



TEST DI IPOTESI

CdS Fisica
Laboratorio Meccanica e Termodinamica



Cosa sono i Test di Ipotesi

- Un'ipotesi è una **formulazione di una congettura/ un'assunzione sulla popolazione che deve essere verificata** e può essere vera o falsa;
- Le conclusioni che traiamo sulla popolazione vengono valutate **esaminando un campione estratto** da quella popolazione;
- Le ipotesi fatte sono relative a parametri di quella popolazione;
- Il **test di ipotesi** è la procedura che ci permette di stabilire con quale probabilità l'ipotesi è vera o falsa.



Osservazione

- Quando non si rifiuta un'ipotesi, **non si può concludere che tale ipotesi sia “vera”, ma soltanto che potrebbe essere vera:** il campione non fornisce prove sufficienti a provocarne il rifiuto;
- Con i test statistici si ha solo un'indicazione del fatto che **l'ipotesi sia o meno “corroborata” dai dati disponibili:** i nostri dati hanno/non hanno superato il test statistico.



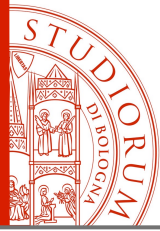
Come funzionano i Test Statistici

- I test di ipotesi si basano sullo studio della distribuzione campionaria di una statistica, detta **statistica-test**, che viene calcolata sui dati del campione;
- In generale la statistica-test è calcolata come:
$$t = \frac{\textit{stima} - \textit{valore supposto}}{\textit{errore}}$$
- Ogni statistica-test ha una distribuzione nota (Student se ho un campione ridotto, Gaussiana se conoscessi la deviazione standard della popolazione);
- Prima di disporre dei dati del campione, viene definita una regola per il rifiuto o meno dell'ipotesi;



Livello di Significatività

- Per capire se rifiutare o non rifiutare l'ipotesi devo vedere se il valore assunto dalla statistica-test appartiene alla **regione di accettazione** (l'insieme di valori per cui non rifiuto l'ipotesi) o alla **regione di rifiuto** (l'insieme di valori per cui rifiuto l'ipotesi);
- L'insieme dei valori che appartengono alla regione di rifiuto è definito dal **livello di significatività (α): la probabilità della regione di rifiuto**;
- α in genere assume valore 0.05 ma può assumere anche valore 0.10 o 0.01 in base all'entità dell'errore che siamo disposti a commettere.



Come si calcola la statistica-test

- Costruzione della variabile per il test:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x}$$

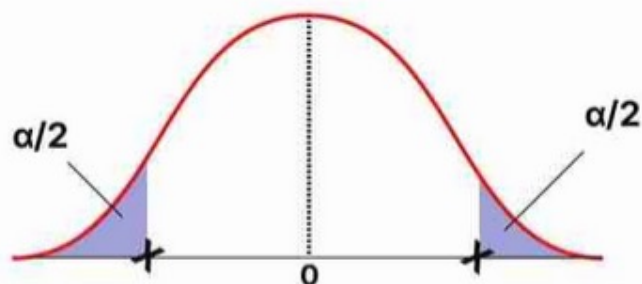
- Si fissano l'ipotesi da verificare $H_0: \mu = \mu_0$ e l'ipotesi alternativa $H_1: \mu \neq \mu_0$ (test bilaterale), $\mu < \mu_0$ o $\mu > \mu_0$ (test unilaterali);
- Si fissa il livello di fiducia α ;
- Dalle tabelle relative alla statistica della variabile di test, si calcola la probabilità per t/z: **p-value** (livello di significatività osservato).

Test Bilaterali/Unilaterali

$$H_0 : \mu = 3$$

$$H_1 : \mu \neq 3$$

Test a due code

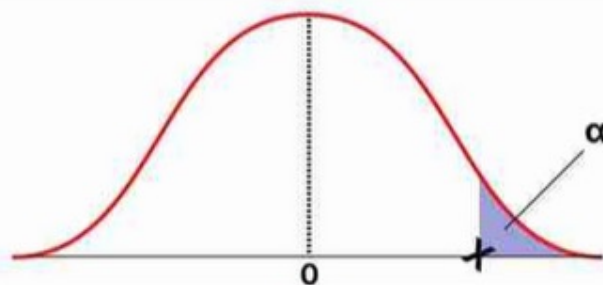


$$\begin{aligned} P(|t| > t_{mis}) \\ &= P(t < -t_{mis} \vee t > t_{mis}) = \\ &\int_{-\infty}^{-t_{mis}} S_v(t) dt + \int_{t_{mis}}^{+\infty} S_v(t) dt = \alpha \end{aligned}$$

$$H_0 : \mu = 3$$

$$H_1 : \mu > 3$$

Test unilaterale destro

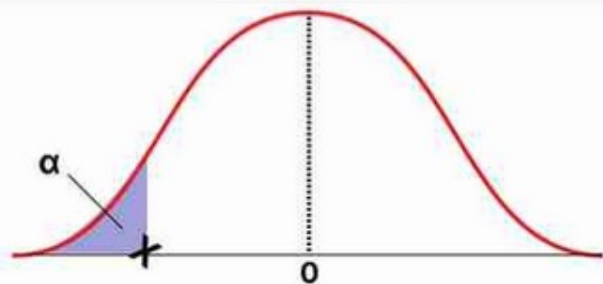


$$P(t > t_{mis}) = \int_{t_{mis}}^{+\infty} S_v(t) dt = \alpha$$

$$H_0 : \mu = 3$$

$$H_1 : \mu < 3$$

Test unilaterale sinistro

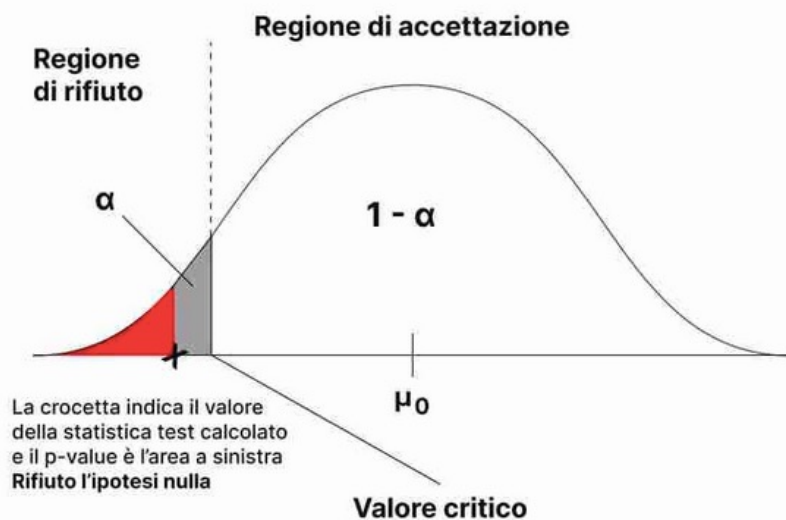


$$P(t < -t_{mis}) = \int_{-\infty}^{-t_{mis}} S_v(t) dt = \alpha$$

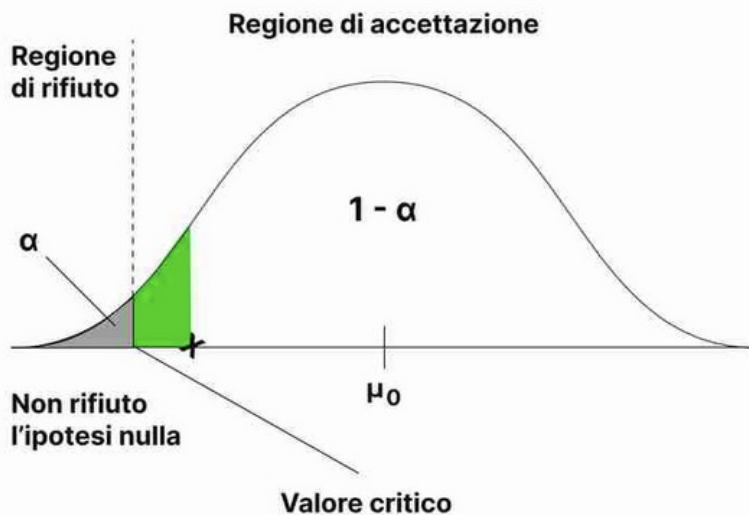
Conclusione

- Il p-value deve essere confrontato con il livello di significatività fissato α :

Se **p-value** $< \alpha$
rifiuto l'ipotesi di partenza;



Se **p-value** $> \alpha$ **accetto l'ipotesi di partenza;**





Esempio

Si misura 49 volte l'accelerazione di gravità ottenendo $\bar{g} = 10.17 \text{ m/s}^2$ e $\sigma_g = 1.40 \text{ m/s}^2$. Il valore accettato di g , $g_{\text{acc}} = 9.81 \text{ m/s}^2$, è compatibile con il campione di misure ?