2019春随机期末

考了很多边边角角的知识，和往年题风格一样，难度略大

应该一共七道填空+五道大题

答案都不保证对，要有自己的判断

每道题后面有答案和注释，想要当成卷子做的自行删掉吧，懒的弄了

一、填空

1、X，Y独立同分布，X~B(n,1/2)，Z=X+Y，Z的矩母函数Mz(u)=\_\_\_\_\_\_\_\_(0.5+0.5e^u)^2n

2、X1，X2，…独立同分布，X1服从(1,2)上的均匀分布，Zn=(X1X2+X3X4+…+X(2n-1)X(2n))/n，Zn的极限分布为\_\_\_\_\_\_\_9/4

3、X与Y服从参数为1/2的几何分布，P(X=Y)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_1/3

4、A与B独立，P(A)=1/3,P(B)=1/2，P(A^C|A^C∪B^C)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_4/5

5、X1、X2相互独立，且分别服从参数为λ、2λ的泊松分布，P(X1+2X2=3)=\_\_\_\_\_\_\_

e^(-3λ)(λ^3/6+2λ^2)（全概率公式，注意泊松分布的叠加性仅在独立时成立）

6、Bt为标准Brown运动，E(3B1+2B2+B3)^2=\_\_\_\_\_\_（=E((B3-B2)+3(B2-B1)+6B1)^2=46）

7、X与Y独立同分布（忘记是什么分布了），E(X^2/(X^2+Y^2))=\_\_\_\_\_\_\_\_1/2（对称性）

二、P(Xi=2)=P(Xi=-2)=1/2，A={X1+X2=0}，B={X1+X2=4}，Sn=sum i=1 to n Xi

1）求r\_{A,B}（注：事件的相关系数的定义在讲义上有，事件的相关系数本质是示性函数的相关系数）-1/根3

2）求S4，Cov(S4, S2019)，Sn的特征函数（注：利用二项分布的特征函数和特征函数线性变换的性质）1/4,16，e^(-2niθ)\*(0.5+0.5e^(4iθ))^n

三、f(x,y)=6x, 0<x,y<1, x+y<1,问（可能记漏了一问）

1）判断并证明X与Y是否独立（否）

2）求E(Y|X)的期望和方差（Y|X=0.5(1-X)，期望为1/4，方差为1/80）

3）设U=X/2，V=Y-EY，求f\_UV(u,v)（注：注意范围）（24u，0<u<1，u-1/2<v<1/2-u）

四、x、y、z是独立同分布的服从参数为λ的指数分布

1）忘记了，大概是求期望方差之类的

2）求min(X,Y)相关的一点东西，不记得了，好像把min(X,Y)的分布算出来就行（参数为2λ的指数分布）

3）求P(min(X,Y)<Z)（既可以积分，也可以利用对称性）（1/6）

4）求证E(min(X,Y)|X<Y)=E(min(X,Y))（可以积分硬算，但更好地方法是全概率公式+对称性）

五、(X1,X2,X3)^T~N((0,0,0)^T,\Sigma)，其中\Sigma=

1 0.5 0

0.5 1 0

0 0 4

1）U=X1cosa+X2sina, V=-X1sina+X2cosa，a∈[0,2pi]，求U、V的联合分布（分布形态及参数），以及a为何值时U和V独立（正态，均值为(0,0)^T，方差矩阵为：

1 0.5cos(2a)

0.5cos(2a) 1

（a=pi/4+kpi/2，k=0,1,2,3）

2）求E(X1|2X1+X3=1)（设W=2X1+X3，代条件期望的公式）（1/2）

3）Z=X1X3，求Z的特征函数φ\_Z(θ)（重期望公式+正态分布的分布函数归一性）（）

六、Nt为强度为λ（λ>0）的泊松过程，P(Xi=1)=P(Xi=-1)=1/2，Nt，X1，X2，…相互独立

1）求P(N5=5|N1=1,N2=2,N3=3) （=P(N5-N3=2)=(2λ)^2/2!\*e^-(2λ)=2λ^2\*e^-(2λ)）

2）求证：（注：用重期望公式求特征函数，