

Programování 1 pro matematiky

6. cvičení, 10-11-2022

tags: Programování 1 2022, čtvrtek

Obsah:

0. Farní oznamy
1. Domácí úkoly
2. Opakování
3. Ještě medián: algoritmus s náročností $O(n)$
4. Třídění a binární vyhledávání
5. (možná) Pythonovské funkce

Farní oznamy

1. **Materiály k přednáškám** najdete v GitHub repozitáři <https://github.com/PKvasnick/Programovani-1>. Najdete tam také kód ke cvičením.
2. **Organizace cvičení** Minulý týden se nám cvičení přirozeně rozdělilo - na dřívější termín přišli také všichni zájemci z pozdějšího termínu a cvičení v 17:20 jsem tak mohl věnovat doučování.
Pokud by vám toto schéma vyhovovalo, byl bych rád, kdybychom u něj mohli zůstat.
3. **Domácí úkoly** Jsem spokojený s průběhem, jenom mi docházejí dobré příklady.

"Without requirements or design , programming is the art of adding bugs to an empty text file." - Louis Srygley

K tomuto mě inspirovala některá řešení úlohy o rostoucí posloupnosti. Mějte na paměti specifikaci a řiďte se jí.

Kvíz

Co se vypíše? (inspirováno velkou náklonností některých z vás k příkazu `pass`)

```
1 >>> x = ...
2 >>> if x is ...:
3     print(f"{x=}")
4
5 ???
```

Ještě si můžeme připomenout jeden objekt, a to podtržítka `_`. To používáme tam, kde má být proměnná, ale chceme naznačit, že tato proměnná nás nezajímá :

```

1 from random import randint
2 print([randint(1,10) for _ in range(10)])
3
4 _, x = 20 // 7, 20 % 7

```

Ještě medián

- Vaše řešení obsahovala v nějakém kroku setřídění načtené posloupnosti, něco jako

```
seznam.sort
```

anebo

```
seznam = sorted(seznam)
```

- Je ale potřebné seznam setřídít? O hodnotě mediánu přece nerozhoduje pořadí největších a nejmenších hodnot, takže bychom potenciálně mohli ušetřit nějakou práci.

Příbuzná úloha: Najít v seznamu k -tou největší hodnotu. Pro posloupnost s lichým počtem n členů je medián $n // 2$ -á největší (nebo nejmenší) hodnota, pro sudé n potřebujeme členy $n//2 - 1$ a $n//2$, takže pokud vyřešíme tuto obecnější úlohu, bude její řešení použitelné i pro medián.

Rozděl a panuj Budeme postupovat tak, že vytvoříme sérii částečných uspořádání tak, abychom po každém kroku mohli eliminovat část posloupnosti, ve které se medián určitě nenachází.

- Zvolíme si hodnotu - *pivot* - a rozdělíme posloupnost na dva podseznamy, *menší* a "větší", s hodnotami menšími, resp. většími nežli pivot.
- Podle toho, do kterého seznamu připadne hledaný index k , pokračujeme jenom s jedním z těchto podseznamů a vracíme se do kroku 1.
- Pokračujeme, dokud nedospějeme k podseznamu délky 1. Hodnota, kterou obsahuje, je to, co hledáme.

Otázka je, jak pro daný seznam zvolit pivot. My použijeme náhodný pivot - prostě náhodně zvolíme za pivot některou hodnotu ze seznamu. To není optimální, ale funguje to docela dobře.

```

1 seznam = [randint(1,100) for _ in range(10)]
2 # while (hodnota := int(input())) != -1:
3 #     seznam.append(hodnota)
4
5 k = int(input())
6 print(f"{k=}")
7
8 assert(0 <= k < len(seznam))
9
10 low = 0
11 high = len(seznam)
12 while high - low > 1:
13     pivot = seznam[randint(low, high - 1)]
14     print(f"{low=} {high=} {pivot=} {seznam=}")
15     low_numbers = [x for x in seznam[low:high] if x <= pivot]
16     high_numbers = [x for x in seznam[low:high] if x > pivot]
17     seznam = seznam[:low] + low_numbers + high_numbers + seznam[high:]
18     mid = low + len(low_numbers)
19     if k - 1 < mid:

```

```

20         high = mid
21     else:
22         low = mid
23
24
25     print(seznam[low])
26     ----- výstup -----
27     k=7
28     low=0 high=10 pivot=27 seznam=[98, 84, 47, 27, 46, 48, 21, 65, 32, 59]
29     low=2 high=10 pivot=59 seznam=[27, 21, 98, 84, 47, 46, 48, 65, 32, 59]
30     low=2 high=7 pivot=59 seznam=[27, 21, 47, 46, 48, 32, 59, 98, 84, 65]
31     low=2 high=7 pivot=48 seznam=[27, 21, 47, 46, 48, 32, 59, 98, 84, 65]
32     59
33

```

Toto nám moc nechodilo, takže se ještě jednou k tomuto kódu vrátíme. Máte ho v repozitáři, `code/Ex5` nebo `Ex6`. Problém byl v ukončení.

1 |

Proč má toto náročnost $O(n)$?

$$T(n) \approx n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots = 2n$$

Při náhodném výběru pivotu má algoritmus tuto náročnost pouze v průměru. Pro deterministický algoritmus potřebujeme nějak inteligentněji zvolit pivot: medián mediánů.

Binární vyhledávání a třídění

Vyhledávání v setříděném seznamu

To je to, co potřebují dělat funkce `index` a `count` - najít hodnotu v setříděném seznamu, nebo zjistit, jestli se tam nachází, nebo v kolikrát.

Algoritmus: Půlení intervalu (proto *binární*).

Náročnost: $\log(n)$

```

1  #!/usr/bin/env python3
2  # Binární vyhledávání v setříděném seznamu
3
4  kde = [11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88]
5  co = int(input())
6
7  # Hledané číslo se nachází v intervalu [l, p]
8  l = 0
9  p = len(kde) - 1
10
11 while l <= p:
12     stred = (l+p) // 2
13     if kde[stred] == co: # Našli jsme
14         print("Hodnota ", co, " nalezena na pozici", stred)
15         break

```

```

16     elif kde[stred] < co:
17         l = stred + 1      # jdeme doprava
18     else:
19         p = stred - 1      # jdeme doleva
20 else:
21     print("Hledaná hodnota nenalezena.")

```

Aplikace: Řešení algebraických rovnic, minimalizace

Celočíselná druhá odmocnina

```

1  # Emulate math.isqrt
2
3  n = int(input())
4
5  l = 0
6  p = n # velkorysé počáteční meze
7
8  while l < p:
9      m = int(0.5 * (l+p))
10     # print(l, m, p)
11     if m*m == n: # konec
12         print(f"{n} is a perfect square of {m}") # format string
13         break
14     elif m*m < n:
15         l = m
16     else:
17         p = m
18     if p-l <= 1:
19         print(f"{n} is not perfect square, isqrt is {l}")
20         break

```

Úloha: Odmocnina reálného čísla

Řešení rovnice $\cos(x) = x$

```

1  # solve x = cos(x) by bisection
2  from math import pi, cos
3
4  l = 0.0
5  p = pi/2.0
6
7  while p - l > 1.0e-6: # Tolerance
8      m = 0.5*(l + p)
9      print(l, m, p)
10     if m - cos(m) == 0:
11         print(f"Found exact solution x = {m}")
12         break
13     elif m - cos(m) < 0:
14         l = m
15     else:
16         p = m
17 else:
18     e = 0.5 * (p-l)
19     print(f"Converged to solution x = {m}+/-{e}")

```

"Bisection" je bezpečná, ale nikoli rychlá metoda hledání kořenů rovnice a minimalizace.

Třídění

Opakovaný výběr minima

Opakovaně vybíráme minimum a příslušnou hodnotu umísťujeme na začátek seznamu.

```
1  # Třídění opakovaným výběrem minima
2
3  x = [31, 41, 59, 26, 53, 58, 97]
4
5  n = len(x)
6  for i in range(n):
7      pmin = i
8      for j in range(i+1, n):
9          if x[j] < x[pmin]:
10             pmin = j
11         x[i], x[pmin] = x[pmin], x[i]
12
13 print(x)
14
```

Bublinové třídění

Postupně "probubláváme" hodnoty směrem nahoru opakovaným srovnáváním se sousedy

```
1  # Třídění probubláváním
2
3  x = [31, 41, 59, 26, 53, 58, 97]
4
5  n = len(x)
6  for i in range(n-1):
7      nswaps = 0
8      for j in range(n-i-1):
9          if x[j] > x[j+1]:
10             x[j], x[j+1] = x[j+1], x[j]
11             nswaps += 1
12         if nswaps == 0:
13             break
14
15 print(x)
16
```

Funkce

Pokud chceme izolovat určitou část kódu, například proto, že dělá dobře definovaný generalizovatelný úkol anebo úkol často používaný, používáme funkce. Funkce je jeden ze základních nástrojů pro organizaci a vytváření opakovaně použitelného kódu (Dalším jsou třídy).

```

1 def hafni/():
2     print("Haf!")
3
4 hafni()
5 hafni()

```

Funkce má jméno, pro které platí běžná pravidla pro vytváření identifikátorů. Kde to je vhodné, doporučuji používat rozkazovací způsob.

```

1 def hafni(n):
2     for i in range(n):
3         print("haf!")

```

`n` je tady parametr funkce. Do hodnoty `n` se při spuštění funkce překopíruje hodnota z volání funkce a platí tady všechny varování ohledně kopírování - o tom budeme vícekrát mluvit později.

Máme Python 3.9, takže modernější verze funkce bude vypadat takto:

```

1 def hafni(n:int): # Uvádíme očekávaný typ parametru
2     for _ in range(n): # Používáme nepojmenovanou proměnnou
3         print("haf!")

```

Uvedením typu parametru zabezpečíme, že interpret nás bude varovat, pokud použijeme parametr nesprávného typu. To někdy pomáhá, a jindy nám to zabraňuje psát generický kód.

Návratová hodnota a příkaz return

```

1 def plus(x,y):
2     return x+y
3
4 print(plus(1,2))
5 print(plus("Ne", "hafnu!"))

```

Příkaz `return výraz` ukončí vykonávání funkce a vrátí jako hodnotu funkce `výraz`.

Nepovinné parametry

```

1 def hafni(krat:int = 1, zvuk:str = "Haf"):
2     for _ in range(krat):
3         print(zvuk)
4
5 hafni()
6 hafni(5)
7 hafni(zvuk = "Miau!")
8 hafni(krat = 5, zvuk = "kokrh!")

```

Viditelnost proměnných: lokální a globální jmenný prostor

```
1 zvuk = "kuku!"
2 kolik hodin = 0
3
4 def zakukej():
5     print(zvuk)
6     kolik hodin += 1
```

Proměnné `kolik.hodin` přiřazujeme, a Python ji musí uvnitř funkce zřídit. Implicitní předpoklad je, že chcete zřídit novou proměnnou. Pokud chcete použít proměnnou z globálního prostoru jmen, musíte to Pythonu říci.

```
1 zvuk = "kuku!"
2 kolik hodin = 0
3
4 def zakukej():
5     global kolik.hodin
6     print(zvuk)
7     kolik hodin += 1
```

Mimochodem, tato funkce dělá něco, čemu se typicky chceme vyhnout: ovlivňuje proměnnou, která není jejím parametrem. Toto nazývá vedlejší efekt a je to nejčastěji symptom špatného programování.

Správná funkce by měla být čistá, tedy by měla vypočítat a odevzdat svou návratovou hodnotu bez toho, aby měnila hodnoty nějakých proměnných, včetně svých parametrů.

Příklady funkcí, které určitě nejsou čisté, jsme viděli: jsou to metody seznamu, které nějak přetvářejí seznam na místě: `sort`, `reverse`. Tyto funkce mění seznam, který je volá a nevracejí hodnotu. Je to proto, že jde spíše o metody třídy `list`, tedy funkce, které patří do nějaké vyšší datové struktury a operují nad ní.