Bases formelles du TAL
Partiel

Pierre-Léo Bégay

2 mars 2018

Dans tout ce partiel, on utilise l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ et on utilise la définition d'automate fini non-déterministe qui **ne** permet **pas** les ϵ-transitions

Les bonus sont moins rentables que les autres questions, gardez-les pour la fin

Exercice 1 [5 points]

Soit les expressions rationnelles suivantes :

$e_1 = a^*$

$e_2 = a^*(ba^+)^*$

$e_3 = \Sigma^*(aa + bb)a\Sigma^*$

$e_4 = b^*a(b^*ab^*a)^*b^*$

Question 1 [0,25 / 0,75 / 0,5 / 0,75] Soient L_1, L_2, L_3 et L_4 les langages $[\![e_1]\!]$, $[\![e_2]\!]$, $[\![e_3]\!]$ et $[\![e_4]\!]$, respectivement. Décrivez les en langue naturelle, éventuellement en vous aidant d'exemples de mots appartenant ou non aux différents langages.

Question 2 [0,5 / 0,75 / 0,5 / 1] Décrivez les langages suivant :

$L_1 \cap L_3$

$L_1 \cap L_4$

$L_4 \cap [\![b^*]\!]$

$\overline{L_2}$

Exercice 2 [3 points]

Soit $L = [\![a^*ba^*]\!]$

Question 1 [1,5] Donnez un automate fini qui reconnaît L

Question 2 [1,5] Donnez un automate fini qui reconnaît $\overline{L}$

Exercice 3 [12 points]

Soit $L_1 = \{u \in \Sigma^* | \ aa$ est un facteur de $u\}$.

Question 1 [1] Donnez un automate fini déterministe complet reconnaissant L_1

Question 2 [1] Donnez une expression rationnelle décrivant L_1

Soit $L_2 = \{u \in \Sigma^* | \ |u|_a \equiv 1 \ [3]\}$[1].

Question 3 [1,5] Donnez un automate fini déterministe complet reconnaissant L_2

Question 4 [1,5] Donnez une expression rationnelle décrivant L_2

Soit $L_3 = L_1 \cap L_2$

Question 5 [1,5] Donnez un automate déterministe complet reconnaissant L_3

Question 6 [2 + 1] Minimisez l'automate obtenu. **Bonus :** le résultat ne devrait pas vous étonner, pourquoi ?

Question 7 (bonus) [1] Donnez une expression rationnelle décrivant L_3

Soit $L_4 = L_1 \cup L_2$

Question 8 [1,5] Donnez un automate déterministe complet reconnaissant L_4.

Question 9 [2] Minimisez l'automate obtenu.

[1]On peut également définir L_2 comme $\{u \in \Sigma^* | \exists k. \ |u|_a = 3k + 1\}$, ou encore l'ensemble des mots dont le nombre de a est 1, 4, 7, 10, 13, 16, etc...