# 期末考试考试样卷

考试课程 **微积分 A1** 试卷 A

## 系 名 班 级 姓 名 学 号

**一．填空题**（每空 3 分，共 15 题）**（请将答案直接填写在横线空白处，不必另写在答题纸上）**

*x*

1. 设函数 *f* (*x*) 在实轴上连续，且满足积分方程 *f* (*x*)  *x*   *f* (*s*)*ds* ， *x*  *R* ，则 *f* (*x*) 

0

。

ln 2

1. 定积分 

0

*ex* 1*dx*  。

 *dx*

3． 广 义 积 分  (*x*2  1) 3  。

2

0

1. 设 *f* (*x*) 在[0,) 上连续且 lim

*x*

*f* (*x*)  2014, 则 lim 1

*x* 

*x* 

*x*

0

*f* (*t*)*dt*  。

1. 定积分

** / 4



** / 4

*x*3  1

cos2 *xdx*  。

*x*

1. 不定积分

 cos2 *x*

*dx*  。

1. 平面区域{(*x*, *y*), 0  *x*  ** / 2, 0  *y*  sin *x*}绕 *x* 轴旋转所得的旋转体体积为 。
2. 常微分方程(*x*2  1)( *y*2  1)*dx*  2 *ydy*  0 的通解为 。
3. 曲线 *y*  *x*3  6*x*2  9*x*  3 唯一拐点的横坐标为 。

100**

 

10．定积分 0 1- cos 2*xdx* 。

11．星形线 *x*  *a* cos3 *t* ， *y*  *a* sin3 *t* （ 0  *t*  ** / 2 ）的弧长为 。

12． 一 阶 常 微 分 方 程 *dy*  *y*  1 的 通 解 为 。

*dx x x*

1. 常微分方程 *y*****  2 *y**x* 满足初值条件 *y*(0)  1 ， *y*(0)  2 的解为 。

1  *x*2

1. 极限lim  *n* 

*n*

*n* *k* 1 (*n*  *k* )2

1 ln(cos *x*)

1. 使得广义积分 

0

*dx* 收敛的实数 *p* 的取值范围是 。

*x p*

二． **计算题**（每题 10 分，共 4 题）**（请写出详细计算过程和必要的根据！）**

** / 4 *dx*

1. 计算定积分 

0

cos4 *x*  sin4 *x* .

3

*x*

1. 求函数 *f* (*x*)  的(i)渐近线（如果存在的话）；(ii)单调区间; (iii)极值点和极值；(iv)

1  *x* 2

凸性区间和拐点. 根据上述信息，大致画出 *f* (*x*) 的函数图像。

1. 求由参数方程 *x*  *et* cos *t* ， *y*  *et* sin *t* （ 0  *t*  ** / 2 ）确定的曲线绕 *x* 轴旋转一周所得

旋转面的面积。

*x*

1. 设函数 *f* (*x*) 在实轴上连续，且满足积分方程 *f* (*x*)  4*ex*  (*x*  *s*) *f* (*s*)*ds* ，*x*  *R* 。求

0

*f* ( *x*) 的表达式。

## 三． 证明题（请写出详细的证明过程！）

1. （8 分）设函数 *f* (*x*) 在[0,1] 上连续，且 *f* (*x*)  0 ， *x* [0,1] 。证明

1

ln *f* ( *x*)*dx*

e 0

1

  *f* (*x*)*dx* 。

0

2. （7 分）设函数 *f* (*x*) 在[0,) 上连续可微，且 *f* (*x*)  0 ， *f* (*x*)  0 ， *x* [0,) 。(i)

 *f* (*x*)

 *dx*

证明广义积分  *f* 2 (*x*)*dx* 收敛； (ii) 进一步假设广义积分 

*f* (*x*)  *f* (*x*) 收敛，证明广义

0 0

 *dx*

积分 

0

也收敛。

*f* (*x*)

第 1 页/共 1 页