关于方程。

证明

(1) 对任意，有唯一的实数满足方程，并且。

从而决定了一个函数;

(2) 是函数;

(3) 求在处的Taylor展开式。

当时，上述方程为，有唯一解。

假设上述方程有解在连续，则

，

即，从而，时。

记，则



所以，时。从而。

记。则



所以，时。从而。

证明：记。

因为满足，所以在处取得最大值。

因此对任意实数，以及任意，。于是在区间上严格减。

，

，

所以在区间中有唯一零点，记为，并且满足。

于是，因此，。于是在处连续而且可微，并且。■

记，，则，且



所以，

因为，，所以，因此

，

从而，因此。

所以。从而在处可微，且。

所以是可微函数，且。于是是函数。

是在处的四阶Taylor展开式。