Logique et Langage - DM2

Pierre-Léo Bégay

Consignes

A rendre au plus tard le lundi 5 novembre, au début du cours

Si vous voulez me rendre une version numérique, vous pouvez faire les arbres

- en utilisant `http://mshang.ca/syntree/`, ou tout autre outil en ligne similaire (éventuellement en utilisant ‘ou‘, ‘et‘, ‘impl‘ et ‘equiv‘ au lieu de $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$)
- sous paint ou assimilé
- sur papier + photo intégrée au document

Assurez-vous quand même, éventuellement en demandant à quelqu'un d'autre, que le résultat est lisible sans yeux bioniques

1 Syllogistique et Port-Royal

1.1 Classification de propositions (0,25 par bonne réponse)

Donnez la classe (la plus précise possible) des propositions suivantes :

- Les poules ne volent pas
- (par contre) Les poules ont des dents
- Une des poules s'est enfuie
- La poule qui s'est enfuie est très sympa
- Si la poule qui s'est enfuie revient, l'éleveur se mettra à la salsa
- La majorité des poules qui restent se sont mises au tango

1.2 Relations entre propositions

Négation (0,5 par bonne réponse) Pour chaque proposition de l'exercice précédent, donnez sa négation. Vous pouvez évidemment utiliser les classifications que vous avez précédemment données.

1.3 Schémas

Pour chaque syllogisme, dire, en justifiant, s'il est valide ou non (1 par syllogisme)

1er syllogisme
$$\begin{array}{c} \text{Aucun M n'est A} \\ \text{Certains B sont M} \\ \hline \text{Aucun B n'est A} \end{array}$$

2ème syllogisme
$$\begin{array}{c} \text{Certains M sont A} \\ \text{Aucun B n'est M} \\ \hline \text{Certains B ne sont pas A} \end{array}$$

2 Logique propositionnelle

2.1 Arbres syntaxiques (0,5 par arbre)

Donnez l'arbre syntaxique de chacune des propositions suivantes :

1. $(P \to \neg P)$
2. $((P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q))$
3. $((P \to Q) \to R)$
4. $\neg((P \vee Q) \to \neg R)$
5. $((P \to Q) \to (\neg P \to \neg Q))$
6. $((P \to (Q \wedge R)) \to (P \to R))$

2.2 Sémantique (1 point par tableau, 0,5 point par formule équivalente)

Donnez les conditions de vérité (cad la table de vérité) des formules de l'exercice précédent. Attention au nombre de configurations (et donc de lignes) !

Donnez des formules équivalentes à la quatrième et la sixième qui n'utilisent ni $\to$, ni $\vee$

2.3 Modélisation (0,75 par phrase)

Modéliser en logique propositionnelle (du mieux que possible) les phrases suivantes :

- Jules a mangé Jess
- Jules et Jess ont été mangés par Diane
- Jess ne dit bonjour à Diane que si elle porte un chapeau et une moustache
- Bien que Elsa vive à Rennes, Jules s'est inscrit à Paris 7 car c'est là que Jess étudie
- S'il fait beau demain, Diane n'ira pas en cours

Bonus

Soient les (squelettes de) formules

$\phi = ((A?B)?(C?D))$

$\psi = ((A?B)?(C?D))$

Remplacez chacun des "?" par un connecteur binaire ($\wedge$, $\vee$, $\to$ ou $\leftrightarrow$, chacun peut servir 0, 1 ou plusieurs fois) de façon à ce qu'aucune des deux formules n'implique l'autre. Dit autrement, de telle sorte que ϕ puisse être vraie sans que ψ le soit, et inversement.

Pour prouver votre réponse, donnez une configuration[1] telle que ϕ soit vraie ($= 1$) et ψ soit fausse ($= 0$), puis une autre configuration telle que ψ soit vraie et ϕ soit fausse

[1]Par configuration, on entend une valuation des propositions atomiques, par exemple $A = 0$, $B = 1$, $C = 0$ et $D = 1$