

(being not the language of any *Turing machine*) .

三. (32 pts.) 简答题: (07级)

1. (6 分) 设 CFG $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{0, 1\}, P, S)$, 其中 P 由下列产生式构成:

$S \rightarrow A$
 $A \rightarrow 0BD$
 $B \rightarrow 0BC$
 $B \rightarrow 1$
 $C \rightarrow 1$
 $D \rightarrow \epsilon$

(1) 消去 P 中的 ϵ -产生式得到产生式集合 P_1 . 给出 $P_1 = ?$ (2 分)

(2) 消去 P_1 中的 unit 产生式得到产生式集合 P_2 . 给出 $P_2 = ?$ (2 分)

(3) 消去 P_2 中的无用符号得到产生式集合 P_3 . 给出 $P_3 = ?$ (2 分)

2. (4 分) 文法 G (S 为开始符号) 的产生式集合为:

$S \rightarrow AB$
 $A \rightarrow 0$
 $B \rightarrow AD \mid 1$
 $C \rightarrow 1$
 $D \rightarrow BC$

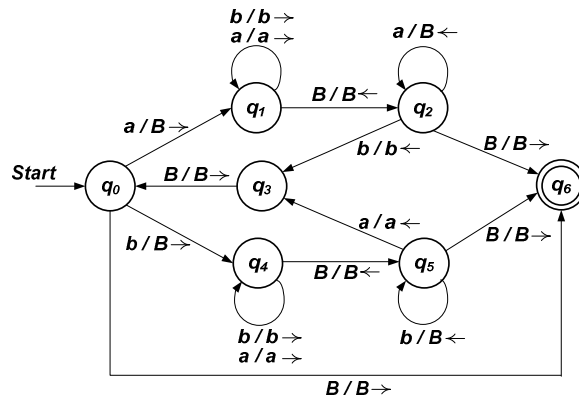
	X_{13}		
	X_{12}	X_{23}	
	X_{11}	X_{22}	X_{33}
	0	1	1

上图表示对于文法 G 和字符串 011 应用 CYK 算法时所构造的表。

(1) 分别计算出所有 X_{ij} ($1 \leq i, j \leq 3$)

(2) 是否有 $011 \in L(G)$?

3. (4 分.) 下图描述了图灵机 $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}, \{a, b\}, \{a, b, B\}, \delta, q_0, B, \{q_6\})$:

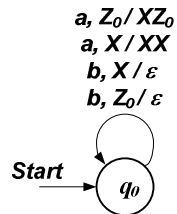


试指出该图灵机的语言 $L(M) = ?$

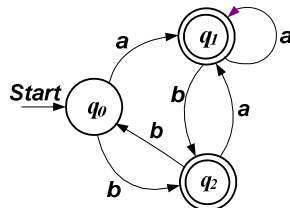
4. (4 分) 下图刻画了空栈接受的 DPDA $P = (\{q_0\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0)$ 的转移规则。

(1) 试利用课程中介绍的方法定义一个与 P 等价的上下文无关文法, 开始符号设为 S 。

(2) 所得到的文法是否无二义文法? (1 pt)

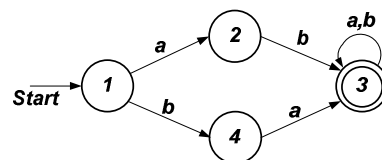


5. (4 分) 下图表示 $\{a, b\}$ 上的一个 DFAA。



设映射 $h: \{0, 1\} \rightarrow \{a, b\}^*$ 定义为 $h(0) = ba$, $h(1) = ab$ 。试构造一个 $\{0, 1\}$ 上的 DFA B , 使得 $L(B) = h^{-1}(L(A))$

6. (4 分) 下图的 NFAA 表示 $\{a, b\}$ 上的一个正规语言 L 。



试构造一个 $\{a, b\}$ 上的 DFA B , 使得 $L(B)$ 的补语言等于 L 。(请简略说明你的构造步骤)

7. (3 分) 对于 $\{a, b\}$ 上的语言 $L = \{a^i b^j \mid i \leq j, i \geq 0, j \geq 0\}$, 以下是利用 Pumping

引理证明 L 不是正规语言的一个证明概要：

考虑任意的 $n \geq 1$ 。取 $w = \underline{\quad\quad\quad} \textcircled{1}$ 。

对任意满足条件 $w=xyz \wedge y \neq \varepsilon \wedge |xy| \leq n$ 的 x, y, z ,

若取 $k = \underline{\quad\quad\quad} \textcircled{2}$ ，则有 $xy^kz \notin L$ 。

试在其中 ① 和 ② 处填写适当的内容。

8. (3 分) 对于 $\{a, b\}$ 上的语言 $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ ，以下是利用 Pumping 引理证明 L 不是上下文无关语言的一个证明概要：

考虑任意的 $n \geq 1$ 。取 $z = \underline{\quad\quad\quad} \textcircled{1}$ 。

对任意满足条件 $z = uvwxy \wedge vx \neq \varepsilon \wedge |vwx| \leq n$ 的 u, v, w, x, y ,

若取 $k = \underline{\quad\quad\quad} \textcircled{2}$ ，则有 $uv^kwx^ky \notin L$ 。

试在其中 ① 和 ② 处填写适当的内容。

四. (25 pts.) 设计题： (06级)

1. (5 pts.) 试构造接受下列语言的一个 DFA，且该 DFA 的状态数不超过 8：

(Give a DFA accepting the following language, in which the number of states in the

DFA is no larger than 8.)

$L = \{ w \mid w \in \{0, 1\}^*, w \text{ 包含 } 00 \text{ 却不包含 } 000 \}$

($L = \{ w \mid w \in \{0, 1\}^*, w \text{ contains } 00, \text{ but don't contain } 000 \}$)

2. (5 pts.) 试给出下列正规语言的一个正规表达式，且该表达式中运算符的总数不超过 8 (不计括号数)：

(Give a regular expression for the following regular language, in which the total number of the occurrences of operators is no larger than 8 (no counting the parentheses).)

$L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*, \text{ 且 } w \text{ 不含子串 } aa \}$

($L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*, \text{ and } w \text{ does not contain the substring } aa \}$)

3. (5 pts.) 试给出下列语言的一个上下文无关文法：

(Give a context-free grammar for the following language:)

$L = \{ a^n b^m c^k \mid n \leq m + k, k \leq n, \text{ 及 } m, n, k \geq 1 \}$

($L = \{ a^n b^m c^k \mid n \leq m + k, k \leq n, \text{ and } m, n, k \geq 1 \}$)

4. (5 pts.) 试构造接受下列语言的一个 PDA (空栈接受方式或终态接受方式均可)：

(Give a PDA to accept the following language. Either acceptance by empty stack or acceptance by final state is allowable.)

$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*, \text{ 且 } w \text{ 中 } a \text{ 的数目等于 } b \text{ 的数目} \}$

$(L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*, \text{ and } w \text{ contains an equal number of } a\text{'s and } b\text{'s} \})$

5. (5 pts.) 试构造接受下列语言的一个图灵机，且该图灵机的状态数不超过 5:

(Give a Turing machine to accept the following language, in which the number of states in the Turing machine is no larger than 5.)

$L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*, \text{ 且 } w \text{ 中 } a \text{ 的数目和 } b \text{ 的数目都是偶数} \}$

$(L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*, \text{ and } w \text{ contains an even number of } a\text{'s and an even number of } b\text{'s} \})$

五. (15 分) 证明题: (07级)

1. (5 分) 考虑由下列产生式定义的上下文无关文法 G :

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \varepsilon$$

试证明 $L(G) = \{ ww^R \mid w \in \{a, b\}^*, \text{ 其中 } w^R \text{ 是 } w \text{ 反向字符串} \}$

2. (5 分) 已知语言 $L_{01} = \{ 0^k 1^k \mid k \geq 0 \}$ 不是正规语言，试利用此结果证明如下语言 L 也不是正规语言:

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, \text{ 若 } i=1 \text{ 则 } j=k \}$$

3. (5 分) 设上下文无关文法 $G = (V, T, P, S)$ 。试证明:

如果对于非终结符 A 和字符串 $w \in T^*$, w 可归约到 A , 则 A 可推导 w 。

附加题: (06级)

A1 (5 pts.) Let L be some regular language in which all the strings (words) happen to have an even length. Let us define the new language $\text{Twist}(L)$ to be the set of all the strings of L twisted, where by twisted we mean the first and second letters have been interchanged, the third and fourth letters have been interchanged, etc. For example, if $L = \{ ba, abba, babb, \dots \}$, $\text{Twist}(L) = \{ ab, baab, abbb, \dots \}$. Build a PDA that accepts $\text{Twist}(L)$.