

# Logique et Langage

## Partiel

Pierre-Léo Bégay

13 Novembre 2017

### Consignes

Durée : 2 heures

S'il y a des problèmes de compréhension / de français, ne pas hésiter à me demander

Vous pourrez remarquer un sympathique exercice bonus à la fin. Ne vous y frottez que si vous avez fait - ou au moins tenté - tout le reste.

## 1 Syllogistique et Port-Royal

### 1.1 Classification de propositions

Donnez la classe (la plus précise possible) des propositions suivantes :

- Le prof de logique est fou
- Les cours qu'il donne sont brouillons
- Un devoir de ce prof est super long à faire
- Aucun élève n'apprécie le cours
- Si il est gentil, le prof mettra un partiel pas trop dur

### 1.2 Relations entre propositions

**Propositions contradictoires** Pour chaque proposition de l'exercice précédent, donnez sa proposition contradictoire (cad sa négation). Vous pouvez évidemment utiliser les classifications que vous avez précédemment données.

### 1.3 Schémas

Pour chaque syllogisme, dire s'il est valide ou non

1 <sup>er</sup> syllogisme	Certains M sont A
	Tous les B sont M
	<hr/> Certains B sont A

2 <sup>ème</sup> syllogisme	Tous les M sont A
	Certains B sont M
	<hr/> Certains B sont A

## 2 Raisonnement

### 2.1 Première situation

Mary Jane s'inquiète : non seulement son copain Clark Kent rate la plupart de leurs rendez-vous, mais en plus ça correspond systématiquement à des apparitions de Batman - super-héros masqué local - pour sauver la ville d'un nouveau super-méchant. Au bout de la cinquantième fois, et alors qu'elle n'a toujours pas vu les deux en même temps, Mary Jane en est persuadée : Clark Kent est en fait Batman.

Quel type de raisonnement fait-elle (merci de donner le nom précis du raisonnement) ? Est-ce un raisonnement rigoureux, et pourquoi ?

### 2.2 Deuxième situation

Chloé, armée de tout son courage et de quelques centaines d'heures de temps libre<sup>1</sup>, décide de se mettre à jouer à un jeu en ligne appelé *Légende of Ligue 1* (LoL1). Lors de sa première partie, elle tombe sur des joueurs agressifs, qui l'insultent pour un oui ou pour un non. Puis pareil à la seconde partie, à la troisième, etc ...

Au bout de 50 parties à se faire agresser par l'intégralité des autres participants, Chloé conclut que tous les joueurs de *LoL1* sont des gens peu recommandables. Quel type de raisonnement fait-elle (nom précis aussi svp) ? Est-ce un raisonnement rigoureux, et pourquoi ?

## 3 Logique propositionnelle

### 3.1 Arbres syntaxiques

Donnez l'arbre syntaxique de chacune des propositions suivantes :

1.  $(P \wedge \neg P)$
2.  $((P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$
3.  $(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$
4.  $\neg((P \wedge Q) \rightarrow R)$

### 3.2 Sémantique

Donnez les conditions de vérité (cad la table de vérité) des formules de l'exercice précédent. Attention au nombre de configurations (et donc de lignes) !

Donnez une formule équivalente à la quatrième qui n'utilise ni  $\rightarrow$ , ni  $\wedge$ . Allez-y doucement et mécaniquement, et ça se passera bien

---

<sup>1</sup>en même temps, c'est manifestement pas sur vous qu'elle peut compter pour s'occuper

### 3.3 Modélisation

Modéliser en logique propositionnelle (du mieux que possible) les phrases suivantes :

- Stéphane étudie à Paris 7
- Stéphane et Jade étudient à Paris 7
- Stéphane s'est inscrit à Paris 7 parce que c'est là que Jade étudie
- Si elle n'a pas cours demain, Jade ira au cinéma
- Stéphane n'ira au cinéma demain que s'il n'a pas cours et qu'il a de l'argent

#### Bonus

Soient les (squelettes de) formules

$$\phi = ((A?B)?(C?D))$$

$$\psi = ((A?B)?(C?D))$$

**Remplacez chacun des "?" par un connecteur binaire ( $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$  ou  $\leftrightarrow$ , chacun peut servir 0, 1 ou plusieurs fois) de façon à ce qu'aucune des deux formules n'implique l'autre.** Dit autrement, de telle sorte que  $\phi$  puisse être vraie sans que  $\psi$  le soit, et inversement.

Je vois deux façons d'essayer de résoudre cette *énigme* : soit vous prenez des formules au hasard et vous tâtonnez jusqu'à ce qu'elles marchent, soit vous pouvez vous inspirer de *patterns* (ou phénomènes) de la logique propositionnelle qu'on a croisés plusieurs fois depuis le début du cours.

**Pour prouver votre réponse, donnez une configuration<sup>2</sup> telle que  $\phi$  soit vraie (= 1) et  $\psi$  soit fausse (= 0), puis une autre configuration telle que  $\psi$  soit vraie et  $\phi$  soit fausse**

S'il vous reste du temps, essayez d'expliquer en français, avec vos propres mots, pourquoi aucune des deux formules n'implique l'autre

---

<sup>2</sup>Par configuration, on entend une valuation des propositions atomiques, par exemple  $A = 0$ ,  $B = 1$ ,  $C = 0$  et  $D = 1$