DM de Bases formelles du TAL

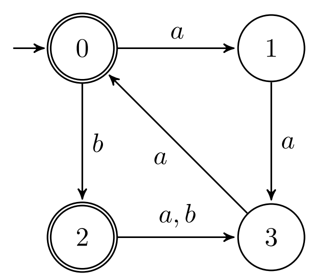
Pierre-Léo Bégay

À me rendre le 1er mai 2020

1 Automates

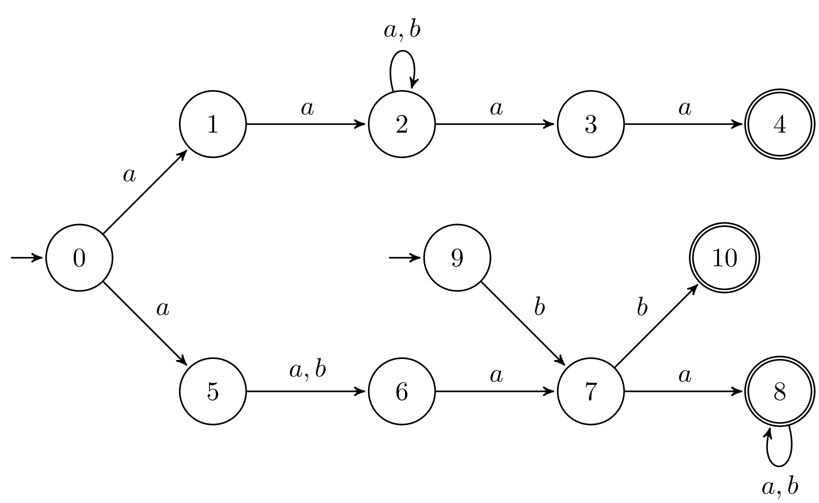
1.1 Complétion

Question Donnez un automate qui reconnaît le complémentaire du langage reconnu par celui-ci :



1.2 Déterminisation

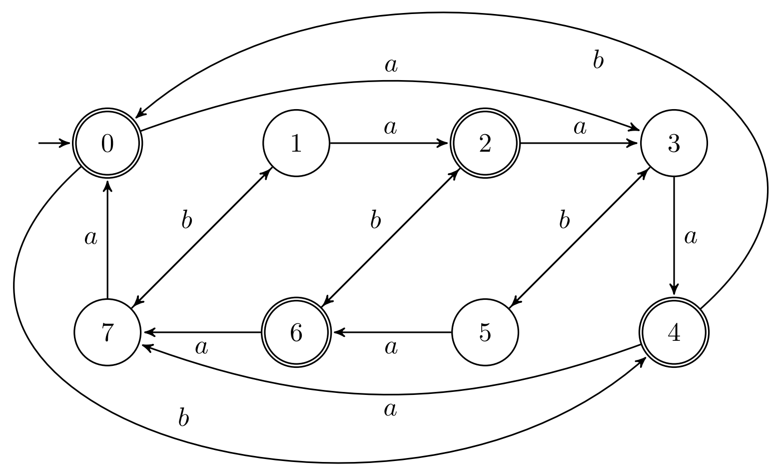
Question 1 Déterminisez l'automate suivant :



Question 2 Donnez une expression rationnelle décrivant le langage reconnu par l'automate.

1.3 Minimisation

Question 1 Minimisez l'automate suivant :



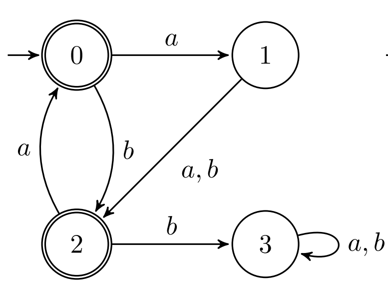
Question 2 Quel est le langage reconnu par l'automate ?

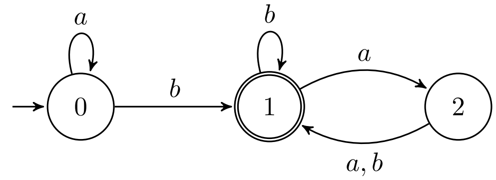
Bonus Essayez d'expliquer comment l'automate non-minimal reconnaissait le langage, et en quoi il n'était pas optimal

Dans l'automate original, on s'amuse donc à sauter de façon très gratuite entre états équivalents sans grand sens. Par exemple, quand on lit un b en 1 on va en 7 et inversement au lieu de rester en place, parce que pourquoi pas. Il fonctionne donc comme quatre copies de sa version minimale mélangées de façon chaotique.

1.4 Automate produit

Question Donnez un automate qui reconnaît l'intersection des langages reconnus par les deux automates suivant :





2 Langages intrinsèquement ambigus

Dans cet exercice, on s'intéressera **uniquement** aux **grammaires de type 2** (ou grammaires algébriques). On rappelle que ces grammaires n'acceptent que les règles de la forme $A \to \gamma$, avec $\gamma \in (\Sigma \cup V)^*$.

Vos réponses devront être accompagnées d'une justification légère (de l'ordre d'une ou deux phrases) expliquant comment la grammaire donnée génère le langage de la question.

Indice Il n'est pas interdit de penser au cours sur les propriétés de clôture des langages réguliers.

Question 0

Donnez une grammaire qui reconnaît le langage $L_0 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Question 1

Donnez une grammaire qui reconnaît le langage $L_1 = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Question 2

Donnez une grammaire qui reconnaît le langage $L_2 = \{a^n b a^m \mid n, m \in \mathbb{N} \text{ et } n \geq m\}$

Question 3

Donnez une grammaire qui reconnaît le langage

$$L_3 = \{a^n b a^m b a^p b a^q \mid n, m, p, q \in \mathbb{N}, n \geq m \text{ et } p \geq q\}$$

Question 4

Donnez une grammaire qui reconnaît le langage

$$L_4 = \{a^n b a^m b a^p b a^q \mid n, m, p, q \in \mathbb{N}, n \geq q \text{ et } m \geq p\}$$

Question 5

Donnez une grammaire qui reconnaît le langage

$$L_5 = \{a^n b a^m b a^p b a^q \mid n, m, p, q \in \mathbb{N} \text{ et } ((n \geq m \text{ et } p \geq q) \text{ ou } (n \geq q \text{ et } m \geq p))\}$$

Question 6

Donnez, dans la grammaire de la question 5, deux dérivations différentes d'un même mot de L_5 (pas de justification demandée)

3 Grammaire mystère

Soit la grammaire de type 0[1] suivante : $\Big\langle \{a, b, \#\}, \{S, S', A, B, \$\}, S, \{$

1. $S \to \$_G S' \$_D$
2. $S' \to aAS'$
3. $S' \to bBS'$
4. $S' \to \epsilon$
5. $Aa \to aA$
6. $Ab \to bA$
7. $Ba \to aB$
8. $Bb \to bB$
9. $\$_G a \to a\$_G$
10. $\$_G b \to b\$_G$
11. $A\$_D \to \$_D a$
12. $B\$_D \to \$_D b$
13. $\$_G \$_D \to \#\} \Big\rangle$

Expliquez, en des termes très simples et *naturels*, le langage décrit par cette grammaire. Justifiez votre réponse en expliquant succinctement le fonctionnement de la grammaire (au moins les grandes étapes).

Indice Plutôt que d'essayer de deviner le langage engendré en fixant longuement les règles, dérivez[2] quelques mots au hasard et voyez s'ils n'ont pas l'air de partager une propriété intéressante. C'est beaucoup plus facile de vérifier qu'une grammaire a une propriété donnée que de l'inférer.

[1]Le langage décrit est lui-même de type 1, ce qui veut dire qu'on pourrait le faire avec une grammaire contextuelle, mais c'est plus *simple* en s'accordant le luxe d'une type 0

[2]Notez que pour les grammaire de type 0 (et 1), la traduction des dérivations en arbre n'est plus possible. Vous devrez donc faire des dérivations 'plates', comme on faisait au début du chapitre sur les grammaires