Logique et Langage

Pierre-Léo Bégay

Université Paris 7 - département LSH

Introduction

Introduction

(Pré)nom

Introduction

(Pré)nom

Filière

Introduction

(Pré)nom

Filière

Maths Amour ? Haine ? Une valeur intermédiaire ?

Introduction

(Pré)nom	
Filière	
Maths	Amour ? Haine ? Une valeur intermédiaire ?
Prog	Quel(s) langage(s) ?

Introduction

(Pré)nom	
Filière	
Maths	Amour ? Haine ? Une valeur intermédiaire ?
Prog	Quel(s) langage(s) ?
Ce cours	Pourquoi l'avoir pris ? Vous en attendez quoi ?

Introduction

(Pré)nom	
Filière	
Maths	Amour ? Haine ? Une valeur intermédiaire ?
Prog	Quel(s) langage(s) ?
Ce cours	Pourquoi l'avoir pris ? Vous en attendez quoi ?
Mail	pbegay@ens-cachan.fr

Introduction

(Pré)nom

Filière

Mail pbegay@ens-cachan.fr

Merci de m'envoyer ça !

Quelques points pratiques

Quelques points pratiques

Présence non obligatoire

Quelques points pratiques

Présence non obligatoire à vos risques et périls !

Quelques points pratiques

Présence non obligatoire à vos risques et périls !

Pas de poly (mais *slides* très verbeuses)

Quelques points pratiques

Présence	non obligatoire à vos risques et périls !
	Pas de poly (mais *slides* très verbeuses)
Retards	silencieux

Quelques points pratiques

Présence	non obligatoire à vos risques et périls !
	Pas de poly (mais *slides* très verbeuses)
Retards	silencieux
Moodle	jamais (donc écrivez-moi vraiment !)

Quelques points pratiques

Présence non obligatoire à vos risques et périls !

Pas de poly (mais *slides* très verbeuses)

Retards silencieux

Moodle jamais (donc écrivez-moi vraiment !)

Note Partiel (mi-nov.) + Exam (janvier)

Quelques points pratiques

Présence	non obligatoire à vos risques et périls !
	Pas de poly (mais *slides* très verbeuses)
Retards	silencieux
Moodle	jamais (donc écrivez-moi vraiment !)
Note	Partiel (mi-nov.) + Exam (janvier)
	5 DMs

Quelques points pratiques

Présence	non obligatoire à vos risques et périls !
	Pas de poly (mais *slides* très verbeuses)
Retards	silencieux
Moodle	jamais (donc écrivez-moi vraiment !)
Note	Partiel (mi-nov.) + Exam (janvier)
	5 DMs optionnels

Bibliographie

Le classique Logic, Language, and Meaning, Volume 1, ‘le Gamut‘, chapitres 1 à 4

pdf trouvable en ligne (par exemple ici : `http://cpc.cx/mzl`)

Bibliographie

Le classique Logic, Language, and Meaning, Volume 1, ‘le Gamut‘, chapitres 1 à 4

pdf trouvable en ligne (par exemple ici : `http://cpc.cx/mzl`)

Bonus Bibliographie *classique* plus complète ici : `http://cpc.cx/mzm`

Bibliographie

Le classique	Logic, Language, and Meaning, Volume 1, ‘le Gamut‘, chapitres 1 à 4 pdf trouvable en ligne (par exemple ici : `http://cpc.cx/mzl`)
Bonus	Bibliographie *classique* plus complète ici : `http://cpc.cx/mzm`
Histoire	Logicomix (roman graphique, Doxiadis, Papadimitriou, Papadatos & Donna)

Bibliographie

Le classique	Logic, Language, and Meaning, Volume 1, ‘le Gamut‘, chapitres 1 à 4 pdf trouvable en ligne (par exemple ici : `http://cpc.cx/mzl`)
Bonus	Bibliographie *classique* plus complète ici : `http://cpc.cx/mzm`
Histoire	Logicomix (roman graphique, Doxiadis, Papadimitriou, Papadatos & Donna)
Culture scientifique	L’intelligence artificielle (BD, Lafargue & Montaigne)

Première énigme

Par un retour de karma attendu de longue date, le colonel Moutarde s'est fait tuer cette nuit.

Seules 3 personnes auraient pu commettre le meurtre : le sergent Garcia, Vald et Ronald McDonalds.

Les faits

1 Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine

Les faits

1 Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre

Les faits

1. Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2. Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
3. Vald a rendu visite au sergent Garcia et Ronald McDonalds deux jours avant le meurtre

Les faits

1. Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2. Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
3. Vald a rendu visite au sergent Garcia et Ronald McDonalds deux jours avant le meurtre
4. Tous les employés de Ronald sont malades

Les faits

1. Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2. Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
3. Vald a rendu visite au sergent Garcia et Ronald McDonalds deux jours avant le meurtre
4. Tous les employés de Ronald sont malades
5. Le sergent Garcia est champion de Jiu-jitsu brésilien

Les faits

1. Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2. Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
3. Vald a rendu visite au sergent Garcia et Ronald McDonalds deux jours avant le meurtre
4. Tous les employés de Ronald sont malades
5. Le sergent Garcia est champion de Jiu-jitsu brésilien
6. Le sergent Garcia et Ronald McDonalds sont constamment menottés l'un à l'autre

Les faits

1. Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2. Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
3. Vald a rendu visite au sergent Garcia et Ronald McDonalds deux jours avant le meurtre
4. Tous les employés de Ronald sont malades
5. Le sergent Garcia est champion de Jiu-jitsu brésilien
6. Le sergent Garcia et Ronald McDonalds sont constamment menottés l'un à l'autre
7. Le colonel était allergique aux big macs de Ronald

Les faits

1 Le cadavre du colonel a été retrouvé dans sa cuisine
2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
3 Vald a rendu visite au sergent Garcia et Ronald McDonalds deux jours avant le meurtre
4 Tous les employés de Ronald sont malades
5 Le sergent Garcia est champion de Jiu-jitsu brésilien
6 Le sergent Garcia et Ronald McDonalds sont constamment menottés l'un à l'autre
7 Le colonel était allergique aux big macs de Ronald

$\Rightarrow$ Lequel des suspects a tué le colonel moutarde et pourquoi ?

Les faits

4 Tous les employés de Ronald sont malades

Les faits

4 Tous les employés de Ronald sont malades

    4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler

Les faits

- 4 Tous les employés de Ronald sont malades
  - 4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler
  - 4T Si quelqu'un travaille au restaurant, c'est Ronald

Les faits

- 4 Tous les employés de Ronald sont malades
  - 4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler
  - 4T Si quelqu'un travaille au restaurant, c'est Ronald
- 2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre

Les faits

- 4 Tous les employés de Ronald sont malades
  - 4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler
  - 4T Si quelqu'un travaille au restaurant, c'est Ronald
- 2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
  - 2B Quelqu'un a travaillé au restaurant la nuit du meurtre

Les faits

- 4 Tous les employés de Ronald sont malades
  - 4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler
  - 4T Si quelqu'un travaille au restaurant, c'est Ronald
- 2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre
  - 2B Quelqu'un a travaillé au restaurant la nuit du meurtre
- 8 4T + 2B $\Rightarrow$ Ronald a travaillé au restaurant la nuit du meurtre

Les faits

4 Tous les employés de Ronald sont malades

- 4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler
- 4T Si quelqu'un travaille au restaurant, c'est Ronald

2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre

- 2B Quelqu'un a travaillé au restaurant la nuit du meurtre

8 4T + 2B $\Rightarrow$ Ronald a travaillé au restaurant la nuit du meurtre

- 8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

Les faits

4 Tous les employés de Ronald sont malades

- 4B Les employés de Ronald ne peuvent pas travailler
- 4T Si quelqu'un travaille au restaurant, c'est Ronald

2 Jean-Michel a fêté son anniversaire dans le restaurant de Ronald la nuit du meurtre

- 2B Quelqu'un a travaillé au restaurant la nuit du meurtre

8 4T + 2B $\Rightarrow$ Ronald a travaillé au restaurant la nuit du meurtre

- 8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

9 6 (menottes) + 8B $\Rightarrow$ Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

  8T Ronald n'a pas commis le meurtre

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

- 8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9 Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

- 9B Garcia n'a pas commis le meurtre

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

- 8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9 Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

- 9B Garcia n'a pas commis le meurtre

0 Seules 3 personnes auraient pu commettre le meurtre

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

- 8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9 Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

- 9B Garcia n'a pas commis le meurtre

0 Seules 3 personnes auraient pu commettre le meurtre

- 0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9 Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

9B Garcia n'a pas commis le meurtre

0 Seules 3 personnes auraient pu commettre le meurtre

0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ Vald a commis le meurtre

Les faits

- 8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre
  - 8T Ronald n'a pas commis le meurtre
- 9 Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre
  - 9B Garcia n'a pas commis le meurtre
- 0 Seules 3 personnes auraient pu commettre le meurtre
  - 0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ Vald a commis le meurtre

Des remarques ?

Les faits

8B Ronald n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9 Garcia n'était pas sur les lieux du crime la nuit du meurtre

9B Garcia n'a pas commis le meurtre

0 Seules 3 personnes auraient pu commettre le meurtre

0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ Vald a commis le meurtre

Des remarques ? Est-ce **logique** ?

Notions de base

Logique ?

Notions de base

Logique ?

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

Notions de base

Logique ?

Larousse	Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres
Larousse bis	Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

Notions de base

Logique ?

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

Larousse bis Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

Notions de base

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

Notions de base

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

Notions de base

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

On a combiné les informations *de base* pour en obtenir de nouvelles

Notions de base

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

On a combiné les informations *de base* pour en obtenir de nouvelles qui ont elles-mêmes étaient combinées

Notions de base

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

On a combiné les informations *de base* pour en obtenir de nouvelles qui ont elles-mêmes étaient combinées

$\approx$ Lego

Notions de base

Larousse Manière dont les faits s'enchaînent, découlent les uns des autres

On a combiné les informations *de base* pour en obtenir de nouvelles qui ont elles-mêmes étaient combinées

$\approx$ Lego

Analogie avec le **calcul**

Notions de base

Larousse Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

Notions de base

Larousse Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

Notions de base

Larousse Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

La logique *transcende* son *application* chez les humains

Notions de base

Larousse Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

La logique *transcende* son *application* chez les humains

Savoir quelle région du cerveau est activée par telle énigme ou quelles cellules font tel truc relève d'autres domaines (resp. psycho et neurologie)

Notions de base

Larousse Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

La logique *transcende* son *application* chez les humains

Savoir quelle région du cerveau est activée par telle énigme ou quelles cellules font tel truc relève d'autres domaines (resp. psycho et neurologie)

Notions de base

Larousse Science du raisonnement en lui-même, abstraction faite de la matière à laquelle il s'applique et de tout processus psychologique

La logique *transcende* son *application* chez les humains

Savoir quelle région du cerveau est activée par telle énigme ou quelles cellules font tel truc relève d'autres domaines (resp. psycho et neurologie)

On a des *patterns*

Notions de base

Rappel :

0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9B Garcia n'a pas commis le meurtre

Notions de base

Rappel :

0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9B Garcia n'a pas commis le meurtre

Concl. 8T + 9B + 0B ⇒ Vald a commis le meurtre

Notions de base

Rappel :

0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9B Garcia n'a pas commis le meurtre

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ Vald a commis le meurtre

Sans doute que ça marche avec d'autres personnages ou autre chose qu'un meurtre

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

0B Ronald a commis le meurtre ou Garcia a commis le meurtre ou Vald a commis le meurtre

8T Ronald n'a pas commis le meurtre

9B Garcia n'a pas commis le meurtre

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ Vald a commis le meurtre

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

0B Perso1 a fait X ou Perso2 a fait X ou Perso3 a fait X

8T Perso1 n'a pas fait X

9B Perso2 n'a pas fait X

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ Perso3 a fait X

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

0B A est vrai ou B est vrai ou C est vrai

8T A n'est pas vrai

9B B n'est pas vrai

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ C est vrai

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

0B A est vrai ou B est vrai ou C est vrai

8T A n'est pas vrai

9B B n'est pas vrai

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ C est vrai

On ne peut sans doute pas faire plus abstrait

Notions de base

Wikipedia L'étude des règles formelles que doit respecter toute argumentation correcte

0B A est vrai ou B est vrai ou C est vrai

8T A n'est pas vrai

9B B n'est pas vrai

Concl. 8T + 9B + 0B $\Rightarrow$ C est vrai

On ne peut sans doute pas faire plus abstrait, mais est-ce *minimal* ?

Notions de base

Larousse ter Étude des automates, des automatismes, et de leurs composants et circuits électroniques correspondants

Notions de base

Larousse ter Étude des automates, des automatismes, et de leurs composants et circuits électroniques correspondants

Celle-ci a l'air bizarre (des circuits électroniques ? ?)

Notions de base

Larousse ter Étude des automates, des automatismes, et de leurs composants et circuits électroniques correspondants

Celle-ci a l'air bizarre (des circuits électroniques ? ?), mais elle est en fait extrêmement pertinente

Notions de base

Larousse ter Étude des automates, des automatismes, et de leurs composants et circuits électroniques correspondants

Celle-ci a l'air bizarre (des circuits électroniques ? ?), mais elle est en fait extrêmement pertinente

On s'y attardera (peut-être) à la fin du semestre

Notions de base

Dernière définition !

Notions de base

Logic studies the relationship between language, meaning and (proof) method - de Moura et Bjørner

Notions de base

Logic studies the relationship between language, meaning and (proof) method - de Moura et Bjørner

Différencie 3 concepts :

Notions de base

Logic studies the relationship between language, meaning and (proof) method - de Moura et Bjørner

Différencie 3 concepts :

Preuve Le raisonnement

Notions de base

Logic studies the relationship between language, meaning and (proof) method - de Moura et Bjørner

Différencie 3 concepts :

Preuve	Le raisonnement
Sens	L'expression formelle des hypothèses et conclusions

Notions de base

Logic studies the relationship between language, meaning and (proof) method - de Moura et Bjørner

Différencie 3 concepts :

Preuve	Le raisonnement
Sens	L'expression formelle des hypothèses et conclusions
	Cette façon de s'exprimer forme un langage

Notions de base

Logic studies the relationship between language, meaning and (proof) method - de Moura et Bjørner

Différencie 3 concepts :

Preuve Le raisonnement

Sens L'expression formelle des hypothèses et conclusions

Cette façon de s'exprimer forme un langage

Langage Les correspondances entre ce langage et celui du quotidien, dit naturel

Sommaire

Plan

Notions de base : inférence

définition Dérivation une **conclusion** à partir de **prémisses** vraies

Notions de base : inférence

définition Dérivation une **conclusion** à partir de **prémisses** vraies ou supposées vraies

Notions de base : inférence

définition	Dérivation une **conclusion** à partir de **prémisses** vraies ou supposées vraies
Remarque	Un raisonnement est une ou plusieurs inférences imbriquées

Notions de base : syllogisme

définition Mise en forme d'une inférence

Notions de base : syllogisme

définition Mise en forme d'une inférence

Exemples

$$\frac{\text{Je pense}}{\text{Je suis}}$$

Notions de base : syllogisme

définition Mise en forme d'une inférence

Exemples

$$\frac{\text{Je pense}}{\text{Je suis}}$$

$$\frac{\text{Tous les canards boitent} \quad \text{José est un canard}}{\text{José boite}}$$

Notions de base : syllogisme

définition Mise en forme d'une inférence

Exemples

$$\frac{\text{Je pense}}{\text{Je suis}}$$

$$\frac{\text{Tous les canards boitent} \quad \text{José est un canard}}{\text{José boite}}$$

$$\frac{\text{Nulle chaise ne respire} \quad \text{Tout Homme respire}}{\text{Aucun Homme n'est une chaise}}$$

Notions de base : syllogistique

Etude des syllogismes

Notions de base : application

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
José est un canard	prémisse numéro 2
José boite	conclusion

Notions de base : application

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
José est un canard	prémisse numéro 2
José boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Notions de base : application

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
José est un canard	prémisse numéro 2
José boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui

Notions de base : application

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
José est un canard	prémisse numéro 2
José boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui : on va du général au spécifique

Notions de base : application bis

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
Jean-Michel boite	conclusion

Notions de base : application bis

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
Jean-Michel boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Notions de base : application bis

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
Jean-Michel boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement non

Notions de base : application bis

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
Jean-Michel boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement non : la prémisse 1 est un *contrat* : si tu me *garantis* qu'un objet x est un *canard*, je te garantis qu'il boite.

Notions de base : application bis

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
Jean-Michel boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement non : la prémisse 1 est un *contrat* : si tu me *garantis* qu'un objet x est un *canard*, je te garantis qu'il boite.

Il nous manque ici l'information, assertée par une prémisse, que Jean-Michel est un canard

Notions de base : application bis

Tous les canards boitent	prémisse numéro 1
Jean-Michel boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement non : la prémisse 1 est un *contrat* : si tu me *garantis* qu'un objet x est un *canard*, je te garantis qu'il boite.

Il nous manque ici l'information, assertée par une prémisse, que Jean-Michel est un canard

Analogie avec les types en programmation ($int \rightarrow int$)

Notions de base : exclusivité

Aucune chaise ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est une chaise	conclusion

Notions de base : exclusivité

Aucune chaise ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est une chaise	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Notions de base : exclusivité

Aucune chaise ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est une chaise	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui

Notions de base : exclusivité

Aucune chaise ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est une chaise	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui : la prémisse 1 dit qu'être une chaise et respirer sont deux propriétés incompatibles (ou mutuellement exclusives)

Notions de base : exclusivité

Aucune chaise ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est une chaise	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui : la prémisse 1 dit qu'être une chaise et respirer sont deux propriétés incompatibles (ou mutuellement exclusives)

La prémisse 2 dit que les Hommes respirent, et donc qu'ils ont 'fait leur choix' entre les deux propriétés

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui : au niveau du raisonnement, c'est complètement équivalent (ou isomorphe) à l'exemple précédent

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui : au niveau du raisonnement, c'est complètement équivalent (ou isomorphe) à l'exemple précédent

On suppose **toujours** les prémisses vraies

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il *raisonnable* ?

Normalement oui : au niveau du raisonnement, c'est complètement équivalent (ou isomorphe) à l'exemple précédent

On suppose **toujours** les prémisses vraies

'Dans un monde où toutes les prémisses sont vraies, puis-je affirmer de façon raisonnable la conclusion ? '

Notions de base : validité vs. vérité

Aucun enfant ne respire	prémisse numéro 1
Tout être humain respire	prémisse numéro 2
Aucun être humain n'est un enfant	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement oui : au niveau du raisonnement, c'est complètement équivalent (ou isomorphe) à l'exemple précédent

On suppose **toujours** les prémisses vraies

'Dans un monde où toutes les prémisses sont vraies, puis-je affirmer de façon raisonnable la conclusion ? '

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : on doit toujours *chercher la petite bête*

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : on doit toujours *chercher la petite bête*

'Dans un monde où l'ensemble des prémisses est vrai, puis-je affirmer de façon raisonnable la conclusion ? '

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : on doit toujours *chercher la petite bête*

'Dans un monde où l'ensemble des prémisses est vrai, puis-je affirmer **de façon <u>certaine</u>** la conclusion ? '

Notions de base : rigueur

L'immense majorité des canards boite	prémisse numéro 1
Jean-Claude est un canard	prémisse numéro 2
Jean-Claude boite	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : on doit toujours *chercher la petite bête*

'Dans un monde où l'ensemble des prémisses est vrai, puis-je affirmer **de façon <u>certaine</u>** la conclusion ? '

La logique, c'est (aussi) l'art d'être chiant

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : aucun lien formel entre la prémisse et la conclusion

Notions de base : abstraction

$$\frac{\text{Je pense}}{\text{Je suis}} \qquad \begin{array}{r}\text{prémisse numéro 1}\\ \text{conclusion}\end{array}$$

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : aucun lien formel entre la prémisse et la conclusion

On va chercher un système **abstrait**

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : aucun lien formel entre la prémisse et la conclusion

On va chercher un système **abstrait** et **minimal** (voire fini)

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : aucun lien formel entre la prémisse et la conclusion

On va chercher un système **abstrait** et **minimal** (voire fini)

Tous les canards boitent
José est un canard
____
José boite

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : aucun lien formel entre la prémisse et la conclusion

On va chercher un système **abstrait** et **minimal** (voire fini)

Tous les canards ont la propriété de boiter
José est un canard

José a la propriété de boiter

Notions de base : abstraction

Je pense	prémisse numéro 1
Je suis	conclusion

Ce syllogisme vous semble-t'il **valide** ?

Normalement non : aucun lien formel entre la prémisse et la conclusion

On va chercher un système **abstrait** et **minimal** (voire fini)

Tous les X ont la propriété Y
Z est un X
———
Z a la propriété Y

Notions de base : abstraction

Cette recherche d'abstraction est le prolongement naturel de la distinction qu'on a faite entre **vérité** (dont on se fiche) et **validité** (qu'on cherche à *formaliser*, c'est à dire qu'on veut décrire intégralement à l'aide d'un ensemble fini de règles)

Notions de base : abstraction

Cette recherche d'abstraction est le prolongement naturel de la distinction qu'on a faite entre **vérité** (dont on se fiche) et **validité** (qu'on cherche à *formaliser*, c'est à dire qu'on veut décrire intégralement à l'aide d'un ensemble fini de règles)

L'idée, c'est d'avoir des principes **généraux**, qui marcheront même dans le plus bizarre des mondes, puis de les appliquer à (ou instancier avec) un monde en particulier qui contiendra plein de règles comme
'ne pas valider LL $\rightarrow$ ne pas valider son année'

Notions de base : abstraction

Cette recherche d'abstraction est le prolongement naturel de la distinction qu'on a faite entre **vérité** (dont on se fiche) et **validité** (qu'on cherche à *formaliser*, c'est à dire qu'on veut décrire intégralement à l'aide d'un ensemble fini de règles)

L'idée, c'est d'avoir des principes **généraux**, qui marcheront même dans le plus bizarre des mondes, puis de les appliquer à (ou instancier avec) un monde en particulier qui contiendra plein de règles comme
'ne pas valider LL $\rightarrow$ ne pas valider son année'

Cette phrase n'est pas très chouette, peut-on la reformuler de façon **équivalente** mais moins négative ?

Notions de base : abstraction

L'idée que les *règles particulières* de **notre** monde sont à distinguer de certaines règles plus fondamentales, ou universelles, préfigure le **générativisme**.

Notions de base : abstraction

L'idée que les *règles particulières* de **notre** monde sont à distinguer de certaines règles plus fondamentales, ou universelles, préfigure le **générativisme**.

La linguistique générative est une théorie portée par Noam Chomsky (et ses camarades) à partir des années 50 qui postule une structure commune à toutes les langues.

Notions de base : abstraction

L'idée que les *règles particulières* de **notre** monde sont à distinguer de certaines règles plus fondamentales, ou universelles, préfigure le **générativisme**.

La linguistique générative est une théorie portée par Noam Chomsky (et ses camarades) à partir des années 50 qui postule une structure commune à toutes les langues.

Intuitivement, il existe (selon eux) une langue abstraite qui contient par exemple la notion de sujet / verbe / complément qui est ensuite *instanciée* en français, anglais, coréen, turque etc... avec à chaque fois différents paramètres (vocabulaire, ordre SVO etc...)

Notions de base : abstraction

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale :

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale : Fortnite vs. PUBG

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale : Fortnite vs. PUBG

Les deux jeux, ainsi que les 1329 autres du genre, diffèrent dans leurs directions artistiques, armes, *maps* etc

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale : Fortnite vs. PUBG

Les deux jeux, ainsi que les 1329 autres du genre, diffèrent dans leurs directions artistiques, armes, *maps* etc, mais ces différences sont transcendées par un ADN de base, ou le genre donc, c'est à dire les grands principes (Une île, 100 clampins, une zone qui se réduit, etc)

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale : Fortnite vs. PUBG

Les deux jeux, ainsi que les 1329 autres du genre, diffèrent dans leurs directions artistiques, armes, *maps* etc, mais ces différences sont transcendées par un ADN de base, ou le genre donc, c'est à dire les grands principes (Une île, 100 clampins, une zone qui se réduit, etc)

On peut séparer les ‘grandes règles‘, qui distinguent le *Battle royale* d'autres genre de jeux, des spécificités de chaque BR qui les distinguent les uns des autres.

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale : Fortnite vs. PUBG

Les deux jeux, ainsi que les 1329 autres du genre, diffèrent dans leurs directions artistiques, armes, *maps* etc, mais ces différences sont transcendées par un ADN de base, ou le genre donc, c'est à dire les grands principes (Une île, 100 clampins, une zone qui se réduit, etc)

On peut séparer les ‘grandes règles‘, qui distinguent le *Battle royale* d'autres genre de jeux, des spécificités de chaque BR qui les distinguent les uns des autres.

Même différence entre l'étude des **langues**

Notions de base : abstraction

Une analogie expérimentale : Fortnite vs. PUBG

Les deux jeux, ainsi que les 1329 autres du genre, diffèrent dans leurs directions artistiques, armes, *maps* etc, mais ces différences sont transcendées par un ADN de base, ou le genre donc, c'est à dire les grands principes (Une île, 100 clampins, une zone qui se réduit, etc)

On peut séparer les ‘grandes règles‘, qui distinguent le *Battle royale* d'autres genre de jeux, des spécificités de chaque BR qui les distinguent les uns des autres.

Même différence entre l'étude des **langues** et du **langage**

Notions de base : abstraction

En effet, la communication repose sur une longue *chaine de production*, qui part de l'idée abstraite qu'on veut exprimer et débouche sur une suite de sons (si on est à l'oral).

Notions de base : abstraction

En effet, la communication repose sur une longue *chaine de production*, qui part de l'idée abstraite qu'on veut exprimer et débouche sur une suite de sons (si on est à l'oral).

En gros, on construit d'abord le *sens* précis de l'idée (c'est la **sémantique**), on traduit ce sens en structure de phrase (c'est la **syntaxe**), on calcule la suite de sons qui correspond à cette phrase (c'est la **phonologie**) et on effectue les mouvements articulatoires correspondant (c'est la **phonétique**).

Notions de base : abstraction

C'est une vision extrêmement simplifiée, mais qui permet d'entrevoir la diversité des processus en jeu pour simplement parler.

Notions de base : abstraction

C'est une vision extrêmement simplifiée, mais qui permet d'entrevoir la diversité des processus en jeu pour simplement parler.

Chaque processus étant en soi extrêmement complexe, il est raisonnable de les étudier séparément. Par exemple, le raisonnement fait partie du *sens*

Notions de base : abstraction

C'est une vision extrêmement simplifiée, mais qui permet d'entrevoir la diversité des processus en jeu pour simplement parler.

Chaque processus étant en soi extrêmement complexe, il est raisonnable de les étudier séparément. Par exemple, le raisonnement fait partie du *sens* (même si on peut l'observer - notamment - via la syntaxe !).

Notions de base : abstraction

C'est une vision extrêmement simplifiée, mais qui permet d'entrevoir la diversité des processus en jeu pour simplement parler.

Chaque processus étant en soi extrêmement complexe, il est raisonnable de les étudier séparément. Par exemple, le raisonnement fait partie du *sens* (même si on peut l'observer - notamment - via la syntaxe !).

Clairement, la syntaxe et (surtout) la phonétique et la phonologie dépendent de la langue utilisée, mais est-ce le cas de la sémantique ?

Notions de base : abstraction

Ca rejoint l'Hypothèse de Sapir-Whorf[1], selon laquelle notre vision du monde dépend directement de notre langue.

1. dont vous avez peut-être entendu parler dans l'excellent film 'Premier contact' / '*Arrival*'

Notions de base : abstraction

Ca rejoint l'Hypothèse de Sapir-Whorf [1], selon laquelle notre vision du monde dépend directement de notre langue.

La question n'est évidemment pas résolue (ni très clairement posée).

1. dont vous avez peut-être entendu parler dans l'excellent film 'Premier contact' / '*Arrival*'

Notions de base : abstraction

Ca rejoint l'Hypothèse de Sapir-Whorf[1], selon laquelle notre vision du monde dépend directement de notre langue.

La question n'est évidemment pas résolue (ni très clairement posée).

Voir cependant le cas très particulier du Pirahã, et de sa relation avec le générativisme et Sapir-Whorf (ici pour commencer).

1. dont vous avez peut-être entendu parler dans l'excellent film 'Premier contact' / '*Arrival*'

Notions de base : abstraction

BREF

Notions de base : abstraction

BREF

En syllogistique, tous les mots pas *fonctionnels* (tout ce qui n'est pas ‘tout‘, ‘aucun‘, ‘est‘, ‘ne pas‘ etc) sont à considérer comme des variables.

Notions de base : abstraction

BREF

En syllogistique, tous les mots pas *fonctionnels* (tout ce qui n'est pas 'tout', 'aucun', 'est', 'ne pas' etc) sont à considérer comme des variables.

$$\frac{\text{José arrose la route}}{\text{La route est mouillée}}$$

Notions de base : abstraction

BREF

En syllogistique, tous les mots pas *fonctionnels* (tout ce qui n'est pas ‘tout‘, ‘aucun‘, ‘est‘, ‘ne pas‘ etc) sont à considérer comme des variables.

$$\frac{\text{X effectue l'action Y sur Z}}{\text{Z est R}}$$

Notions de base : abstraction

BREF

En syllogistique, tous les mots pas *fonctionnels* (tout ce qui n'est pas 'tout', 'aucun', 'est', 'ne pas' etc) sont à considérer comme des variables.

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Tout ce qui est rare est cher}\\ \text{Un cheval bon marché est rare}\end{array}}{\text{Un cheval bon marché est cher}}$$

Notions de base : abstraction

BREF

En syllogistique, tous les mots pas *fonctionnels* (tout ce qui n'est pas ‘tout‘, ‘aucun‘, ‘est‘, ‘ne pas‘ etc) sont à considérer comme des variables.

$$\frac{\text{Tout ce qui est rare est cher} \quad \text{Un cheval bon marché est rare}}{\text{Un cheval bon marché est cher}}$$

Ca, c'est ok du point de vue de la syllogistique parce qu'on considère ‘être bon marché‘ et ‘être rare‘ comme deux propriétés lambdas

Ingrédients

Ingrédients

Hein ? On n'a pas caractérisé ce qu'on peut utiliser comme prémisse ou conclusion

Ingrédients

Hein ? On n'a pas caractérisé ce qu'on peut utiliser comme prémisse ou conclusion

Exemple

$$\frac{\text{Je} \quad \text{On mange à quelle heure ?}}{\text{serveur blond}}$$

Ingrédients

Hein ? On n'a pas caractérisé ce qu'on peut utiliser comme prémisse ou conclusion

Exemple

$$\frac{\text{Je} \qquad \text{On mange à quelle heure ?}}{\text{serveur blond}}$$

Idée On ne veut utiliser que des énoncés qui contiennent du sens

Ingrédients

Hein ? On n'a pas caractérisé ce qu'on peut utiliser comme prémisse ou conclusion

Exemple

$$\frac{\text{Je} \qquad \text{On mange à quelle heure ?}}{\text{serveur blond}}$$

Idée On ne veut utiliser que des énoncés qui contiennent du sens

C'est ce qu'on va appeler les **propositions**

Proposition

Intuitivement Une expression que l'on peut considérer comme **vraie** ou **fausse**

Proposition

Intuitivement Une expression que l'on peut considérer comme **vraie** ou **fausse**

Technique-ment Une expression qui peut recevoir une **valeur de vérité**

Proposition

Intuitivement	Une expression que l'on peut considérer comme **vraie** ou **fausse**
Technique-ment	Une expression qui peut recevoir une **valeur de vérité**
Exemples	Il pleut

Proposition

Intuitivement Une expression que l'on peut considérer comme **vraie** ou **fausse**

Technique-ment Une expression qui peut recevoir une **valeur de vérité**

Exemples Il pleut

Si vous faites les exos hebdomadaires, vous aurez un bonus sur votre note finale

Proposition

Intuitivement Une expression que l'on peut considérer comme **vraie** ou **fausse**

Technique-ment Une expression qui peut recevoir une **valeur de vérité**

Exemples Il pleut

Si vous faites les exos hebdomadaires, vous aurez un bonus sur votre note finale

Les hommes justes qui redoutent la puissance de Dieu n'endureront pas les souffrances éternelles de l'enfer.

Les non-propositions

'Petites' expressions	Je (référence)

Les non-propositions

'Petites' expressions	Je (référence)
	Grand (prédicat)

Les non-propositions

‘Petites‘ expressions

Je (référence)

Grand (prédicat)

Actrice norvégienne (prédicat complexe)

Les non-propositions

'Petites' expressions

Je (référence)

Grand (prédicat)

Actrice norvégienne (prédicat complexe)

Manger bruyamment (id)

Les non-propositions

'Petites' expressions	Je (référence)
	Grand (prédicat)
	Actrice norvégienne (prédicat complexe)
	Manger bruyamment (id)
Interrogatives	A quelle heure on mange ?

Les non-propositions

‘Petites‘ expressions	Je (référence)
	Grand (prédicat)
	Actrice norvégienne (prédicat complexe)
	Manger bruyamment (id)
Interrogatives	A quelle heure on mange ?
Impératives	Ne me parle pas de Jean-Louis

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Complexe contient d'autres propositions

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Complexe contient d'autres propositions

Exemples Jean-Charles a faim et Jean-Luc a soif

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Complexe contient d'autres propositions

Exemples Jean-Charles a faim et Jean-Luc a soif

Chloé est triste car son amie l'a abandonnée

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Complexe contient d'autres propositions

Exemples Jean-Charles a faim et Jean-Luc a soif

Chloé est triste car son amie l'a abandonnée

Attention Une prop. complexe ne *porte* pas forcément **le sens** d'autres propositions

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Complexe	contient d'autres propositions
Exemples	Jean-Charles a faim et Jean-Luc a soif
	Chloé est triste car son amie l'a abandonnée
Attention	Une prop. complexe ne *porte* pas forcément **le sens** d'autres propositions
Exemple	Si je me réveille demain, j'irai en cours

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses [2]

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses [2]

Exemple Brian de Palma est un réalisateur américain

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses [2]

Exemple Brian de Palma est un réalisateur américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est américain

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses[2]

Exemple Brian de Palma est un réalisateur américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est un réalisateur

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses [2]

Exemple Brian de Palma est un réalisateur américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est un réalisateur

vs. Jules est un faux blond

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses[2]

Exemple Brian de Palma est un réalisateur américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est un réalisateur

vs. Jules est un faux blond
$\not\Rightarrow$ Jules est blond

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Les props. complexes peuvent être piégeuses [2]

Exemple Brian de Palma est un réalisateur américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est américain
$\Rightarrow$ Brian de Palma est un réalisateur

vs. Jules est un faux blond
$\not\Rightarrow$ Jules est blond
$\not\Rightarrow$ Jules est faux (? ?)

2. Notamment vis-à-vis de la généralisation, ou systématisation, dont on a discuté la dernière fois

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Une prop. peut être arbitrairement complexe

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Une prop. peut être arbitrairement complexe

Exemple Si Alice apprend que Bob a dit à Charles que Diane en veut à Elsa parce qu'elle a dit du mal du dessin que Flavien lui a fait quand Georges est venu à l'anniversaire d'Hector, Inès sera triste.

Classification des props.

Propositions complexes vs. simples

Remarque Une prop. peut être arbitrairement complexe

Exemple Si Alice apprend que Bob a dit à Charles que Diane en veut à Elsa parce qu'elle a dit du mal du dessin que Flavien lui a fait quand Georges est venu à l'anniversaire d'Hector, Inès sera triste.

Props. simples Du coup, les propositions *atomiques*

Retour sur l'exemple

La notion précise de prop. complexe est très boiteuse (et on va d'ailleurs très vite s'en désintéresser)

Retour sur l'exemple

La notion précise de prop. complexe est très boiteuse (et on va d'ailleurs très vite s'en désintéresser)

La définition donnée est **externe**, dans le sens où elle nous aide à *reconnaître* des propositions (trouvées n'importe où)

Retour sur l'exemple

La notion précise de prop. complexe est très boiteuse (et on va d'ailleurs très vite s'en désintéresser)

La définition donnée est **externe**, dans le sens où elle nous aide à *reconnaître* des propositions (trouvées n'importe où)

On trouve aussi dans la littérature une définition **interne**, c'est à dire qui décrit la *construction* des propositions complexes, mais elle n'est pas très formelle (donc pas super satisfaisante).

Retour sur l'exemple

La notion <u>précise</u> de prop. complexe est très boiteuse (et on va d'ailleurs très vite s'en désintéresser)

La définition donnée est **externe**, dans le sens où elle nous aide à *reconnaître* des propositions (trouvées n'importe où)

On trouve aussi dans la littérature une définition **interne**, c'est à dire qui décrit la *construction* des propositions complexes, mais elle n'est pas très formelle (donc pas super satisfaisante).

En logique propositionnelle et du premier ordre, on aura une définition interne bien définie et carrée, qui du coup sera dure à appliquer en pratique (compromis auquel on aura du mal à échapper).

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Def. classique Une propostion est une expression comportant un sujet et un prédicat (une propriété)

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Def. classique Une propostion est une expression comportant un sujet et un prédicat (une propriété)

Exemple Le petit chat est mort

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Def. classique Une propostion est une expression comportant un sujet et un prédicat (une propriété)

Exemple Le petit chat est mort

Jean-Louis est un canard

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Sujet	Expression référentielle designant un individu (une entité $\in \mathcal{U}$) ou une classe d'indivus/entités

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Sujet	Expression référentielle designant un individu (une entité $\in \mathcal{U}$) ou une classe d'indivus/entités $\Rightarrow$ **Ce dont on parle**

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Sujet	Expression référentielle designant un individu (une entité $\in \mathcal{U}$) ou une classe d'indivus/entités
	$\Rightarrow$ **Ce dont on parle**
Prédicat	Propriété que l'on affirme de / que l'on attribue à un sujet

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Sujet

Expression référentielle designant un individu (une entité $\in \mathcal{U}$) ou une classe d'indivus/entités

$\Rightarrow$ **Ce dont on parle**

Prédicat

Propriété que l'on affirme de / que l'on attribue à un sujet

Techniquement, c'est une fonction de vérité $\mathcal{U} \rightarrow \{\mathcal{V}, \mathcal{F}\}$

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Sujet

Expression référentielle designant un individu (une entité $\in \mathcal{U}$) ou une classe d'indivus/entités

$\Rightarrow$ **Ce dont on parle**

Prédicat

Propriété que l'on affirme de / que l'on attribue à un sujet

Techniquement, c'est une fonction de vérité $\mathcal{U} \rightarrow \{\mathcal{V}, \mathcal{F}\}$

$\Rightarrow$ **Ce qu'on en dit**

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Définition Les propositions qui obéissent clairement à cette décomposition sont appelées (depuis Aristote) **jugements catégoriques**

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Définition Les propositions qui obéissent clairement à cette décomposition sont appelées (depuis Aristote) **jugements catégoriques**

Par contraste les **jugements thétiques** n'ont pas de sujet *réel*

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Définition Les propositions qui obéissent clairement à cette décomposition sont appelées (depuis Aristote) **jugements catégoriques**

Par contraste les **jugements thétiques** n'ont pas de sujet *réel*, même s'il peut y avoir un sujet grammatical

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

Définition Les propositions qui obéissent clairement à cette décomposition sont appelées (depuis Aristote) **jugements catégoriques**

Par contraste les **jugements thétiques** n'ont pas de sujet *réel*, même s'il peut y avoir un sujet grammatical

Il faisait beau

Il y a des fleurs

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

La notion est importante en syllogistique (on y revient), mais plus tard critiquée, notamment par Frege

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

La notion est importante en syllogistique (on y revient), mais plus tard critiquée, notamment par Frege

De façon générale, les classes des propositions en syllogistiques sont peu élégantes et pas toujours très bien définies

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

La notion est importante en syllogistique (on y revient), mais plus tard critiquée, notamment par Frege

De façon générale, les classes des propositions en syllogistiques sont peu élégantes et pas toujours très bien définies

Les formalismes plus mathématiques *à la Frege* (ie. la logique propositionnelle) s'attaqueront à ce problème

Classification des props.

Propositions (simples) **catégoriques** vs. **thétiques**

La notion est importante en syllogistique (on y revient), mais plus tard critiquée, notamment par Frege

De façon générale, les classes des propositions en syllogistiques sont peu élégantes et pas toujours très bien définies

Les formalismes plus mathématiques *à la Frege* (ie. la logique propositionnelle) s'attaqueront à ce problème

Aujourd'hui, il est évident que la distinction props. catégoriques / thétiques est pas claire

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Singulières	Les phrases ayant un sujet référentiel simple, **unique** et **identifié**

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Singulières	Les phrases ayant un sujet référentiel simple, **unique** et **identifié**
Exemple	Lapinot est gentil

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Singulières	Les phrases ayant un sujet référentiel simple, **unique** et **identifié**
Exemple	Lapinot est gentil
	Mon voisin d'en face est photographe

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Singulières Les phrases ayant un sujet référentiel simple, **unique** et **identifié**

Exemple Lapinot est gentil

Mon voisin d'en face est photographe

Le petit chat n'est (finalement) pas mort

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Singulières	Les phrases ayant un sujet référentiel simple, **unique** et **identifié**
Exemple	Lapinot est gentil
	Mon voisin d'en face est photographe
	Le petit chat n'est (finalement) pas mort
	J'ai mal dormi

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Quantifiées Sujet collectif

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Quantifiées	Sujet collectif
Exemple	Tous les élèves m'écoutent

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Quantifiées	Sujet collectif
Exemple	Tous les élèves m'écoutent
	Quelques films magnifiques sont sortis cette année

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Quantifiées	Sujet collectif
Exemple	Tous les élèves m'écoutent
	Quelques films magnifiques sont sortis cette année
	Personne n'a rien à cacher

Classification des props.

Propositions (simples et catégoriques) **singulières** vs. **quantifiées**

Quantifiées	Sujet collectif
Exemple	Tous les élèves m'écoutent
	Quelques films magnifiques sont sortis cette année
	Personne n'a rien à cacher
Question	Le dernier exemple n'est pas très joli, est-ce qu'on peut en trouver une autre formulation (équivalente) ?

Classification des props.

Exemple Personne n'a rien à cacher

Classification des props.

Exemple Personne n'a rien à cacher $\equiv$ Tout le monde a quelque chose à cacher

Classification des props.

Exemple Personne n’a rien à cacher $\equiv$ Tout le monde a quelque chose à cacher

Intuition Comprendre la phrase comme ‘Pour toute personne x, il est faux que x a **la propriété de n’avoir rien à cacher**‘

Classification des props.

Exemple Personne n'a rien à cacher $\equiv$ Tout le monde a quelque chose à cacher

Intuition Comprendre la phrase comme 'Pour toute personne x, il est faux que x a **la propriété de n'avoir rien à cacher**'

$\equiv$ 'Pour toute personne x, **il est faux qu'il n'existe pas** y que x doit cacher'

Classification des props.

Exemple Personne n'a rien à cacher $\equiv$ Tout le monde a quelque chose à cacher

Intuition Comprendre la phrase comme 'Pour toute personne x, il est faux que x a **la propriété de n'avoir rien à cacher**'

$\equiv$ 'Pour toute personne x, **il est faux qu'il n'existe pas** y que x doit cacher'

$\equiv$ 'Pour toute personne x, il existe y que x doit cacher'

Classification des props.

Exemple Personne n'a rien à cacher $\equiv$ Tout le monde a quelque chose à cacher

Intuition Comprendre la phrase comme 'Pour toute personne x, il est faux que x a **la propriété de n'avoir rien à cacher**'

$\equiv$ 'Pour toute personne x, **il est faux qu'il n'existe pas** y que x doit cacher'

$\equiv$ 'Pour toute personne x, il existe y que x doit cacher' $\equiv$ 'Tout le monde a quelque chose à cacher'

Classification des props. quantifiées

Idée On va essayer de raffiner la distinction de proposition quantifiée

Classification des props. quantifiées

Idée On va essayer de raffiner la distinction de proposition quantifiée en fonction de la ‘nature‘ de la quantification

Classification des props. quantifiées

Idée

On va essayer de raffiner la distinction de proposition quantifiée en fonction de la ‘nature‘ de la quantification

Rappel des exemples

Tous les élèves m’écoutent

Quelques films magnifiques sont sortis cette année

Personne n’a rien à cacher

Classification des props. quantifiées

Idée On va essayer de raffiner la distinction de proposition quantifiée en fonction de la ‘nature‘ de la quantification

Rappel des exemples Tous les élèves m’écoutent

Quelques films magnifiques sont sortis cette année

Personne n’a rien à cacher

Du coup des idées ?

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros	Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie
Exemples	Tous les élèves m’écoutent

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie

Exemples Tous les élèves m’écoutent

Tout enfant a une friandise préférée

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie. Autre chose ?

Exemples Tous les élèves m’écoutent

Tout enfant a une friandise préférée

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros	Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie, mais aussi ‘nul‘, ‘aucun‘
Exemples	Tous les élèves m’écoutent
	Tout enfant a une friandise préférée

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie, mais aussi ‘nul‘, ‘aucun‘

Exemples Tous les élèves m’écoutent

Tout enfant a une friandise préférée

Personne n’a rien à cacher

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros	Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie, mais aussi ‘nul‘, ‘aucun‘
Exemples	Tous les élèves m’écoutent
	Tout enfant a une friandise préférée
	Personne n’a rien à cacher
	Nul n’est infaillible

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros	Sujets introduits par ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘ & cie, mais aussi ‘nul‘, ‘aucun‘
Exemples	Tous les élèves m’écoutent
	Tout enfant a une friandise préférée
	Personne n’a rien à cacher
	Nul n’est infaillible
	Aucun linguiste n’est cool

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘nul‘, ‘aucun‘

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘nul‘, ‘aucun‘, encore autre chose ?

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘nul‘, ‘aucun‘, encore autre chose ?

Exemples Un polar coréen, ça finit mal

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros	‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘nul‘, ‘aucun‘, encore autre chose ?
Exemples	Un polar coréen, ça finit mal
	Le canard est un mammifère

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros	‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘nul‘, ‘aucun‘, encore autre chose ?
Exemples	Un polar coréen, ça finit mal
	Le canard est un mammifère
A rajouter	les phrases introduites par des déterminants non intrinsèquement quantificationnels, mais prenant une valeur universelle

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

En gros ‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘nul‘, ‘aucun‘, encore autre chose ?

Exemples Un polar coréen, ça finit mal

Le canard est un mammifère

A rajouter les phrases introduites par des déterminants non intrinsèquement quantificationnels, mais prenant une valeur universelle

C’est à dire les généralisations

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Intuition Toute phrase qu'on peut transformer en 'Tous les *individus* qui ont la propriété X ont aussi la propriété Y'

Remarque On peut quantifier sur plusieurs propriétés

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Intuition Toute phrase qu'on peut transformer en 'Tous les *individus* qui ont la propriété X ont aussi la propriété Y'

Remarque On peut quantifier sur plusieurs propriétés

'Un polar coréen, ça finit mal' $\equiv$ 'Tous les individus qui ont la propriété (*complexe*, ou double) d'être des films coréens ont aussi la propriété de finir mal'

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Intuition Toute phrase qu'on peut transformer en 'Tous les *individus* qui ont la propriété X ont aussi la propriété Y'

Remarque On peut quantifier sur plusieurs propriétés

'Un polar coréen, ça finit mal' $\equiv$ 'Tous les individus qui ont la propriété (*complexe*, ou double) d'être des films coréens ont aussi la propriété de finir mal'

Exemple 'Tout film japonais ou pièce allemande classique me fait rire et pleurer'

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ? Toutes les voitures volent

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ? Toutes les voitures volent : yes

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ? Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ? Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ 'Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles')

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ 'Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles')

Le joueur moyen de LoL est tendu

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ ‘Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles‘)

Le joueur moyen de LoL est tendu : yes

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ 'Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles')

Le joueur moyen de LoL est tendu : yes

Chaque journée est un enfer

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ ‘Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles‘)

Le joueur moyen de LoL est tendu : yes

Chaque journée est un enfer : yes

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ 'Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles')

Le joueur moyen de LoL est tendu : yes

Chaque journée est un enfer : yes

Tous mes amis ne sont pas fiables

Classification des props. quantifiées

Propositions **universelles**

Exemples ?

Toutes les voitures volent : yes

Les poules volent : yes

Tous les allemands n'étaient pas cinéphiles : nein ($\equiv$ 'Il y a des allemands qui n'étaient pas cinéphiles')

Le joueur moyen de LoL est tendu : yes

Chaque journée est un enfer : yes

Tous mes amis ne sont pas fiables : nein

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie

Exemples Certains éléphants ont une trompe

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie

Exemples Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie

Exemples Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Quelques enfants ont explosé

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie

Exemples Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Quelques enfants ont explosé

Un mec est passé hier soir

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie

Exemples Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Quelques enfants ont explosé

Un mec est passé hier soir

Un poisson a peu de mémoire

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros	Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie
Exemples	Certains éléphants ont une trompe
	Quelque malheur a dû arriver
	Quelques enfants ont explosé
	Un mec est passé hier soir
	Un poisson a peu de mémoire : ça dépend

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

En gros	Propositions introduites par ‘un‘, ‘certains‘, ‘quelques‘ & cie
Exemples	Certains éléphants ont une trompe
	Quelque malheur a dû arriver
	Quelques enfants ont explosé
	Un mec est passé hier soir
	Un poisson a peu de mémoire : ça dépend (mais à priori non)

Classification des props. quantifiées

Attention : confusion **particulières** et **singulières**

singulière A propos d'un seul individu **précis**

Classification des props. quantifiées

Attention : confusion **particulières** et **singulières**

singulière A propos d'un seul individu **précis**

Exemples Jean-Louis a bien mangé

Classification des props. quantifiées

Attention : confusion **particulières** et **singulières**

singulière	A propos d'un seul individu **précis**
Exemples	Jean-Louis a bien mangé
	Ce lapin a de petites oreilles

Classification des props. quantifiées

Attention : confusion **particulières** et **singulières**

singulière	A propos d'un seul individu **précis**
Exemples	Jean-Louis a bien mangé
	Ce lapin a de petites oreilles
particulière	Parle d'un individu *pas identifié*

Classification des props. quantifiées

Attention : confusion **particulières** et **singulières**

singulière	A propos d'un seul individu **précis**
Exemples	Jean-Louis a bien mangé
	Ce lapin a de petites oreilles
particulière	Parle d'un individu *pas identifié*
Exemple	**Un** lapin (quelque part) a de petites oreilles

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Remarque

Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Quelques enfants ont explosé

Un mec est passé hier soir

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Remarque

Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Quelques enfants ont explosé

Un mec est passé hier soir

Attention

Tous ces énoncés sont vrais s'il y a **au moins un** élément du sujet qui vérifie le prédicat

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Remarque

Certains éléphants ont une trompe

Quelque malheur a dû arriver

Quelques enfants ont explosé

Un mec est passé hier soir

Attention

Tous ces énoncés sont vrais s'il y a **au moins un** élément du sujet qui vérifie le prédicat (désolé, c'est non-négociable)

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Rappel Dans les universelles, on avait des **quantificateurs affirmatifs** (‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘un‘, ‘le‘, etc) et **négatifs** (‘nul‘, ‘aucun‘)

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Rappel Dans les universelles, on avait des **quantificateurs affirmatifs** (‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘un‘, ‘le‘, etc) et **négatifs** (‘nul‘, ‘aucun‘)

Remarque On a aussi une notion de affirmatif/négatif pour les props particulières

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Rappel Dans les universelles, on avait des **quantificateurs affirmatifs** (‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘un‘, ‘le‘, etc) et **négatifs** (‘nul‘, ‘aucun‘)

Remarque On a aussi une notion de affirmatif/négatif pour les props particulières, mais qui se fait cette fois au niveau du verbe

Classification des props. quantifiées

Propositions **particulières**

Rappel Dans les universelles, on avait des **quantificateurs affirmatifs** (‘tous les‘, ‘tout‘, ‘chaque‘, ‘un‘, ‘le‘, etc) et **négatifs** (‘nul‘, ‘aucun‘)

Remarque On a aussi une notion de affirmatif/négatif pour les props particulières, mais qui se fait cette fois au niveau du verbe

Exemples Certaines banques n’ont pas été braquées

Au moins un prof n’est pas compétent

Classification des props. quantifiées

On peut donc distinguer 4 classes de propositions quantifiées en faisant intervenir les 2 paramètres

Classification des props. quantifiées

On peut donc distinguer 4 classes de propositions quantifiées en faisant intervenir les 2 paramètres

A	Universelle affirmative
E	Universelle négative
I	Particulière affirmative
O	Particulière négative

Classification des props. quantifiées

On peut donc distinguer 4 classes de propositions quantifiées en faisant intervenir les 2 paramètres

A Universelle affirmative

E Universelle négative

I Particulière affirmative

O Particulière négative

Question Des trucs qui ont l'air de ne pas aller avec cette classification ?

Classification des props. quantifiées

On peut donc distinguer 4 classes de propositions quantifiées en faisant intervenir les 2 paramètres

A Universelle affirmative

E Universelle négative

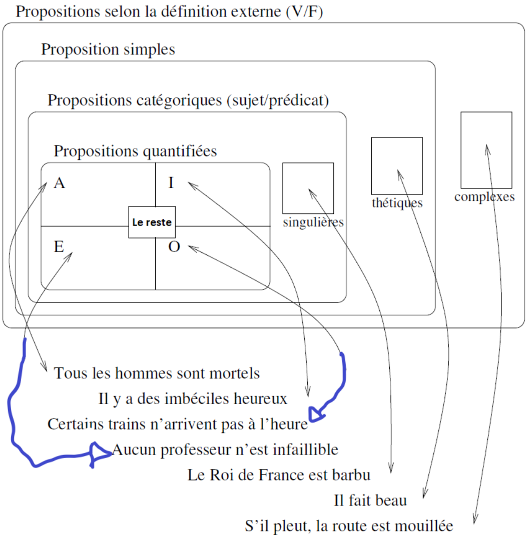
I Particulière affirmative

O Particulière négative

Question Des trucs qui ont l'air de ne pas aller avec cette classification ?

Toutes les props. ne sont pas couvertes ('La plupart des X sont Y')

Le dessin pour résumer



Relations entre propositions

Inverse

Relations entre propositions

Inverse

Exemple Tout prof est sympa

Relations entre propositions

Inverse

Exemple Tout prof est sympa

Quelle est la proposition *inverse* ?

Relations entre propositions

Inverse

Exemple Tout prof est sympa

Quelle est la proposition *inverse* ?

'Aucun prof n'est sympa' ?

Relations entre propositions

Inverse ?

Exemple Tout prof est sympa

Quelle est la proposition *inverse* ?

'Aucun prof n'est sympa' ?

Ca dépend de ce qu'on appelle l'*inverse*

Relations entre propositions

Inverse ?

Exemple Tout prof est sympa

Quelle est la proposition *inverse* ?

'Aucun prof n'est sympa' ?

Ca dépend de ce qu'on appelle l'*inverse*

On va distinguer les notions de propositions **contraires** et **contradictoires**

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

Relations entre propositions

Contraires	P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps
En français	P et Q sont incompatibles

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont contraires ≡ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

En français P et Q sont incompatibles

Exemple Proposition contraire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

En français P et Q sont incompatibles

Exemple Proposition contraire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

‘Aucun prof n’est sympa‘ ?

Relations entre propositions

Contraires	P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps
En français	P et Q sont incompatibles
Exemple	Proposition contraire de 'Tout prof est sympa' ?
	'Aucun prof n'est sympa' ? Oui

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont contraires ≡ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

En français P et Q sont incompatibles

Exemple Proposition contraire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

‘Aucun prof n’est sympa‘ ? Oui

On peut en trouver d’autres ?

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

En français P et Q sont incompatibles

Exemple Proposition contraire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

‘Aucun prof n’est sympa‘ ? Oui

On peut en trouver d’autres ?

‘Il y a au moins un prof qui n’est pas sympa‘

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont incompatibles

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont incompatibles

Exemple Propositions contraires de 'Le chat est mort et le chien est blond' ?

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont incompatibles

Exemple Propositions contraires de ‘Le chat est mort et le chien est blond‘ ?

Le chat n’est pas mort

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont incompatibles

Exemple Propositions contraires de ‘Le chat est mort et le chien est blond‘ ?

Le chat n’est pas mort

Le chien n’est pas blond

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont incompatibles

Exemple Propositions contraires de ‘Le chat est mort et le chien est blond‘ ?

Le chat n’est pas mort

Le chien n’est pas blond

Le chat n’est pas mort et le chien n’est pas blond

Relations entre propositions

Contraires P et Q sont incompatibles

Exemple Propositions contraires de ‘Le chat est mort et le chien est blond‘ ?

Le chat n’est pas mort

Le chien n’est pas blond

Le chat n’est pas mort et le chien n’est pas blond

Le chat n’est pas mort ou le chien n’est pas blond

Relations entre propositions

Contradiction P et Q sont contradictoires si et seulement si elles ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps

Relations entre propositions

Contradiction P et Q sont contradictoires si et seulement si elles ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps

En français On a toujours soit P, soit Q

Relations entre propositions

Contradiction P et Q sont contradictoires si et seulement si elles ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps

En français On a toujours soit P, soit Q

Exemple Proposition contradictoire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

Relations entre propositions

Contradiction P et Q sont contradictoires si et seulement si elles ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps

En français On a toujours soit P, soit Q

Exemple Proposition contradictoire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

‘Il y a au moins un prof qui n’est pas sympa‘

Relations entre propositions

Contradiction P et Q sont contradictoires si et seulement si elles ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps

En français On a toujours soit P, soit Q

Exemple Proposition contradictoire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

‘Il y a au moins un prof qui n’est pas sympa‘

Une autre ?

Relations entre propositions

Contradiction P et Q sont contradictoires si et seulement si elles ne peuvent être ni vraies ni fausses en même temps

En français On a toujours soit P, soit Q

Exemple Proposition contradictoire de ‘Tout prof est sympa‘ ?

‘Il y a au moins un prof qui n’est pas sympa‘

Une autre ? Non, pour toute proposition P, **unicité** de $\neg P$ (à reformulation près)

Relations entre propositions

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Relations entre propositions

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Exemple Le chat est mort et le chien est blond

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Le chat est mort et le chien est blond
$\neg$	Le chat n'est pas mort ou le chien n'est pas blond

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Le chat est mort et le chien est blond
$\neg$	Le chat n'est pas mort ou le chien n'est pas blond
Exemple	Certaines baleines sont sympathiques

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Le chat est mort et le chien est blond
$\neg$	Le chat n'est pas mort ou le chien n'est pas blond
Exemple	Certaines baleines sont sympathiques
$\neg$	Aucune baleine est sympathique

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Le chat est mort et le chien est blond
$\neg$	Le chat n'est pas mort ou le chien n'est pas blond
Exemple	Certaines baleines sont sympathiques
$\neg$	Aucune baleine est sympathique
Exemple	Certains films français sont pas géniaux

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Le chat est mort et le chien est blond
$\neg$	Le chat n'est pas mort ou le chien n'est pas blond
Exemple	Certaines baleines sont sympathiques
$\neg$	Aucune baleine est sympathique
Exemple	Certains films français sont pas géniaux
$\neg$	Tous les films français sont géniaux

Relations entre propositions

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Relations entre propositions

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Exemple Personne ne comprend ce cours

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Personne ne comprend ce cours
$\neg$	Quelqu'un comprend ce cours

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Personne ne comprend ce cours
$\neg$	Quelqu'un comprend ce cours
Question	Vous avez remarqué quelque chose ?

Relations entre propositions

Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Exemple	Personne ne comprend ce cours
$\neg$	Quelqu'un comprend ce cours
Question	Vous avez remarqué quelque chose ?
	Quelque chose qui ressemblerait à une règle concernant les contradictions et les propositions quantifiées ?

Relations entre propositions

A Tous les profs sont gentils

Relations entre propositions

A	Tous les profs sont gentils
I	Quelques profs sont gentils

Relations entre propositions

A	Tous les profs sont gentils
I	Quelques profs sont gentils
E	Aucun prof n'est gentil

Relations entre propositions

A	Tous les profs sont gentils
I	Quelques profs sont gentils
E	Aucun prof n'est gentil
O	Quelques profs ne sont pas gentils

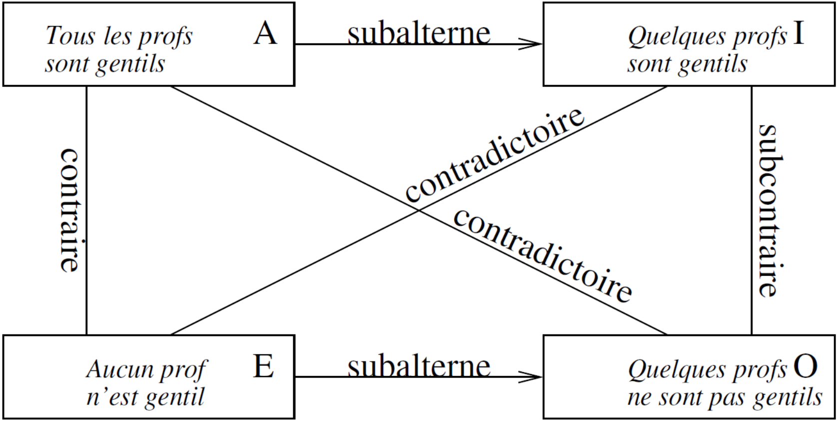
Relations entre propositions

A	Tous les profs sont gentils
I	Quelques profs sont gentils
E	Aucun prof n'est gentil
O	Quelques profs ne sont pas gentils
Question	Que peut-on dire de chaque couple tiré dans cette liste de propositions ?

Relations entre propositions

A	Tous les profs sont gentils
I	Quelques profs sont gentils
E	Aucun prof n'est gentil
O	Quelques profs ne sont pas gentils
Question	Que peut-on dire de chaque couple tiré dans cette liste de propositions ?
Indice	On va devoir introduire deux nouvelles relations (simples) entre propositions

Le carré d'opposition



Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Remarque I et O sont subcontraires, tandis que leurs contradictions (ou négations) sont contraires entre elles

Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Remarque I et O sont subcontraires, tandis que leurs contradictions (ou négations) sont contraires entre elles

Coïncidence ?

Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Remarque I et O sont subcontraires, tandis que leurs contradictions (ou négations) sont contraires entre elles

Coïncidence ? Sans doute pas

Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Remarque I et O sont subcontraires, tandis que leurs contradictions (ou négations) sont contraires entre elles

Coïncidence ? Sans doute pas

Subalterne P est subalterne de Q si Q implique P

Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Remarque I et O sont subcontraires, tandis que leurs contradictions (ou négations) sont contraires entre elles

Coïncidence ? Sans doute pas

Subalterne P est subalterne de Q si Q implique P, c'est à dire si chaque fois que Q est vraie, P l'est nécessairement aussi.

Le carré d'opposition

Subcontraire P et Q sont subcontraires si elle ne peuvent pas être fausses en même temps

Remarque I et O sont subcontraires, tandis que leurs contradictions (ou négations) sont contraires entre elles

Coïncidence ? Sans doute pas

Subalterne P est subalterne de Q si Q implique P, c'est à dire si chaque fois que Q est vraie, P l'est nécessairement aussi.

def alternative P est une version appauvrie (en information) de Q

Le début du merdier

Contraires P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Le début du merdier

Contraires P et Q sont contraires ≡ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Cependant Pour les logiciens ...

Le début du merdier

Contraires	P et Q sont contraires ≡ elles ne peuvent pas être vraies en même temps
Contradiction	On a toujours soit P, soit Q
Cependant	Pour les logiciens ... c'est le contraire !

Le début du merdier

Contraires P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Cependant Pour les logiciens ... c'est le contraire !

Ils ont néanmoins plus l'habitude de dire ‘propositions inverses‘ que contraires

Le début du merdier

Contraires P et Q sont contraires $\equiv$ elles ne peuvent pas être vraies en même temps

Contradiction On a toujours soit P, soit Q

Cependant Pour les logiciens ... c'est le contraire !

Ils ont néanmoins plus l'habitude de dire ‘propositions inverses‘ que contraires

On utilisera $P = \neg Q$ pour ‘soit P, soit Q‘ et ‘P X Q‘ pour ‘pas en même temps‘

Attention ‘P X Q‘ pas canonique !

Un autre carré bonus

DM !

Intro à Port-Royal

Qui Antoine Arnauld et Pierre Nicole

Intro à Port-Royal

Qui Antoine Arnauld et Pierre Nicole

Où L'abbaye de Port-Royal (rien à voir avec le métro), haut lieu du jansénisme à l'époque

Intro à Port-Royal

Qui	Antoine Arnauld et Pierre Nicole
Où	L'abbaye de Port-Royal (rien à voir avec le métro), haut lieu du jansénisme à l'époque
Quand	1662

Intro à Port-Royal

Qui	Antoine Arnauld et Pierre Nicole
Où	L'abbaye de Port-Royal (rien à voir avec le métro), haut lieu du jansénisme à l'époque
Quand	1662
Quoi	Le bouquin 'La logique ou l'art de penser'

Intro à Port-Royal

But Distinguer les bons des mauvais syllogismes

Intro à Port-Royal

But Distinguer les bons des mauvais syllogismes

C'est à dire ceux qui sont **valides** et ceux qui ne le sont pas

Intro à Port-Royal

But Distinguer les bons des mauvais syllogismes

C'est à dire ceux qui sont **valides** et ceux qui ne le sont pas

Problème Y a du travail

Intro à Port-Royal

But	Distinguer les bons des mauvais syllogismes
	C'est à dire ceux qui sont **valides** et ceux qui ne le sont pas
Problème	Y a du travail
'Solution'	*Fixer avec précision l'objet d'étude*

Intro à Port-Royal

But	Distinguer les bons des mauvais syllogismes C'est à dire ceux qui sont **valides** et ceux qui ne le sont pas
Problème	Y a du travail
'Solution'	*Fixer avec précision l'objet d'étude* (cad se resteindre à un chantier plus simple)

Intro à Port-Royal

But Distinguer les bons des mauvais syllogismes

C'est à dire ceux qui sont **valides** et ceux qui ne le sont pas

Problème Y a du travail

'Solution' *Fixer avec précision l'objet d'étude* (cad se resteindre à un chantier plus simple)

On s'intéresse uniquement aux raisonnements avec 2 prémisses + 1 conclusion

Intro à Port-Royal

But Distinguer les bons des mauvais syllogismes

C'est à dire ceux qui sont **valides** et ceux qui ne le sont pas

Problème Y a du travail

'Solution' *Fixer avec précision l'objet d'étude* (cad se resteindre à un chantier plus simple)

On s'intéresse uniquement aux raisonnements avec 2 prémisses + 1 conclusion, le tout quantifié

Intro à Port-Royal

Rappel Les *termes* utilisés dans un raisonnement n'ont pas (vraiment) d'importance

Intro à Port-Royal

Rappel Les *termes* utilisés dans un raisonnement n'ont pas (vraiment) d'importance

$$\frac{\text{Tous les alcooliques sont bigleux} \qquad \text{Tous les bigleux sont blonds}}{\text{Tous les alcooliques sont blonds}}$$

$\equiv$

$$\frac{\text{Tous les barmans sont chauves} \qquad \text{Tous les chauves sont méchants}}{\text{Tous les barmans sont méchants}}$$

Intro à Port-Royal

Rappel Les *termes* utilisés dans un raisonnement n'ont pas (vraiment) d'importance

$$\frac{\text{Tous les alcooliques sont bigleux} \quad \text{Tous les bigleux sont blonds}}{\text{Tous les alcooliques sont blonds}}$$

$$\equiv \quad \frac{\text{Tous les barmans sont chauves} \quad \text{Tous les chauves sont méchants}}{\text{Tous les barmans sont méchants}}$$

$$\equiv \quad \frac{\text{Tous les X sont Y} \quad \text{Tous les Y sont Z}}{\text{Tous les X sont Z}}$$

Intro à Port-Royal

Idée On peut donc espérer *énumérer* (lister) l'ensemble des **schémas** possibles si on trouve les **paramètres** pertinents

Intro à Port-Royal

Idée On peut donc espérer *énumérer* (lister) l'ensemble des **schémas** possibles si on trouve les **paramètres** pertinents

Définition Les conclusions seront de la forme

B	est	A
petit terme		**grand terme**

Intro à Port-Royal

Idée On peut donc espérer *énumérer* (lister) l'ensemble des **schémas** possibles si on trouve les **paramètres** pertinents

Définition Les conclusions seront de la forme

B	est	A
petit terme		**grand terme**

Définition Pour répondre à la question, on va passer par un autre terme, le **moyen**

Intro à Port-Royal

Idée On peut donc espérer *énumérer* (lister) l'ensemble des **schémas** possibles si on trouve les **paramètres** pertinents

Définition Les conclusions seront de la forme

B	est	A
petit terme		**grand terme**

Définition Pour répondre à la question, on va passer par un autre terme, le **moyen**

A	$\leftrightarrow$	M	(prémisse) majeure
M	$\leftrightarrow$	B	(prémisse) mineure
B	est	A	conclusion

Figures

A	$\leftrightarrow$	M	(prémisse) majeure
M	$\leftrightarrow$	B	(prémisse) mineure
B	est	A	conclusion

Remarque L'ordre peut changer (d'où les $\leftrightarrow$)

Figures

$$\begin{array}{cccl} A & \leftrightarrow & M & \text{(prémisse) majeure} \\ M & \leftrightarrow & B & \text{(prémisse) mineure} \\ \hline B & \text{est} & A & \text{conclusion} \end{array}$$

Remarque L'ordre peut changer (d'où les $\leftrightarrow$), pour un total de 4 combinaisons

Figures

A	$\leftrightarrow$	M	(prémisse) majeure
M	$\leftrightarrow$	B	(prémisse) mineure
B	est	A	conclusion

Remarque L'ordre peut changer (d'où les $\leftrightarrow$), pour un total de 4 combinaisons

Constantes A (grand terme) = attribut de la conclusion

Figures

A	$\leftrightarrow$	M	(prémisse) majeure
M	$\leftrightarrow$	B	(prémisse) mineure
B	est	A	conclusion

Remarque L'ordre peut changer (d'où les $\leftrightarrow$), pour un total de 4 combinaisons

Constantes A (grand terme) = attribut de la conclusion

B (petit terme) = sujet de la conclusion

Figures

A	$\leftrightarrow$	M	(prémisse) majeure
M	$\leftrightarrow$	B	(prémisse) mineure
B	est	A	conclusion

Remarque L'ordre peut changer (d'où les $\leftrightarrow$), pour un total de 4 combinaisons

Constantes A (grand terme) = attribut de la conclusion

B (petit terme) = sujet de la conclusion

M (moyen) = attribut ou sujet

Figures

$$\begin{array}{cccl} A & \leftrightarrow & M & \text{(prémisse) majeure} \\ M & \leftrightarrow & B & \text{(prémisse) mineure} \\ \hline B & \text{est} & A & \text{conclusion} \end{array}$$

Remarque L'ordre peut changer (d'où les $\leftrightarrow$), pour un total de 4 combinaisons

Constantes A (grand terme) = attribut de la conclusion

B (petit terme) = sujet de la conclusion

M (moyen) = attribut ou sujet

Majeure (resp. Mineure) = prémisse impliquant le grand (resp. petit) terme

Figures

1re figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ B & M \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

2e figure

$$\frac{\begin{array}{cc} A & M \\ B & M \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

3e figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ M & B \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

4e figure

$$\frac{\begin{array}{cc} A & M \\ M & B \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Modes

Mode Arrangement de 3 propositions ayant 4 formes possibles (A, I, E ou O)

Modes

Mode Arrangement de 3 propositions ayant 4 formes possibles (A, I, E ou O) $\rightarrow$ 64 combinaisons (AAA, EIO, AEE, etc ...)

Modes

Mode

Arrangement de 3 propositions ayant 4 formes possibles (A, I, E ou O) $\rightarrow$ 64 combinaisons (AAA, EIO, AEE, etc ...)

On va pouvoir combiner figure et mode

Modes

Mode Arrangement de 3 propositions ayant 4 formes possibles (A, I, E ou O) $\rightarrow$ 64 combinaisons (AAA, EIO, AEE, etc ...)

On va pouvoir combiner figure et mode : si le mode est $Q_1 Q_2 Q_3$, la grand prémisse sera Q_1, la petite sera Q_2 et la conclusion sera Q_3.

Modes

Mode

Arrangement de 3 propositions ayant 4 formes possibles (A, I, E ou O) $\rightarrow$ 64 combinaisons (AAA, EIO, AEE, etc ...)

On va pouvoir combiner figure et mode : si le mode est $Q_1 Q_2 Q_3$, la grand prémisse sera Q_1, la petite sera Q_2 et la conclusion sera Q_3.

But du jeu

Essayer toutes les figures avec tous les modes

Modes

Mode

Arrangement de 3 propositions ayant 4 formes possibles (A, I, E ou O) $\rightarrow$ 64 combinaisons (AAA, EIO, AEE, etc ...)

On va pouvoir combiner figure et mode : si le mode est $Q_1 Q_2 Q_3$, la grand prémisse sera Q_1, la petite sera Q_2 et la conclusion sera Q_3.

But du jeu

Essayer toutes les figures avec tous les modes pour un total de 256 syllogismes à tester !

C'est parti ! (1/256)

$3^{ème}$ figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ M & B \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Mode AAA

C'est parti ! (1/256)

$3^{ème}$ figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ M & B \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Mode AAA

Attention Les 'A' du mode et ceux de la figure n'ont rien à voir !

C'est parti ! (1/256)

$3^{ème}$ figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ M & B \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Mode AAA

Attention Les 'A' du mode et ceux de la figure n'ont rien à voir ! (personne n'a dit que le formalisme était bien foutu)

C'est parti ! (1/256)

$3^{ème}$ figure

$$\begin{array}{cc} M & A \\ M & B \\ \hline B & A \end{array}$$

Mode AAA

Attention Les 'A' du mode et ceux de la figure n'ont rien à voir ! (personne n'a dit que le formalisme était bien foutu)

Question Valide ?

C'est parti ! (1/256)

$$\textbf{Mode + figure}\quad \frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les M sont B}\end{array}}{\text{Tous les B sont A}}$$

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les M sont A} \qquad \text{Tous les M sont B}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les M sont B}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication

On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

Les deux **hypothèses** sont **respectées** (tout M est également A et B), mais la **conclusion** est **fausse** (JC l'enfreint)

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les M sont B}\end{array}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

Les deux **hypothèses** sont **respectées** (tout M est également A et B), mais la **conclusion** est **fausse** (JC l'enfreint)

Réponse Pas valide, car on a un **contre-exemple**

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les M sont B}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

Remarque Un truc à dire sur ce contre-exemple ?

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les M sont B}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

Remarque Un truc à dire sur ce contre-exemple pour l'améliorer ?

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les M sont B}\end{array}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

Remarque Un truc à dire sur ce contre-exemple pour l'améliorer ?

Il n'est pas minimal

C'est parti ! (1/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les M sont B}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a uniquement 2 individus, Jean-Michel qui est à la fois M, A et B, et Jean-Charles qui est uniquement B

Remarque Un truc à dire sur ce contre-exemple pour l'améliorer ?

Il n'est pas minimal, on peut se passer de Jean-Michel

Méthodologie

Remarque Un (contre-)exemple sert uniquement à montrer qu'un syllogisme n'est pas valide

Méthodologie

Remarque

Un (contre-)exemple sert uniquement à montrer qu'un syllogisme n'est pas valide

On pourrait aussi imaginer un monde où il y a un seul individu, qui est M, A et B

Méthodologie

Remarque

Un (contre-)exemple sert uniquement à montrer qu'un syllogisme n'est pas valide

On pourrait aussi imaginer un monde où il y a un seul individu, qui est M, A et B

Dans ce cas, hypothèses + conclusion respectées

Méthodologie

Remarque

Un (contre-)exemple sert uniquement à montrer qu'un syllogisme n'est pas valide

On pourrait aussi imaginer un monde où il y a un seul individu, qui est M, A et B

Dans ce cas, hypothèses + conclusion respectées

Le syllogisme n'en est pas pour autant valide !

Pour montrer la validité, ça va donc être un peu plus abstrait

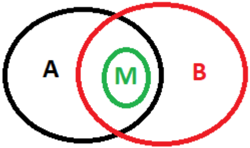
Méthodologie

Par contre Les contre-exemples se présentent très bien sous la forme de **diagrammes de Venn** (aussi appelés patatoïdes)

Méthodologie

Par contre

Les contre-exemples se présentent très bien sous la forme de **diagrammes de Venn** (aussi appelés patatoïdes)



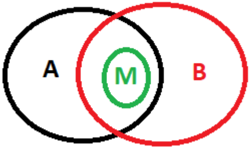
Exemple

Méthodologie

Par contre

Les contre-exemples se présentent très bien sous la forme de **diagrammes de Venn** (aussi appelés patatoïdes)

Exemple



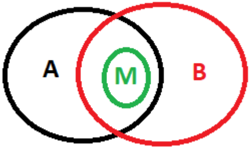
Chaque *patate* représente l'ensemble des individus qui ont la propriété associée

Méthodologie

Par contre

Les contre-exemples se présentent très bien sous la forme de **diagrammes de Venn** (aussi appelés patatoïdes)

Exemple



Chaque *patate* représente l'ensemble des individus qui ont la propriété associée

On a bien les hypothèses respectées et la conclusion falsifiée

C'est parti ! (2/256)

1ère figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ B & M \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Mode AAA

C'est parti ! (2/256)

$1^{ère}$ figure

$$\begin{array}{cc} M & A \\ B & M \\ \hline B & A \end{array}$$

Mode AAA

Question Valide ?

C'est parti ! (2/256)

$$\textbf{Mode + figure}\quad \frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les B sont M}\end{array}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Prenons un B **arbitraire**

C'est parti ! (2/256)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

C'est parti ! (2/256)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. nous dit qu'il est aussi M

C'est parti ! (2/256)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. nous dit qu'il est aussi M

La prémisse maj. nous dit alors qu'il est aussi A

C'est parti ! (2/256)

Mode + figure
$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. nous dit qu'il est aussi M

La prémisse maj. nous dit alors qu'il est aussi A

Syllogisme valide

C'est parti ! (2/256)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. nous dit qu'il est aussi M

La prémisse maj. nous dit alors qu'il est aussi A

Syllogisme valide : on a montré qu'un individu, **dont on savait seulement qu'il était B**, est aussi un A.

C'est parti ! (2/256)

Mode + figure $\dfrac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les B sont M}\end{array}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. nous dit qu'il est aussi M

La prémisse maj. nous dit alors qu'il est aussi A

Syllogisme valide : on a montré qu'un individu, **dont on savait seulement qu'il était B**, est aussi un A. Ca prouve que **n'importe quel B** sera aussi A

C'est parti ! (2/256 prise 2)

Mode + figure
$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

C'est parti ! (2/256 prise 2)

$$\textbf{Mode + figure}\quad \frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les B sont M}\end{array}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. permet de le **transformer** en M

C'est parti ! (2/256 prise 2)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. permet de le **transformer** en M

La prémisse maj. permet de **transformer** le M obtenu en A

C'est parti ! (2/256 prise 2)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. permet de le **transformer** en M

La prémisse maj. permet de **transformer** le M obtenu en A

Syllogisme valide

C'est parti ! (2/256 prise 2)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. permet de le **transformer** en M

La prémisse maj. permet de **transformer** le M obtenu en A

Syllogisme valide : on a montré qu'en **composant** (combinant) les deux prémisses, on crée une *méthode* permettant de **transformer** tout B en A

C'est parti ! (2/256 prise 2)

Mode + figure
$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. permet de le **transformer** en M

La prémisse maj. permet de **transformer** le M obtenu en A

Syllogisme valide : on a montré qu'en **composant** (combinant) les deux prémisses, on crée une *fonction* permettant de **transformer** tout B en A

C'est parti ! (2/256 prise 2)

Mode + figure $\dfrac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Tous les B sont A}}$

Prenons un B **arbitraire**, cad sur lequel on n'a aucune autre information

La prémisse min. permet de le **transformer** en M

La prémisse maj. permet de **transformer** le M obtenu en A

Syllogisme valide : on a montré qu'en **composant** (combinant) les deux prémisses, on crée un **programme** permettant de **transformer** tout B en A

La slide barbante

Vous pouvez choisir d'utiliser le style 'x est un A et telle prémisse nous dit que tout A est aussi un M, donc x est un M'

La slide barbante

Vous pouvez choisir d'utiliser le style 'x est un A et telle prémisse nous dit que tout A est aussi un M, donc x est un M', ou 'x est un A et telle prémisse permet de *transformer* tout A en M, donc on peut faire de x un M'.

La slide barbante

Vous pouvez choisir d'utiliser le style 'x est un A et telle prémisse nous dit que tout A est aussi un M, donc x est un M', ou 'x est un A et telle prémisse permet de *transformer* tout A en M, donc on peut faire de x un M'.

La différence n'est sans doute pas évidente, mais représente les deux (grosses) approches des fondements des mathématiques !

La slide barbante

Vous pouvez choisir d'utiliser le style 'x est un A et telle prémisse nous dit que tout A est aussi un M, donc x est un M', ou 'x est un A et telle prémisse permet de *transformer* tout A en M, donc on peut faire de x un M'.

La différence n'est sans doute pas évidente, mais représente les deux (grosses) approches des fondements des mathématiques !

Le premier style correspond à un point de vue **théorie des ensembles** (patatoïdes), tandis que la deuxième formulation découle de la **théorie des types** (programmes).

La slide barbante

Vous pouvez choisir d'utiliser le style 'x est un A et telle prémisse nous dit que tout A est aussi un M, donc x est un M', ou 'x est un A et telle prémisse permet de *transformer* tout A en M, donc on peut faire de x un M'.

La différence n'est sans doute pas évidente, mais représente les deux (grosses) approches des fondements des mathématiques !

Le premier style correspond à un point de vue **théorie des ensembles** (patatoïdes), tandis que la deuxième formulation découle de la **théorie des types** (programmes). Le schisme entre ces deux théories est une conséquence du **paradoxe de Russel** (1901$\sim$1903).

C'est (re-)parti ! (3/256)

2ème figure

$$\frac{\begin{array}{cc} A & M \\ B & M \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Mode AAI

C'est (re-)parti ! (3/256)

$2^{ème}$ figure

$$\begin{array}{cc} A & M \\ B & M \\ \hline B & A \end{array}$$

Mode AAI

Question Valide ?

C'est (re-)parti ! (3/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

C'est (re-)parti ! (3/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \qquad \text{Tous les B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

Explication On peut imaginer un monde dans lequel il y a seulement 2 individus : Jean-Michel qui est à la fois A et M, et Jean-Charles qui est uniquement B et M

C'est (re-)parti ! (3/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

Explication

On peut imaginer un monde dans lequel il y a seulement 2 individus : Jean-Michel qui est à la fois A et M, et Jean-Charles qui est uniquement B et M

Les deux hypothèses sont respectées (tout individu A ou B est également M), mais la conclusion est fausse (le seul B n'est pas A)

C'est (re-)parti ! (3/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \qquad \text{Tous les B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

Explication

On peut imaginer un monde dans lequel il y a seulement 2 individus : Jean-Michel qui est à la fois A et M, et Jean-Charles qui est uniquement B et M

Les deux hypothèses sont respectées (tout individu A ou B est également M), mais la conclusion est fausse (le seul B n'est pas A)

Réponse

Pas valide, car on a un **contre-exemple**

C'est (re-)parti ! (3/256 bonus)

AAX + fig. 3

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \qquad \text{Tous les B sont M}}{\text{[relation entre A et B]}}$$

C'est (re-)parti ! (3/256 bonus)

AAX + fig. 3

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{[relation entre A et B]}}$$

Remarque Etant donnée la figure, aucun mode de la forme AAX ne sera valide

C'est (re-)parti ! (3/256 bonus)

AAX + fig. 3

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \qquad \text{Tous les B sont M}}{\text{[relation entre A et B]}}$$

Remarque

Etant donnée la figure, aucun mode de la forme AAX ne sera valide

En effet, imaginez que M est l'ensemble des individus

C'est (re-)parti ! (3/256 bonus)

AAX + fig. 3

Tous les A sont M
Tous les B sont M
———
[relation entre A et B]

Remarque

Etant donnée la figure, aucun mode de la forme AAX ne sera valide

En effet, imaginez que M est l'ensemble des individus, alors les deux prémisses deviennent ‘tous les individus ayant la prop A (ou B) sont des individus‘

C'est (re-)parti ! (3/256 bonus)

AAX + fig. 3

$$\frac{\text{Tous les A sont M} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{[relation entre A et B]}}$$

Remarque

Etant donnée la figure, aucun mode de la forme AAX ne sera valide

En effet, imaginez que M est l'ensemble des individus, alors les deux prémisses deviennent 'tous les individus ayant la prop A (ou B) sont des individus'

Ca n'apporte strictement aucune information, on ne va rien pouvoir conclure

C'est (re-)parti ! (7/256)

1^ère^ figure

$$\frac{\begin{matrix} M & A \\ B & M \end{matrix}}{\begin{matrix} B & A \end{matrix}}$$

Mode III

C'est (re-)parti ! (7/256)

1ère figure

$$\frac{\begin{array}{cc} M & A \\ B & M \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$$

Mode III

Question Valide ?

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Certains M sont A} \qquad \text{Certains B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B sont A}}$$

Contre-ex

On a 10 individus p_1 à p_{10}. p_1 est M et A (et pas B), p_2 est B et M (et pas A), le reste n'est jamais A et B à la fois

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B sont A}}$$

Contre-ex

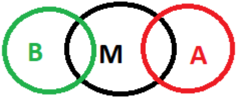
On a 10 individus p_1 à p_{10}. p_1 est M et A (et pas B), p_2 est B et M (et pas A), le reste n'est jamais A et B à la fois

Les deux hypothèses sont respectées (grâce à p_1 et p_2), mais la conclusion est fausse (peut se vérifier sur chaque individu)

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure

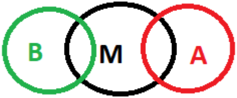
$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B sont A}}$$



C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Certains M sont A} \quad \text{Certains B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$



Réponse Pas valide, car on a un **contre-exemple**

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure $\dfrac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B sont A}}$

De façon générale, on ne pourra jamais rien tirer de deux propositions particulières

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Certains M sont A} \quad \text{Certains B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

De façon générale, on ne pourra jamais rien tirer de deux propositions particulières

Quel que soit le type (A / E / I / O) de la conclusion, on pourra créer une situation qui valide les deux hypotheses (particulières) sans valider la conclusion (comme on vient de le faire)

C'est (re-)parti ! (7/256)

Mode + figure
$$\frac{\text{Certains M sont A} \quad \text{Certains B sont M}}{\text{Certains B sont A}}$$

De façon générale, on ne pourra jamais rien tirer de deux propositions particulières

Quel que soit le type (A / E / I / O) de la conclusion, on pourra créer une situation qui valide les deux hypotheses (particulières) sans valider la conclusion (comme on vient de le faire)

En fait, pas mal de règles de ce type, qui réduisent l'ensemble des syllogisme à tester, ont été identifiées.

Règles de base des syllogismes

1 Le moyen doit être pris au moins une fois universellement

Règles de base des syllogismes

1 Le moyen doit être pris au moins une fois universellement

2 Les termes de la conclusion ne peuvent point être pris plus universellement dans la conclusion que dans les prémisses

Règles de base des syllogismes

1 Le moyen doit être pris au moins une fois universellement
2 Les termes de la conclusion ne peuvent point être pris plus universellement dans la conclusion que dans les prémisses
3 On ne peut rien conclure de deux propositions négatives

Règles de base des syllogismes

1. Le moyen doit être pris au moins une fois universellement
2. Les termes de la conclusion ne peuvent point être pris plus universellement dans la conclusion que dans les prémisses
3. On ne peut rien conclure de deux propositions négatives
4. On ne peut prouver une conclusion négative par deux propositions affirmatives

Règles de base des syllogismes

1. Le moyen doit être pris au moins une fois universellement
2. Les termes de la conclusion ne peuvent point être pris plus universellement dans la conclusion que dans les prémisses
3. On ne peut rien conclure de deux propositions négatives
4. On ne peut prouver une conclusion négative par deux propositions affirmatives
5. La conclusion suit toujours la plus faible partie, cad que s'il y a une des deux propositions négatives, elle est négative, et s'il y en a une particulière, elle doit être particulière

Règles de base des syllogismes

1. Le moyen doit être pris au moins une fois universellement
2. Les termes de la conclusion ne peuvent point être pris plus universellement dans la conclusion que dans les prémisses
3. On ne peut rien conclure de deux propositions négatives
4. On ne peut prouver une conclusion négative par deux propositions affirmatives
5. La conclusion suit toujours la plus faible partie, cad que s'il y a une des deux propositions négatives, elle est négative, et s'il y en a une particulière, elle doit être particulière
6. De deux propositions particulières il ne s'ensuit rien

Pause discussion

Remarques ?

Pause discussion

Remarques ?

Pts positifs Différence vérité / validité

Pause discussion

Remarques ?

Pts positifs Différence vérité / validité

Début de classification ...

Pause discussion

Remarques	?
Pts positifs	Différence vérité / validité
	Début de classification ...
Pts négatifs	... un peu bancale ...

Pause discussion

Remarques	?
Pts positifs	Différence vérité / validité
	Début de classification ...
Pts négatifs	... un peu bancale ...
	... et arbitraire

Pause discussion

Remarques ?

Pts positifs Différence vérité / validité

Début de classification ...

Pts négatifs ... un peu bancale ...

... et arbitraire

Système très **incomplet** (les propositions valides ne sont pas toutes couvertes) ...

Pause discussion

Remarques ?

Pts positifs Différence vérité / validité

Début de classification ...

Pts négatifs ... un peu bancale ...

... et arbitraire

Système très **incomplet** (les propositions valides ne sont pas toutes couvertes) ...

... et pourtant redondant (cf A / E / I / O)

C'est (re-)parti ! (?/256)

4ème figure

$$\frac{\begin{array}{cc} \mathsf{A} & \mathsf{M} \\ \mathsf{M} & \mathsf{B} \end{array}}{\begin{array}{cc} \mathsf{B} & \mathsf{A} \end{array}}$$

Mode EAO

C'est (re-)parti ! (?/256)

$4^{ème}$ **figure**	$\dfrac{\begin{array}{cc} A & M \\ M & B \end{array}}{\begin{array}{cc} B & A \end{array}}$
Mode	EAO
Question	Valide ?

C'est (re-)parti ! (?/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Aucun A n'est M} \qquad \text{Tous les M sont B}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

C'est (re-)parti ! (?/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Aucun A n'est M} \qquad \text{Tous les M sont B}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Quand on a une conclusion négative, c'est souvent plus simple de raisonner par l'absurde

C'est (re-)parti ! (?/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Aucun A n'est M} \quad \text{Tous les M sont B}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Quand on a une conclusion négative, c'est souvent plus simple de raisonner par l'absurde

On part du principe (potentiellement abusivement ...) que toute propriété est soit fausse, soit vraie.

C'est (re-)parti ! (?/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Aucun A n'est M} \qquad \text{Tous les M sont B}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Quand on a une conclusion négative, c'est souvent plus simple de raisonner par l'absurde

On part du principe (potentiellement abusivement ...) que toute propriété est soit fausse, soit vraie.

Si on prouve qu'elle ne peut pas être fausse, elle doit donc forcément être vraie.

C'est (re-)parti ! (?/256)

Mode + figure

$$\frac{\text{Aucun A n'est M} \qquad \text{Tous les M sont B}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Quand on a une conclusion négative, c'est souvent plus simple de raisonner par l'absurde

On part du principe (potentiellement abusivement ...) que toute propriété est soit fausse, soit vraie.

Si on prouve qu'elle ne peut pas être fausse, elle doit donc forcément être vraie. On va donc supposer qu'elle est fausse, et voir si ça introduit un paradoxe, auquel cas on a gagné.

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

Tous les M sont B
Tous les B sont A

Tous les M sont A

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

Tous les M sont B Tous les B sont A	Tous les M sont A Aucun A n'est M
Tous les M sont A	[Paradoxe]

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

Tous les M sont B Tous les B sont A	Tous les M sont A Aucun A n'est M
Tous les M sont A	[Paradoxe]

En acceptant les deux prémisses originales, 'Tous les B sont A' impossible

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

Tous les M sont B Tous les B sont A ——— Tous les M sont A	Tous les M sont A Aucun A n'est M ——— [Paradoxe]

En acceptant les deux prémisses originales, 'Tous les B sont A' impossible, donc la négation (contradiction) est vraie

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

Tous les M sont B Tous les B sont A	Tous les M sont A Aucun A n'est M
Tous les M sont A	[Paradoxe]

En acceptant les deux prémisses originales, 'Tous les B sont A' impossible, donc la négation (contradiction) est vraie

On a donc bien 'Certains B ne sont pas A'

C'est (re-)parti ! (?/256)

Aucun A n'est M
Tous les M sont B
Tous les B sont A

[Paradoxe, fin du monde, invasion de sauterelles]

Tous les M sont B Tous les B sont A	Tous les M sont A Aucun A n'est M
Tous les M sont A	[Paradoxe]

En acceptant les deux prémisses originales, 'Tous les B sont A' impossible, donc la négation (contradiction) est vraie

On a donc bien 'Certains B ne sont pas A', n'est-ce pas ?

Twist

En fait non, on peut créer un contre-exemple !

Twist

En fait non, on peut créer un contre-exemple !

Soit un monde dans lequel personne n'est M et où tous les B sont A (puisque c'est un contre-exemple, on choisit)

Twist

En fait non, on peut créer un contre-exemple !

Soit un monde dans lequel personne n'est M et où tous les B sont A (puisque c'est un contre-exemple, on choisit)

'Aucun A n'est M' $\Rightarrow$ c'est automatiquement vrai

Twist

En fait non, on peut créer un contre-exemple !

Soit un monde dans lequel personne n'est M et où tous les B sont A (puisque c'est un contre-exemple, on choisit)

'Aucun A n'est M' ⇒ c'est automatiquement vrai

'Tous les M sont B' ⇒ c'est plus étrange, mais c'est vrai aussi : il est vrai que **chaque** M est aussi un B

Twist

En fait non, on peut créer un contre-exemple !

Soit un monde dans lequel personne n'est M et où tous les B sont A (puisque c'est un contre-exemple, on choisit)

'Aucun A n'est M' $\Rightarrow$ c'est automatiquement vrai

'Tous les M sont B' $\Rightarrow$ c'est plus étrange, mais c'est vrai aussi : il est vrai que **chaque** M est aussi un B

La conclusion 'certains B ne sont pas A' est quant à elle fausse. C'est donc bien un contre-exemple

Twist

Euh, ok ? Pourquoi ce détour apparemment inutile ?

Twist

Euh, ok ?

Pourquoi ce détour apparemment inutile ?

Étonnement, c'est une ‘configuration‘ (4ème figure, mode EAO) qui jugée valide dans Port-Royal

Twist

Euh, ok ? Pourquoi ce détour apparemment inutile ?

Étonnement, c'est une 'configuration' ($4^{ème}$ figure, mode EAO) qui jugée valide dans Port-Royal

Alors quoi ? Une piste intéressante à étudier, c'est la notion de **vérité**

Twist

Attention On étudie la **validité** des syllogismes, mais la définition utilise celle de la vérité

Twist

Attention

On étudie la **validité** des syllogismes, mais la définition utilise celle de la vérité

‘Dans un monde où les prémisses sont **vraies**, est-ce qu’on peut assurer que la conclusion sera **vraie** aussi ? ‘

Twist

Attention

On étudie la **validité** des syllogismes, mais la définition utilise celle de la vérité

‘Dans un monde où les prémisses sont **vraies**, est-ce qu’on peut assurer que la conclusion sera **vraie** aussi ? ‘

Question

Dans un monde où personne n’est M, dans quelle mesure est-il vrai que ‘tous les M sont B‘ et que ‘aucun A n’est M‘ ?

Twist

Attention On étudie la **validité** des syllogismes, mais la définition utilise celle de la vérité

'Dans un monde où les prémisses sont **vraies**, est-ce qu'on peut assurer que la conclusion sera **vraie** aussi ? '

Question Dans un monde où personne n'est M, dans quelle mesure est-il vrai que 'tous les M sont B' et que 'aucun A n'est M' ?

Réponse *Techniquement* c'est vrai, mais *en pratique*, c'est très étrange.

Twist

Attention On étudie la **validité** des syllogismes, mais la définition utilise celle de la vérité

'Dans un monde où les prémisses sont **vraies**, est-ce qu'on peut assurer que la conclusion sera **vraie** aussi ? '

Question Dans un monde où personne n'est M, dans quelle mesure est-il vrai que 'tous les M sont B' et que 'aucun A n'est M' ?

Réponse *Techniquement* c'est vrai, mais *en pratique*, c'est très étrange. Distinction **sémantique / pragmatique**

Twist

Sémantique Construction du sens *strict*

Twist

Sémantique Construction du sens *strict*

Pragmatique Le sens *en pratique*

Twist

Sémantique	Construction du sens *strict*
Pragmatique	Le sens *en pratique*
Exemples	Comment le [ou inclusif] logique devient en pratique le [ou exclusif] en pratique

Twist

Sémantique Construction du sens *strict*

Pragmatique Le sens *en pratique*

Exemples Comment le [ou inclusif] logique devient en pratique le [ou exclusif] en pratique

Utilisation de ‘moins de [un nombre]‘

Twist

Sémantique Construction du sens *strict*

Pragmatique Le sens *en pratique*

Exemples Comment le [ou inclusif] logique devient en pratique le [ou exclusif] en pratique

Utilisation de ‘moins de [un nombre]‘

‘aucun A n’est M‘ qui ne passe pas dans un monde où rien n’est M

Twist

Sémantique Construction du sens *strict*

Pragmatique Le sens *en pratique*

Exemples Comment le [ou inclusif] logique devient en pratique le [ou exclusif] en pratique

Utilisation de ‘moins de [un nombre]‘

‘aucun A n’est M‘ qui ne passe pas dans un monde où rien n’est M

La linguistique moderne fait bien la distinction entre sémantique et pragmatique, PR non

Au final

Liste des syllogismes jugés valides par Port-Royal :

1re figure	2e figure	3e figure	4e figure
AAA	AOO	AAI	AAI
AII	AEE	AII	AEE
EAE	EAE	EAO	EAO
EIO	EIO	EIO	EIO
		IAI	IAI
		OAO	

Conclusion

Bon, la logique de Port-Royal c'est pas exactement la formalisation ultime et absolue du raisonnement.

Conclusion

Bon, la logique de Port-Royal c'est pas exactement la formalisation ultime et absolue du raisonnement.

Certaines corrections ont été tentées, notamment par Leibniz.

Conclusion

Bon, la logique de Port-Royal c'est pas exactement la formalisation ultime et absolue du raisonnement.

Certaines corrections ont été tentées, notamment par Leibniz. Il introduit syllogismes supplémentaires (24 au lieu des 19 de PR), mais les problèmes du formalisme sont trop *profonds*.

Conclusion

Bon, la logique de Port-Royal c'est pas exactement la formalisation ultime et absolue du raisonnement.

Certaines corrections ont été tentées, notamment par Leibniz. Il introduit syllogismes supplémentaires (24 au lieu des 19 de PR), mais les problèmes du formalisme sont trop *profonds*.

Il introduit aussi des méthodes de *calcul* (preuve) graphiques (patatoïdes (ou diagrammes de Venn), droites de Leibniz), mais rien de très satisfaisant.

Conclusion

Bon, la logique de Port-Royal c'est pas exactement la formalisation ultime et absolue du raisonnement.

Certaines corrections ont été tentées, notamment par Leibniz. Il introduit syllogismes supplémentaires (24 au lieu des 19 de PR), mais les problèmes du formalisme sont trop *profonds*.

Il introduit aussi des méthodes de *calcul* (preuve) graphiques (patatoïdes (ou diagrammes de Venn), droites de Leibniz), mais rien de très satisfaisant.

Y a quand même des bonnes idées, qu'on va essayer de retrouver sur une base plus solide

Conclusion

Bon, la logique de Port-Royal c'est pas exactement la formalisation ultime et absolue du raisonnement.

Certaines corrections ont été tentées, notamment par Leibniz. Il introduit syllogismes supplémentaires (24 au lieu des 19 de PR), mais les problèmes du formalisme sont trop *profonds*.

Il introduit aussi des méthodes de *calcul* (preuve) graphiques (patatoïdes (ou diagrammes de Venn), droites de Leibniz), mais rien de très satisfaisant.

Y a quand même des bonnes idées, qu'on va essayer de retrouver sur une base plus solide : **la logique formelle !**

Exercices - classification

Diane est cool :

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Les amis de Diane sont cool :

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Les amis de Diane sont cool : proposition universelle affirmative A ('tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a aussi la propriété d'être cool')

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Les amis de Diane sont cool : proposition universelle affirmative A ('tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a aussi la propriété d'être cool')

Diane et Elsa sont cool :

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Les amis de Diane sont cool : proposition universelle affirmative A (‘tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a aussi la propriété d'être cool‘)

Diane et Elsa sont cool : proposition complexe (composée de ‘Diane est cool‘ + ‘Elsa est cool‘)

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Les amis de Diane sont cool : proposition universelle affirmative A ('tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a aussi la propriété d'être cool')

Diane et Elsa sont cool : proposition complexe (composée de 'Diane est cool' + 'Elsa est cool')

Au moins un ami de Diane n'est pas cool :

Exercices - classification

Diane est cool : proposition singulière (on parle d'une personne clairement identifiée)

Les amis de Diane sont cool : proposition universelle affirmative A ('tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a aussi la propriété d'être cool')

Diane et Elsa sont cool : proposition complexe (composée de 'Diane est cool' + 'Elsa est cool')

Au moins un ami de Diane n'est pas cool : proposition particulière négative O (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami de Diane mais pas celle d'être cool)

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool :

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool : proposition particulière affirmative I (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami et celle d'être cool)

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool : proposition particulière affirmative I (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami et celle d'être cool) ... ou universelle affirmative A !

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool : proposition particulière affirmative I (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami et celle d'être cool) ... ou universelle affirmative A !

Aucun ami de Diane n'est cool :

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool : proposition particulière affirmative I (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami et celle d'être cool) ... ou universelle affirmative A !

Aucun ami de Diane n'est cool : proposition universelle négative E (Tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a la propriété de ne pas être cool)

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool : proposition particulière affirmative I (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami et celle d'être cool) ... ou universelle affirmative A !

Aucun ami de Diane n'est cool : proposition universelle négative E (Tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a la propriété de ne pas être cool)

Certains amis de Diane sont cool :

Exercices - classification

Un ami de Diane est cool : proposition particulière affirmative I (Il existe un individu qui a la propriété d'être un ami et celle d'être cool) ... ou universelle affirmative A !

Aucun ami de Diane n'est cool : proposition universelle négative E (Tout individu ayant la propriété d'être un ami de Diane a la propriété de ne pas être cool)

Certains amis de Diane sont cool : proposition particulière affirmative I

Exercices - classification

L'ami pas cool de Diane est moche :

Exercices - classification

L'ami pas cool de Diane est moche : proposition singulière

Exercices - classification

L'ami pas cool de Diane est moche : proposition singulière (le ‘le‘ (abrégé en ‘l'‘) présuppose que la personne mentionnée est clairement identifiée, c'est comme si on utilisait son nom)

Exercices - classification

L'ami pas cool de Diane est moche : proposition singulière (le 'le' (abrégé en 'l'') présuppose que la personne mentionnée est clairement identifiée, c'est comme si on utilisait son nom)

Un ami moche de Diane est un bon ami :

Exercices - classification

L'ami pas cool de Diane est moche : proposition singulière (le 'le' (abrégé en 'l'') présuppose que la personne mentionnée est clairement identifiée, c'est comme si on utilisait son nom)

Un ami moche de Diane est un bon ami : proposition particulière affirmative I

Exercices - classification

L'ami pas cool de Diane est moche : proposition singulière (le 'le' (abrégé en 'l'') présuppose que la personne mentionnée est clairement identifiée, c'est comme si on utilisait son nom)

Un ami moche de Diane est un bon ami : proposition particulière affirmative I ... ou universelle affirmative A

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) $=$

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

$\neg$(Les amis de Diane sont cool) =

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

$\neg$(Les amis de Diane sont cool) = Au moins un ami de Diane n'est pas cool

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

$\neg$(Les amis de Diane sont cool) = Au moins un ami de Diane n'est pas cool

$\neg$(Diane et Elsa sont cool) =

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

$\neg$(Les amis de Diane sont cool) = Au moins un ami de Diane n'est pas cool

$\neg$(Diane et Elsa sont cool) = Diane n'est pas cool ou Elsa n'est pas cool

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

$\neg$(Les amis de Diane sont cool) = Au moins un ami de Diane n'est pas cool

$\neg$(Diane et Elsa sont cool) = Diane n'est pas cool ou Elsa n'est pas cool ($\neg(P$ ET $Q) = \neg P$ OU $\neg Q)$

Exercices - négation

¬(Diane est cool) = Diane n'est pas cool (¬(x est Y) = x n'est pas Y)

¬(Les amis de Diane sont cool) = Au moins un ami de Diane n'est pas cool

¬(Diane et Elsa sont cool) = Diane n'est pas cool ou Elsa n'est pas cool ($\neg(P$ ET $Q) = \neg P$ OU $\neg Q$)

¬(Au moins un ami de Diane n'est pas cool) =

Exercices - négation

$\neg$(Diane est cool) = Diane n'est pas cool ($\neg$(x est Y) = x n'est pas Y)

$\neg$(Les amis de Diane sont cool) = Au moins un ami de Diane n'est pas cool

$\neg$(Diane et Elsa sont cool) = Diane n'est pas cool ou Elsa n'est pas cool ($\neg(P$ ET $Q) = \neg P$ OU $\neg Q$)

$\neg$(Au moins un ami de Diane n'est pas cool) = Tous les amis de Diane sont cool

Exercices - négations

$\neg$(Un ami de Diane est cool) $=$

Exercices - négations

$\neg$(Un ami de Diane est cool) = Aucun ami de Diane n'est cool (si vous avez répondu I avant) ou Au moins un ami de Diane n'est pas cool (si A)

Exercices - négations

$\neg$(Un ami de Diane est cool) = Aucun ami de Diane n'est cool (si vous avez répondu I avant) ou Au moins un ami de Diane n'est pas cool (si A)

$\neg$(Aucun ami de Diane n'est cool) =

Exercices - négations

$\neg$(Un ami de Diane est cool) = Aucun ami de Diane n'est cool (si vous avez répondu I avant) ou Au moins un ami de Diane n'est pas cool (si A)

$\neg$(Aucun ami de Diane n'est cool) = Au moins un ami de Diane est cool

Exercices - négations

$\neg$(Un ami de Diane est cool) = Aucun ami de Diane n'est cool (si vous avez répondu I avant) ou Au moins un ami de Diane n'est pas cool (si A)

$\neg$(Aucun ami de Diane n'est cool) = Au moins un ami de Diane est cool

$\neg$(Certains amis de Diane sont cool) =

Exercices - négations

$\neg$(Un ami de Diane est cool) = Aucun ami de Diane n'est cool (si vous avez répondu I avant) ou Au moins un ami de Diane n'est pas cool (si A)

$\neg$(Aucun ami de Diane n'est cool) = Au moins un ami de Diane est cool

$\neg$(Certains amis de Diane sont cool) = Aucun ami de Diane n'est cool

Exercices - négations

$\neg$(L'ami pas cool de Diane est moche) =

Exercices - négations

$\neg$(L'ami pas cool de Diane est moche) $=$ L'ami pas cool de Diane n'est pas moche

Exercices - négations

$\neg$(L'ami pas cool de Diane est moche) = L'ami pas cool de Diane n'est pas moche

$\neg$(Un ami moche de Diane est un bon ami) =

Exercices - négations

$\neg$(L'ami pas cool de Diane est moche) = L'ami pas cool de Diane n'est pas moche

$\neg$(Un ami moche de Diane est un bon ami) = Aucun ami de Diane n'est un bon ami (si I), ou Au moins un ami moche de Diane n'est pas un bon ami (si A)

Exercices - implications

‘Les amis de Diane sont cool‘ ‘Certains amis de Diane sont cool‘

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

'Diane est cool'   'Diane et Elsa sont cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

'Diane est cool' $\leftarrow$ 'Diane et Elsa sont cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

'Diane est cool' $\leftarrow$ 'Diane et Elsa sont cool'

'L'ami pas cool de Diane est moche'   'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

'Diane est cool' $\leftarrow$ 'Diane et Elsa sont cool'

'L'ami pas cool de Diane est moche' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

Exercices - implications

'Les amis de Diane sont cool' $\rightarrow$ 'Certains amis de Diane sont cool'

'Aucun ami de Diane n'est cool' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

'Diane est cool' $\leftarrow$ 'Diane et Elsa sont cool'

'L'ami pas cool de Diane est moche' $\rightarrow$ 'Au moins un ami de Diane n'est pas cool'

'Certains amis de Diane sont cool'   'Au moins un ami de Diane n'est pas cool' !

Exercices - implications

‘Les amis de Diane sont cool‘ $\rightarrow$ ‘Certains amis de Diane sont cool‘

‘Aucun ami de Diane n’est cool‘ $\rightarrow$ ‘Au moins un ami de Diane n’est pas cool‘

‘Diane est cool‘ $\leftarrow$ ‘Diane et Elsa sont cool‘

‘L’ami pas cool de Diane est moche‘ $\rightarrow$ ‘Au moins un ami de Diane n’est pas cool‘

‘Certains amis de Diane sont cool‘ $\not\leftrightarrow$ ‘Au moins un ami de Diane n’est pas cool‘ !

Exercices - schémas

1^er^ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les B sont M}\end{array}}{\text{Aucun B n'est A}}$$

Exercices - schémas

1er syllogisme

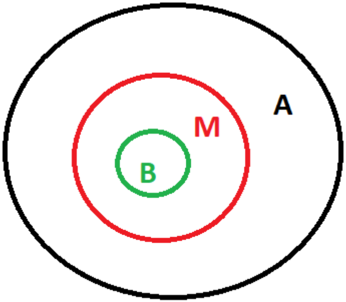
$$\frac{\text{Tous les M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Aucun B n'est A}}$$

Pas valide :

Exercices - schémas

$$\text{1}^{er}\text{ syllogisme}\quad \frac{\begin{array}{c}\text{Tous les M sont A}\\ \text{Tous les B sont M}\end{array}}{\text{Aucun B n'est A}}$$

Pas valide :



Exercices - schémas

2ème syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B ne sont pas M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Exercices - schémas

$2^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B ne sont pas M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

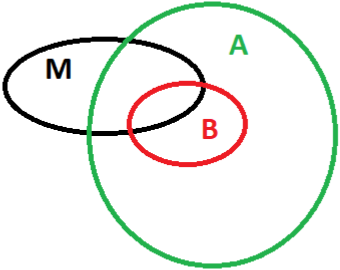
Pas valide :

Exercices - schémas

$2^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Certains B ne sont pas M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Pas valide :



Exercices - schémas

$3^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Aucun M n'est A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Exercices - schémas

$3^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Aucun M n'est A} \\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Valide :

Exercices - schémas

3ème syllogisme

$$\frac{\text{Aucun M n'est A} \qquad \text{Certains B sont M}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Valide : La deuxième prémisse nous dit qu'il existe un individu qui est B et M, qu'on appellera x.

Exercices - schémas

$3^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Aucun M n'est A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Valide : La deuxième prémisse nous dit qu'il existe un individu qui est B et M, qu'on appellera x.

Or, la première prémisse nous dit que A et M sont des propriétés incompatibles. x, qui est déjà M, ne peut donc pas être A.

Exercices - schémas

3ème syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Aucun M n'est A}\\ \text{Certains B sont M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Valide : La deuxième prémisse nous dit qu'il existe un individu qui est B et M, qu'on appellera x.

Or, la première prémisse nous dit que A et M sont des propriétés incompatibles. x, qui est déjà M, ne peut donc pas être A.

On a donc bien un individu, x, qui est B mais pas A

Exercices - schémas

$4^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\text{Certains M sont A} \qquad \text{Tous les B sont M}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Exercices - schémas

$4^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\text{Certains M sont A} \quad \text{Tous les B sont M}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

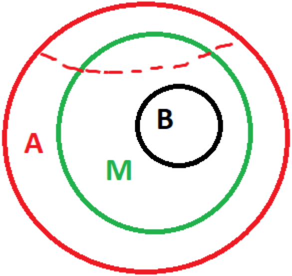
Pas valide :

Exercices - schémas

$4^{ème}$ syllogisme

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Certains M sont A}\\ \text{Tous les B sont M}\end{array}}{\text{Certains B ne sont pas A}}$$

Pas valide :



Plan

1. Syllogistique
2. **Logique propositionnelle**
3. Déduction naturelle
4. Logique du premier ordre

Introduction

Qui Principalement Gottfried Leibniz, George Boole et Augustus De Morgan

Introduction

Qui Principalement Gottfried Leibniz, George Boole et Augustus De Morgan

Quand 17 / 18ème siècle, dans la continuité de la syllogistique

Introduction

Qui Principalement Gottfried Leibniz, George Boole et Augustus De Morgan

Quand 17 / $18^{ème}$ siècle, dans la continuité de la syllogistique

Quoi Un langage **formel**

Introduction

Qui	Principalement Gottfried Leibniz, George Boole et Augustus De Morgan
Quand	17 / 18ème siècle, dans la continuité de la syllogistique
Quoi	Un langage **formel**
	On va pouvoir expliciter la notion de **calcul logique**, cad de **preuve**

Introduction

Qui Principalement Gottfried Leibniz, George Boole et Augustus De Morgan

Quand 17 / 18ème siècle, dans la continuité de la syllogistique

Quoi Un langage **formel**

On va pouvoir expliciter la notion de **calcul logique**, cad de **preuve**

On ne les fera donc (enfin) plus ‘avec les mains‘

La notion de langage

Un langage se définit à partir de 3 ingrédients :

La notion de langage

Un langage se définit à partir de 3 ingrédients :

Un alphabet Un ensemble de symboles

La notion de langage

Un langage se définit à partir de 3 ingrédients :

Un alphabet Un ensemble de symboles

Une syntaxe Les règles qui dictent comment les symboles se **combinent** pour former des expressions

La notion de langage

Un langage se définit à partir de 3 ingrédients :

Un alphabet	Un ensemble de symboles
Une syntaxe	Les règles qui dictent comment les symboles se **combinent** pour former des expressions
Une sémantique	Qui fixe la signification des symboles élémentaires et une méthode de calcul pour la **composition** des significations

La sémantique

La sémantique d'un langage (formel), c'est une fonction qui, à chaque formule bien formée, associe un **sens**

La sémantique

La sémantique d'un langage (formel), c'est une fonction qui, à chaque formule bien formée, associe un **sens**

Dans le cas de la logique prop, il y a 2 notions de 'sens' différentes (mais liées) : la **vérité**, et les **conditions de vérité**

La sémantique

La sémantique d'un langage (formel), c'est une fonction qui, à chaque formule bien formée, associe un **sens**

Dans le cas de la logique prop, il y a 2 notions de 'sens' différentes (mais liées) : la **vérité**, et les **conditions de vérité**

Dans les deux cas, on va utiliser $\mathbb{B} = \{\top, \bot\}$, c'est-à-dire les valeurs de vérité 'vrai' et 'faux' (respectivement)

La sémantique

La sémantique d'un langage (formel), c'est une fonction qui, à chaque formule bien formée, associe un **sens**

Dans le cas de la logique prop, il y a 2 notions de 'sens' différentes (mais liées) : la **vérité**, et les **conditions de vérité**

Dans les deux cas, on va utiliser $\mathbb{B} = \{\top, \bot\}$, c'est-à-dire les valeurs de vérité 'vrai' et 'faux' (respectivement)

Bref, la sémantique c'est une façon (un algorithme en fait) de **calculer** si une formule ($\approx$ phrase) exprime un truc vrai ou faux

La sémantique, exemples

La terre est ronde

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\perp$

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\perp$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\bot$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end : $\top$

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\perp$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end : $\top$, dépendance temporelle

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\bot$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end : $\top$, dépendance temporelle + vous ne pouvez pas le savoir par vous-même

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\perp$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end : $\top$, dépendance temporelle + vous ne pouvez pas le savoir par vous-même

Au moins trois d'entre vous deviendront des linguistes

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\bot$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end : $\top$, dépendance temporelle + vous ne pouvez pas le savoir par vous-même

Au moins trois d'entre vous deviendront des linguistes : ? ? ?

La sémantique, exemples

La terre est ronde : $\top$

Il fait beau à Paris aujourd'hui : $\top$, mais cette proposition sera aussi parfois $\bot$

Le prof a fait de la vaisselle ce week-end : $\top$, dépendance temporelle + vous ne pouvez pas le savoir par vous-même

Au moins trois d'entre vous deviendront des linguistes : ? ? ?

Morale : la **vérité** d'une proposition peut dépendre de données inaccessibles ou floues

Notions de vérité

On va d'abord identifier dans une phrase les **propositions atomiques**, cad les propositions qu'on ne peut pas décomposer en combinaison logique de plus petites propositions ($\approx$ les propositions simples)

Notions de vérité

On va d'abord identifier dans une phrase les **propositions atomiques**, cad les propositions qu'on ne peut pas décomposer en combinaison logique de plus petites propositions ($\approx$ les propositions simples)

La **vérité** d'une phrase c'est le fait que cette phrase soit vraie ou non **étant donnée une valeur pour chaque proposition atomique** (ou valuation)

Notions de vérité

On va d'abord identifier dans une phrase les **propositions atomiques**, cad les propositions qu'on ne peut pas décomposer en combinaison logique de plus petites propositions ($\approx$ les propositions simples)

La **vérité** d'une phrase c'est le fait que cette phrase soit vraie ou non **étant donnée une valeur pour chaque proposition atomique** (ou valuation)

Les **conditions de vérité** d'une phrase, c'est les valuations (des propositions atomiques de la phrase) sous lesquelles elle sera vraie

Notions de vérité, exemples

'Il fait beau et j'ai faim'

Notions de vérité, exemples

‘Il fait beau et j’ai faim‘

Les propositions atomiques sont ‘Il fait beau‘ et ‘j’ai faim‘

Notions de vérité, exemples

'Il fait beau et j'ai faim'

Les propositions atomiques sont 'Il fait beau' et 'j'ai faim'

Vérité Puisque les deux propositions atomiques sont (indépendamment) $\top$, la conjonction l'est aussi (par exemple)

Notions de vérité, exemples

'Il fait beau et j'ai faim'

Les propositions atomiques sont 'Il fait beau' et 'j'ai faim'

Vérité	Puisque les deux propositions atomiques sont (indépendamment) $\top$, la conjonction l'est aussi (par exemple)
Conditions de vérité	Il y quatre valuations différentes des propositions atomiques :

Notions de vérité, exemples

‘Il fait beau et j’ai faim‘

Les propositions atomiques sont ‘Il fait beau‘ et ‘j’ai faim‘

Vérité	Puisque les deux propositions atomiques sont (indépendamment) $\top$, la conjonction l’est aussi (par exemple)
Conditions de vérité	Il y quatre valuations différentes des propositions atomiques : $\bot\bot$, $\bot\top$, $\top\bot$ et $\top\top$

Notions de vérité, exemples

'Il fait beau et j'ai faim'

Les propositions atomiques sont 'Il fait beau' et 'j'ai faim'

Vérité Puisque les deux propositions atomiques sont (indépendamment) $\top$, la conjonction l'est aussi (par exemple)

Conditions de vérité Il y quatre valuations différentes des propositions atomiques : $\bot\bot$, $\bot\top$, $\top\bot$ et $\top\top$

Sur les 4, seule la dernière rend la proposition totale $\top$

Notions de vérité, exemples

'Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes'

Notions de vérité, exemples

‘Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes‘

Les propositions atomiques sont

Notions de vérité, exemples

‘Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes‘

Les 4 propositions atomiques sont (Jules / Elsa / Diane / Jess) est un(e) futur(e) linguiste

Notions de vérité, exemples

‘Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes‘

Les 4 propositions atomiques sont (Jules / Elsa / Diane / Jess) est un(e) futur(e) linguiste

Combien de valuations ?

Notions de vérité, exemples

‘Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes‘

Les 4 propositions atomiques sont (Jules / Elsa / Diane / Jess) est un(e) futur(e) linguiste

Combien de valuations ? 16

Notions de vérité, exemples

'Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes'

Les 4 propositions atomiques sont (Jules / Elsa / Diane / Jess) est un(e) futur(e) linguiste

Combien de valuations ? 16

$$
\begin{array}{llll}
\bot\bot\bot\bot & \bot\top\bot\bot & \top\bot\bot\bot & \top\top\bot\bot \\
\bot\bot\bot\top & \bot\top\bot\top & \top\bot\bot\top & \top\top\bot\top \\
\bot\bot\top\bot & \bot\top\top\bot & \top\bot\top\bot & \top\top\top\bot \\
\bot\bot\top\top & \bot\top\top\top & \top\bot\top\top & \top\top\top\top
\end{array}
$$

Notions de vérité, exemples

'Au moins 3 de mes 4 enfants deviendront linguistes'

Les 4 propositions atomiques sont (Jules / Elsa / Diane / Jess) est un(e) futur(e) linguiste

Combien de valuations ? 16

Conditions de vérité :

$\bot\bot\bot\bot$	$\bot\top\bot\bot$	$\top\bot\bot\bot$	$\top\top\bot\bot$
$\bot\bot\bot\top$	$\bot\top\bot\top$	$\top\bot\bot\top$	$\top\top\bot\top$
$\bot\bot\top\bot$	$\bot\top\top\bot$	$\top\bot\top\bot$	$\top\top\top\bot$
$\bot\bot\top\top$	$\bot\top\top\top$	$\top\bot\top\top$	$\top\top\top\top$

Notions de vérité, remarques

Calculer les **conditions de vérité** est bien plus général que **la vérité** dans une configuration précise

Notions de vérité, remarques

Calculer les **conditions de vérité** est bien plus général que **la vérité** dans une configuration précise

C'est donc à cet aspect là qu'on va s'intéresser par la suite

Notions de vérité, remarques

Calculer les **conditions de vérité** est bien plus général que **la vérité** dans une configuration précise

C'est donc à cet aspect là qu'on va s'intéresser par la suite

Ca reste quand même assez bourrin, on verra encore plus tard des trucs plus élégants

Notions de vérité, remarques

Calculer les **conditions de vérité** est bien plus général que **la vérité** dans une configuration précise

C'est donc à cet aspect là qu'on va s'intéresser par la suite

Ca reste quand même assez bourrin, on verra encore plus tard des trucs plus élégants

Mais avant de continuer sur la sémantique, on a besoin de formellement définir la base du langage (alphabet + syntaxe)

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition P, Q, R . . .

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition P, Q, R ... ainsi que $\top$ et $\bot$

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition	P, Q, R ... ainsi que $\top$ et $\bot$
Un connecteur unaire	$\neg$ (la négation)

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition P, Q, R ... ainsi que $\top$ et $\bot$

Un connecteur unaire $\neg$ (la négation)

Des connecteurs binaires $\vee$

'ou'

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition	P, Q, R ... ainsi que $\top$ et $\bot$
Un connecteur unaire	$\neg$ (la négation)
Des connecteurs binaires	$\vee$, $\wedge$
	'ou', 'et'

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition	P, Q, R ... ainsi que $\top$ et $\bot$
Un connecteur unaire	$\neg$ (la négation)
Des connecteurs binaires	$\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$
	‘ou‘, ‘et‘, ‘implication‘

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition	P, Q, R . . . ainsi que $\top$ et $\bot$
Un connecteur unaire	$\neg$ (la négation)
Des connecteurs binaires	$\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
	‘ou‘, ‘et‘, ‘implication‘, ‘équivalence‘

L'alphabet

Les seuls **symboles** utilisés en logique propositionnelles sont :

Symboles de proposition	P, Q, R . . . ainsi que $\top$ et $\bot$
Un connecteur unaire	$\neg$ (la négation)
Des connecteurs binaires	$\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
	'ou', 'et', 'implication', 'équivalence'
Des parenthèses	'(' et ')'

La syntaxe

Les formules bien formées de la logique prop (L_p) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

La syntaxe

Les formules bien formées de la logique prop (L_p) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Props atomiques	Les symboles de prop (P, Q, R, ...) sont dans L_p

La syntaxe

Les formules bien formées de la logique prop (L_p) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Props atomiques	Les symboles de prop (P, Q, R, ...) sont dans L_p
Négation	Si ϕ est dans L_p, alors $\neg\phi$ est dans L_p

La syntaxe

Les formules bien formées de la logique prop (L_p) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Props atomiques	Les symboles de prop (P, Q, R, ...) sont dans L_p
Négation	Si ϕ est dans L_p, alors $\neg\phi$ est dans L_p
Connecteurs binaires	Si ϕ et ψ sont dans L_p, alors $(\phi \wedge \psi), (\phi \vee \psi), (\phi \rightarrow \psi)$ et $(\phi \leftrightarrow \psi)$ sont dans L_p

La syntaxe

Les formules bien formées de la logique prop (L_p) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Props atomiques	Les symboles de prop (P, Q, R, ...) sont dans L_p
Négation	Si ϕ est dans L_p, alors $\neg\phi$ est dans L_p
Connecteurs binaires	Si ϕ et ψ sont dans L_p, alors $(\phi \wedge \psi), (\phi \vee \psi), (\phi \rightarrow \psi)$ et $(\phi \leftrightarrow \psi)$ sont dans L_p

Une formule est bien formée ssi on peut en dresser l'**arbre syntaxique**

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule P ?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule P ?

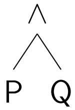
$$P$$

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \wedge Q)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \land Q)$?

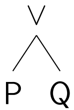


Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \vee Q)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \vee Q)$?

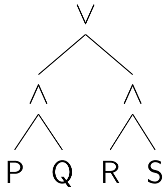


Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $((P \wedge Q) \vee (R \wedge S))$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $((P \wedge Q) \vee (R \wedge S))$?

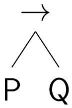


Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \to Q)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \to Q)$?



Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(((P \to Q) \wedge (P \vee R)) \to P)$?

Arbres syntaxiques

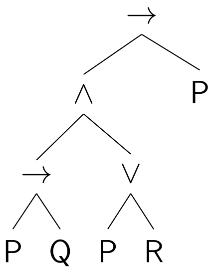
Arbre de la formule $(((P \to Q) \wedge (P \vee R)) \to P)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(((P \to Q) \wedge (P \vee R)) \to P)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(((P \to Q) \wedge (P \vee R)) \to P)$?

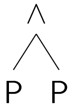


Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \land P)$?

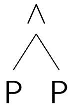
Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \wedge P)$?



Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \wedge P)$?



La syntaxe est littérale et bête. La formule '$(P \wedge P)$' est une proposition un peu absurde (on pourrait dire juste 'P'), mais elle est bien formée, on la reproduit donc telle quelle.

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $\neg P$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $\neg P$?

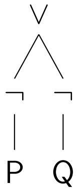
$$\begin{array}{c} \neg \\ | \\ \mathrm{P} \end{array}$$

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(\neg P \vee \neg Q)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(\neg P \vee \neg Q)$?

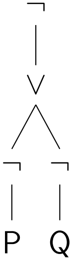


Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $\neg(\neg P \vee \neg Q)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $\neg(\neg P \vee \neg Q)$?



Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $P \vee Q \vee R$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $P \vee Q \vee R$?

:(

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $P \vee Q \vee R$?

:(

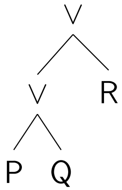
La formule n'est pas bien formée (aucune utilisation des règles vues précédemment ne permet de la construire)

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $((P \vee Q) \vee R)$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $((P \vee Q) \vee R)$?

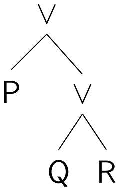


Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \vee (Q \vee R))$?

Arbres syntaxiques

Arbre de la formule $(P \vee (Q \vee R))$?



La syntaxe

Il existe **exactement un seul** arbre syntaxique par formule bien formée

La syntaxe

Il existe **exactement un seul** arbre syntaxique par formule bien formée

Ca veut dire que la logique propositionnelle est un langage **non-ambigu**, contrairement à la langue naturelle !

La syntaxe

Il existe **exactement un seul** arbre syntaxique par formule bien formée

Ca veut dire que la logique propositionnelle est un langage **non-ambigu**, contrairement à la langue naturelle !

Note : c'est la même chose en arithmétique. En effet, l'expression $1+2+3$ n'existe pas *vraiment*, c'est soit $1+(2+3)$, soit $(1+2)+3$, mais comme *ça revient au même*, on ne s'embête pas avec la distinction.

Syntaxe / Sémantique

Pour analyser les conditions de vérité d'une formule, on va se baser sur sa syntaxe

Syntaxe / Sémantique

Pour analyser les conditions de vérité d'une formule, on va se baser sur sa syntaxe

En effet, le sens d'une formule est **construit** sur la base de son arbre syntaxique

Syntaxe / Sémantique

Pour analyser les conditions de vérité d'une formule, on va se baser sur sa syntaxe

En effet, le sens d'une formule est **construit** sur la base de son arbre syntaxique

Soient ϕ et $\psi \in L_p$ (deux formules bien formées donc)

Syntaxe / Sémantique

Pour analyser les conditions de vérité d'une formule, on va se baser sur sa syntaxe

En effet, le sens d'une formule est **construit** sur la base de son arbre syntaxique

Soient ϕ et $\psi \in L_p$ (deux formules bien formées donc)

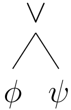
$$
\begin{array}{c}
\lor \\
\diagup \quad \diagdown \\
\phi \qquad \psi
\end{array}
$$

Syntaxe / Sémantique

Pour analyser les conditions de vérité d'une formule, on va se baser sur sa syntaxe

En effet, le sens d'une formule est **construit** sur la base de son arbre syntaxique

Soient ϕ et $\psi \in L_p$ (deux formules bien formées donc)



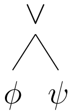
Si ϕ, ψ ou les deux sont $\top$, alors la formule entière est $\top$
Si ϕ et ψ sont $\bot$, la formule entière est $\bot$

Syntaxe / Sémantique, le $\vee$

On va présenter ça sous forme de tableaux, ou plus exactement de **tables de vérité**

Syntaxe / Sémantique, le $\vee$

On va présenter ça sous forme de tableaux, ou plus exactement de **tables de vérité**



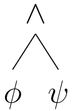
Syntaxe / Sémantique, le $\vee$

On va présenter ça sous forme de tableaux, ou plus exactement de **tables de vérité**

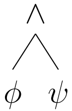
$$\begin{array}{c} \vee \\ \phi \quad \psi \end{array}$$

ϕ	ψ	$\phi \vee \psi$
$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$

Syntaxe / Sémantique, le $\wedge$



Syntaxe / Sémantique, le $\wedge$



ϕ	ψ	$\phi \wedge \psi$
$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\top$	$\top$

Syntaxe / Sémantique

Ces deux **tables de vérité** décrivent l'entièreté du *comportement* de $\vee$ et $\wedge$

Syntaxe / Sémantique

Ces deux **tables de vérité** décrivent l'entièreté du *comportement* de $\vee$ et $\wedge$

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$. On peut la décomposer comme pour l'analyser avec ce qu'on a vu jusqu'ici

Syntaxe / Sémantique

Ces deux **tables de vérité** décrivent l'entièreté du *comportement* de $\vee$ et $\wedge$

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$. On peut la décomposer comme pour l'analyser avec ce qu'on a vu jusqu'ici

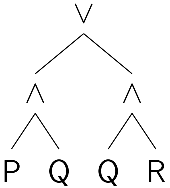
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

Syntaxe / Sémantique

Ces deux **tables de vérité** décrivent l'entièreté du *comportement* de $\vee$ et $\wedge$

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$. On peut la décomposer comme pour l'analyser avec ce qu'on a vu jusqu'ici

Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

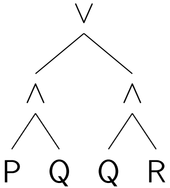


Syntaxe / Sémantique

Ces deux **tables de vérité** décrivent l'entièreté du *comportement* de $\vee$ et $\wedge$

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$. On peut la décomposer comme pour l'analyser avec ce qu'on a vu jusqu'ici

Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?



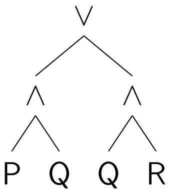
Quels sont les éléments atomiques ?

Syntaxe / Sémantique

Ces deux **tables de vérité** décrivent l'entièreté du *comportement* de $\vee$ et $\wedge$

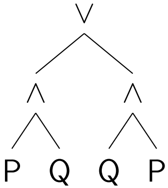
Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$. On peut la décomposer comme pour l'analyser avec ce qu'on a vu jusqu'ici

Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

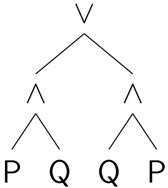


Quels sont les éléments atomiques ? 'P' et 'Q'

Syntaxe / Sémantique

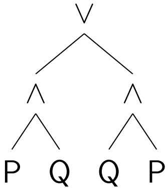


Syntaxe / Sémantique



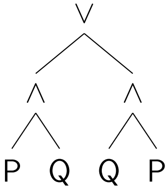
P	Q	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	
$\bot$	$\top$	
$\top$	$\bot$	
$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



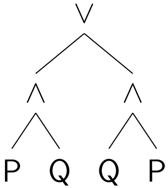
P	Q	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$		
$\bot$	$\top$		
$\top$	$\bot$		
$\top$	$\top$		

Syntaxe / Sémantique



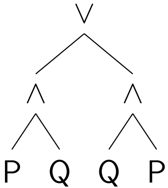
P	Q	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	
$\bot$	$\top$	$\bot$	
$\top$	$\bot$	$\bot$	
$\top$	$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



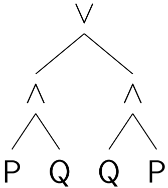
P	Q	$(P \wedge Q)$	$(Q \wedge P)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	$\bot$		
$\bot$	$\top$	$\bot$		
$\top$	$\bot$	$\bot$		
$\top$	$\top$	$\top$		

Syntaxe / Sémantique



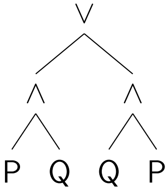
P	Q	$(P \wedge Q)$	$(Q \wedge P)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



P	Q	$(P \wedge Q)$	$(Q \wedge P)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

Syntaxe / Sémantique



P	Q	$(P \wedge Q)$	$(Q \wedge P)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

On peut noter que les 3 dernières colonnes sont identiques :
les formules sont **logiquement équivalentes**

Syntaxe / Sémantique

Au fait, étant donné un ensemble de props atomiques, comment être sûr de bien prendre compte toutes les valuations ?

Syntaxe / Sémantique

Au fait, étant donné un ensemble de props atomiques, comment être sûr de bien prendre compte toutes les valuations ?

En considérant les valuations comme du binaire et en énumérant : $\bot \equiv 0$ et $\top \equiv 1$, vous partez de $\bot\bot\ldots\bot \equiv 00\ldots0$ et vous ajoutez 1 avec un système de retenue.

Syntaxe / Sémantique

Au fait, étant donné un ensemble de props atomiques, comment être sûr de bien prendre compte toutes les valuations ?

En considérant les valuations comme du binaire et en énumérant : $\bot \equiv 0$ et $\top \equiv 1$, vous partez de $\bot\bot\ldots\bot \equiv 00\ldots0$ et vous ajoutez 1 avec un système de retenue.

Exemple avec 3 props atomiques :
$000 \to 001 \to 010 \to 011 \to 100 \to 101 \to 110 \to 111$

Syntaxe / Sémantique

Au fait, étant donné un ensemble de props atomiques, comment être sûr de bien prendre compte toutes les valuations ?

En considérant les valuations comme du binaire et en énumérant : $\perp \equiv 0$ et $\top \equiv 1$, vous partez de $\perp\perp\ldots\perp \equiv 00\ldots0$ et vous ajoutez 1 avec un système de retenue.

Exemple avec 3 props atomiques :
$000 \rightarrow 001 \rightarrow 010 \rightarrow 011 \rightarrow 100 \rightarrow 101 \rightarrow 110 \rightarrow 111$

Petite astuce au passage : pour n props atomiques, il y aura 2^n valuations (pensez toujours à bien vérifier !)

Syntaxe / Sémantique

P	Q	$(P \wedge Q)$	$(Q \wedge P)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

P	Q	$(P \wedge Q)$	$(Q \wedge P)$	$((P \wedge Q) \vee (Q \wedge P))$
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Vous pouvez utiliser 0/1 au lieu de $\bot/\top$ (c'est d'ailleurs plus fidèle à la formalisation algébrique de la logique prop)

Syntaxe / Sémantique, le ¬

$$
\begin{array}{c}
\neg \\
| \\
\phi
\end{array}
$$

Syntaxe / Sémantique, le $\neg$

$$\begin{array}{c}\neg\\ |\\ \phi\end{array}$$

ϕ	$\neg\phi$
0	1
1	0

Syntaxe / Sémantique, le $\rightarrow$

$$\begin{tikzcd} & \rightarrow \arrow[dl, no head] \arrow[dr, no head] & \\ \phi & & \psi \end{tikzcd}$$

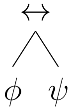
Syntaxe / Sémantique, le $\rightarrow$

ϕ	ψ	$\phi \rightarrow \psi$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Syntaxe / Sémantique, le $\rightarrow$

ϕ	ψ	$\phi \rightarrow \psi$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Syntaxe / Sémantique, le $\leftrightarrow$



Syntaxe / Sémantique, le $\leftrightarrow$

ϕ	ψ	$\phi \leftrightarrow \psi$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Syntaxe / Sémantique

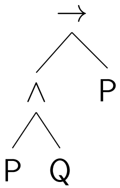
Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \rightarrow P)$.

Syntaxe / Sémantique

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \rightarrow P)$.
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

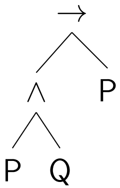
Syntaxe / Sémantique

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \rightarrow P)$.
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?



Syntaxe / Sémantique

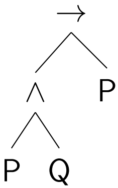
Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \rightarrow P)$.
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?



Quels sont les éléments atomiques ?

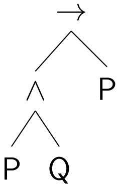
Syntaxe / Sémantique

Soit la formule $\phi = ((P \wedge Q) \rightarrow P)$.
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

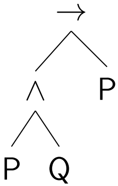


Quels sont les éléments atomiques ? 'P' et 'Q'

Syntaxe / Sémantique

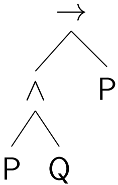


Syntaxe / Sémantique



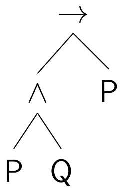
P	Q	$((P \wedge Q) \rightarrow P)$
$\bot$	$\bot$	
$\bot$	$\top$	
$\top$	$\bot$	
$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



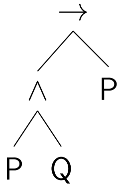
P	Q	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \rightarrow P)$
$\perp$	$\perp$		
$\perp$	$\top$		
$\top$	$\perp$		
$\top$	$\top$		

Syntaxe / Sémantique



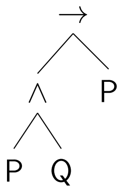
P	Q	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \rightarrow P)$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	
$\bot$	$\top$	$\bot$	
$\top$	$\bot$	$\bot$	
$\top$	$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



P	Q	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \to P)$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

Syntaxe / Sémantique



P	Q	$(P \wedge Q)$	$((P \wedge Q) \rightarrow P)$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

On a uniquement des $\top$ au final : la proposition est une **tautologie** (elle est **toujours** vraie, cad pour toute valuation)

Syntaxe / Sémantique

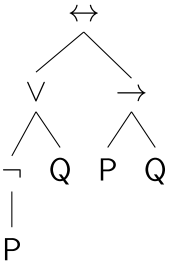
Soit la formule $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$

Syntaxe / Sémantique

Soit la formule $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

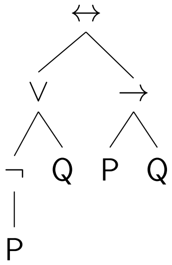
Syntaxe / Sémantique

Soit la formule $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?



Syntaxe / Sémantique

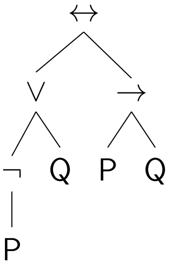
Soit la formule $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?



Quels sont les éléments atomiques ?

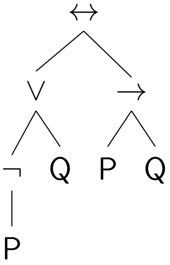
Syntaxe / Sémantique

Soit la formule $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
Quel est l'arbre syntaxique de cette formule ?

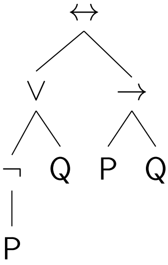


Quels sont les éléments atomiques ? 'P' et 'Q'

Syntaxe / Sémantique

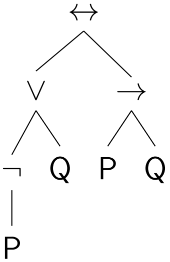


Syntaxe / Sémantique



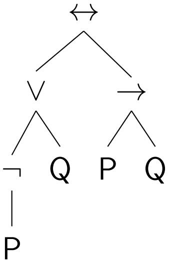
P	Q	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	
$\bot$	$\top$	
$\top$	$\bot$	
$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



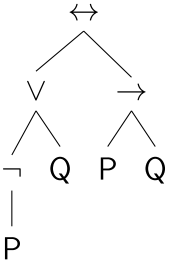
P	Q	$(\neg P \vee Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$		
$\bot$	$\top$		
$\top$	$\bot$		
$\top$	$\top$		

Syntaxe / Sémantique



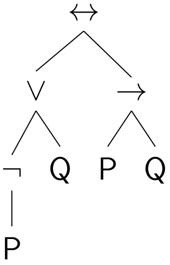
P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$			
$\bot$	$\top$			
$\top$	$\bot$			
$\top$	$\top$			

Syntaxe / Sémantique



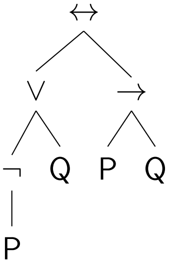
P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$		
$\bot$	$\top$	$\top$		
$\top$	$\bot$	$\bot$		
$\top$	$\top$	$\bot$		

Syntaxe / Sémantique



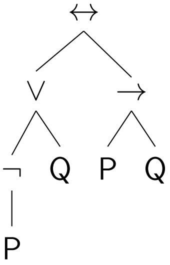
P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	

Syntaxe / Sémantique



P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$

Syntaxe / Sémantique

P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$

Syntaxe / Sémantique

P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$(P \to Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \to Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$

On a uniquement des $\top$ au final : la proposition $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \to Q))$ est une **tautologie**, ce qui veut dire que $(\neg P \vee Q)$ et $(P \to Q)$ sont **logiquement équivalentes**

Syntaxe / Sémantique

P	Q	$\neg P$	$(\neg P \vee Q)$	$(P \rightarrow Q)$	$((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$

On a uniquement des $\top$ au final : la proposition $((\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q))$ est une **tautologie**, ce qui veut dire que $(\neg P \vee Q)$ et $(P \rightarrow Q)$ sont **logiquement équivalentes**

Dit autrement, aucun contexte (cad aucune valuation) ne saura les différencier, car elles ont le même **sens**

Quelques résultats

Lois de De Morgan

$$(\neg(\phi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \vee \neg\psi))$$

$$(\neg(\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \wedge \neg\psi))$$

Quelques résultats

Lois de De Morgan	$(\neg(\phi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \vee \neg\psi))$
	$(\neg(\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \wedge \neg\psi))$
Modus Ponens	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge \phi) \rightarrow \psi)$

Quelques résultats

Lois de De Morgan	$(\neg(\phi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \vee \neg\psi))$
	$(\neg(\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \wedge \neg\psi))$
Modus Ponens	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge \phi) \rightarrow \psi)$
Modus Barbara	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \omega)) \rightarrow (\phi \rightarrow \omega))$

Quelques résultats

Lois de De Morgan	$(\neg(\phi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \vee \neg\psi))$
	$(\neg(\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \wedge \neg\psi))$
Modus Ponens	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge \phi) \rightarrow \psi)$
Modus Barbara	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \omega)) \rightarrow (\phi \rightarrow \omega))$
Curryfication	$(((\phi \wedge \psi) \rightarrow \omega) \leftrightarrow (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \omega)))$

Quelques résultats

Lois de De Morgan	$(\neg(\phi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \vee \neg\psi))$
	$(\neg(\phi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\phi \wedge \neg\psi))$
Modus Ponens	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge \phi) \rightarrow \psi)$
Modus Barbara	$(((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \omega)) \rightarrow (\phi \rightarrow \omega))$
Curryfication	$(((\phi \wedge \psi) \rightarrow \omega) \leftrightarrow (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \omega)))$
Associativité	$(((\phi \vee \psi) \vee \omega) \leftrightarrow (\phi \vee (\psi \vee \omega)))$
	$(((\phi \wedge \psi) \wedge \omega) \leftrightarrow (\phi \wedge (\psi \wedge \omega)))$

Quelques résultats bis

Distributivité $((\phi \wedge (\psi \vee \omega)) \leftrightarrow ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \omega)))$

Quelques résultats bis

Distributivité $((\phi \wedge (\psi \vee \omega)) \leftrightarrow ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \omega)))$

$$((\phi \vee (\psi \wedge \omega)) \leftrightarrow ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \omega)))$$

Quelques résultats bis

Distributivité $((\phi \wedge (\psi \vee \omega)) \leftrightarrow ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \omega)))$

$((\phi \vee (\psi \wedge \omega)) \leftrightarrow ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \omega)))$

Tiers exclu $(\phi \vee \neg\phi)$

Quelques résultats bis

Distributivité $((\phi \wedge (\psi \vee \omega)) \leftrightarrow ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \omega)))$

$((\phi \vee (\psi \wedge \omega)) \leftrightarrow ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \omega)))$

Tiers exclu $(\phi \vee \neg\phi)$

Double négation $(\neg\neg\phi \leftrightarrow \phi)$

Quelques résultats bis

Distributivité	$((\phi \wedge (\psi \vee \omega)) \leftrightarrow ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \omega)))$
	$((\phi \vee (\psi \wedge \omega)) \leftrightarrow ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \omega)))$
Tiers exclu	$(\phi \vee \neg\phi)$
Double négation	$(\neg\neg\phi \leftrightarrow \phi)$
Loi de Peirce	$(((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi) \rightarrow \phi)$

Quelques résultats bis

Distributivité $((\phi \wedge (\psi \vee \omega)) \leftrightarrow ((\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \omega)))$

$((\phi \vee (\psi \wedge \omega)) \leftrightarrow ((\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \omega)))$

Tiers exclu $(\phi \vee \neg\phi)$

Double négation $(\neg\neg\phi \leftrightarrow \phi)$

Loi de Peirce $(((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow \phi) \rightarrow \phi)$

Ces résultats se retrouvent via des tables de vérité (toutes les formules sont des tautologies)

Modélisation en logique prop, intro

La logique propositionnelle est parfaite pour modéliser (représenter) tout un tas de problèmes *discrets*, cad très clairement définis et ‘carrés‘ (par ex. le sudoku ou le mastermind)

Modélisation en logique prop, intro

La logique propositionnelle est parfaite pour modéliser (représenter) tout un tas de problèmes *discrets*, cad très clairement définis et ‘carrés‘ (par ex. le sudoku ou le mastermind)

Il y a des algorithmes génériques sur les formules de L_p qui permettent donc de résoudre (plus ou moins) efficacement ces problèmes une fois qu’ils ont été traduits en logique prop

Modélisation en logique prop, intro

La logique propositionnelle est parfaite pour modéliser (représenter) tout un tas de problèmes *discrets*, cad très clairement définis et 'carrés' (par ex. le sudoku ou le mastermind)

Il y a des algorithmes génériques sur les formules de L_p qui permettent donc de résoudre (plus ou moins) efficacement ces problèmes une fois qu'ils ont été traduits en logique prop

Pour ce qui est de la langue naturelle, c'est moins clair

Modélisation en logique prop, base

En gros

Identifier les propositions atomiques de la phrases

Les représenter par P, Q, R ...

Retrouver la structure de la phrase avec les connecteurs

Modélisation en logique prop, base

En gros

Identifier les propositions atomiques de la phrases

Les représenter par P, Q, R ...

Retrouver la structure de la phrase avec les connecteurs

Exemple

Jules est triste

Modélisation en logique prop, base

En gros

Identifier les propositions atomiques de la phrases

Les représenter par P, Q, R . . .

Retrouver la structure de la phrase avec les connecteurs

Exemple

Jules est triste

Une prop atomique (la phrase)

Modélisation en logique prop, base

En gros

Identifier les propositions atomiques de la phrases

Les représenter par P, Q, R ...

Retrouver la structure de la phrase avec les connecteurs

Exemple

Jules est triste

Une prop atomique (la phrase)

Traduction

'P', où $P \equiv$ Jules est triste

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est triste et Elsa est cool'

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules est triste et Elsa est cool‘

Deux propositions atomiques

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est triste et Elsa est cool'

Deux propositions atomiques

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules est triste et Elsa est cool‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est triste et $Q \equiv$ Elsa est cool

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est triste et Elsa est cool'

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est triste et $Q \equiv$ Elsa est cool

La phrase se traduit alors en $(P \wedge Q)$

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est triste et cool'

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules est triste et cool‘

Deux propositions atomiques

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est triste et cool'

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est triste et $Q \equiv$ Jules est cool

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est triste et cool'

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est triste et $Q \equiv$ Jules est cool

La phrase se traduit alors en $(P \wedge Q)$

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est beau mais chiant'

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules est beau mais chiant'

Deux propositions atomiques

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules est beau mais chiant‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est beau et $Q \equiv$ Jules est chiant

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules est beau mais chiant‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est beau et $Q \equiv$ Jules est chiant

La phrase se traduit alors en

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules est beau mais chiant‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est beau et $Q \equiv$ Jules est chiant

La phrase se traduit alors en $(P \wedge Q)$: le *contraste* introduit par le ‘mais‘ n'est pas reproductible en logique prop !

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules n'est pas heureux'

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules n'est pas heureux'

Une proposition atomique

Modélisation en logique prop, exemples

'Jules n'est pas heureux'

Une proposition atomique

On pose $P \equiv$ Jules est heureux (attention, la négation n'est pas dans la prop atomique, car elle se traduit par le connecteur $\neg$!)

Modélisation en logique prop, exemples

‘Jules n’est pas heureux‘

Une proposition atomique

On pose $P \equiv$ Jules est heureux (attention, la négation n’est pas dans la prop atomique, car elle se traduit par le connecteur $\neg$!)

La phrase se traduit alors en $\neg P$

Modélisation en logique prop, exemples

‘Alice ne viendra que si Jules ne vient pas‘

Modélisation en logique prop, exemples

‘Alice ne viendra que si Jules ne vient pas‘

Deux propositions atomiques

Modélisation en logique prop, exemples

‘Alice ne viendra que si Jules ne vient pas‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Alice viendra et $Q \equiv$ Jules vient

Modélisation en logique prop, exemples

'Alice ne viendra que si Jules ne vient pas'

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Alice viendra et $Q \equiv$ Jules vient

La phrase se traduit alors en

Modélisation en logique prop, exemples

‘Alice ne viendra que si Jules ne vient pas‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Alice viendra et $Q \equiv$ Jules vient

La phrase se traduit alors en $(P \rightarrow \neg Q)$

Modélisation en logique prop, exemples

‘Alice ne viendra que si Jules ne vient pas‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Alice viendra et $Q \equiv$ Jules vient

La phrase se traduit alors en $(P \to \neg Q)$, ou en $(Q \to \neg P)$

'Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s'embête beaucoup'

‘Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s’embête beaucoup‘

Quatre propositions atomiques

'Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s'embête beaucoup'

Quatre propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est en vacances, $Q \equiv$ Elsa est en vacances, R $\equiv$ Jules apprend le jet-ski et S $\equiv$ Elsa s'embête beaucoup

'Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s'embête beaucoup'

Quatre propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est en vacances, $Q \equiv$ Elsa est en vacances, R $\equiv$ Jules apprend le jet-ski et S $\equiv$ Elsa s'embête beaucoup

La tentation alors c'est de traduire la phrase en $((P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S))$, mais ça ne marche pas

'Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s'embête beaucoup'

Quatre propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est en vacances, $Q \equiv$ Elsa est en vacances, R $\equiv$ Jules apprend le jet-ski et S $\equiv$ Elsa s'embête beaucoup

La tentation alors c'est de traduire la phrase en $((P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S))$, mais ça ne marche pas

En effet, cette proposition dit 'Chaque fois que Jules et Elsa sont tous les deux en vacances, Jules apprend le jet-ski et Elsa s'embête beaucoup', ce qui n'est pas du tout ce que dit la phrase originale (on perd notamment le fait que Jules et Elsa sont <u>actuellement</u> en vacances)

'Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s'embête beaucoup'

Quatre propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est en vacances, $Q \equiv$ Elsa est en vacances, R $\equiv$ Jules apprend le jet-ski et S $\equiv$ Elsa s'embête beaucoup

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \wedge (R \wedge S))$

‘Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s'embête beaucoup‘

Quatre propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est en vacances, $Q \equiv$ Elsa est en vacances, R $\equiv$ Jules apprend le jet-ski et S $\equiv$ Elsa s'embête beaucoup

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \wedge (R \wedge S))$

Le parenthésage est *négociable*, mais c'est, je pense, celui qui traduit le mieux la logique de la phrase.

‘Jules et Elsa sont en vacances, et alors que Jules en profite pour apprendre le jet-ski, Elsa s’embête beaucoup‘

Quatre propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Jules est en vacances, $Q \equiv$ Elsa est en vacances, R $\equiv$ Jules apprend le jet-ski et S $\equiv$ Elsa s’embête beaucoup

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \wedge (R \wedge S))$

Le parenthésage est *négociable*, mais c’est, je pense, celui qui traduit le mieux la logique de la phrase.

Par contre, pour le contraste de la phrase (‘alors que‘) et le ‘en profite‘, la logique prop ne peut rien faire :(

Modélisation

'Elsa ne part en vacances que si Jules travaille'

Modélisation

‘Elsa ne part en vacances que si Jules travaille‘

Deux propositions atomiques

Modélisation

‘Elsa ne part en vacances que si Jules travaille‘

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Elsa part en vacances et $Q \equiv$ Jules travaille

Modélisation

'Elsa ne part en vacances que si Jules travaille'

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Elsa part en vacances et $Q \equiv$ Jules travaille

La phrase se traduit alors en $(P \rightarrow Q)$

Modélisation

'Elsa ne part en vacances que si Jules travaille'

Deux propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Elsa part en vacances et $Q \equiv$ Jules travaille

La phrase se traduit alors en $(P \to Q) \equiv (\neg Q \to \neg P)$

Modélisation

‘Jules et Elsa pourront partir en vacances si leur patronne Diane est assassinée‘

Modélisation

‘Jules et Elsa pourront partir en vacances si leur patronne Diane est assassinée‘

Trois propositions atomiques

Modélisation

'Jules et Elsa pourront partir en vacances si leur patronne Diane est assassinée'

Trois propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

Modélisation

'Jules et Elsa pourront partir en vacances si leur patronne Diane est assassinée'

Trois propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

La phrase se traduit alors en $(R \rightarrow (P \wedge Q))$

Modélisation

'Jules et Elsa pourront partir en vacances si leur patronne Diane est assassinée'

Trois propositions atomiques

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

La phrase se traduit alors en $(R \rightarrow (P \wedge Q))$

En effet, la phrase dit que l'assassinat de Diane est une **condition suffisante** (mais pas forcément nécessaire !) au départ en vacances de Jules et Elsa

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

Modélisation

‘Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée‘

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et $\mathrm{R} \equiv$ Diane est assassinée

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

Une tentation : $((P \wedge Q) \leftrightarrow R)$

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

Une tentation : $((P \wedge Q) \leftrightarrow R)$

Ca ne marche pas, car il n'y a pas **équivalence** : ce n'est pas parce que Diane est assassinée que Jules et Elsa peuvent partir en vacances.

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

Une tentation : $((P \wedge Q) \leftrightarrow R)$

Ca ne marche pas, car il n'y a pas **équivalence** : ce n'est pas parce que Diane est assassinée que Jules et Elsa peuvent partir en vacances. Exemple : 'En France, on ne peut voter que si on a au moins 18 ans'. C'est vrai, mais c'est pas pour autant que toute personne d'au moins 18 ans peut voter. **C'est une condition nécessaire mais pas suffisante**

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

Modélisation

‘Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée‘

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \rightarrow R)$

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \rightarrow R)$... ou $((P \vee Q) \rightarrow R)$

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

On pose $P \equiv$ Elsa pourra partir en vacances, $Q \equiv$ Jules pourra partir et R $\equiv$ Diane est assassinée

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \rightarrow R)$... ou $((P \vee Q) \rightarrow R)$

En effet, il n'est pas clair si Jules et Elsa seront empêchés **collectivement** ou **individuellement** d'aller en vacances tant que Diane n'aura pas été assassinée (Dans le cas où $P = 1, Q = 0$ et $R = 0$, la première proposition sera vraie mais pas la deuxième)

Modélisation

'Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée'

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \rightarrow R)$ ... ou $((P \vee Q) \rightarrow R)$

De plus, il faudrait rajouter l'information, présente dans la phrase originale, que Diane est la patronne de Jules et Elsa

Modélisation

‘Jules et Elsa **ne** pourront partir en vacances **que** si leur patronne Diane est assassinée‘

La phrase se traduit alors en $((P \wedge Q) \rightarrow R)$ ... ou $((P \vee Q) \rightarrow R)$

De plus, il faudrait rajouter l'information, présente dans la phrase originale, que Diane est la patronne de Jules et Elsa

On introduit donc $S/U \equiv$ Diane est la patrone de *Jules*/*Elsa*, et on obtient $(\phi \wedge (S \wedge U))$, où ϕ est la traduction choisie plus haut

Modélisation

‘Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo‘

Modélisation

'Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo'

La tentation : $P \equiv$ Jules ira au ciné, $Q \equiv$ Jules ira à la piscine, R $\equiv$ Jules ira à pied et S $\equiv$ Jules ira en vélo (ou un truc comme ça)

Modélisation

'Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo'

La tentation : $P \equiv$ Jules ira au ciné, $Q \equiv$ Jules ira à la piscine, R $\equiv$ Jules ira à pied et S $\equiv$ Jules ira en vélo (ou un truc comme ça)

Le problème, c'est que R et S ne sont pas des propositions (elles ne peuvent pas exister par elles-mêmes).

Modélisation

'Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo'

La tentation : $P \equiv$ Jules ira au ciné, $Q \equiv$ Jules ira à la piscine, R $\equiv$ Jules ira à pied et S $\equiv$ Jules ira en vélo (ou un truc comme ça)

Le problème, c'est que R et S ne sont pas des propositions (elles ne peuvent pas exister par elles-mêmes). Une alternative serait 'Jules se déplace (toujours) à pied / en vélo', mais c'est beaucoup plus *fort* que ce qu'exprime la phrase initiale

Modélisation

‘Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo‘

Modélisation

'Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo'

C'est un peu moche et bourrin, mais la seule solution (solide) est de poser $P \equiv$ Jules ira au ciné à pied, $Q \equiv$ Jules ira au ciné en vélo, R $\equiv$ Jules ira à la piscine à pied et S $\equiv$ Jules ira au ciné en vélo

Modélisation

'Jules ira au cinéma ou à la piscine, à pied ou en vélo'

C'est un peu moche et bourrin, mais la seule solution (solide) est de poser $P \equiv$ Jules ira au ciné à pied, $Q \equiv$ Jules ira au ciné en vélo, R $\equiv$ Jules ira à la piscine à pied et S $\equiv$ Jules ira au ciné en vélo

La phrase se traduit alors en $P \vee Q \vee R \vee S$ (parenthèses à la carte)

Modélisation

‘Parmi Diane, Elsa, Jules et Jess se trouvent au moins 3 futurs linguistes‘

Modélisation

'Parmi Diane, Elsa, Jules et Jess se trouvent au moins 3 futurs linguistes'

Soient $D \equiv$ Diane deviendra linguiste, $E \equiv$ Elsa deviendra linguiste, J $\equiv$ Jules deviendra linguiste et S $\equiv$ Jess deviendra linguiste

Modélisation

'Parmi Diane, Elsa, Jules et Jess se trouvent au moins 3 futurs linguistes'

Soient $D \equiv$ Diane deviendra linguiste, $E \equiv$ Elsa deviendra linguiste, J $\equiv$ Jules deviendra linguiste et S $\equiv$ Jess deviendra linguiste

La phrase se traduit alors en

Modélisation

‘Parmi Diane, Elsa, Jules et Jess se trouvent au moins 3 futurs linguistes‘

Soient $D \equiv$ Diane deviendra linguiste, $E \equiv$ Elsa deviendra linguiste, J $\equiv$ Jules deviendra linguiste et S $\equiv$ Jess deviendra linguiste

La phrase se traduit alors en
$(D \wedge E \wedge J) \vee (D \wedge E \wedge S) \vee (D \wedge J \wedge S) \vee (E \wedge J \wedge S)$

Modélisation

‘Parmi Diane, Elsa, Jules et Jess se trouvent au moins 3 futurs linguistes‘

La phrase se traduit alors en
$(D \wedge E \wedge J) \vee (D \wedge E \wedge S) \vee (D \wedge J \wedge S) \vee (E \wedge J \wedge S)$

La phrase originale et la propositions sont vraies dans les mêmes conditions (cad qu’elles ont le même sens), mais la traduction est encore moins directe que dans les exemples précédents

D’une certaine façon, on peut donc bien traduire la phrase en logique prop, mais on sent qu’on touche aux limites du formalisme

Modélisation

‘Aucun MIASH n’est en vacances‘

La phrase se traduit alors en

Modélisation

'Aucun MIASH n'est en vacances'

La phrase se traduit alors en pas grand chose

Modélisation

‘Aucun MIASH n’est en vacances‘

La phrase se traduit alors en pas grand chose

Comme on vient de l’entrevoir avec l’exemple précédent, la logique propositionnelle c’est pas la folie pour modéliser des propositions quantifiées.

Modélisation

‘Aucun MIASH n’est en vacances‘

La phrase se traduit alors en pas grand chose

Comme on vient de l’entrevoir avec l’exemple précédent, la logique propositionnelle c’est pas la folie pour modéliser des propositions quantifiées. Mais là aussi, on peut essayer de ruser (même si c’est encore plus tordu)

Modélisation

‘Aucun MIASH n’est en vacances‘

La phrase se traduit alors en pas grand chose

Comme on vient de l’entrevoir avec l’exemple précédent, la logique propositionnelle c’est pas la folie pour modéliser des propositions quantifiées. Mais là aussi, on peut essayer de ruser (même si c’est encore plus tordu)

Si on peut ordonner les individus en MIASH en $p_1, p_2, \ldots, p_n$, alors on pose $P_i \equiv p_i$ est en vacances

Modélisation

‘Aucun MIASH n’est en vacances‘

La phrase se traduit alors en pas grand chose

Comme on vient de l’entrevoir avec l’exemple précédent, la logique propositionnelle c’est pas la folie pour modéliser des propositions quantifiées. Mais là aussi, on peut essayer de ruser (même si c’est encore plus tordu)

Si on peut ordonner les individus en MIASH en p_1, p_2, ..., p_n, alors on pose $P_i \equiv p_i$ est en vacances

La phrase se traduit alors en
$\neg P_1 \wedge \neg P_2 \wedge \cdots \wedge \neg P_n = \bigwedge_{1 \leq i \leq n,} \neg P_i$

Modélisation

'Aucun MIASH n'est en vacances'

La phrase se traduit alors en
$\neg P_1 \land \neg P_2 \land \cdots \land \neg P_n = \bigwedge_{1 \leq i \leq n,} \neg P_i$

C'est quand même un peu de la triche : on ne donne pas une proposition, mais une *recette* (ou un algorithme) pour générer une proposition représentant la phrase étant donné un ensemble **fini** de MIASHs

Plan

1. Syllogistique
2. Logique propositionnelle
3. Déduction naturelle
4. Logique du premier ordre

Déduction naturelle

Les tables de vérité, c'est une méthode de preuve solide, mais un peu bourrine et laborieuse

Déduction naturelle

Les tables de vérité, c'est une méthode de preuve solide, mais un peu bourrine et laborieuse

Mais, plus gênant, les tables de vérité ne *racontent pas d'histoire* :

Déduction naturelle

Les tables de vérité, c'est une méthode de preuve solide, mais un peu bourrine et laborieuse

Mais, plus gênant, les tables de vérité ne *racontent pas d'histoire* : le raisonnement - et sa construction - n'apparaissent pas.

Déduction naturelle

Les tables de vérité, c'est une méthode de preuve solide, mais un peu bourrine et laborieuse

Mais, plus gênant, les tables de vérité ne *racontent pas d'histoire* : le raisonnement - et sa construction - n'apparaissent pas. Ce sont finalement plus des faits que des preuves

Déduction naturelle

Les tables de vérité, c'est une méthode de preuve solide, mais un peu bourrine et laborieuse

Mais, plus gênant, les tables de vérité ne *racontent pas d'histoire* : le raisonnement - et sa construction - n'apparaissent pas. Ce sont finalement plus des faits que des preuves

Une logique est livrée avec ses **systèmes déductifs**, cad des formalismes décrivant la construction de preuves

Déduction naturelle

Les tables de vérité, c'est une méthode de preuve solide, mais un peu bourrine et laborieuse

Mais, plus gênant, les tables de vérité ne *racontent pas d'histoire* : le raisonnement - et sa construction - n'apparaissent pas. Ce sont finalement plus des faits que des preuves

Une logique est livrée avec ses **systèmes déductifs**, cad des formalismes décrivant la construction de preuves

En logique prop., les plus canoniques sont **La déduction à la Hilbert**, **Le calcul des séquents** et **La déduction naturelle**. C'est à ce dernier qu'on va s'intéresser

Déduction naturelle

On introduit un nouveau symbole : $\vdash$

Déduction naturelle

On introduit un nouveau symbole : $\vdash$

$\phi_1, \phi_2 \ldots, \phi_n \vdash \psi \equiv$ ‘Avec les hypothèses $\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_n$, on peut déduire ψ‘

Déduction naturelle

On introduit un nouveau symbole : $\vdash$

$\phi_1, \phi_2 \ldots, \phi_n \vdash \psi \equiv$ ‘Avec les hypothèses $\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_n$, on peut déduire ψ‘

Convention : on va en général appeler un ensemble d'hypothèses Γ

Déduction naturelle

On introduit un nouveau symbole : $\vdash$

$\phi_1, \phi_2 \ldots, \phi_n \vdash \psi \equiv$ ‘Avec les hypothèses $\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_n$, on peut déduire ψ‘

Convention : on va en général appeler un ensemble d'hypothèses Γ

$\Gamma, \phi \vdash \phi \equiv$ ‘Avec un tas d'hypothèses, dont ϕ, on peut déduire ϕ‘

Déduction naturelle

On introduit un nouveau symbole : $\vdash$

$\phi_1, \phi_2 \ldots, \phi_n \vdash \psi \equiv$ 'Avec les hypothèses $\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_n$, on peut déduire ψ'

Convention : on va en général appeler un ensemble d'hypothèses Γ

$\Gamma, \phi \vdash \phi \equiv$ 'Avec un tas d'hypothèses, dont ϕ, on peut déduire ϕ' : c'est l'**axiome**

Déduction naturelle

On introduit un nouveau symbole : $\vdash$

$\phi_1, \phi_2 \ldots, \phi_n \vdash \psi \equiv$ 'Avec les hypothèses $\phi_1, \phi_2 \ldots \phi_n$, on peut déduire ψ'

Convention : on va en général appeler un ensemble d'hypothèses Γ

$\Gamma, \phi \vdash \phi \equiv$ 'Avec un tas d'hypothèses, dont ϕ, on peut déduire ϕ' : c'est l'**axiome**

On va aussi avoir des règles qui ressemblent à ça :

$$\frac{\text{Prémisse 1} \qquad \text{Prémisse 2}}{\text{Conclusion}}$$

Déduction naturelle

Par exemple, la règle suivante :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \qquad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}$$

Déduction naturelle

Par exemple, la règle suivante :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \qquad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \land \psi)}$$

'Si on a une preuve ϕ à partir de Γ et qu'on a une preuve de ψ à partir de Γ, alors on a une preuve de $(\phi \land \psi)$ à partir de Γ'

Déduction naturelle

Par exemple, la règle suivante :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \qquad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}$$

‘Si on a une preuve ϕ à partir de Γ et qu’on a une preuve de ψ à partir de Γ, alors on a une preuve de $(\phi \wedge \psi)$ à partir de Γ‘

Cette règle s’appelle l’**introduction du** $\wedge$ (ou $\wedge$-introduction)

Déduction naturelle

Par exemple, la règle suivante :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi \qquad \Gamma \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}$$

'Si on a une preuve ϕ à partir de Γ et qu'on a une preuve de ψ à partir de Γ, alors on a une preuve de $(\phi \wedge \psi)$ à partir de Γ'

Cette règle s'appelle l'**introduction du** $\wedge$ (ou $\wedge$-introduction)

Vous pouvez remarquer que les prémisses sont alignées au lieu d'être empilées (comme dans Port-Royal), on va très rapidement voir pourquoi !

Déduction naturelle

Règles duales :

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}{\Gamma \vdash \phi}$$

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}{\Gamma \vdash \psi}$$

Déduction naturelle

Règles duales :

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}{\Gamma \vdash \phi}$$

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}{\Gamma \vdash \psi}$$

'Si on a une preuve de $(\phi \wedge \psi)$ à partir de Γ, alors on a une preuve de ϕ (resp. ψ) à partir de Γ'. C'est les règles d'**élimination du** $\wedge$ (ou $\wedge$-élimination)

Déduction naturelle

Règles duales :

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}{\Gamma \vdash \phi}$$

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \wedge \psi)}{\Gamma \vdash \psi}$$

‘Si on a une preuve de $(\phi \wedge \psi)$ à partir de Γ, alors on a une preuve de ϕ (resp. ψ) à partir de Γ‘. C’est les règles d’**élimination du** $\wedge$ (ou $\wedge$-élimination)

Intuitivement, ces deux règles disent qu’on peut *perdre de l’information* : ‘si je sais que machin et truc, alors **en particulier** je sais que machin (ou truc)‘

Déduction naturelle

Et cette règle un peu bizarre :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \rightarrow \psi)}$$

Déduction naturelle

Et cette règle un peu bizarre :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \rightarrow \psi)}$$

'Si on a une preuve ψ à partir de Γ et ϕ, alors on a une preuve de $(\phi \rightarrow \psi)$ à partir de Γ'

Déduction naturelle

Et cette règle un peu bizarre :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \rightarrow \psi)}$$

'Si on a une preuve ψ à partir de Γ et ϕ, alors on a une preuve de $(\phi \rightarrow \psi)$ à partir de Γ'

Cette règle un peu absconce (c'est une nécessité technique du formalisme) s'appelle l'**introduction de la** $\rightarrow$ (ou $\rightarrow$-introduction)

Déduction naturelle

Et cette règle un peu bizarre :

$$\frac{\Gamma, \phi \vdash \psi}{\Gamma \vdash (\phi \to \psi)}$$

'Si on a une preuve ψ à partir de Γ et ϕ, alors on a une preuve de $(\phi \to \psi)$ à partir de Γ'

Cette règle un peu absconce (c'est une nécessité technique du formalisme) s'appelle l'**introduction de la** $\to$ (ou $\to$-introduction)

On n'a pas encore vu toutes les règles, mais ce qu'on a nous suffit déjà à faire une preuve non-triviale :
$\vdash ((\phi \wedge \psi) \to (\psi \wedge \phi))$

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)}}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))}
$$

$$\dfrac{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))}}$$

En lisant à partir du bas :

$$\dfrac{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))}}$$

En lisant à partir du bas :

On veut prouver '$(\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi)$'. On ajoute donc $\phi \wedge \psi$ à notre ensemble d'hypothèses en utilisant la $\rightarrow$-introduction

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \cfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)}}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \to (\psi \wedge \phi))} \to\text{-introduction}
$$

En lisant à partir du bas :

On veut prouver '$(\phi \wedge \psi) \to (\psi \wedge \phi)$'. On ajoute donc $\phi \wedge \psi$ à notre ensemble d'hypothèses en utilisant la $\to$-introduction

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)}}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))} \rightarrow\text{-introduction}$$

En lisant à partir du bas :

On veut prouver '$(\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi)$'. On ajoute donc $\phi \wedge \psi$ à notre ensemble d'hypothèses en utilisant la $\rightarrow$-introduction

$(\psi \wedge \phi)$ est la conjonction de deux propositions, ψ et ϕ. On utilise donc la $\wedge$-introduction, qui impose de les prouver toutes les deux en utilisant le même jeu d'hypothèses

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \cfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)} \wedge\text{-intro}}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))} \rightarrow\text{-introduction}$$

En lisant à partir du bas :

On veut prouver '$(\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi)$'. On ajoute donc $\phi \wedge \psi$ à notre ensemble d'hypothèses en utilisant la $\rightarrow$-introduction

$(\psi \wedge \phi)$ est la conjonction de deux propositions, ψ et ϕ. On utilise donc la $\wedge$-introduction, qui impose de les prouver toutes les deux en utilisant le même jeu d'hypothèses

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi} \qquad \dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}}{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)} \wedge\text{-intro}}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))} \rightarrow\text{-introduction}$$

En lisant à partir du bas :

On veut prouver '$(\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi)$'. On ajoute donc $\phi \wedge \psi$ à notre ensemble d'hypothèses en utilisant la $\rightarrow$-introduction

$(\psi \wedge \phi)$ est la conjonction de deux propositions, ψ et ϕ. On utilise donc la $\wedge$-introduction, qui impose de les prouver toutes les deux en utilisant le même jeu d'hypothèses

Dans la branche gauche (resp. droite), on veut prouver ψ (resp. ϕ). Or, on a comme hypothèse '$\phi \wedge \psi$', qui permet de prouver directement ψ (resp. ϕ) d'après la $\wedge$-élimination. On fait donc *apparaître* cette hypothèse en utilisant l'axiome

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \psi}\ \wedge\text{-elimination} \qquad \dfrac{(\phi \wedge \psi) \vdash (\phi \wedge \psi)}{(\phi \wedge \psi) \vdash \phi}\ \wedge\text{-elim}}{(\phi \wedge \psi) \vdash (\psi \wedge \phi)}\ \wedge\text{-intro}}{\vdash ((\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi))}\ \rightarrow\text{-introduction}$$

En lisant à partir du bas :

On veut prouver '$(\phi \wedge \psi) \rightarrow (\psi \wedge \phi)$'. On ajoute donc $\phi \wedge \psi$ à notre ensemble d'hypothèses en utilisant la $\rightarrow$-introduction

$(\psi \wedge \phi)$ est la conjonction de deux propositions, ψ et ϕ. On utilise donc la $\wedge$-introduction, qui impose de les prouver toutes les deux en utilisant le même jeu d'hypothèses

Dans la branche gauche (resp. droite), on veut prouver ψ (resp. ϕ). Or, on a comme hypothèse '$\phi \wedge \psi$', qui permet de prouver directement ψ (resp. ϕ) d'après la $\wedge$-élimination. On fait donc *apparaître* cette hypothèse en utilisant l'axiome

Déduction naturelle

Autres règles :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash (\phi \vee \psi)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash (\psi \vee \phi)}$$

Déduction naturelle

Autres règles :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash (\phi \vee \psi)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash (\psi \vee \phi)}$$

'Si on a une preuve de ϕ à partir de Γ, alors on a une preuve de $(\phi \vee \psi)$ (resp. $(\psi \vee \phi)$) à partir de Γ'. C'est les règles d'**introduction du** $\vee$ (ou $\vee$-élimination)

Déduction naturelle

Autres règles :

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash (\phi \vee \psi)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash (\psi \vee \phi)}$$

'Si on a une preuve de ϕ à partir de Γ, alors on a une preuve de $(\phi \vee \psi)$ (resp. $(\psi \vee \phi)$) à partir de Γ'. C'est les règles d'**introduction du** $\vee$ (ou $\vee$-élimination)

Intuitivement, cette règle consiste à 'brouiller les pistes'. 'Si je sais que sous mes hypothèses machin est vrai, alors je sais que parmi machin et truc y aura au moins un de vrai, quel que soit truc'

Déduction naturelle

On a notamment vu la $\wedge$-introduction et élimination. Vu qu'on vient de regarder la $\vee$-introduction, vous devez vous douter qu'on va avoir

Déduction naturelle

On a notamment vu la $\wedge$-introduction et élimination. Vu qu'on vient de regarder la $\vee$-introduction, vous devez vous douter qu'on va avoir la $\vee$-élimination

Déduction naturelle

On a notamment vu la $\wedge$-introduction et élimination. Vu qu'on vient de regarder la $\vee$-introduction, vous devez vous douter qu'on va avoir la $\vee$-élimination

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \vee \psi) \qquad \Gamma, \phi \vdash \omega \qquad \Gamma, \psi \vdash \omega}{\Gamma \vdash \omega}$$

Déduction naturelle

On a notamment vu la $\wedge$-introduction et élimination. Vu qu'on vient de regarder la $\vee$-introduction, vous devez vous douter qu'on va avoir la $\vee$-élimination

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \vee \psi) \qquad \Gamma, \phi \vdash \omega \qquad \Gamma, \psi \vdash \omega}{\Gamma \vdash \omega}$$

Celle-là est un peu ésotérique, mais en fait assez normale :

Déduction naturelle

On a notamment vu la $\wedge$-introduction et élimination. Vu qu'on vient de regarder la $\vee$-introduction, vous devez vous douter qu'on va avoir la $\vee$-élimination

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \vee \psi) \qquad \Gamma, \phi \vdash \omega \qquad \Gamma, \psi \vdash \omega}{\Gamma \vdash \omega}$$

Celle-là est un peu ésotérique, mais en fait assez normale : si on peut prouver qu'on a soit ϕ, soit ψ (soit les deux), et que dans les deux cas on a ω, alors on a forcément ce dernier

Déduction naturelle

On a aussi vu plus haut la $\rightarrow$-introduction, il nous manque donc la $\rightarrow$-elimination :

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \rightarrow \psi) \qquad \Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \psi}$$

Déduction naturelle

On a aussi vu plus haut la $\rightarrow$-introduction, il nous manque donc la $\rightarrow$-elimination :

$$\frac{\Gamma \vdash (\phi \rightarrow \psi) \qquad \Gamma \vdash \phi}{\Gamma \vdash \psi}$$

Celle-là, qu'on appelle aussi **modus ponens** (quand on est un peu snob) correspond à un raisonnement de type ‘Si il pleut la route est mouillée, et il pleut, donc la route est mouillée‘.

Autre preuve :

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega))}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash (\psi \to \omega)} \qquad \dfrac{\dfrac{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega))}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash (\phi \to \psi)} \qquad ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \phi}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \psi}}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \omega}}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)) \vdash (\phi \to \omega)}}{\vdash (((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)) \to (\phi \to \omega))}
$$

Autre preuve :

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega))}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash (\phi \to \psi)} \qquad ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \phi}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \psi}}{}$$

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega))}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash (\psi \to \omega)} \qquad ((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \psi}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)), \phi \vdash \omega}}{((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)) \vdash (\phi \to \omega)}}{\vdash (((\phi \to \psi) \land (\psi \to \omega)) \to (\phi \to \omega))}$$

Autre preuve :

$$\dfrac{\dfrac{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash ((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega))}{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash (\phi \to \psi)} \qquad ((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash \phi}{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash \psi}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash ((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega))}{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash (\psi \to \omega)} \qquad ((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash \psi}{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)), \phi \vdash \omega}}{((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)) \vdash (\phi \to \omega)}}{\vdash (((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \omega)) \to (\phi \to \omega))}$$

Note : une preuve de $\vdash \psi$, ça veut dire que ϕ est vraie sans la moindre hypothèse. On parle alors de **théorème**

Déduction naturelle

Courage, on a bientôt fini !

$$\frac{\Gamma \vdash \bot}{\Gamma \vdash \phi}$$

Déduction naturelle

Courage, on a bientôt fini !

$$\frac{\Gamma \vdash \bot}{\Gamma \vdash \phi}$$

Celle-là, c'est l'**élimination du faux**. Si l'ensemble d'hypothèses Γ permet de prouver le faux, c'est qu'il est incohérent, du coup autant en déduire n'importe quoi tant qu'on y est

Déduction naturelle

Petit dernier

$$\frac{\Gamma, \neg\phi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \phi}$$

Déduction naturelle

Petit dernier

$$\frac{\Gamma, \neg\phi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \phi}$$

Celle-ci traduit

Déduction naturelle

Petit dernier

$$\frac{\Gamma, \neg\phi \vdash \bot}{\Gamma \vdash \phi}$$

Celle-ci traduit **le raisonnement par l'absurde** : si $\neg\phi$ fait *bugger* l'ensemble d'hypothèses Γ, alors sa négation, cad ϕ, est forcément vraie

Déduction naturelle

Vous avez peut-être remarqué qu'un symbole de la logique prop. n'apparaît dans aucune des règles qu'on a vues

Déduction naturelle

Vous avez peut-être remarqué qu'un symbole de la logique prop. n'apparaît dans aucune des règles qu'on a vues : en effet, on n'a pas croisé de $\leftrightarrow$

Déduction naturelle

Vous avez peut-être remarqué qu'un symbole de la logique prop. n'apparaît dans aucune des règles qu'on a vues : en effet, on n'a pas croisé de $\leftrightarrow$

En fait, les logiciens (qui sont à l'origine de la déduction naturelle) considèrent que $\phi \leftrightarrow \psi$ ne fait pas vraiment partie de logique prop., et qu'il ne s'agit que d'un raccourci pour $((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi))$ (ce qui se vérifie facilement avec des tables de vérité)

Déduction naturelle

Vous avez peut-être remarqué qu'un symbole de la logique prop. n'apparaît dans aucune des règles qu'on a vues : en effet, on n'a pas croisé de $\leftrightarrow$

En fait, les logiciens (qui sont à l'origine de la déduction naturelle) considèrent que $\phi \leftrightarrow \psi$ ne fait pas vraiment partie de logique prop., et qu'il ne s'agit que d'un raccourci pour $((\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi))$ (ce qui se vérifie facilement avec des tables de vérité)

Autre détail : $\neg\phi$ est également un *raccourci* (on parle de 'sucre syntaxique') pour $(\phi \rightarrow \bot)$

Déduction naturelle

La déduction naturelle a deux propriétés fort intéressantes vis-à-vis de la logique propositionnelle : **la correction** et **la complètude**

Déduction naturelle

La déduction naturelle a deux propriétés fort intéressantes vis-à-vis de la logique propositionnelle : **la correction** et **la complètude**

La **correction**, ça veut dire que toute propriété prouvée dans e système qu'on vient de voir est vraie selon la logique prop. (cad que si on en fait la table de vérité, on obtient une tautologie).

Déduction naturelle

La déduction naturelle a deux propriétés fort intéressantes vis-à-vis de la logique propositionnelle : **la correction** et **la complètude**

La **correction**, ça veut dire que toute propriété prouvée dans e système qu'on vient de voir est vraie selon la logique prop. (cad que si on en fait la table de vérité, on obtient une tautologie).

Bon, encore heureux quelque part. D'ailleurs la preuve est un peu trop technique pour qu'on la fasse, mais au fond putôt simple

Déduction naturelle

La **complètude**, c'est que toute proposition qui est une tautologie (selon la logique prop) peut être prouvée en déduction naturelle

Déduction naturelle

La **complètude**, c'est que toute proposition qui est une tautologie (selon la logique prop) peut être prouvée en déduction naturelle (preuve vraiment pas cool)

Déduction naturelle

La **complètude**, c'est que toute proposition qui est une tautologie (selon la logique prop) peut être prouvée en déduction naturelle (preuve vraiment pas cool)

Correction $\equiv$ (prouvable $\rightarrow$ vrai)
Complètude $\equiv$ (vrai $\rightarrow$ prouvable)

Déduction naturelle

La **complètude**, c'est que toute proposition qui est une tautologie (selon la logique prop) peut être prouvée en déduction naturelle (preuve vraiment pas cool)

Correction $\equiv$ (prouvable $\rightarrow$ vrai)
Complètude $\equiv$ (vrai $\rightarrow$ prouvable)

Du coup, on peut construire sereinement l'entièreté des raisonnements valides en logique propositionnelle avec même pas 10 règles, qu'on combine autant que besoin (cf la preuve homérique du théorème des 4 couleurs)

Déduction naturelle

La **complètude**, c'est que toute proposition qui est une tautologie (selon la logique prop) peut être prouvée en déduction naturelle (preuve vraiment pas cool)

Correction $\equiv$ (prouvable $\rightarrow$ vrai)
Complètude $\equiv$ (vrai $\rightarrow$ prouvable)

Du coup, on peut construire sereinement l'entièreté des raisonnements valides en logique propositionnelle avec même pas 10 règles, qu'on combine autant que besoin (cf la preuve homérique du théorème des 4 couleurs)

Mais pourquoi s'embêter avec ça quand on peut tout vérifier avec une table de vérité ?

Déduction naturelle

La **complètude**, c'est que toute proposition qui est une tautologie (selon la logique prop) peut être prouvée en déduction naturelle (preuve vraiment pas cool)

Correction $\equiv$ (prouvable $\rightarrow$ vrai)
Complètude $\equiv$ (vrai $\rightarrow$ prouvable)

Du coup, on peut construire sereinement l'entièreté des raisonnements valides en logique propositionnelle avec même pas 10 règles, qu'on combine autant que besoin (cf la preuve homérique du théorème des 4 couleurs)

Mais pourquoi s'embêter avec ça quand on peut tout vérifier avec une table de vérité ? (sinon la beauté du geste)

Déduction naturelle

Vérification / recherche (automatisable) de preuve

Déduction naturelle

Vérification / recherche (automatisable) de preuve

Correspondance preuves / programmes

Déduction naturelle

Vérification / recherche (automatisable) de preuve

Correspondance preuves / programmes

Extension à logique du premier ordre

Plan

Concept de prédicat

Modélisation de ‘Jules mange et Jade dort‘ : $(P \wedge Q)$

‘Stéphane range et Elsa court‘ : $(R \wedge S)$

Concept de prédicat

Modélisation de ‘Jules mange et Jade dort‘ : $(P \wedge Q)$

‘Stéphane range et Elsa court‘ : $(R \wedge S)$

Les deux phrases ont une structure commune (X et Y) qu'on retrouve dans les formules

Concept de prédicat

Modélisation de ‘Stéphane dort‘ : P

Modélisation de ‘Jade dort‘ : Q

Concept de prédicat

Modélisation de ‘Stéphane dort‘ : P

Modélisation de ‘Jade dort‘ : Q

Modélisation de ‘Stéphane déteste Jade‘ : R

Modélisation de ‘Jade déteste Stéphane‘ : S

Concept de prédicat

Modélisation de ‘Stéphane dort‘ : P

Modélisation de ‘Jade dort‘ : Q

Modélisation de ‘Stéphane déteste Jade‘ : R

Modélisation de ‘Jade déteste Stéphane‘ : S

Des remarques ?

Concept de prédicat

Modélisation de ‘Stéphane dort‘ : P

Modélisation de ‘Jade dort‘ : Q

Modélisation de ‘Stéphane déteste Jade‘ : R

Modélisation de ‘Jade déteste Stéphane‘ : S

Des remarques ?

Il y a des similitudes entre les phrases qu’on ne retrouve pas entre les propositions cette fois

Concept de prédicat

On retrouve le même problème dans les syllogismes :

Si un élève est brillant, il ne vient pas en cours
Jean-Michel est un élève brillant

Jean-Michel ne vient pas en cours

Concept de prédicat

On retrouve le même problème dans les syllogismes :

Si un élève est brillant, il ne vient pas en cours
Jean-Michel est un élève brillant

Jean-Michel ne vient pas en cours

Le syllogisme a bien l'air valide

Concept de prédicat

On retrouve le même problème dans les syllogismes :

Si un élève est brillant, il ne vient pas en cours	$P \to \neg Q$
Jean-Michel est un élève brillant	R
Jean-Michel ne vient pas en cours	$\neg Q'$

Le syllogisme a bien l'air valide

La première prémisse parle de tous les élèves, et donc en particulier de Jean-Michel, mais on n'arrive pas à le faire apparaître au niveau de la logique propositionnelle

Concept de prédicat

Les propositions ne sont pas assez *fines*, ou modulaires : on n'a pas le concept de *phrase à trous* (ie. '[un sujet] dort', ou '[un sujet] déteste [un COD]')

En fait, ce qu'on voudrait c'est quelque part les notions de base de grammaire !

Concept de prédicat

Les propositions ne sont pas assez *fines*, ou modulaires : on n'a pas le concept de *phrase à trous* (ie. '[un sujet] dort', ou '[un sujet] déteste [un COD]')

En fait, ce qu'on voudrait c'est quelque part les notions de base de grammaire !

On introduit donc les **prédicats**, qui sont des propriétés qui s'appliquent à des **arguments**.

Par exemple, $D(x) \equiv$ 'x a la propriété de dormir' $\equiv$ 'x dort'

Concept de prédicat

Par exemple, $D(x) \equiv$ 'x a la propriété de dormir' $\equiv$ 'x dort'

Concept de prédicat

Par exemple, $D(x) \equiv$ ‘x a la propriété de dormir‘ $\equiv$ ‘x dort‘
On a alors

$$D(Stephane) \equiv \text{'Stéphane dort'} \quad D(Jade) \equiv \text{'Jade dort'}$$

Concept de prédicat

Par exemple, $D(x) \equiv$ ‘x a la propriété de dormir‘ $\equiv$ ‘x dort‘
On a alors

$D(s) \equiv$'Stéphane dort' $D(j) \equiv$'Jade dort'

De même, soit $G(x) \equiv$'x est grand', alors on a

$G(s) \equiv$'Stéphane est grand'
$G(j) \equiv$'Jade est grande'

Concept de prédicat

Par exemple, $D(x) \equiv$ 'x a la propriété de dormir' $\equiv$ 'x dort'
On a alors

$$D(s) \equiv \text{'Stéphane dort'} \quad D(j) \equiv \text{'Jade dort'}$$

De même, soit $G(x) \equiv$'x est grand', alors on a

$$G(s) \equiv \text{'Stéphane est grand'}$$
$$G(j) \equiv \text{'Jade est grande'}$$

Notez l'accord pour Jade : un prédicat est une propriété (au niveau abstrait), pas une suite de caractères figée dans le marbre

Concept de prédicat

Un prédicat, comme un verbe, peut avoir plusieurs arguments. Soit par exemple $H(x, y) \equiv$'x déteste y'. On a alors

$H(s, j) \equiv$'Stéphane déteste Jade'
$H(j, s) \equiv$'Jade déteste Stéphane'

Concept de prédicat

Un prédicat, comme un verbe, peut avoir plusieurs arguments. Soit par exemple $H(x, y) \equiv$'x déteste y'. On a alors

$H(s, j) \equiv$'Stéphane déteste Jade'
$H(j, s) \equiv$'Jade déteste Stéphane'

Notez que l'ordre des arguments a son importance !

Concept de prédicat

Un prédicat, comme un verbe, peut avoir plusieurs arguments. Soit par exemple $H(x, y) \equiv$'x déteste y'. On a alors

$H(s, j) \equiv$'Stéphane déteste Jade'
$H(j, s) \equiv$'Jade déteste Stéphane'

Notez que l'ordre des arguments a son importance !
Autre exemple : soit $S(x, y, z) \equiv$'x a vendu y à z'. On a alors

$S(j, s, e) \equiv$'Jade a vendu Stéphane à Elsa'

Concept de prédicat

Un prédicat, comme un verbe, peut avoir plusieurs arguments. Soit par exemple $H(x,y) \equiv$'x déteste y'. On a alors

$H(s,j) \equiv$'Stéphane déteste Jade'
$H(j,s) \equiv$'Jade déteste Stéphane'

Notez que l'ordre des arguments a son importance !
Autre exemple : soit $S(x,y,z) \equiv$'x a vendu y à z'. On a alors

$S(j,s,e) \equiv$'Jade a vendu Stéphane à Elsa'

Attention, les prédicats prennent des <u>individus</u> au sens large en argument, ça inclut des objets

Concept de prédicat

Attention bis, les prédicats ne remettent pas en cause tout ce qu'on a vu en logique propositionnelle ! Les différents connecteurs semblent quand même (plus ou moins, je vous l'accorde) correspondre à des constructions classiques de la langue naturelle.

Concept de prédicat

Attention bis, les prédicats ne remettent pas en cause tout ce qu'on a vu en logique propositionnelle ! Les différents connecteurs semblent quand même (plus ou moins, je vous l'accorde) correspondre à des constructions classiques de la langue naturelle.

Par exemple, 'Stéphane et Jade se détestent mutuellement' $\equiv (H(s,j) \wedge H(j,s))$

Concept de prédicat

Attention bis, les prédicats ne remettent pas en cause tout ce qu'on a vu en logique propositionnelle ! Les différents connecteurs semblent quand même (plus ou moins, je vous l'accorde) correspondre à des constructions classiques de la langue naturelle.

Par exemple, 'Stéphane et Jade se détestent mutuellement' $\equiv (H(s, j) \wedge H(j, s))$

Les prédicats sont un *raffinement* de la logique propositionnelle : on va *étendre* le langage en rajoutant des symboles

Intégration des quantifications

On a réglé une partie des problèmes, mais il reste ça :

Si un élève est brillant,
il ne vient pas en cours
Jean-Michel est un élève brillant

Jean-Michel ne vient pas en cours

Intégration des quantifications

On a réglé une partie des problèmes, mais il reste ça :

Si un élève est brillant, il ne vient pas en cours	$((E(x) \wedge B(x)) \rightarrow \neg C(x))$
Jean-Michel est un élève brillant	$(E(j) \wedge B(j))$
Jean-Michel ne vient pas en cours	$\neg C(j)$

Intégration des quantifications

On a réglé une partie des problèmes, mais il reste ça :

Si un élève est brillant,	
il ne vient pas en cours	$((E(x) \wedge B(x)) \rightarrow \neg C(x))$
Jean-Michel est un élève brillant	$(E(j) \wedge B(j))$
Jean-Michel ne vient pas en cours	$\neg C(j)$

A comparer avec :

Si Thomas pleure,
au moins un élève est brillant
Thomas pleure

Au moins un élève est brillant

Intégration des quantifications

On a réglé une partie des problèmes, mais il reste ça :

Si un élève est brillant,	
il ne vient pas en cours	$((E(x) \wedge B(x)) \rightarrow \neg C(x))$
Jean-Michel est un élève brillant	$(E(j) \wedge B(j))$
Jean-Michel ne vient pas en cours	$\neg C(j)$

A comparer avec :

Si Thomas pleure,	
au moins un élève est brillant	$(P(t) \rightarrow (E(x) \wedge B(x)))$
Thomas pleure	$P(t)$
Au moins un élève est brillant	$(E(x) \wedge B(x))$

Intégration des quantifications

Si un élève est brillant,	
il ne vient pas en cours	$((E(x) \wedge B(x)) \rightarrow \neg C(x))$
Jean-Michel est un élève brillant	$(E(j) \wedge B(j))$
Jean-Michel ne vient pas en cours	$\neg C(j)$

Intégration des quantifications

Si un élève est brillant,	
il ne vient pas en cours	$((E(x) \wedge B(x)) \rightarrow \neg C(x))$
Jean-Michel est un élève brillant	$(E(j) \wedge B(j))$
Jean-Michel ne vient pas en cours	$\neg C(j)$

Ce syllogisme a l'air pas mal, à condition que le x soit compris comme 'n'importe quel x'

Intégration des quantifications

Si Thomas pleure,	
au moins un élève est brillant	$(P(t) \to (E(x) \wedge B(x)))$
Thomas pleure	$P(t)$
Au moins un élève est brillant	$(E(x) \wedge B(x))$

Intégration des quantifications

Si Thomas pleure,	
au moins un élève est brillant	$(P(t) \rightarrow (E(x) \wedge B(x)))$
Thomas pleure	$P(t)$
Au moins un élève est brillant	$(E(x) \wedge B(x))$

A l'inverse, ici ça marche si seulement x est compris comme 'un x précis'.

Intégration des quantifications

Si Thomas pleure,	
au moins un élève est brillant	$(P(t) \to (E(x) \wedge B(x)))$
Thomas pleure	$P(t)$
Au moins un élève est brillant	$(E(x) \wedge B(x))$

A l'inverse, ici ça marche si seulement x est compris comme 'un x précis'.

On va donc devoir être un peu plus précis en écrivant les propositions pour dire quel *type* de x (ou y, ou z ...) on est en train d'utiliser. Cette extension, combinée à la notion de prédicat, va nous amener à ce qu'on appelle la **logique du premier ordre** (parfois appelée logique des prédicats)

L'alphabet++

Les seuls **symboles** utilisés en logique du premier ordre sont :

L'alphabet++

Les seuls **symboles** utilisés en logique du premier ordre sont :

Constantes j, s, t etc, les individus du monde

L'alphabet++

Les seuls **symboles** utilisés en logique du premier ordre sont :

Constantes	j, s, t etc, les individus du monde
Prédicats	P, Q, R etc, les propriétés considérées

L'alphabet++

Les seuls **symboles** utilisés en logique du premier ordre sont :

Constantes	j, s, t etc, les individus du monde
Prédicats	P, Q, R etc, les propriétés considérées
Les connecteurs	$\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$
Parenthèses	(et)

L'alphabet++

Les seuls **symboles** utilisés en logique du premier ordre sont :

Constantes	j, s, t etc, les individus du monde
Prédicats	P, Q, R etc, les propriétés considérées
Les connecteurs	$\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$
Parenthèses	(et)
Quantificateurs	$\forall$ et $\exists$

L'alphabet++

Les seuls **symboles** utilisés en logique du premier ordre sont :

Constantes	j, s, t etc, les individus du monde
Prédicats	P, Q, R etc, les propriétés considérées
Les connecteurs	$\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$
Parenthèses	(et)
Quantificateurs	$\forall$ et $\exists$
Variables	x, y, z etc, les classiques

La syntaxe++

Les formules bien formées de la logique du premier ordre (FOL) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Prédicats	Si P est un prédicat et $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont des constantes ou des variables, $P(a_1, \ldots, a_n)$ est dans FOL

La syntaxe++

Les formules bien formées de la logique du premier ordre (FOL) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Prédicats Si P est un prédicat et $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont des constantes ou des variables, $P(a_1, \ldots, a_n)$ est dans FOL

Connecteurs Si ϕ et ψ sont dans FOL, alors $(\phi \wedge \psi), (\phi \vee \psi), (\phi \rightarrow \psi)$ et $(\phi \leftrightarrow \psi)$ et $\neg\phi$ aussi

La syntaxe++

Les formules bien formées de la logique du premier ordre (FOL) peuvent se construire **uniquement** via les règles suivantes :

Prédicats	Si P est un prédicat et $a_1, a_2, ..., a_n$ sont des constantes ou des variables, $P(a_1, ..., a_n)$ est dans FOL
Connecteurs	Si ϕ et ψ sont dans FOL, alors $(\phi \wedge \psi), (\phi \vee \psi), (\phi \rightarrow \psi)$ et $(\phi \leftrightarrow \psi)$ et $\neg\phi$ aussi
Quantifications	Si ϕ est dans FOL et x une variable, alors $\forall x.\phi$ et $\exists x.\phi$ sont dans FOL

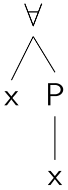
La syntaxe++

Exemple de formule avec quantificateur (ou ‘formule quantifiée‘) : $\forall x.P(x)$

La syntaxe++

Exemple de formule avec quantificateur (ou ‘formule quantifiée‘) : $\forall x . P(x)$

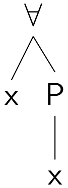
Son arbre :



La syntaxe++

Exemple de formule avec quantificateur (ou ‘formule quantifiée‘) : $\forall x.P(x)$

Son arbre :



De façon générale, un quantificateur a deux descendants : à gauche la variable, et à droite la formule qu’il quantifie.

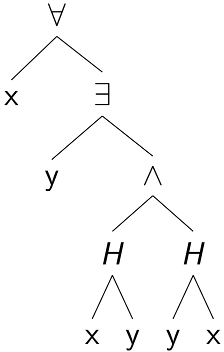
La syntaxe++

Autre exemple : $\forall x. \exists y. (H(x, y) \wedge H(y, x))$

La syntaxe++

Autre exemple : $\forall x.\exists y.(H(x,y) \wedge H(y,x))$

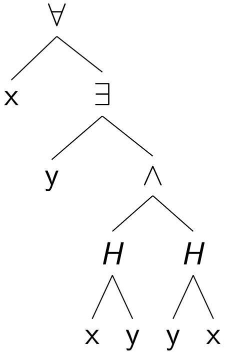
Son arbre :



La syntaxe++

Autre exemple : $\forall x. \exists y. (H(x, y) \wedge H(y, x))$

Son arbre :



Chaque prédicat va avoir autant de descendants qu'il a d'arguments

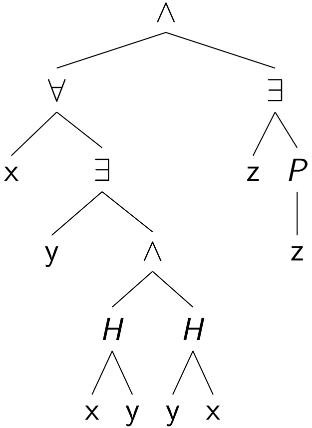
La syntaxe++

Attention, les quantificateurs peuvent être *sous* les connecteurs classiques : $(\forall x.\exists y.(H(x,y) \wedge H(y,x))) \wedge (\exists z.P(z))$

La syntaxe++

Attention, les quantificateurs peuvent être *sous* les connecteurs classiques : $(\forall x.\exists y.(H(x,y) \wedge H(y,x))) \wedge (\exists z.P(z))$

Son arbre :



La sémantique++

On a déjà vu que $P(x) \equiv$ 'x a la propriété P' (par exemple, Stéphane est une pourriture)

La sémantique++

On a déjà vu que $P(x) \equiv$ 'x a la propriété P' (par exemple, Stéphane est une pourriture)

$\forall x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour toute instance de $x \equiv$ je peux reprendre ϕ en remplaçant x par n'importe quel *individu*, et j'obtiendrai une proposition vraie

La sémantique++

On a déjà vu que $P(x) \equiv$ 'x a la propriété P' (par exemple, Stéphane est une pourriture)

$\forall x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour toute instance de $x \equiv$ je peux reprendre ϕ en remplaçant x par n'importe quel *individu*, et j'obtiendrai une proposition vraie

Exemple : $\forall x.M(x) \equiv$ tout le monde meurt

La sémantique++

On a déjà vu que $P(x) \equiv$ 'x a la propriété P' (par exemple, Stéphane est une pourriture)

$\forall x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour toute instance de $x \equiv$ je peux reprendre ϕ en remplaçant x par n'importe quel *individu*, et j'obtiendrai une proposition vraie

Exemple : $\forall x.M(x) \equiv$ tout le monde meurt

$\forall x.\forall y.H(x, y) \equiv$

La sémantique++

On a déjà vu que $P(x) \equiv$ ‘x a la propriété P‘ (par exemple, Stéphane est une pourriture)

$\forall x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour toute instance de $x \equiv$ je peux reprendre ϕ en remplaçant x par n'importe quel *individu*, et j'obtiendrai une proposition vraie

Exemple : $\forall x.M(x) \equiv$ tout le monde meurt

$\forall x.\forall y.H(x,y) \equiv$ pour tout individu x, il est vrai que pour tout individu y, x déteste y $\equiv$

La sémantique++

On a déjà vu que $P(x) \equiv$ ‘x a la propriété P‘ (par exemple, Stéphane est une pourriture)

$\forall x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour toute instance de $x \equiv$ je peux reprendre ϕ en remplaçant x par n’importe quel *individu*, et j’obtiendrai une proposition vraie

Exemple : $\forall x.M(x) \equiv$ tout le monde meurt

$\forall x.\forall y.H(x, y) \equiv$ pour tout individu x, il est vrai que pour tout individu y, x déteste $y \equiv$ tout le monde déteste tout le monde

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x, y) \equiv$

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x,y) \equiv$ pour tout individu x, il existe un individu y tel que x déteste y $\equiv$

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x,y) \equiv$ pour tout individu x, il existe un individu y tel que x déteste $y \equiv$ toute personne a quelqu'un qu'elle déteste

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x, y) \equiv$ pour tout individu x, il existe un individu y tel que x déteste $y \equiv$ toute personne a quelqu'un qu'elle déteste

$\exists x.\forall y.H(x, y) \equiv$

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x, y) \equiv$ pour tout individu x, il existe un individu y tel que x déteste $y \equiv$ toute personne a quelqu'un qu'elle déteste

$\exists x.\forall y.H(x, y) \equiv$ il existe un individu x tel que pour tout individu y, x déteste $y \equiv$

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x,y) \equiv$ pour tout individu x, il existe un individu y tel que x déteste $y \equiv$ toute personne a quelqu'un qu'elle déteste

$\exists x.\forall y.H(x,y) \equiv$ il existe un individu x tel que pour tout individu y, x déteste $y \equiv$ il existe quelqu'un qui déteste tout le monde

La sémantique++

$\exists x.\phi \equiv \phi$ est vraie pour au moins une instance de $x \equiv$ il existe au moins un individu par lequel je peux remplacer x pour rendre ϕ vraie

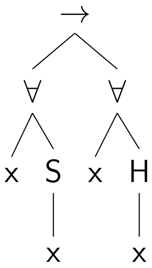
$\exists x.\neg M(x) \equiv$ il existe quelqu'un qui ne meurt pas (qui est immortel)

$\forall x.\exists y.H(x, y) \equiv$ pour tout individu x, il existe un individu y tel que x déteste $y \equiv$ toute personne a quelqu'un qu'elle déteste

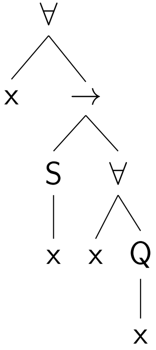
$\exists x.\forall y.H(x, y) \equiv$ il existe un individu x tel que pour tout individu y, x déteste $y \equiv$ il existe quelqu'un qui déteste tout le monde (y compris lui-même d'ailleurs)

Quantificateurs et ambiguïté

$\forall x.S(x) \to \forall x.H(x)$, c'est



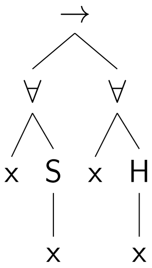
ou



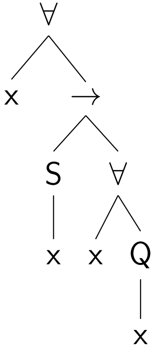
?

Quantificateurs et ambiguïté

$\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x)$, c'est



ou

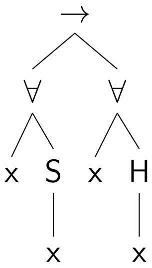


?

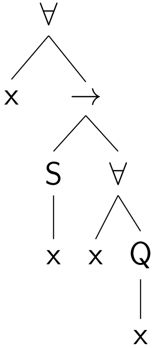
Celle de gauche (cf. les règles de syntaxe)

Quantificateurs et ambiguïté

$\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x)$, c'est



ou



?

Celle de gauche (cf. les règles de syntaxe)

Notez qu'on peut utiliser plusieurs fois la même variable dans une formule

Portée de variables

Soient les fonctions $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = 5x - 4$

Portée de variables

Soient les fonctions $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = 5x - 4$

Les occurrences de x avant le 'et' et celles qui viennent après n'ont rien à voir

Portée de variables

Soient les fonctions $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = 5x - 4$

Les occurrences de x avant le 'et' et celles qui viennent après n'ont rien à voir : le *domaine* du premier x c'est la fonction f, tandis que le deuxième est cantonné à la fonction g

Portée de variables

Soient les fonctions $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = 5x - 4$

Les occurrences de x avant le ‘et‘ et celles qui viennent après n'ont rien à voir : le *domaine* du premier x c'est la fonction f, tandis que le deuxième est cantonné à la fonction g

Plus généralement, quand on introduit une fonction quelconque $f(x) = machin$, la **portée** de x, c'est ‘machin‘, et tout x qu'on croiserait ailleurs n'a rien à voir.

Portée de variables

Soient les fonctions $f(x) = 3x + 2$ et $g(x) = 5x - 4$

Les occurrences de x avant le 'et' et celles qui viennent après n'ont rien à voir : le *domaine* du premier x c'est la fonction f, tandis que le deuxième est cantonné à la fonction g

Plus généralement, quand on introduit une fonction quelconque $f(x) = \textit{machin}$, la **portée** de x, c'est 'machin', et tout x qu'on croiserait ailleurs n'a rien à voir.

La notion de **portée** existe aussi en FOL, avec les quantificateurs qui remplacent les fonctions

Portée de variables

Soit la formule $(\forall x.S(x) \to \forall x.H(x))$.

Portée de variables

Soit la formule $(\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x))$. Elle n'est pas plate, mais dispose d'une **structure hiérarchique**, à savoir son arbre syntaxique

Portée de variables

Soit la formule $(\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x))$. Elle n'est pas plate, mais dispose d'une **structure hiérarchique**, à savoir son arbre syntaxique

L'arbre nous permet de déterminer précisément le domaine, ou **portée**, d'une variable : c'est sa soeur et la descendance de cette dernière

Portée de variables

Soit la formule $(\forall x.S(x) \to \forall x.H(x))$. Elle n'est pas plate, mais dispose d'une **structure hiérarchique**, à savoir son arbre syntaxique

L'arbre nous permet de déterminer précisément le domaine, ou **portée**, d'une variable : c'est sa soeur et la descendance de cette dernière, c'est-à-dire la sous-formule liée au quantificateur qui introduit la variable en question

Portée de variables

Soit la formule $(\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x))$. Elle n'est pas plate, mais dispose d'une **structure hiérarchique**, à savoir son arbre syntaxique

L'arbre nous permet de déterminer précisément le domaine, ou **portée**, d'une variable : c'est sa soeur et la descendance de cette dernière, c'est-à-dire la sous-formule liée au quantificateur qui introduit la variable en question

Dans la formule ci-dessus, le x introduit par le premier (resp. le deuxième) $\forall$ a comme portée $S(x)$ (resp. $H(x)$).

Portée de variables

Soit la formule $(\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x))$. Elle n'est pas plate, mais dispose d'une **structure hiérarchique**, à savoir son arbre syntaxique

L'arbre nous permet de déterminer précisément le domaine, ou **portée**, d'une variable : c'est sa soeur et la descendance de cette dernière, c'est-à-dire la sous-formule liée au quantificateur qui introduit la variable en question

Dans la formule ci-dessus, le x introduit par le premier (resp. le deuxième) $\forall$ a comme portée $S(x)$ (resp. $H(x)$). Le x de $H(x)$ n'a rien à voir avec celui de $S(x)$ (comme dans les deux fonctions de la *slide* précédente)

Portée de variables

Cette notion de portée se retrouve dans la traduction de la formule :

$$S(x) \equiv \text{‘}x \text{ est sympa‘}$$

Portée de variables

Cette notion de portée se retrouve dans la traduction de la formule :

$$S(x) \equiv \text{`}x\text{ est sympa`}$$
$$\Rightarrow \forall x.S(x) \equiv \text{`Tout } x \text{ est sympa`} \equiv \text{`Tout le monde est sympa`}$$

Portée de variables

Cette notion de portée se retrouve dans la traduction de la formule :

$S(x) \equiv$ 'x est sympa'

$\Rightarrow \forall x.S(x) \equiv$ 'Tout x est sympa' $\equiv$ 'Tout le monde est sympa'

$H(x) \equiv$ 'x est Heureux'

Portée de variables

Cette notion de portée se retrouve dans la traduction de la formule :

$S(x) \equiv$ ‘x est sympa‘
$\Rightarrow \forall x.S(x) \equiv$ ‘Tout x est sympa‘ $\equiv$ ‘Tout le monde est sympa‘

$H(x) \equiv$ ‘x est Heureux‘
$\Rightarrow \forall x.H(x) \equiv$ ‘Tout x est heureux‘ $\equiv$ ‘Tout le monde est heureux‘

Portée de variables

Cette notion de portée se retrouve dans la traduction de la formule :

$S(x) \equiv$ ‘x est sympa‘
$\Rightarrow \forall x.S(x) \equiv$ ‘Tout x est sympa‘ $\equiv$ ‘Tout le monde est sympa‘

$H(x) \equiv$ ‘x est Heureux‘
$\Rightarrow \forall x.H(x) \equiv$ ‘Tout x est heureux‘ $\equiv$ ‘Tout le monde est heureux‘

$\Rightarrow (\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x)) \equiv$ ‘Si tout le monde est sympa, alors tout le monde est heureux‘

Portée de variables

Cette notion de portée se retrouve dans la traduction de la formule :

$S(x) \equiv$ 'x est sympa'
$\Rightarrow$ $\forall x.S(x) \equiv$ 'Tout x est sympa' $\equiv$ 'Tout le monde est sympa'

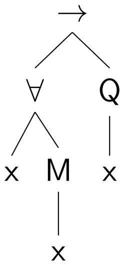
$H(x) \equiv$ 'x est Heureux'
$\Rightarrow$ $\forall x.H(x) \equiv$ 'Tout x est heureux' $\equiv$ 'Tout le monde est heureux'

$\Rightarrow$ $(\forall x.S(x) \rightarrow \forall x.H(x)) \equiv$ 'Si tout le monde est sympa, alors tout le monde est heureux'

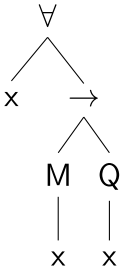
Les x ont déjà été *consommés* au moment de la *jointure* (par $\rightarrow$) de $\forall x.S(x)$ et $\forall x.H(x)$

Quantificateurs et ambiguïté

De même, $\forall x . M(x) \rightarrow Q(x)$, c'est



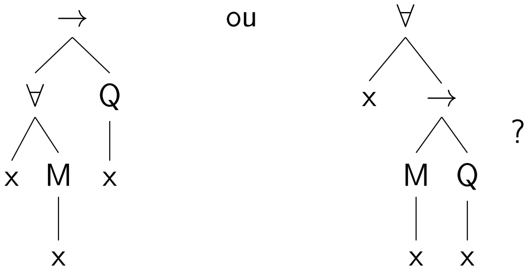
ou



?

Quantificateurs et ambiguïté

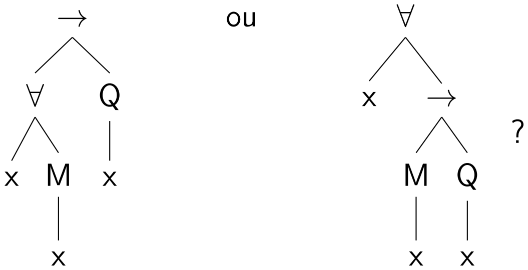
De même, $\forall x. M(x) \rightarrow Q(x)$, c'est



Celle de gauche.

Quantificateurs et ambiguïté

De même, $\forall x.M(x) \rightarrow Q(x)$, c'est



Celle de gauche. Notez que les règles de syntaxe n'interdisent pas le fait d'avoir des variables *libres*, càd pas sous un quantificateur

Notion de prédicat atomique

Souvenez-vous des propositions atomiques en logique prop : on ne voulait pas, par exemple, de P $\equiv$ ‘Jules et Elsa sont en vacances‘, parce qu'on pouvait la décomposer en ‘Jules est en vacances‘ et ‘Elsa est en vacances‘ et les relier via les connecteurs de la logique prop.

Notion de prédicat atomique

Souvenez-vous des propositions atomiques en logique prop : on ne voulait pas, par exemple, de P $\equiv$ ‘Jules et Elsa sont en vacances‘, parce qu'on pouvait la décomposer en ‘Jules est en vacances‘ et ‘Elsa est en vacances‘ et les relier via les connecteurs de la logique prop.

Pareil pour ‘Jules ou Elsa est en vacances‘, ‘Si Jules est en vacances, alors Elsa aussi‘ etc ...

Notion de prédicat atomique

Souvenez-vous des propositions atomiques en logique prop : on ne voulait pas, par exemple, de P $\equiv$ ‘Jules et Elsa sont en vacances‘, parce qu'on pouvait la décomposer en ‘Jules est en vacances‘ et ‘Elsa est en vacances‘ et les relier via les connecteurs de la logique prop.

Pareil pour ‘Jules ou Elsa est en vacances‘, ‘Si Jules est en vacances, alors Elsa aussi‘ etc ...

Ben c'est la même pour les prédicats : on ne veut pas mettre dedans des trucs qui pourraient être traités directement par la logique du premier ordre.

Notion de prédicat atomique

On ne va pas donc poser $K(x) \equiv$ 'x a tué quelqu'un', mais $K(x, y) \equiv$ 'x a tué y'

Notion de prédicat atomique

On ne va pas donc poser $K(x) \equiv$ 'x a tué quelqu'un', mais $K(x, y) \equiv$ 'x a tué y'

A l'aide de $\exists$, on peut retrouver 'x a tué quelqu'un' $\equiv \exists y.K(x, y)$

Notion de prédicat atomique

On ne va pas donc poser $K(x) \equiv$ 'x a tué quelqu'un', mais $K(x,y) \equiv$ 'x a tué y'

A l'aide de $\exists$, on peut retrouver 'x a tué quelqu'un' $\equiv \exists y.K(x,y)$

On peut alors aussi définir

'x n'a tué personne' $\equiv \neg\exists y.K(x,y)$,

'x a tué tout le monde' $\equiv \forall y.K(x,y)$,

'x [n'a pas [tué tout le monde]]' $\equiv \neg\forall y.K(x,y)$,

Notion de prédicat atomique

On ne va pas donc poser $K(x) \equiv$ 'x a tué quelqu'un', mais $K(x, y) \equiv$ 'x a tué y'

A l'aide de $\exists$, on peut retrouver 'x a tué quelqu'un' $\equiv \exists y.K(x, y)$

On peut alors aussi définir

'x n'a tué personne' $\equiv \neg\exists y.K(x, y)$,

'x a tué tout le monde' $\equiv \forall y.K(x, y)$,

'x [n'a pas [tué tout le monde]]' $\equiv \neg\forall y.K(x, y)$,

C'est plus économique (et élégant) que de définir 4 prédicats pour ces différentes propriétés !

Attention à la flèche (encore)

Est-ce que $\forall x.(P(x) \to Q(x))$ et $(\forall x.P(x) \to \forall x.Q(x))$ sont équivalentes ?

Attention à la flèche (encore)

Est-ce que $\forall x.(P(x) \to Q(x))$ et $(\forall x.P(x) \to \forall x.Q(x))$ sont équivalentes ?

Non ! La première dit que tout individu P est aussi Q (par exemple, que tou.te.s les brun.e.s portent des lunettes),

Attention à la flèche (encore)

Est-ce que $\forall x.(P(x) \rightarrow Q(x))$ et $(\forall x.P(x) \rightarrow \forall x.Q(x))$ sont équivalentes ?

Non ! La première dit que tout individu P est aussi Q (par exemple, que tou.te.s les brun.e.s portent des lunettes), alors que la deuxième c'est 'Si tout le monde est P, alors tout le monde est Q' (par exemple, 'Si tout le monde est brun, alors tout le monde porte des lunettes')

Attention à la flèche (encore)

Est-ce que $\forall x.(P(x) \rightarrow Q(x))$ et $(\forall x.P(x) \rightarrow \forall x.Q(x))$ sont équivalentes ?

Non ! La première dit que tout individu P est aussi Q (par exemple, que tou.te.s les brun.e.s portent des lunettes), alors que la deuxième c'est 'Si tout le monde est P, alors tout le monde est Q' (par exemple, 'Si tout le monde est brun, alors tout le monde porte des lunettes')

Ce sont deux informations différentes. Avec les bruns et lunettes, elles sont par exemple $\perp/\top$ dans cette classe

Attention à la flèche (encore)

Est-ce que $\forall x.(P(x) \to Q(x))$ et $(\forall x.P(x) \to \forall x.Q(x))$ sont équivalentes ?

Non ! La première dit que tout individu P est aussi Q (par exemple, que tou.te.s les brun.e.s portent des lunettes), alors que la deuxième c'est 'Si tout le monde est P, alors tout le monde est Q' (par exemple, 'Si tout le monde est brun, alors tout le monde porte des lunettes')

Ce sont deux informations différentes. Avec les bruns et lunettes, elles sont par exemple $\perp/\top$ dans cette classe

Petite énigme : peut-on avoir un univers qui rend la première phrase $\top$ et la seconde $\perp$, et pourquoi ?

Notion de variable

Une variable, comme une constante, représente **un individu**

Notion de variable

Une variable, comme une constante, représente **un individu**

Par exemple, ‘tous les MIASHS ont blabla‘ **ne** se traduit **pas** comme

$\forall x.blabla(x)$ avec $x =$ les MIASHS

Notion de variable

Une variable, comme une constante, représente **un individu**

Par exemple, ‘tous les MIASHS ont blabla‘ **ne** se traduit **pas** comme

$\forall x.blabla(x)$ avec $x =$ les MIASHS

Si vous voulez parler d’un *groupe*, vous passez par la flèche :

$\forall x.(M(x) \rightarrow blabla(x))$ avec $M(x) \equiv x$ est en MIASHS

Notion de variable

Une variable, comme une constante, représente **un individu**

Par exemple, ‘tous les MIASHS ont blabla‘ **ne** se traduit **pas** comme

$\forall x . blabla(x)$ avec $x =$ les MIASHS

Si vous voulez parler d'un *groupe*, vous passez par la flèche :

$\forall x . (M(x) \rightarrow blabla(x))$ avec $M(x) \equiv x$ est en MIASHS

Le prédicat M sert de *filtre*

Donkey sentences

Phrases de la forme ‘Si un fermier a un âne, il le bat‘
(bienvenue en linguistique ...)

Donkey sentences

Phrases de la forme ‘Si un fermier a un âne, il le bat‘ (bienvenue en linguistique ...)

Pour simplifier, remplaçons ‘un fermier‘ par ‘Jules‘. Prenons $A(x) \equiv$'x est un âne', $P(x, y) \equiv$ ‘x possède y‘ et $B(x, y) \equiv$'x bat y'. Comment traduire la phrase en FOL ?

Donkey sentences

Phrases de la forme ‘Si un fermier a un âne, il le bat‘ (bienvenue en linguistique ...)

Pour simplifier, remplaçons ‘un fermier‘ par ‘Jules‘. Prenons $A(x) \equiv$'x est un âne', $P(x, y) \equiv$ ‘x possède y‘ et $B(x, y) \equiv$'x bat y'. Comment traduire la phrase en FOL ?

$$\exists x.((A(x) \wedge P(j, x)) \rightarrow B(j, x))\,?$$

Donkey sentences

Phrases de la forme ‘Si un fermier a un âne, il le bat‘ (bienvenue en linguistique ...)

Pour simplifier, remplaçons ‘un fermier‘ par ‘Jules‘. Prenons $A(x) \equiv$’x est un âne’, $P(x,y) \equiv$ ‘x possède y‘ et $B(x,y) \equiv$’x bat y’. Comment traduire la phrase en FOL ?

$$\exists x.((A(x) \wedge P(j,x)) \rightarrow B(j,x))\,?$$
$$((\exists x.(A(x) \wedge P(j,x))) \rightarrow B(j,x))\,?$$

Donkey sentences

Phrases de la forme ‘Si un fermier a un âne, il le bat‘ (bienvenue en linguistique ...)

Pour simplifier, remplaçons ‘un fermier‘ par ‘Jules‘. Prenons $A(x) \equiv$'x est un âne', $P(x, y) \equiv$ ‘x possède y‘ et $B(x, y) \equiv$'x bat y'. Comment traduire la phrase en FOL ?

$$\exists x.((A(x) \wedge P(j, x)) \rightarrow B(j, x))\,?$$
$$((\exists x.(A(x) \wedge P(j, x))) \rightarrow B(j, x))\,?$$
$$\exists x.((A(x) \wedge P(j, x)) \wedge B(j, x))\,?$$

Donkey sentences

Phrases de la forme ‘Si un fermier a un âne, il le bat‘ (bienvenue en linguistique ...)

Pour simplifier, remplaçons ‘un fermier‘ par ‘Jules‘. Prenons $A(x) \equiv$'x est un âne', $P(x,y) \equiv$ ‘x possède y‘ et $B(x,y) \equiv$'x bat y'. Comment traduire la phrase en FOL ?

$$\exists x.((A(x) \wedge P(j,x)) \rightarrow B(j,x))\,?$$
$$((\exists x.(A(x) \wedge P(j,x))) \rightarrow B(j,x))\,?$$
$$\exists x.((A(x) \wedge P(j,x)) \wedge B(j,x))\,?$$

Aucune de ces modélisations ne marche, pourquoi ?

Donkey sentences

‘Si Jules a un âne, il le bat‘

En fait, la phrase est très trompeuse, puisqu’un ne s’en sortira pas avec une existentielle (sans négation en tout cas), contrairement à ce que le ‘un âne‘ peut laisser penser

Donkey sentences

‘Si Jules a un âne, il le bat‘

En fait, la phrase est très trompeuse, puisqu’un ne s’en sortira pas avec une existentielle (sans négation en tout cas), contrairement à ce que le ‘un âne‘ peut laisser penser

Il faut la voir pour ce qu’elle est : une généralisation (donc une $\forall$) déguisée. On peut en effet la reformuler comme ‘Jules bat tout âne qu’il a‘, ou encore ‘Tout âne possédé par Jules est battu par ce dernier‘

Donkey sentences

‘Si Jules a un âne, il le bat‘

En fait, la phrase est très trompeuse, puisqu’un ne s’en sortira pas avec une existentielle (sans négation en tout cas), contrairement à ce que le ‘un âne‘ peut laisser penser

Il faut la voir pour ce qu’elle est : une généralisation (donc une $\forall$) déguisée. On peut en effet la reformuler comme ‘Jules bat tout âne qu’il a‘, ou encore ‘Tout âne possédé par Jules est battu par ce dernier‘

La phrase se modélise alors en $\forall x.((A(x) \wedge P(j,x)) \rightarrow B(j,x))$

Donkey sentences

‘Si Jules a un âne, il le bat‘

En fait, la phrase est très trompeuse, puisqu'un ne s'en sortira pas avec une existentielle (sans négation en tout cas), contrairement à ce que le ‘un âne‘ peut laisser penser

Il faut la voir pour ce qu'elle est : une généralisation (donc une $\forall$) déguisée. On peut en effet la reformuler comme ‘Jules bat tout âne qu'il a‘, ou encore ‘Tout âne possédé par Jules est battu par ce dernier‘

La phrase se modélise alors en $\forall x.((A(x) \wedge P(j,x)) \rightarrow B(j,x))$

Remarque : pas cool à systématiser

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ?

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? $\neg$ Tous les X sont Y $\equiv$ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? $\neg$ Tous les X sont Y $\equiv$ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg \forall x . P(x) \equiv$

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? $\neg$ Tous les X sont Y $\equiv$ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg\forall x.P(x) \equiv \exists x.\neg P(x)$

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? $\neg$ Tous les X sont Y $\equiv$ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg\forall x.P(x) \equiv \exists x.\neg P(x)$

Mais aussi $\neg$ Au moins un X est Y $\equiv$ Aucun X n'est Y

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? $\neg$ Tous les X sont Y $\equiv$ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg\forall x.P(x) \equiv \exists x.\neg P(x)$

Mais aussi $\neg$ Au moins un X est Y $\equiv$ Aucun X n'est Y $\equiv$ Tous les X sont (non-Y)

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? ¬ Tous les X sont Y ≡ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg\forall x.P(x) \equiv \exists x.\neg P(x)$

Mais aussi ¬ Au moins un X est Y ≡ Aucun X n'est Y ≡ Tous les X sont (non-Y)

$\neg\exists x.P(x) \equiv$

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? ¬ Tous les X sont Y ≡ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg \forall x.P(x) \equiv \exists x.\neg P(x)$

Mais aussi ¬ Au moins un X est Y ≡ Aucun X n'est Y ≡ Tous les X sont (non-Y)

$\neg \exists x.P(x) \equiv \forall x.\neg P(x)$

Quantification et négation

Vous vous souvenez du carré ? $\neg$ Tous les X sont Y $\equiv$ Au moins un X n'est pas Y, tout ça tout ça

$\neg \forall x.P(x) \equiv \exists x. \neg P(x)$

Mais aussi $\neg$ Au moins un X est Y $\equiv$ Aucun X n'est Y $\equiv$ Tous les X sont (non-Y)

$\neg \exists x.P(x) \equiv \forall x. \neg P(x)$

Normalement, commencez à voir qu'en logique, négation et inversion font bon ménage

Quantification et négation

On retrouve donc bien le carré d'opposition, mais la logique du premier ordre va nous permettre d'aller plus loin

Quantification et négation

On retrouve donc bien le carré d'opposition, mais la logique du premier ordre va nous permettre d'aller plus loin

La négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie pour tout élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour au moins un.

Quantification et négation

On retrouve donc bien le carré d'opposition, mais la logique du premier ordre va nous permettre d'aller plus loin

La négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie pour tout élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour au moins un. On traduit ça en $\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$

Quantification et négation

On retrouve donc bien le carré d'opposition, mais la logique du premier ordre va nous permettre d'aller plus loin

La négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie pour tout élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour au moins un. On traduit ça en $\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$

De même, la négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie au moins un élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour tous.

Quantification et négation

On retrouve donc bien le carré d'opposition, mais la logique du premier ordre va nous permettre d'aller plus loin

La négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie pour tout élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour au moins un. On traduit ça en $\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$

De même, la négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie au moins un élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour tous. On traduit ça en $\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$

Quantification et négation

On retrouve donc bien le carré d'opposition, mais la logique du premier ordre va nous permettre d'aller plus loin

La négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie pour tout élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour au moins un. On traduit ça en $\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$

De même, la négation de fait qu'une certaine propriété soit vraie au moins un élément de l'univers, c'est qu'elle soit fausse pour tous. On traduit ça en $\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$

Notez déjà que c'est bien plus général que ce qu'on a vu avec Port-Royal

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$

$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$
$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$
Mais surtout, ça nous donne des règles de **calcul**. On peut par exemple reformuler (avec la négation la plus *basse* possible) la formule suivante :

$$\neg\forall x.\forall y.\exists z.((P(z) \land Q(x,z)) \to \neg R(x,y,z))$$

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$
$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$
Mais surtout, ça nous donne des règles de **calcul**. On peut par exemple reformuler (avec la négation la plus *basse* possible) la formule suivante :

$$\begin{aligned} & \neg\forall x.\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\ \equiv\ & \exists x.\neg\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \end{aligned}$$

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$
$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$

Mais surtout, ça nous donne des règles de **calcul**. On peut par exemple reformuler (avec la négation la plus *basse* possible) la formule suivante :

$$\begin{aligned} & \neg\forall x.\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\ \equiv\ & \exists x.\neg\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\ \equiv\ & \exists x.\exists y.\neg\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \end{aligned}$$

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$
$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$
Mais surtout, ça nous donne des règles de **calcul**. On peut par exemple reformuler (avec la négation la plus *basse* possible) la formule suivante :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\neg\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\forall z.\neg((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z))
\end{aligned}$$

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$
$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$
Mais surtout, ça nous donne des règles de **calcul**. On peut par exemple reformuler (avec la négation la plus *basse* possible) la formule suivante :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\neg\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\forall z.\neg((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\forall z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \wedge R(x,y,z))
\end{aligned}
$$

Quantification et négation

$\neg\forall x.\phi \equiv \exists x.\neg\phi$
$\neg\exists x.\phi \equiv \forall x.\neg\phi$
Mais surtout, ça nous donne des règles de **calcul**. On peut par exemple reformuler (avec la négation la plus *basse* possible) la formule suivante :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg\forall y.\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\neg\exists z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\forall z.\neg((P(z) \wedge Q(x,z)) \rightarrow \neg R(x,y,z)) \\
\equiv\ & \exists x.\exists y.\forall z.((P(z) \wedge Q(x,z)) \wedge R(x,y,z))
\end{aligned}$$

Même plus besoin de réfléchir, c'est magique !

Quantification et négation

Tout ça pour dire que $\neg\forall x.A(x,j)$, ça n'est pas 'Personne n'aime Jules' !

Quantification et négation

Tout ça pour dire que $\neg\forall x.A(x,j)$, ça n'est pas 'Personne n'aime Jules' !

De façon générale, je vous conseille de faire *descendre* les négations autant que possible pour comprendre / traduire des formules, c'est moins piégeux

Exercices - modélisation

‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

Exercices - modélisation

‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

Exercices - modélisation

'Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds'

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en 'x a peur de tous les blonds' :

Exercices - modélisation

'Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds'

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en 'x a peur de tous les blonds' :
$\Rightarrow$ $\forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)) \equiv$ Pour tout y, si y est blond, alors x a peur de y

Exercices - modélisation

‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en ‘x a peur de tous les blonds‘ :
$\Rightarrow$ $\forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)) \equiv$ Pour tout y, si y est blond, alors x a peur de $y \equiv x$ a peur de tous les blonds

Exercices - modélisation

'Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds'

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en 'x a peur de tous les blonds' :
$\Rightarrow$ $\forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)) \equiv$ Pour tout y, si y est blond, alors x a peur de $y \equiv x$ a peur de tous les blonds

On applique cette propriété à tous les MIASHS :

Exercices - modélisation

‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en ‘x a peur de tous les blonds‘ :
$\Rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)) \equiv$ Pour tout y, si y est blond, alors x a peur de $y \equiv x$ a peur de tous les blonds

On applique cette propriété à tous les MIASHS :
$\Rightarrow \forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y))) \equiv$ Pour tout x, si x est un MIASHS, alors x a peur de tous les blonds

Exercices - modélisation

‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en ‘x a peur de tous les blonds‘ :
$\Rightarrow$ $\forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)) \equiv$ Pour tout y, si y est blond, alors x a peur de $y \equiv x$ a peur de tous les blonds

On applique cette propriété à tous les MIASHS :
$\Rightarrow$ $\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y))) \equiv$ Pour tout x, si x est un MIASHS, alors x a peur de tous les blonds $\equiv$ Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds

Exercices - modélisation

‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On part de $P(x, y) \equiv x$ a peur de y

On veut la transformer en ‘x a peur de tous les blonds‘ :
$\Rightarrow$ $\forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)) \equiv$ Pour tout y, si y est blond, alors x a peur de $y \equiv x$ a peur de tous les blonds

On applique cette propriété à tous les MIASHS :
$\Rightarrow$ $\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y))) \equiv$ Pour tout x, si x est un MIASHS, alors x a peur de tous les blonds $\equiv$ Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds

Remarque : on aurait pu inverser les quantifications (‘pour tout blond, pour tout MIASHS ...‘)

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$\neg\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x, y)))$$

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$\begin{aligned} & \neg\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\ \equiv\ & \exists x.\neg(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \end{aligned}$$

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(M(x) \to \forall y.(B(y) \to P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(M(x) \to \forall y.(B(y) \to P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \land \neg\forall y.(B(y) \to P(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \neg\forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \exists y.\neg(B(y) \rightarrow P(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(M(x) \to \forall y.(B(y) \to P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(M(x) \to \forall y.(B(y) \to P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \land \neg\forall y.(B(y) \to P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \land \exists y.\neg(B(y) \to P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \land \exists y.(B(y) \land \neg P(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \neg\forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \exists y.\neg(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \exists y.(B(y) \wedge \neg P(x,y)))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Il existe un MIASHS x tel qu’il existe un blond y tel que x n’a pas peur de y

Exercices - négation

Négation de ‘Tous les MIASHS ont peur de tous les blonds‘

On va chercher à *calculer* (simplifier)

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(M(x) \rightarrow \forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \neg\forall y.(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \exists y.\neg(B(y) \rightarrow P(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(M(x) \wedge \exists y.(B(y) \wedge \neg P(x,y)))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Il existe un MIASHS x tel qu'il existe un blond y tel que x n'a pas peur de y

$\equiv$ Au moins un MIASHS n'a pas peur d'au moins un blond

Complément de modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film‘

Complément de modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film‘

Jusqu’ici, on a seulement vu des quantifications sur des gens, mais c’est censé être plus général que ça

Complément de modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film‘

Jusqu’ici, on a seulement vu des quantifications sur des gens, mais c’est censé être plus général que ça : on quantifie sur des *individus*, qui peuvent être des humains, mais aussi des chaises, des films, des pizzas etc

Complément de modélisation

'Tous les espagnols aiment un film'

Jusqu'ici, on a seulement vu des quantifications sur des gens, mais c'est censé être plus général que ça : on quantifie sur des *individus*, qui peuvent être des humains, mais aussi des chaises, des films, des pizzas etc

On utilise donc des prédicats pour distinguer les différents *types* d'individus :

$H(x) \equiv x$ est un être humain
$C(x) \equiv x$ est une chaise
$F(x) \equiv x$ est un film
$P(x) \equiv x$ est une pizza

Complément de modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film‘

Jusqu'ici, on a seulement vu des quantifications sur des gens, mais c'est censé être plus général que ça : on quantifie sur des *individus*, qui peuvent être des humains, mais aussi des chaises, des films, des pizzas etc

On utilise donc des prédicats pour distinguer les différents *types* d'individus :

$H(x) \equiv x$ est un être humain
$C(x) \equiv x$ est une chaise
$F(x) \equiv x$ est un film
$P(x) \equiv x$ est une pizza
$(P(x) \wedge H(x)) \equiv x$ est une pizza humaine

Complément de modélisation

Plus tôt, on a traduit ‘Tout le monde aime quelqu’un (de potentiellement différent)‘ par

$$\forall x.\exists y.A(x, y)$$

Complément de modélisation

Plus tôt, on a traduit ‘Tout le monde aime quelqu'un (de potentiellement différent)‘ par

$$\forall x. \exists y. A(x, y)$$

En vrai, on aurait dû utiliser

$$\forall x. (H(x) \to \exists y. (H(y) \land A(x, y)))$$

Complément de modélisation

Plus tôt, on a traduit ‘Tout le monde aime quelqu’un (de potentiellement différent)‘ par

$$\forall x.\exists y.A(x,y)$$

En vrai, on aurait dû utiliser

$$\forall x.(H(x) \rightarrow \exists y.(H(y) \wedge A(x,y)))$$

On va essayer de s’y tenir à partir d’ici

Exercices - modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film‘

Exercices - modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)‘

Exercices - modélisation

'Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)'

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

Exercices - modélisation

'Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)'

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :

Exercices - modélisation

'Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)'

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :
$\Rightarrow$ $\exists y.(F(y) \wedge A(x, y)) \equiv$ Il existe y, tq y est un film et x aime y

Exercices - modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)‘

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :
$\Rightarrow$ $\exists y.(F(y) \wedge A(x, y)) \equiv$ Il existe y, tq y est un film et x aime $y \equiv x$ aime un film

Exercices - modélisation

'Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)'

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :
$\Rightarrow$ $\exists y.(F(y) \wedge A(x, y)) \equiv$ Il existe y, tq y est un film et x aime $y \equiv x$ aime un film

On applique cette propriété à tous les espagnols :

Exercices - modélisation

'Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)'

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :

$\Rightarrow$ $\exists y.(F(y) \land A(x, y)) \equiv$ Il existe y, tq y est un film et x aime $y \equiv x$ aime un film

On applique cette propriété à tous les espagnols :

$\Rightarrow$ $\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \land A(x, y))) \equiv$ Pour tout x, si x est un espagnol (donc humain), alors x aime un film

Exercices - modélisation

‘Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)‘

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :

$\Rightarrow$ $\exists y.(F(y) \wedge A(x, y)) \equiv$ Il existe y, tq y est un film et x aime $y \equiv x$ aime un film

On applique cette propriété à tous les espagnols :

$\Rightarrow$ $\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x, y))) \equiv$ Pour tout x, si x est un espagnol (donc humain), alors x aime un film $\equiv$ Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)

Exercices - modélisation

'Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)'

On part de $A(x, y) \equiv x$ aime y

On veut appliquer ça à un film :
$\Rightarrow$ $\exists y.(F(y) \wedge A(x, y)) \equiv$ Il existe y, tq y est un film et x aime y $\equiv$ x aime un film

On applique cette propriété à tous les espagnols :
$\Rightarrow$ $\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x, y))) \equiv$ Pour tout x, si x est un espagnol (donc humain), alors x aime un film $\equiv$ Tous les espagnols aiment un film (potentiellement différent)

Remarque : on **n'**aurait **pas** pu inverser les quantifications

Exercices - modélisation

La formule ‘à l’envers‘, c’est

$$\exists x.(F(x) \land \forall y.(E(y) \to A(y,x)))$$

Exercices - modélisation

La formule ‘à l’envers‘, c’est

$$\exists x.(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y, x)))$$

On a vu que $\exists x.\phi$ est vraie ssi on peut trouver un remplacement de x qui rende ϕ vraie.

Exercices - modélisation

La formule ‘à l’envers‘, c’est

$$\exists x.(F(x) \land \forall y.(E(y) \to A(y,x)))$$

On a vu que $\exists x.\phi$ est vraie ssi on peut trouver un remplacement de x qui rende ϕ vraie. Pour que notre formule soit vraie, on doit pouvoir nommer un film, disons f, tel que

$$\forall y.(E(y) \to A(y,f))$$

C’est à dire tel tous les espagnols aiment f.

Exercices - modélisation

La formule ‘à l’envers‘, c’est

$$\exists x.(F(x) \land \forall y.(E(y) \rightarrow A(y, x)))$$

On a vu que $\exists x.\phi$ est vraie ssi on peut trouver un remplacement de x qui rende ϕ vraie. Pour que notre formule soit vraie, on doit pouvoir nommer un film, disons f, tel que

$$\forall y.(E(y) \rightarrow A(y, f))$$

C’est à dire tel tous les espagnols aiment f. La formule traduit donc ‘Tous les espagnols aiment un film (particulier)‘

Complément de modélisation

L'ordre des variables est important, car elles sont *fixées* les unes par rapport aux autres

Complément de modélisation

L'ordre des variables est important, car elles sont *fixées* les unes par rapport aux autres : dans la première formule, le film y dépend de l'espagnol x qui a déjà été *fixé*

Complément de modélisation

L'ordre des variables est important, car elles sont *fixées* les unes par rapport aux autres : dans la première formule, le film y dépend de l'espagnol x qui a déjà été *fixé*

Retour sur la première formule :

$$\forall x.(E(x) \to \exists y.(F(y) \land A(x,y)))$$

Complément de modélisation

L'ordre des variables est important, car elles sont *fixées* les unes par rapport aux autres : dans la première formule, le film y dépend de l'espagnol x qui a déjà été *fixé*

Retour sur la première formule :

$$\forall x.(E(x) \to \exists y.(F(y) \wedge A(x, y)))$$

On a vu que $\forall x.\phi$ est vraie ssi ϕ est vraie pour tout remplacement de x.

Complément de modélisation

L'ordre des variables est important, car elles sont *fixées* les unes par rapport aux autres : dans la première formule, le film y dépend de l'espagnol x qui a déjà été *fixé*

Retour sur la première formule :

$$\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y)))$$

On a vu que $\forall x.\phi$ est vraie ssi ϕ est vraie pour tout remplacement de x. Cad que pour tout espagnol e, on doit satisfaire $\exists y.(F(y) \wedge A(e,y))$, cad trouver un film que $\underline{e}$ aime

Complément de modélisation

L'ordre des variables est important, car elles sont *fixées* les unes par rapport aux autres : dans la première formule, le film y dépend de l'espagnol x qui a déjà été *fixé*

Retour sur la première formule :

$$\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y)))$$

On a vu que $\forall x.\phi$ est vraie ssi ϕ est vraie pour tout remplacement de x. Cad que pour tout espagnol e, on doit satisfaire $\exists y.(F(y) \wedge A(e,y))$, cad trouver un film que e aime

Le film est choisi en fonction de l'espagnol, ce qui n'était pas le cas dans la formule précédente, et autorise donc une situation où chacun aime un film différent

Exercices - négations

Première interprétation :

$$\neg\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y)))$$

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \to \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \to \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \neg\exists y.(F(y) \wedge A(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \to \exists y.(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \to \exists y.(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \land \neg\exists y.(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \land \forall y.\neg(F(y) \land A(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \to \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \to \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \neg\exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.\neg(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.(\neg F(y) \vee \neg A(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \neg\exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.\neg(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.(\neg F(y) \vee \neg A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.(F(y) \rightarrow \neg A(x,y)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \land \neg\exists y.(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \land \forall y.\neg(F(y) \land A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \land \forall y.(\neg F(y) \lor \neg A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \land \forall y.(F(y) \rightarrow \neg A(x,y)))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Il existe un espagnol x tel que, pour tout y qui est un film, x n'aime pas y

Exercices - négations

Première interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\forall x.(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(E(x) \rightarrow \exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \neg\exists y.(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.\neg(F(y) \wedge A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.(\neg F(y) \vee \neg A(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(E(x) \wedge \forall y.(F(y) \rightarrow \neg A(x,y)))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Il existe un espagnol x tel que, pour tout y qui est un film, x n'aime pas y

$\equiv$ Il existe un espagnol qui n'aime aucun film

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$\neg\exists x.(F(x) \land \forall y.(E(y) \to A(y,x)))$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(\neg F(x) \vee \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(\neg F(x) \vee \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x)))
\end{aligned}$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \land \forall y.(E(y) \to A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \land \forall y.(E(y) \to A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(\neg F(x) \lor \neg\forall y.(E(y) \to A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \to \neg\forall y.(E(y) \to A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \to \exists y.\neg(E(y) \to A(y,x)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(\neg F(x) \vee \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \exists y.\neg(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \exists y.(E(y) \wedge \neg A(y,x)))
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \wedge \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(\neg F(x) \vee \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \exists y.\neg(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \exists y.(E(y) \wedge \neg A(y,x))) \\
\equiv\ & \text{Pour tout film, il existe un espagnol qui ne l'aime pas}
\end{aligned}
$$

Exercices - négations

Deuxième interprétation :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists x.(F(x) \land \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.\neg(F(x) \land \forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(\neg F(x) \lor \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \neg\forall y.(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \exists y.\neg(E(y) \rightarrow A(y,x))) \\
\equiv\ & \forall x.(F(x) \rightarrow \exists y.(E(y) \land \neg A(y,x)))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Pour tout film, il existe un espagnol qui ne l'aime pas

$\equiv$ Aucun film ne plaît à tous les espagnols

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x . \exists y . K(x, y)$

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x.\exists y.K(x,y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x.\exists y.K(x,y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

$\forall x.\exists y.K(y,x)$

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x.\exists y.K(x,y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

$\forall x.\exists y.K(y,x)$

$\equiv$ Tout le monde s'est fait tuer par quelqu'un (de potentiellement différent)

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x.\exists y.K(x,y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

$\forall x.\exists y.K(y,x)$

$\equiv$ Tout le monde s'est fait tuer par quelqu'un (de potentiellement différent)

$\exists y.\forall x.K(x,y)$

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x.\exists y.K(x,y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

$\forall x.\exists y.K(y,x)$

$\equiv$ Tout le monde s'est fait tuer par quelqu'un (de potentiellement différent)

$\exists y.\forall x.K(x,y)$

$\equiv$ Y a quelqu'un qui s'est fait tuer par tout le monde = tout le monde a tué la même personne

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x.\exists y.K(x,y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

$\forall x.\exists y.K(y,x)$

$\equiv$ Tout le monde s'est fait tuer par quelqu'un (de potentiellement différent)

$\exists y.\forall x.K(x,y)$

$\equiv$ Y a quelqu'un qui s'est fait tuer par tout le monde = tout le monde a tué la même personne

$\exists y.\forall x.K(y,x)$

Quelques variantes cadeaux en plus

$\forall x. \exists y. K(x, y)$

$\equiv$ Tout le monde a tué quelqu'un (de potentiellement différent)

$\forall x. \exists y. K(y, x)$

$\equiv$ Tout le monde s'est fait tuer par quelqu'un (de potentiellement différent)

$\exists y. \forall x. K(x, y)$

$\equiv$ Y a quelqu'un qui s'est fait tuer par tout le monde = tout le monde a tué la même personne

$\exists y. \forall x. K(y, x)$

$\equiv$ Y a quelqu'un qui a tué tout le monde (lui-compris (sacré chenapan))

Exercices - modélisation

'Jules a quelque chose à cacher à tout le monde'

Exercices - modélisation

'Jules a un même truc à cacher à tout le monde'

Exercices - modélisation

'Jules a un même truc à cacher à tout le monde'

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Exercices - modélisation

'Jules a un même truc à cacher à tout le monde'

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

Exercices - modélisation

‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

$\Rightarrow$ $C(j, y, z) \equiv$ Jules cache y à z

Exercices - modélisation

'Jules a un même truc à cacher à tout le monde'

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

$\Rightarrow$ $C(j, y, z) \equiv$ Jules cache y à z

Le 'cachage' se fait à tout le monde :

Exercices - modélisation

'Jules a un même truc à cacher à tout le monde'

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

$\Rightarrow$ $C(j, y, z) \equiv$ Jules cache y à z

Le 'cachage' se fait à tout le monde :

$\Rightarrow$ $\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \equiv$ Jules cache y à tout le monde

Exercices - modélisation

'Jules a un même truc à cacher à tout le monde'

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

$\Rightarrow$ $C(j, y, z) \equiv$ Jules cache y à z

Le 'cachage' se fait à tout le monde :

$\Rightarrow$ $\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \equiv$ Jules cache y à tout le monde

On introduit le truc caché par un $\exists$:

Exercices - modélisation

‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

$\Rightarrow$ $C(j, y, z) \equiv$ Jules cache y à z

Le ‘cachage‘ se fait à tout le monde :

$\Rightarrow$ $\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \equiv$ Jules cache y à tout le monde

On introduit le truc caché par un $\exists$:

$\Rightarrow$ $\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \equiv$ Jules cache un (même) truc à tout le monde (lui-compris)

Exercices - modélisation

‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘

On part de $C(x, y, z) \equiv x$ cache y à z

Le sujet de la phrase est Jules, on passe donc à :

$\Rightarrow$ $C(j, y, z) \equiv$ Jules cache y à z

Le ‘cachage‘ se fait à tout le monde :

$\Rightarrow$ $\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \equiv$ Jules cache y à tout le monde

On introduit le truc caché par un $\exists$:

$\Rightarrow$ $\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \equiv$ Jules cache un (même) truc à tout le monde (lui-compris)

Remarque : si on *abstrait* Jules, on obtient $\forall x.(H(x) \rightarrow \exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(x, y, z))) \equiv$ Tout le monde a un (même) truc à cacher à tout le monde (soi-même compris)

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

Exercices - négation

Calcul de la négation de 'Jules a un même truc à cacher à tout le monde' :

$$\neg\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z))$$

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\neg\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z))
\end{aligned}
$$

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

$$\begin{aligned} & \neg\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\ \equiv\ & \forall y.\neg\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\ \equiv\ & \forall y.\exists z.\neg(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \end{aligned}$$

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists y.\forall z.(H(z) \to C(j,y,z)) \\
\equiv\ & \forall y.\neg\forall z.(H(z) \to C(j,y,z)) \\
\equiv\ & \forall y.\exists z.\neg(H(z) \to C(j,y,z)) \\
\equiv\ & \forall y.\exists z.(H(z) \wedge \neg C(j,y,z))
\end{aligned}
$$

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\neg\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\exists z.\neg(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\exists z.(H(z) \wedge \neg C(j, y, z))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Pour toute chose, il existe une personne à qui Jules ne la cache pas

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

$$\begin{aligned} & \neg\exists y.\forall z.(H(z) \to C(j,y,z)) \\ \equiv\ & \forall y.\neg\forall z.(H(z) \to C(j,y,z)) \\ \equiv\ & \forall y.\exists z.\neg(H(z) \to C(j,y,z)) \\ \equiv\ & \forall y.\exists z.(H(z) \land \neg C(j,y,z)) \end{aligned}$$

$\equiv$ Pour toute chose, il existe une personne à qui Jules ne la cache pas

$\equiv$ Il n’y a rien que Jules cache à tout le monde

Exercices - négation

Calcul de la négation de ‘Jules a un même truc à cacher à tout le monde‘ :

$$
\begin{aligned}
& \neg\exists y.\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\neg\forall z.(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\exists z.\neg(H(z) \rightarrow C(j, y, z)) \\
\equiv\ & \forall y.\exists z.(H(z) \wedge \neg C(j, y, z))
\end{aligned}
$$

$\equiv$ Pour toute chose, il existe une personne à qui Jules ne la cache pas

$\equiv$ Il n’y a rien que Jules cache à tout le monde

Autre interprétation laissée au lecteur

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Schématiquement, la formule va être :

$\forall x.(\text{ChaiseJaune}(x) \rightarrow \exists y.(\text{ATuéPersonne}(y) \wedge G(x, y)))$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Schématiquement, la formule va être :
$\forall x.(\text{ChaiseJaune}(x) \rightarrow \exists y.(\text{ATuéPersonne}(y) \land G(x, y)))$

On traduit chaiseJaune(x) en :

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Schématiquement, la formule va être :
$\forall x.(\text{ChaiseJaune}(x) \rightarrow \exists y.(\text{ATuéPersonne}(y) \wedge G(x, y)))$

On traduit chaiseJaune(x) en : $(C(x) \wedge J(x))$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Schématiquement, la formule va être :
$\forall x.(\text{ChaiseJaune}(x) \rightarrow \exists y.(\text{ATuéPersonne}(y) \wedge G(x, y)))$

On traduit chaiseJaune(x) en : $(C(x) \wedge J(x))$

Et ATuéPersonne(y) en :

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Schématiquement, la formule va être :
$\forall x.(\text{ChaiseJaune}(x) \rightarrow \exists y.(\text{ATuéPersonne}(y) \wedge G(x, y)))$

On traduit chaiseJaune(x) en : $(C(x) \wedge J(x))$

Et ATuéPersonne(y) en :
$\neg\exists z.(H(z) \wedge K(y, z))$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne

On part de $G(x, y) \equiv x$ est gentil avec y

Schématiquement, la formule va être :
$\forall x.(\text{ChaiseJaune}(x) \rightarrow \exists y.(\text{ATuéPersonne}(y) \wedge G(x, y)))$

On traduit chaiseJaune(x) en : $(C(x) \wedge J(x))$

Et ATuéPersonne(y) en :
$\neg\exists z.(H(z) \wedge K(y, z)) \equiv \forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y, z))$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \to \exists y.((\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.((\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\neg \forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.((\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\neg \forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))$$

$$\equiv \exists x.\neg(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.((\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \neg\exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))
\end{aligned}$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x)))$

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.((\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \neg\exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.\neg(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))
\end{aligned}$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \to \exists y.((\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.(A(x) \to \exists y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(A(x) \to \exists y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \neg\exists y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.\neg(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.(\neg\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \vee \neg G(x,y)))
\end{aligned}$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \to \exists y.((\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.(A(x) \to \exists y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(A(x) \to \exists y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \neg\exists y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.\neg(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.(\neg\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \vee \neg G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.(\forall z.(H(z) \to \neg K(y,z))) \to \neg G(x,y)))
\end{aligned}$$

Exercices - modélisation

Toute chaise jaune est gentille avec au moins une personne qui n'a tué personne (on prend $A(x) \equiv (C(x) \wedge J(x))$)

On obtient alors

$$\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.((\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)))$$

On peut maintenant faire facilement la négation :

$$\begin{aligned}
& \neg\forall x.(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y)) \\
\equiv\ & \exists x.\neg(A(x) \rightarrow \exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \neg\exists y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.\neg(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \wedge G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.(\neg\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \vee \neg G(x,y))) \\
\equiv\ & \exists x.(A(x) \wedge \forall y.(\forall z.(H(z) \rightarrow \neg K(y,z))) \rightarrow \neg G(x,y)))
\end{aligned}$$

$\equiv$ Au moins une chaise jaune n'est gentille avec aucune personne qui n'a tué personne