# Programování 1 pro matematiky

# 7. cvičení, 12-11-2024

#### Obsah:

- 0. Farní oznamy
- 1. Domácí úkoly a opakování
- 2. Pythonovské funkce

### Farní oznamy

- 1. **Materiály k přednáškám** najdete v GitHub repozitáři <a href="https://github.com/PKvasnick/Program">https://github.com/PKvasnick/Program</a> ovani-1. Najdete tam také kód ke cvičením a pdf soubory textů cvičením.
- Minulé úterý jsme neměli cvičení, ale vypsal jsem vám domácí úkoly. Také jsem vyložil materiál, ke cvičení a dnes se vrátím k těmto věcem jenom částečně. Pročtěte si prosím zbytek.

### 3. Domácí úkoly

- Těší mne velké množství řešení u každé série. Ne vždy stihnu projít všechna řešení, ale snažím se projít tak, kde může být nějaký problém, a řešení u úloh, kde se často vyskytují nevyhovující nebo chybná řešení. Pokud chcete, abych se na nějaké řešení podíval, můžete požádat o revizi v ReCodExu nebo mi napište.
- Minulý týden jsem vám zadal domácí úkoly, i když jsme cvičení neměli. Poradili jste si dobře a tak se binárnímu vyhledávání už nebudeme podrobněji věnovat.

# Domácí úkoly

#### Stížnosti

Pozorně čtěte zadání

a nedělejte jiné předpoklady, než garantuje zadání. Snažte se obsloužit okrajové případy, které reálně můžou nastat, ale ne ty, u nichž zadání garantuje, že nenastanou. Například že nedostanete žádná data pro vyhledání položky. Nekontrolujte platnost vstupních dat, kde to zadání nevyžaduje a nedefinuje, co má váš kód v takovém případě dělat. Při kódování buďte pozorní, ale ne přehnaně defenzivní.

- Čím méně úrovní vnoření, tím lepší (= čitelnější, srozumitelnější kód)
- Dávejte svým proměnným smysluplná jména. Opravdu se všechny nemusí jmenovat i, j, k, l, m. Klidně kde-tu přidejte komentář, když děláte něco, co není z vašeho kódu zřejmé. Když se váš seznam čísel jmenuje count\_of\_nums, dáváte srozumitelnosti vašeho kódu pěstí do nosu.

#### Vyhledávání

Nemůžu v rámci kontroly domácích úkolů nemalé části z vás vysvětlovat, co jsme probírali ve cvičení. Občas se alespoň podívejte, co se probírá ve cvičení (adresováno nepřítomným).

Některé věci, které tady probíráme, jsou důležité, a intuice, že *když máme setříděná data, můžeme v nich vyhledávat velice rychle*, je jedna z nich.

### Paměť a rychlost kódu

Zejména u úlohy o sešívání setříděných posloupností jsem upozorňoval na správu paměti:

Každá alokace/dealokace paměti si vyžaduje potenciálně dlouhý čas. Co můžete udělat najednou, nedělejte po kouskách.

*Potenciálně* dlouhý čas znamená, že ten čas může být relativně dlouhý v náhodných případech. Např. paměť pro seznam se přiděluje po blocích, tedy když seznam potřebuje dodatečnou paměť pro přidání položky, přidělí se mu paměť pro několik položek.

#### Tedy

- Pokud znáte velikost seznamu, alokujte jej najednou se správným typem, např. seznam =
   [""] \* len(data).
- Používejte index do seznamu namísto `list.append nebo list.pop.
- Když jste použili položku ze seznamu, nemusíte ji hned mazat. Python to urobí za vás na konci programu.
- Každé pravidlo má výjimky a někdy musíte vzít hospodaření s pamětí vzít do svých rukou a odstraňovat objekty, abyste si uvolnili paměť nebo vybudovali požadovanou strukturu.

# Binární vyhledávání

### Jemnosti algoritmů

Algoritmus pro binární vyhledávání je poněkud jemný v tom, jak přesně nastavujeme okno pro hledání, tedy levý a pravý okraj.

Pokud máme v setříděném poli opakované hodnoty a ze série stejných hodnot chceme vrátit hodnotu s nejmenším indexem, je špatné, pokud musíte při nalezení hodnoty proskákat přes data k první hodnoté ze série. Dlouho to trvá a je to neefektivní.

Namísto toho chcete, aby vaše vyhledávání rovnou skončilo na tom, co hledáte.

### Řešení:

```
from random import randint
import sys

data = sorted([randint(1,10) for _ in range(20)])

print(data)

target = int(input("Zadej číslo: "))

left = 0
right = len(data) - 1
```

```
if data[left] == target:
    print(f"Hodnota nalezena v poloze {left}")
    sys.exit()

while right - left > 1: # Končíme, když se hranice sejdou
    mid = (left + right) // 2
    val = data[mid]
    if val < target: # Nemáme větev s ==: nekončíme, když nalezneme hodnotu
        left = mid
    else:
        right = mid

if data[right] != target:
    print(f"Hodnota {target} nenalezena")
else:
    print(f"Hodnota {target} nalezena v poloze {right}")</pre>
```

Drobný detail, který může ujít pozornosti je ostrá nerovnost pro levou hranici a neostrá pro pravou. Algoritmus se zastaví na *levé* hodnotě v sérii stejných hodnot. Pokud nerovnosti obrátíme, zastaví se algoritmus na poslední ze stejných hodnot.

Je docela podstatné, že hledáte ne hodnotu, ale první výskyt této hodnoty - jsou to dvě různé věci a algoritmus to musí zohlednit.

#### Jiné řešení

Abych jenom nekritizoval, několik z vás použilo pro řešení úkolu o vyhledávání v seznamu dobrou myšlenku: index: zapamatujeme si všechny unikátní hodnoty v seznamu spolu s prvním indexem, kde se vyskytnou.

```
data = [1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5]
index:
1: 0
2: 2
3: 5
4: 6
5: 8
```

Index lze nejlépe implementovat jako slovník - dict.

- Klíče obsahují všechny hodnoty v seznamu
- Hodnotou pro daný klíč je první index, kde se daná hodnota vyskytuje.

```
data = [1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5]

index = dict()
for i, val in enumerate(data):
    if val in index.keys():
        pass
    else:
        index[val] = i
```

```
target = int(input("Zadej hodnotu: "))
if target in index.keys():
    print(f"Hodnota nalezena na pozici {index[target]}.")
else:
    print("Hodnota nenalezena.")
```

Toto je efektivní, pokud vytvoření indexu vede ke kompresi dat, tedy když máte velký počet dat a dotazů ve srovnání s počtem unikátních hodnot. Vyhledávání ve slovníku je velice rychlé (konstantní čas).

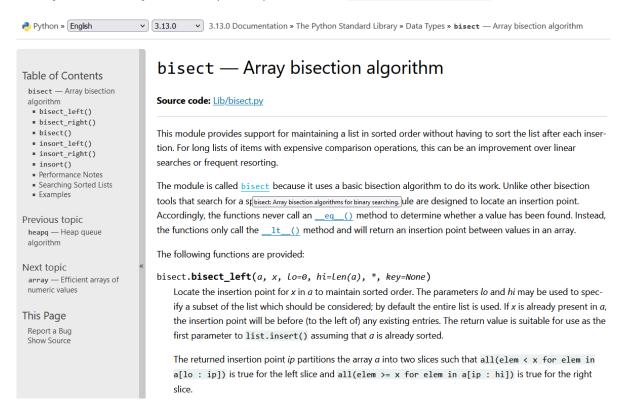
#### Ještě jednou k dělícímu bodu

Toto je úloha z předminulého týdne a dělá tradičně problémy, ale je docela dúležitá. Typické řešení je najít kumulativní maxima a minima a pak vyhledat položku, která je současně maximem zleva a minimem zprava.

Řešení s úplně jiným nápadem: kam se dostane dělící bod, když data setřídíme? Odpověď: *zůstane na místě*! Takže stačí data setřídit a pak vyhledat pevný bod. Toto řešení má složitost O(n log n), ale to nemusí být významně víc než O(n) pro řešení s kumulativními maximy a minimy.

## Binární vyhledávání v Pythonu: modul bisect

Mnozí jste v úloze o vyhledávání správně použili funkci bisect\_left().



bi sect se dívá na binární vyhledávání spíš jako na nalezení indexu pro vložení hodnoty. Proto pro vyhledání hodnoty nalezneme index a pak se zeptáme, zda je již tato hodnota na daném místě.

```
from bisect import bisect_left

data = [1,1, 4, 5, 9, 9, 10]

index5 = bisect_left(data, 5)
print(index5, data[index5])
index8 = bisect_left(data, 8)
print(index8, data[index8])

---

3 5
4 9
```

## **Funkce**

Pokud chceme izolovat určitou část kódu, například proto, že dělá dobře definovaný úkol anebo úkol často používaný, používáme funkce. Funkce je jeden ze základních nástrojů pro organizaci a vytváření opakovaně použitelného kódu (Dalšími jsou třídy a moduly).

```
def hafni/():
    print("Haf!")

hafni()
hafni()
```

Toto je velice prostá funkce, která se vyznačuje tím, že nemá žádný vstup - udělá vždy to samé - a nemá žádný výstup, pouze něco vypíše. Obecně funkce vrací výstup, který je nějak závislý od parametrů - argumentů funkce.

Funkce má jméno, pro které platí běžná pravidla pro vytváření identifikátorů. Kde to je možné, doporučuji používat sloveso a rozkazovací způsob: replace, insert, copy, read\_file, get\_password, print\_results.

```
def hafni(n):
    for i in range(n):
        print("haf!")
```

n je tady parametr neboli *argument* funkce. Do hodnoty n se při spuštění funkce překopíruje hodnota z volání funkce a platí tady všechny varování ohledně kopírování - o tom budeme vícekrát mluvit později.

Máme Python 3.9+, takže modernější verze funkce bude vypadat takto:

```
def hafni(n:int) -> None: # Očekávaný typ parametru a návratové hodnoty
  for _ in range(n): # Používáme nepojmenovanou proměnnou
     print("haf!")
```

Uvedením typu parametru dokumentujeme, co funkce očekává. Tyto "type hints" však nejsou v Pythonu vynucovány, tedy jejich nedodržení nevede k chybě. Na druhé straně, existuje několik nástrojů - např. *mypy*, které dokážou při statické kontrole kódu ve vhodných vývojových prostředích odhalit nesrovnalosti v typech proměnných.

Uvedení typu objektu někdy pomáhá, a jindy typ nechceme specifikovat: Python není staticky typovaný jazyk a umožňuje nám psát generický kód, jak vidíme hned v následujícím příkladu.

### Návratová hodnota a příkaz return

```
def plus(x,y):
    return x+y

print(plus(1,2))
print(plus("Ne","hafnu!"))
```

Příkaz return výraz ukončí vykonávání funkce a vrací jako hodnotu funkce výraz.

### Pojmenované parametry a nepovinné parametry

```
def hafni(krat:int = 1, zvuk:str = "Haf"):
    for _ in range(krat):
        print(zvuk)

hafni()
hafni(5)
hafni(zvuk = "Miau!")
hafni(krat = 5, zvuk = "Kokrh!")
```

### Viditelnost proměnných: lokální a globální jmenný prostor

dir() zobrazí obsah aktuálního jmenného prostoru:

Co se tady stane?

```
zvuk = "Kuku!"
kolik_hodin = 0

def zakukej():
    print(zvuk)
    kolik_hodin += 1
```

Proměnné kolik\_hodin přiřazujeme, a Python ji musí uvnitř funkce zřídit. Implicitní předpoklad je, že chcete zřídit novou proměnnou. Pokud chcete použít proměnnou z globálního prostoru jmen, musíte to Pythonu říci. **Proč je to tak dobře?** 

```
zvuk = "Kuku!"
kolik_hodin = 0

def zakukej():
    global kolik_hodin
    print(zvuk)
    kolik_hodin += 1
```

Mimochodem, tato funkce dělá něco, čemu se typicky chceme vyhnout: ovlivňuje proměnnou, která není jejím parametrem. Toto nazývá vedlejší efekt a je to nejčastěji symptom špatného programování.

Správná funkce by měla být čistá, tedy by měla vypočíst a odevzdat svou návratovou hodnotu bez toho, aby měnila hodnoty nějakých proměnných, včetně svých parametrů.

Příklady funkcí, které určitě nejsou čisté, jsme viděli: jsou to metody seznamu, které nějak přetvářejí seznam na místě: sort, reverse. Tyto funkce mění seznam, který je volá a nevracejí hodnotu. Je to proto, že jde spíše o metody třídy list, tedy funkce, které patří do nějaké vyšší datové struktury a operují nad ni.

## **Příklady**

Napište funkci, která

- vrátí nejmenší ze tří čísel
- vrátí n-té Fibonacciho číslo

U tohoto úkolu se zastavíme. Jednoduchá implementace požadované funkce vychází z faktu, že *Pythonovská funkce zná sebe samu*, takže ji v jejím těle můžeme volat:

```
# Fibonacci numbers recursive

def fib(n):
    if n < 2:
        return n
    else:
        return fib(n-1) + fib(n-2)

print(fib(5))</pre>
```

Takováto implementace je velice srozumitelná, ale má vadu: zkuste si spočítat fib(35). Důvodem je, že každé volání funkce vede ke dvěma dalším voláním, takže počet volání potřebný pro výpočet fib(n) exponenciálně roste. Existují dva způsoby, jak vyřešit takovýto problém s rekurzí:

 Jedná se o primitivní, tedy odstranitelnou rekurzi, takže není složité vytvořit nerekurzivní implementaci.

```
# Fibonacci non-recursive
```

```
def fib(n):
    if n < 2:
        return n
    else:
        fpp = 0
        fp = 1
        for i in range(1,n):
            fp, fpp = fp + fpp, fp

    return fp

print(fib(35))</pre>
```

 Můžeme rekurzivní funkci "vypomoct" zvenčí tak, že si někde zapamatujeme hodnoty, které se již vypočetly, a tyto hodnoty budeme dodávat z paměti a nebudeme na jejich výpočet volat funkci. O této možnosti si víc řekneme někdy později.

Podobný příklad: Quicksort

Toto je jeden z algoritmů se složitostí O(n log n).

Princip: Zvolíme si "prostřední" hodnotu, *pivot*, a rozdělíme data na tři části: hodnoty menší než pivot, hodnoty rovné pivotu a hodnoty větší než pivot. Postup rekurzivně opakujeme pro nesetříděné části.

```
from random import randint
def quicksort(data):
   if len(data) < 1:</pre>
        return data
   if len(data) == 2:
        return [min(data), max(data)]
    pivot = data[randint(0, len(data)-1)]
    left = [i for i in data if i < pivot]</pre>
    pivots = [i for i in data if i == pivot]
    right = [i for i in data if i > pivot]
    return quicksort(left) + pivots + quicksort(right)
data = [randint(1,100) for _ in range(20)]
print(data)
sdata = quicksort(data)
print(sdata)
[14, 38, 34, 75, 69, 84, 57, 69, 67, 64, 60, 66, 93, 3, 60, 67, 27, 45, 64, 36]
[3, 14, 27, 34, 36, 38, 45, 57, 60, 60, 64, 64, 66, 67, 67, 69, 69, 75, 84, 93]
```

Toto není moc dobrá implementace, protože vyžaduje přibližně log n kopií tříděného seznamu v paměti.

Počet srovnání: V každém kroku přibližně n, kroků je přibližně log<sub>2</sub>n.-

# Funkce jako plnoprávný Pythonovský objekt

Funkce může být přiřazována proměnným, předávána jiným funkcím jako parametr, a může být i návratovou hodnotou.

## (Super-)funkce map, filter a sum

Funkce map aplikuje hodnotu funkce na každý prvek seznamu nebo jiného iterovatelného objektu. Výsledkem je iterátor, takže pro přímé zobrazení je potřeba ho převést na seznam např. pomocí list

```
>>> seznam = [[1,2], [2,3,4], [4,5,6,7], [7,8,9], [9,10]]
>>> delky = map(len, seznam)
>>> delky
<map object at 0x00000213118A2DC0>
>>> list(delky)
[2, 3, 4, 3, 2]
>>> list(map(sum, seznam))
[3, 9, 22, 24, 19]
```

Můžeme taky použít vlastní funkci:

```
>>> seznam = [[1,2], [2,3,4], [4,5,6,7], [7,8,9], [9,0]]
>>> def number_from_digits(cislice):
    quotient = 10
    number = 0
    for d in cislice:
        number = number * quotient + d
    return number

>>> list(map(number_from_digits, seznam))
[12, 234, 4567, 789, 90]
>>>
```

Podobně jako map funguje funkce filter: aplikuje na každý prvek seznamu logickou funkci a podle výsledku rozhodne, zda se má hodnota v seznamu ponechat.

```
>>> def len2(cisla) -> bool:
    return len(cisla)>2

>>> filter(len2, seznam)
    <filter object at 0x0000021310E6C0A0>
>>> list(filter(len2, seznam))
[[2, 3, 4], [4, 5, 6, 7], [7, 8, 9]]
```

Obě tyto funkce mají jednoduché a čitelnější náhrady: list comprehensions":

```
>>> [number_from_digits(cislice) for cislice in seznam]
[12, 234, 4567, 789, 90]
>>> [cislice for cislice in seznam if len2(cislice)]
[[2, 3, 4], [4, 5, 6, 7], [7, 8, 9]]
```

### Další super-funkce: functools.reduce a itertools.accumulate

reduce rekurzivně aplikuje funkci dvou argumentů na předchozí výsledek (nebo počáteční hodnotu) a následující prvek posloupnosti, takže "redukuje" posloupnost na jediný výsledek.

```
from functools import reduce

data = list(range(10))
print(data)

print(reduce(lambda x, y: x + y, data) # stejné jako sum(data)
```

Funkce accumulate z modulu itertools je generátor, který funguje podobně jako reduce, ale namísto výsledné hodnoty vrací seznam mezivýsledků:

```
from itertools import accumulate
from random import shuffle

data = list(range(10))
shuffle(data)
print(*accumulate(data, max))

---
2 4 6 7 5 1 9 3 8 0
2 4 6 7 7 7 9 9 9 9
```

## Taky funkce...

### Lambda-funkce

Kapesní funkce jsou bezejmenné funkce, které můžeme definovat na místě potřeby. Šetří práci například u funkcí jako sort, min/max, map a filter.

```
>>> seznam = [[0,10], [1,9], [2,8], [3,7], [4,6]]
>>> seznam.sort(key = lambda s: s[-1])
>>> seznam
[[4, 6], [3, 7], [2, 8], [1, 9], [0, 10]]
```

## Generátory a příkaz yield

Dáme-li list comprehension do kulatých závorek místo hranatých, dostaneme namísto seznamu iterátor.

```
>>> r = (x for x in range(20) if x % 3 == 2)
>>> r
<generator object <genexpr> at 0x000001BC701E9BD0>
>>> for j in r:
...     print(j)
...
2
5
8
11
14
17
```

Následující ukázka demonstruje, jak Python interaguje s iterátorem:

```
>>> s = (x for x in range(3))
>>> next(s)
0
>>> next(s)
1
>>> next(s)
2
>>> next(s)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
StopIteration
>>>
```

next(it) vrací další hodnotu iterátoru, a pokud už další hodnota není, vyvolá iterátor výjimku StopIteration. To je standardní chování iterátoru. Co se skrývá pod kapotou? Toto:

**Generátorem** nazýváme funkci, která může fungovat jako iterátor - lze ji opakovaně volat, a ona pokaždé vrátí následující hodnotu z nějaké posloupnosti.

Příklad 1.

Pokud vracíme hodnoty z posloupnosti, lze použít příkaz yield from:

Příklad 3 vám bude povědomý:

```
def read_list():
    while True:
        i = int(input())
        if i == -1:
            break
        yield i
    return

for i in read_list():
    print(f"Načetlo se číslo {i}.")

print("Konec cyklu 1")

for j in read_list():
    print(f"Teď se načetlo číslo {i}")

print("Konec cyklu 2")
```

Takto můžeme lehce oddělit cyklus zpracování dat od cyklu jejich načítání.

--

# Domácí úkoly

- 1. **Cirkulární ekvivalence seznamů**: Můžeme prvky jednoho seznamu zrotovat tak, že dostaneme druhý seznam?
- 2. **Je číslo symetrické?**: Máte zjistit, zda je dekadický zápis čísla palindromem.
- 3. **Maximum posloupnosti (výskyty)** Máte nalézt maximum posloupnosti a vypsat všechny jeho výskyty, nejlépe bez toho, abyste si celou posloupnost ukládali do paměti.