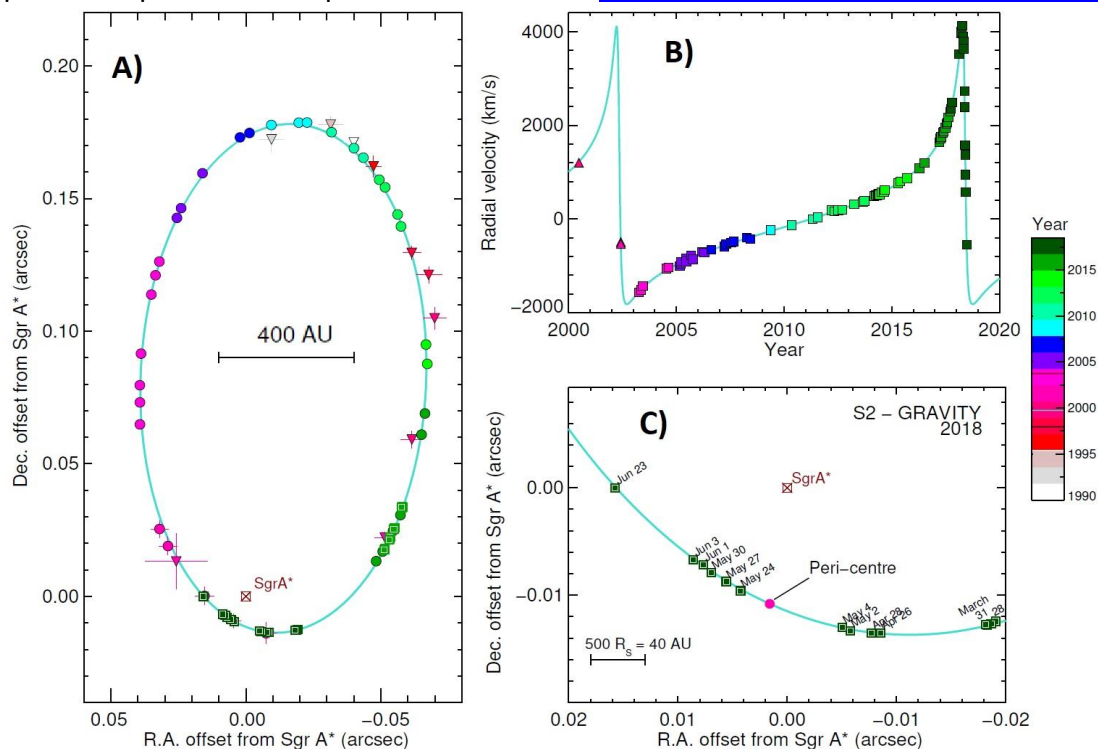


Esercizio A [La figura è presa da un recente articolo che racchiude le osservazioni che hanno portato al premio Nobel per la fisica nel 2020 <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833718>]



La figura riporta le osservazioni relative al moto della stella chiamata S2 (i simboli sono i dati sperimentali, le curve gli adattamenti analitici) attorno a un punto fisso indicato come SgrA*. Nel quadro A) questo punto non sembra nel fuoco di una ellisse, perché l'immagine appare proiettata su un piano che non è perpendicolare all'osservatore. In particolare, l'asse maggiore visibile dell'ellisse ($2a'$) è ruotato di un angolo $\theta=43^\circ$ rispetto alla visuale dalla Terra, per cui l'asse maggiore reale dell'ellisse è pari a $2a=2a'/\cos\theta$. La distanza del sistema S2-SgrA* dalla Terra è $D=25640$ anni luce. Si ricorda che la luce viaggia a $c=3.00 \cdot 10^8$ m/s, che $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg², che 1 Unità Astronomica è pari a $1 \text{ AU}=1.49 \cdot 10^{11}$ m, e che la massa del Sole è $M_{\text{sole}}=1.99 \cdot 10^{30}$ kg.

- 1) Dal quadro A), stimare il valore del semiasse maggiore, a , dell'ellisse. Servirsi della scala al centro della figura, oppure della distanza angolare riportata lungo l'asse delle y , parallelo all'asse maggiore. L'arcsec è una unità angolare che corrisponde a $1/3600$ di grado, ovvero $1 \text{ arcsec}=4.85 \cdot 10^{-6}$ rad.
- 2) Determinare dal quadro B) il valore del periodo di rivoluzione di S2 (ricordare che la velocità radiale di S2 è massima in periastro).
- 3) Determinare, coi dati ricavati in 1) e 2), la massa M dell'oggetto nel fuoco dell'ellisse, corrispondente alla posizione indicata come SgrA*, in unità di masse solari.
- 4) Determinare il raggio R_s dell'orizzonte degli eventi di questo oggetto di massa M , ossia del valore del raggio di una sfera tale che la velocità di fuga è pari a c . Esprimere R_s in Unità Astronomiche. Mostrare, facendo riferimento al quadro C), che la stella S2 orbita sempre a distanze molto maggiori di R_s .
- 5) Stimare la velocità di S2 al periastro, in termini di velocità della luce.
- 6) **Facoltativo:** confrontare la differenza tra i valori di a ottenuti coi due metodi proposti nel punto 1 (differenza percentuale. Sono valori consistenti?)

Esercizio B (Vedi Retro del foglio)

Esercizio B

Si consideri una sbarra omogenea, di sezione trascurabile, massa M e lunghezza L vincolata a ruotare in un piano verticale attorno al suo centro di massa O , che per semplicità coincide con l'origine di un sistema di riferimento (x,z) . Per tempi $t < 0$, la sbarra è ferma in verticale, come in figura. All'istante $t=0$, un proiettile di massa m urta in modo completamente anelastico la sbarra. La velocità del proiettile v_0 è orizzontale e l'urto avviene ad una distanza d dal centro O . Si calcoli:

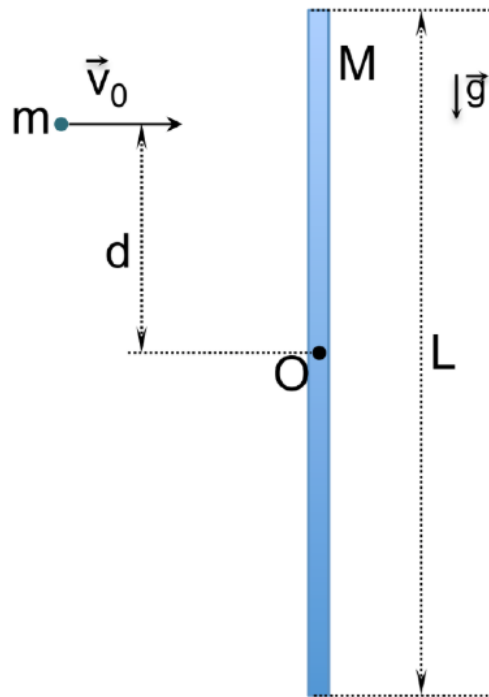
1. la velocità angolare ω_0 della sbarra dopo l'urto;
2. l'impulso \mathbf{J} delle forze applicate dal vincolo nel punto O alla sbarra durante l'urto (si specifichi modulo, direzione, verso).

A seguito dell'urto, la sbarra ruota senza attrito attorno ad O .

3. Si calcoli la velocità angolare ω_1 della sbarra, quando essa si trova parallela all'asse orizzontale (ossia ha compiuto una rotazione di 90°).
4. **Facoltativo:** mostrare che l'energia potenziale della sbarra non cambia se si trova in posizione verticale (come in figura) o se si trova parallela all'asse orizzontale.

Dati numerici:

$L = 60.0 \text{ cm}$
 $M = 1.333 \text{ kg}$
 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
 $d = 22.0 \text{ cm}$
 $m = 63.0 \text{ g}$
 $v_0 = 1.88 \text{ m/s}$



Risposte numeriche

A1) $a = 1.5 \cdot 10^{14} \text{ m}$	B1) $\omega_0 = 0.60 \text{ rad/s}$
A2) $T = 16 \text{ anni} = 5 \cdot 10^8 \text{ s}$	B2) $J = -0.11 \text{ N s}$
A3) $M = 4 \cdot 10^6 M_{\text{sole}}$	B3) $\omega_1 = 2.60 \text{ rad/s}$
A4) $R_s = 0.08 \text{ AU}$	
A5) $v = 0.02 c$	