

# Page-Geilker 实验

周无寒

北京大学信息科学技术学院

2024 年 11 月

## 摘要

本文主要由笔者阅读 Don Page 和 Geilker 的文章 Indirect evidence for quantum gravity [5] 所得，补充了一些与量子力学和广义相对论相关的背景知识。

**关键词:** 半经典引力, Page-Geilker 实验, Einstein 方程

## 1 引言

量子引力是一种量子化引力场的理论，试图将广义相对论与量子力学统一起来。这是目前还尚未解决的开放问题。其中一种对量子引力的近似理论就是半经典引力，将物质场看作量子的，而将引力场看作经典的。而 Don Page-Geilker 实验指出，这种半经典引力理论在一些情况下并不适用，同时该实验支持引力量子化的猜想。

## 2 半经典引力

### 2.1 Møller-Rosenfeld 半经典引力

由于引力的作用非常弱小，一些人，例如 Feynman，质疑引力场是否需要量子化。Møller [3] 和 Rosenfeld 提出的理论是引力可以看作是经典场，符合半经典的爱因斯坦方程

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} = 8\pi\langle\psi|T_{\mu\nu}|\psi\rangle \quad (1)$$

---

其中  $G_{\mu\nu}$  是非量子化的度规  $g_{\alpha\beta}$  的 Einstein 张量,  $R_{\mu\nu}$  是 Ricci 曲率张量,  $R$  是标量曲率,  $\hat{T}_{\mu\nu}$  是应力-能量量子算符,  $\psi$  是物质的波函数或量子态。

Einstein 方程的含义是把引力定义为一种几何效应, 时空的曲率取决于物质的应力-能量张量。通过弱场近似以及慢速近似, 可以从 Einstein 方程退化为 Newton 定律。

然而, 半经典的理论面临很多问题。

## 2.2 Eppley-Hannah 实验

Eppley 和 Hannah [1] 在 1997 年提出了一个思想实验, 阐述了为什么量子化引力场是必要的。考虑一个在某个方向上已知动量状态的量子粒子, 不需要处于动量的本征态, 但是需要动量的不确定性很小。根据 Heisenberg 不确定性原理, 该粒子位置的不确定性将很大。

现在用经典引力波测量该粒子的位置。假设引力不是量子化的, 则不必满足  $p = \hbar k$ , 就可以产生一个波长小动量小的引力波。用该引力波测量粒子位置时, Eppley 和 Hannah 认为会有三种情况:

- 粒子的波函数坍缩。在不传递大动量的情况下, 可以将其位置测量到由引力波的短波长确定的精度。这样可能会违反 Heisenberg 不确定性原理。从而失去理论中的量子部分
- 粒子的波函数坍缩, 且不违反 Heisenberg 不确定性原理。这样会违反能量守恒, 因为波不能提供必要的动量传播。
- 粒子的波函数不坍缩, 则会允许超光速通信。你有两种类型的测量, 一种会使波函数坍缩, 另一种不会。通过在空间上分离纠缠态并监测其中一部分而不使其坍缩, 你可以立即发现另一部分何时引发坍缩。

但是, James Mattingly [4] 证明宇宙背景辐射破坏了探测器的灵敏度。同时, 探测器必须巨大到位于黑洞内。这使得 Eppley 和 Hannah 的实验在现实上是不可能的, 虽然在物理上是合理的, 所以这是个思想实验。尽管这个思想实验无法实现, 但它提供了一个支持引力量子化的不错的理由。

## 2.3 第二个反例

首先介绍 Heisenberg 绘景, Schrödinger 绘景和 Dirac 绘景。这是三种不同的量子力学表述, 在 Heisenberg 绘景中, 对应于可观察量的算符会随

着时间流易而演化，而态矢量不变；在 Schrödinger 绘景中，态矢量变化而算符不变；在 Dirac 绘景中，两者都会变化。这三种表述最后是殊途同归的，获得同样的结果，因为描述的都是同一个物理实在。而在这里我们考虑 Heisenberg 绘景。

如果  $\psi$  坍缩，则(1) 右边不守恒，而左边自动守恒。即，如果考虑 Heisenberg 绘景下  $\psi = \sum_i c_i(x^\alpha) \psi_i$  中  $\psi_i$  是常量，但是  $c_i(x^\alpha)$  在观测中会变化，那么对几乎所有的波包缩减

$$8\pi \langle \psi | T_{\mu\nu} | \psi \rangle = 8\pi \sum_{i,j} (c_i^* c_j) \langle \psi_i | T_{\mu\nu} | \psi_j \rangle \neq G_{\mu\nu} \quad (2)$$

为了避免这种不一致性，人们可能会试图在测量期间简单地放弃(1)。然而，为了确定波函数的任何特定坍缩的引力场的演化，人们需要一个替代(1)的方案，这将不同于半经典的 Einstein 方程。因此，为了保留(1)作为最简单的半经典引力理论，我们必须假设物质波函数  $\psi$  永不坍缩，就像在多世界诠释中一样 [2]。多世界诠释是量子力学诠释的一种。它是一个假定存在无数个平行世界并以此来解释一个微观世界的各种现象的量子论诠释，其中不必考虑波函数坍缩。

人们可能会认为，传统的坍缩观点与此等效，因为事实上，忽略那些与我们关注的波函数干涉可以忽略不计的部分，这就是线性的量子理论。但在半经典引力中，度规依赖于  $\psi$  的所有分量，没有一个可以忽略。然而，一旦引力场的演化通过使用(1)中的完整波函数确定下来， $\psi$  就可以被分解为该四维度规上的线性分量，并且任何标准解释都可以应用于这些分量。

宇宙完整波函数是整个宇宙的波函数或者量子态，是多世界诠释中的基本物理实体。在选择了可能与(1)耦合而不会立即产生不一致性的量子力学表述之后，一个问题是，由此产生的半经典理论是否可以从将引力场包含在宇宙完整波函数中的量子引力理论中区分出来。这关键在于，寻找存在于半经典理论中，但在线性量子引力理论中不存在的不同物质波函数分量之间的非线性引力耦合。这种耦合将通过经典度规发生，即使  $\psi$  的分量是  $T_{\mu\nu}$  的本征态，因此它是可以检测到的引力量子干涉效应。为了在半经典理论中观察到这种耦合，引力场必须与如果每个分量单独（适当地归一化后）是场的完整来源时的情况明显不同。这要求  $\psi$  是具有宏观不同应力能量配置的分量的叠加，因为当时的实验技术只能检测宏观源的引力场。

由于宇宙完整波函数的巨大复杂性，它极有可能具有不可忽略的组成部分，其中地球、月球、太阳和其他天体的位置与我们组成部分的位置大不

---

相同，这是与我们的非引力观测相对应的相对态。这将导致半经典引力场与引力观测完全冲突。然而，可以看似合理地假设  $\psi$  在所有天体都处于宏观明确定义的位置。计算表明，它们位置的量子力学不确定性在其生命周期内可以保持观测上可以忽略不计。因此，为了进行更明确的半经典引力测试，人们需要确保波函数确实具有会导致可测量不同引力场的成分。

## 3 Page-Geilker 实验

### 3.1 实验设计

实验使用量子力学决策和放大过程来设置某些宏观质量的位置。随着不同决策的振幅发生， $\psi$  发展出同时存在的分量，其中质量处于宏观不同的配置中。在我们的分量中测量由质量引起的引力场，发现它与我们的分量中的质量分布高度相关。没有迹象表明与其他  $\psi$  的分量耦合。这与量子引力一致，但与半经典 Einstein 方程不一致。

Page-Geilker 实验包括 10 轮一次的实验，实验有两个在不同时间进行，但通过实验者的行为相互耦合的部分。

### 3.2 第一部分

Geiger 计数器是一种用于探测电离辐射的粒子探测器，也可以探测  $\gamma$  射线。第一部分是靠近的两个 Geiger 计数器的同时进行的 30 秒 Co-60 源  $\gamma$  射线测量。两个计数器中计数比率高于总体平均值的被归类为决策  $\alpha$ ，而计数比率低于平均值的被归类为决策  $\beta$ 。若测量时间足够长，两个计数器的结果应该近似相同。

### 3.3 第二部分

第二部分使用一个 Cavendish 扭秤来测量由两个大球产生的引力场，这些质量的配置由第一部分确定。该秤由两个安装在轻质水平杆上的中心相距 10cm 的小铅球组成，该杆由一根细金属丝悬挂在其中心。附着在秤上的镜子将一束光线反射到 1283cm 外的刻度尺上，以确定由引力扭矩产生的扭曲角度。大球是两个更大的铅球，每个 1497g，可以放置在距较小球平均平衡位置 4.63cm 的前面或后面。在 A 位置，大球位于各自小球顺时针方向的

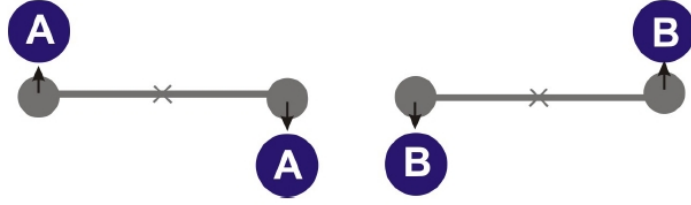


图 1: Page-Geilker 实验的示意图

侧面（从上面看）；在 B 位置，它们位于逆时针方向的侧面。因此，每个确定位置的大球的引力场应该对扭秤产生顺时针或逆时针的扭矩。

### 3.4 实验过程

每个运行的过程是使用 Geiger 计数器生成量子决策，相应地放置大球，并通过扭秤测量引力场。如果量子决策是  $\alpha$ ，设置为配置 AB，即大球放置在 A 位置 30min，然后放置在 B 位置 30min 的配置。如果 Geiger 计数器给出  $\beta$ ，设置为 BA，即首先位置 B，然后是 A。（使用两个位置的序列而不是一个，增加了灵敏度并减少了缓慢变化的非引力影响对扭秤的效果。）在每次实验运行中，适当的配置在预定的独立于量子决策的时间开始。

由于量子过程导致波函数对两种决策  $\alpha$  和  $\beta$  具有相当大的振幅权重，因此相应地放置大球导致了同步发生的大球配置 AB 和 BA 的振幅。当然，我们假设完整的波函数永远不会坍缩，并且它包括定位的所有方面（包括记录 Geiger 计数、计算比率以对决策进行分类，然后将大球放置在相应位置的实验者），这对于一致地讨论半经典 Einstein 方程是必要的。我们还假设定位通常忠实于量子决策，而不是由某些系统效应决定。

在量子引力理论中，我们将预测量子化的引力场会因波函数的分量而异，并且与大球配置高度相关。因此，我们预计扭秤在每个分量中都根据该分量中的大球配置做出响应。但在半经典引力理论中，我们预测一个确定的经典四维（即不一定静态）引力场对应于应力能量算符的期望值。由于不同分量的振幅具有快速变化的相对相位，因此(1)右侧的交叉项贡献可以忽略不计。对于非相对论性的配置，它本质上是对波函数的不同分量质量分布的振幅平方加权平均值。由于配置 AB 和 BA 具有几乎相等的权重，我们预计半经典理论中扭秤只有微小的响应，并且与特定大球配置无关。

---

### 3.5 实验结果

10 次实验给出了每个 Geiger 计数器 30 秒  $\gamma$  射线计数的平均值和标准偏差分别为  $1509.1 \pm 31.0$  和  $887.6 \pm 23.0$ 。这个结果符合放射性衰变和探测过程的量子力学。两个计数器给出决策  $\alpha, \alpha, \alpha, \beta, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta, \beta$  的序列, 并且大球被设置为适当的配置。在每次运行期间, 扭秤对大球的每次重新定位做出响应, 然后经历平均周期为 710s 的阻尼振荡。通过将每个半小时内的振荡极值拟合到指数衰减的正弦波, 确定了当大球从 A 移动到 B 或从 B 移动到 A 时反射光束在远距离刻度上的平衡位置的变化。测量的平衡位置变化 (以 cm 为单位) 为 -61.3, -63.9, -36.0, +69.2, +36.1, -48.8, +46.4, -45.2, +51.3 和 +59.6。

尽管灵敏的扭秤受到温度变化、振动和其他不可控因素的影响, 使得数据具有很大的分散性, 但它们与量子决策的相关系数为  $r = 0.9788$ 。如果数据随机地来自一个不相关的总体, 就像半经典 Einstein 方程所预测的那样, Page 给出  $r$  的相关系数的概率分布满足  $P(r)dr = (35/32)(1 - r^2)^3 dr$ , 只有  $4 \times 10^{-7}$  的概率和这里的结果一样大。因此, 正如所预期的那样如果引力是量子化的, 观察到的相关性非常显著。

这种假设下, 数据给出了引力常数  $G = (6.1 \pm 0.4) \times 10^{-8} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2}$ , 不确定性表示平均值的 1 个标准偏差。尽管精度较差, 但该结果在 1.3 个标准偏差内, 与公认值一致, 因此表明至少扭秤上的大部分扭矩可以归因于引力 (如果量子化)。

## 4 结论

综上所述, 理论上如果在观测中物质波函数任意坍缩, 半经典的 Einstein 方程(1)与数学结果不符; 而实验上, Page-Geilker 实验证明如果波函数不坍缩, 方程与实验结果不符。这表明半经典引力理论在某些情况下并不适用, 引力很有可能是量子化的。

## 参考文献

- [1] Kenneth Eppley and Eric Hannah. The necessity of quantizing the gravitational field. *Foundations of Physics*, 7(1-2):51–68, 1977.

- 
- [2] Hugh Everett. "relative state" formulation of quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.*, 29:454–462, Jul 1957.
- [3] M. A. Lichnerowicz and M. A. Tonnelat, editors. *Proceedings, Les théories relativistes de la gravitation : actes du colloque international (Relativistic Theories of Gravitation): Royaumont, France, June 21-27, 1959*, Paris, 1962. CNRS.
- [4] James Mattingly. Why eppley and hannah's thought experiment fails. *Physical Review D*, 73(6), March 2006.
- [5] Don N. Page and C. D. Geilker. Indirect evidence for quantum gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 47:979–982, Oct 1981.