Universidade Federal do Rio Grande do Sul Escola de Engenharia





ENG10001 Circuitos Elétricos I-C

Trabalho Bônus 1 Associação de Quadripolos

Pedro Lubaszewski Lima (00341810)

Turma A

Sumário

1.1	Circuitos Sorteados	2
2.1	Circuito Equivalente de Thevénin da Entrada	4
3.1	Análise da Associação de Quadripolos	7
	3.1.1 Representação dos Circuitos	7
	3.1.2 Parâmetros do Quadripolo Q2	7
	3.1.3 Parâmetros do Quadripolo Q1	11
	3.1.4 União dos Quadripolos	13
4.1	Circuito Equivalente de Norton da Saída	15
5.1	Ganho de Tensão da Saída V_2/V_1	17

1.1 Circuitos Sorteados

Primeiramente, com o meu número de matrícula $0\ 0\ 3\ 4\ 1\ 8\ 1\ 0$, observa-se os seguintes dígitos sorteadores:

- $N_1 = 3$;
- $N_2 = 4;$
- $N_3 = 1;$
- $N_4 = 8;$
- $N_5 = 1$;
- $N_6 = 0$.

A partir deles, sabe-se que os circuito a serem analisados são os seguintes:

• Circuito de Entrada:

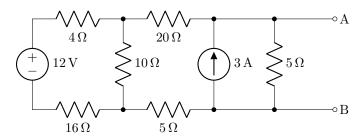


Figura 1: Circuito de Entrada 2

• Primeira Topologia de Quadripolo:

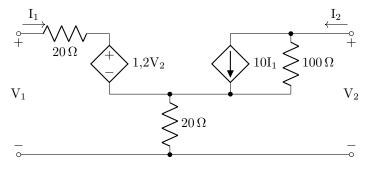


Figura 2: Topologia de Quadripolo 2 (Q1)

• Segunda Topologia de Quadripolo:

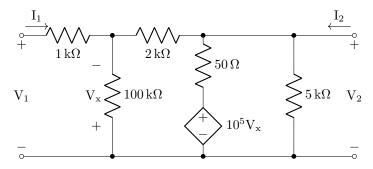


Figura 3: Topologia de Quadripolo 3 (Q2)

• Associação dos Quadripolos:

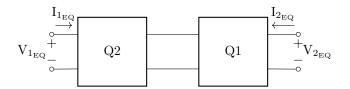


Figura 4: Associação dos Quadripolos Q1 e Q2

• Circuito de Saída:

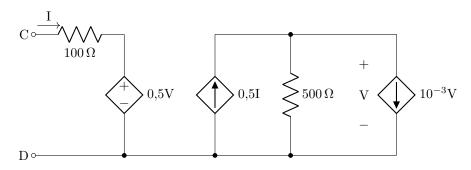
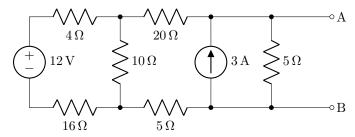
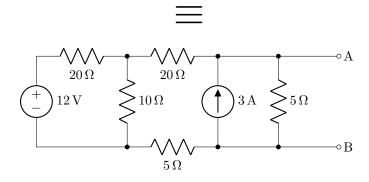


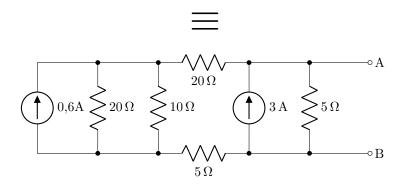
Figura 5: Circuito de Saída 1

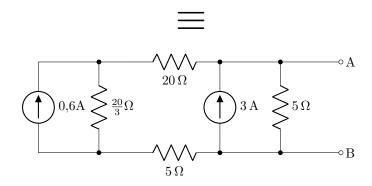
2.1 Circuito Equivalente de Thevénin da Entrada

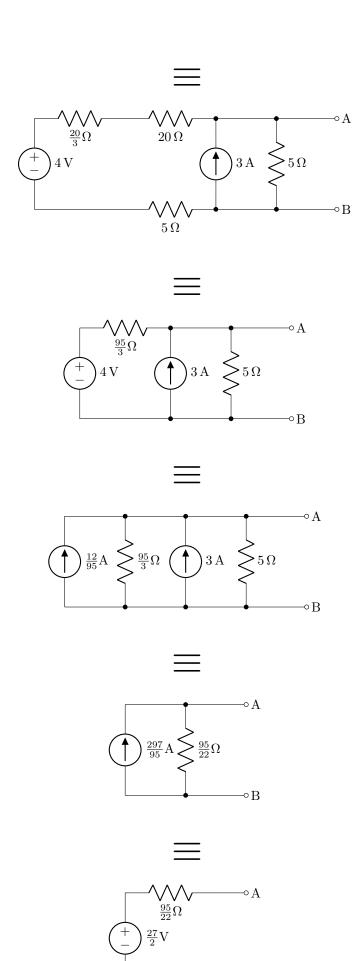
Partindo do circuito de entrada sorteado (figura 1), pode-se adotar a estratégia de transformação de fontes repetidas vezes até chegar-se no circuito equivalente de Thevénin:











⊸B

Assim, com a sequência ilustrada acima, chegou-se ao circuito equivalente de Thevénin da entrada com $V_{TH}=\frac{27}{2}{\rm V}=13,5{\rm V}$ e $R_{TH}=\frac{95}{22}\Omega=4,3\overline{18}\Omega.$



3.1 Análise da Associação de Quadripolos

3.1.1 Representação dos Circuitos

Dada a associação de quadripolos sorteada, é mais prudente representar ambos os quadripolos com os parâmetros a, visto que o quadripolo equivalente apresenta parâmetros da seguinte forma:

$$a_{11} = a'_{11}a''_{11} + a'_{12}a''_{21} a_{12} = a'_{11}a''_{12} + a'_{12}a''_{22}$$

$$a_{21} = a'_{21}a''_{11} + a'_{22}a''_{21} a_{22} = a'_{21}a''_{12} + a'_{22}a''_{22}$$

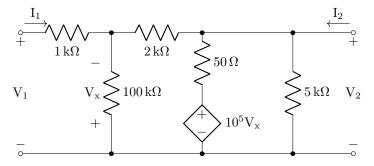
$$(1)$$

Onde o primeiro quadripolo ($\mathbb{Q}2$) da figura 4 tem os parâmetros $a^{'}$ e o segundo quadripolo ($\mathbb{Q}1$) tem os parâmetros $a^{''}$. Além disso, os parâmetros a representam as variáveis dos quadripolos da seguinte maneira:

$$V_1 = a_{11}V_2 - a_{12}I_2 I_1 = a_{21}V_2 - a_{22}I_2$$
 (2)

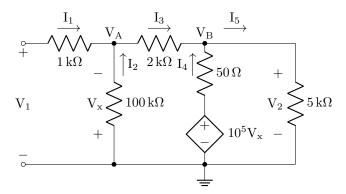
3.1.2 Parâmetros do Quadripolo Q2

Com o segundo quadripolo sorteado ($\mathbb{Q}2$), calcular-se-á os seus parâmetros $a^{'}$ para realizar a sua associação com o primeiro quadripolo ($\mathbb{Q}1$):



Parâmetros $a_{11}^{'}$ e $a_{21}^{'}$

Através da equação 2, para calcular os parâmetros $a_{11}^{'}$ e $a_{21}^{'}$, basta zerar a corrente de saída I_2 e determinar os valores de V_1 e I_1 em função da variável restante V_2 . Calcular-se-á essas variáveis através da análise nodal:



Nesse caso, com esses nós e essas correntes, sabe-se que:

$$V_x = -V_A$$
$$V_2 = V_B$$

Equações observáveis de cara no circuito. Além disso, para modelar as correntes em função de V_A e V_B :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_A}{1k\Omega}$$

$$I_2 = \frac{V_x}{100k\Omega} = -\frac{V_A}{100k\Omega}$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{2k\Omega}$$

$$I_4 = \frac{10^5 \cdot V_x - V_B}{50\Omega} = -\frac{10^5 \cdot V_A + V_B}{50\Omega}$$

$$I_5 = \frac{V_B}{5k\Omega}$$

Com essas correntes, pode-se utilizar a Lei dos Nós para cada nó:

• Nó com V_A :

$$I_{1} + I_{2} = I_{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{1} - V_{A}}{1k\Omega} - \frac{V_{A}}{100k\Omega} = \frac{V_{A} - V_{B}}{2k\Omega}$$

$$\Rightarrow \frac{100V_{1} - 100V_{A} - V_{A}}{100k\Omega} = \frac{50V_{A} - 50V_{B}}{100k\Omega}$$

$$\Rightarrow 100V_{1} - 101V_{A} = 50V_{A} - 50V_{B}$$

$$\Rightarrow 151V_{A} - 50V_{B} = 100V_{1}$$
(I)

• Nó com V_B :

$$I_{3} + I_{4} = I_{5}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A} - V_{B}}{2k\Omega} - \frac{10^{5} \cdot V_{A} + V_{B}}{50\Omega} = \frac{V_{B}}{5k\Omega}$$

$$\Rightarrow \frac{5V_{A} - 5V_{B}}{10k\Omega} - \frac{2 \cdot 10^{7} \cdot V_{A} + 200V_{B}}{10k\Omega} = \frac{2V_{B}}{10k\Omega}$$

$$\Rightarrow 5V_{A} - 5V_{B} - 2 \cdot 10^{7} \cdot V_{A} - 200V_{B} = 2V_{B}$$

$$\Rightarrow V_{A} = -\frac{207}{19999995}V_{B}$$
(II)

Substituindo a equação II na equação I:

$$151 \cdot \left(-\frac{207}{19999995}V_B\right) - 50V_B = 100V_1$$

$$\Rightarrow -\frac{31257}{19999995}V_B - 50V_B = 100V_1$$

$$\Rightarrow -\frac{31257}{19999995}V_B - \frac{999999750}{19999995}V_B = \frac{1999999500}{19999995}V_1$$

$$\Rightarrow -1000031007V_B = 1999999500V_1$$

$$\Rightarrow V_B = -\frac{1999999500}{1000031007}V_1 \qquad (III)$$

Utilizando o valor obtido na equação III em II:

$$V_A = -\frac{207}{19999995} \cdot \left(-\frac{1999999500}{1000031007} V_1 \right)$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{20700}{1000031007} V_1$$
(IV)

Com essas equações acima, pode-se obter as variáveis de saída (e consequentemente os parâmetros) da seguinte forma:

$$\begin{split} V_B &= V_2 \\ \Rightarrow -\frac{1999999500}{1000031007} V_1 &= V_2 \\ \Rightarrow V_1 &= -\frac{1000031007}{1999999500} V_2 \\ \Rightarrow a_{11}^{'} &= -\frac{1000031007}{1999999500} \approx -0.5 \end{split}$$

$$I_{1} = \frac{V_{1} - V_{A}}{1 \text{k}\Omega}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{V_{1} - \frac{20700}{1000031007} V_{1}}{1 \text{k}\Omega}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{1000031007 V_{1} - 20700 V_{1}}{1000031007000\Omega}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{1000010307 V_{1}}{1000031007000\Omega}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{1000010307}{1000031007000\Omega} \left(-\frac{1000031007}{1999999500} V_{2} \right)$$

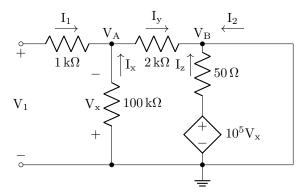
$$\Rightarrow I_{1} = -\frac{1,000041314 \cdot 10^{18}}{2,000061514 \cdot 10^{21}\Omega} V_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = -\frac{1000041314}{2000061514000\Omega} V_{2}$$

$$\Rightarrow a'_{21} = -\frac{1000041314}{2000061514000\Omega} S \approx -0,0005S = -0,5mS$$

Parâmetros $a_{12}^{'}$ e $a_{22}^{'}$

Agora, zerando a tensão V_2 , calcular-se-á os parâmetros $a_{12}^{'}$ e $a_{22}^{'}$ a partir de mais uma análise nodal. Isto é, encontrando V_1 e I_1 em função de I_2 :



Com essa configuração, observa-se que:

$$V_B = V_2 = 0V$$

Por conta disso, a tensão sobre o resistor de 50Ω deve ter tensão de mesma magnitude e sentido contrário ao da fonte dependente abaixo dele. Com isso:

$$I_z = \frac{10^5 \cdot V_x}{50\Omega}$$

E o resto pode-se analisar normalmente:

$$I_y = \frac{V_A}{2\mathrm{k}\Omega}$$

$$I_x = \frac{V_x}{100\mathrm{k}\Omega} = -\frac{V_A}{100\mathrm{k}\Omega}$$

$$I_1 = \frac{V_1 - V_A}{1\mathrm{k}\Omega}$$

• Nó com V_A :

$$\begin{split} I_1 + I_x &= I_y \\ \Rightarrow \frac{V_1 - V_A}{1 \mathrm{k} \Omega} - \frac{V_A}{100 \mathrm{k} \Omega} &= \frac{V_A}{2 \mathrm{k} \Omega} \\ \Rightarrow \frac{100 V_1 - 100 V_A - V_A}{100 \mathrm{k} \Omega} &= \frac{50 V_A}{100 \mathrm{k} \Omega} \end{split}$$

$$\Rightarrow 100V_1 - 101V_A = 50V_A$$

$$\Rightarrow 151V_A = 100V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{151}{100}V_A$$
(I)

• Nó com V_B :

$$I_{y} + I_{z} + I_{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A}}{2k\Omega} + \frac{10^{5} \cdot V_{x}}{50\Omega} + I_{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A}}{2k\Omega} - \frac{10^{5} \cdot V_{A}}{50\Omega} + I_{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A}}{2k\Omega} - \frac{4 \cdot 10^{6} \cdot V_{A}}{2k\Omega} + \frac{2k\Omega \cdot I_{2}}{2k\Omega} = 0$$

$$\Rightarrow 3999999V_{A} = 2000\Omega \cdot I_{2}$$

$$\Rightarrow V_{A} = \frac{2000}{399999}\Omega \cdot I_{2}$$
(II)

Utilizando a equação II em I:

$$V_1 = \frac{151}{100} \cdot \left(\frac{2000}{3999999} \Omega \cdot I_2\right)$$
$$\Rightarrow V_1 = \frac{3020}{3999999} \Omega \cdot I_2$$

Cuidando com o sinal inerente da equação 2:

$$a_{12}^{'} = -\frac{3020}{3999999}\Omega$$

Para finalizar:

$$\begin{split} I_1 &= \frac{V_1 - V_A}{1 \text{k} \Omega} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{\frac{151}{100} V_A - V_A}{1 \text{k} \Omega} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{151 V_A - 100 V_A}{100 \text{k} \Omega} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{51 V_A}{100 \text{k} \Omega} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{51 \left(\frac{2000}{3999999} \Omega \cdot I_2\right)}{100 \text{k} \Omega} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{102}{399999900} I_2 \end{split}$$

Relembrando do sinal da equação 2:

$$a_{22}^{'} = -\frac{102}{399999900}$$

Unindo os parâmetros $a^{'}$ do quadripolo $\mathbb{Q}2$

Concluindo, abaixo estão os parâmetros calculados para esse quadripolo:

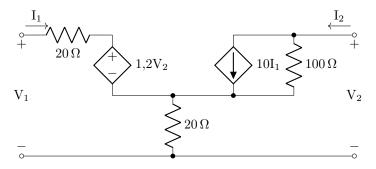
$$a_{11}^{'} = -\frac{1000031007}{1999999500} \qquad a_{12}^{'} = -\frac{3020}{3999999}\Omega$$

$$a_{21}^{'} = -\frac{1000041314}{2000061514000}S \qquad a_{22}^{'} = -\frac{102}{399999900}$$
(3)



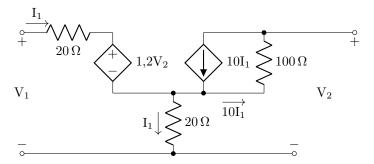
3.1.3 Parâmetros do Quadripolo Q1

Após calcular os parâmetros $a^{'}$ do quadripolo Q2 mostrados na equação 3, calcular-se-á os parâmetros $a^{''}$ do quadripolo Q1:



Parâmetros $a_{11}^{''}$ e $a_{21}^{''}$

Através da equação 2, zerar-se-á o valor de I_2 para calcular os dois primeiros parâmetros $a^{''}$, colocando V_1 e I_1 em função da variável de entrada V_2 :



Pelo desenho acima, é perceptível que, pela malha direita:

$$-V_2 - 10 \cdot I_1 \cdot 100\Omega + I_1 \cdot 20\Omega = 0$$

$$\Rightarrow -1000\Omega \cdot I_1 + 20\Omega \cdot I_1 = V_2$$

$$\Rightarrow -980\Omega \cdot I_1 = V_2$$

$$\Rightarrow I_1 = -\frac{1}{980} S \cdot V_2$$

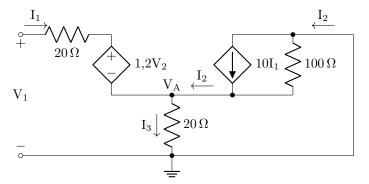
$$\Rightarrow a_{21}^{"} = -\frac{1}{980} S \approx -0.001S = -1mS$$

Fazendo a malha do lado esquerdo:

$$\begin{aligned} -V_1 + I_1 \cdot 20\Omega + 1, 2 \cdot V_2 + I_1 \cdot 20\Omega &= 0 \\ \Rightarrow V_1 = 40\Omega \cdot I_1 + 1, 2 \cdot V_2 \\ \Rightarrow V_1 = 40\Omega \cdot \left(-\frac{1}{980\Omega} V_2 \right) + 1, 2 \cdot V_2 \\ \Rightarrow V_1 = -\frac{2}{49} V_2 + 1, 2 \cdot V_2 \\ \Rightarrow V_1 = -\frac{10}{245} V_2 + \frac{294}{245} V_2 \\ \Rightarrow V_1 = \frac{284}{245} V_2 \\ \Rightarrow V_1 = \frac{284}{245} V_2 \end{aligned}$$

Parâmetros $a_{12}^{"}$ e $a_{22}^{"}$

Através da equação 2, zerar-se-á o valor de V_2 para calcular os dois últimos parâmetros a'', colocando V_1 e I_1 em função da variável de entrada I_2 :



Pela figura acima, é perceptível que o resistor de 20Ω abaixo está em paralelo com o lado direito do circuito. Por conta disso descobrir-se-á a tensão sobre ele através de análise nodal. No lado direito do nó com potencial V_A , observa-se, decorrente do fato dos componentes em paralelo, que a corrente I_2 flui por ali no sentido da figura:

$$I_1 = rac{V_1 - 1, 2 \cdot V_2 - V_A}{20\Omega} = rac{V_1 - V_A}{20\Omega}$$

$$I_3 = rac{V_A}{20\Omega}$$

Agora, equacionando o nó V_A :

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 - V_A}{20\Omega} + I_2 = \frac{V_A}{20\Omega}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 - V_A}{20\Omega} + \frac{20\Omega}{20\Omega}I_2 = \frac{V_A}{20\Omega}$$

$$\Rightarrow V_1 = 2V_A - 20\Omega \cdot I_2$$
(I)

Então, analisando o paralelo na direita, onde determinou-se que há uma tensão comum de V_A , encontrar-se-á uma relação entre V_A e I_2 :

$$I_{2} = 10 \cdot I_{1} - \frac{V_{A}}{100\Omega}$$

$$I_{1} = I_{3} - I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{V_{A}}{20\Omega} - I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{2} = 10 \cdot \left(\frac{V_{A}}{20\Omega} - I_{2}\right) - \frac{V_{A}}{100\Omega}$$

$$\Rightarrow \frac{100\Omega}{100\Omega} I_{2} = \frac{50}{100\Omega} V_{A} - \frac{1000\Omega}{100\Omega} I_{2} - \frac{1}{100\Omega} V_{A}$$

$$\Rightarrow 1100\Omega \cdot I_{2} = 49V_{A}$$

$$\Rightarrow V_{A} = \frac{1100}{49} \Omega \cdot I_{2}$$
(II)

Utilizando a equação II na equação I:

$$V_1 = 2 \cdot \left(\frac{1100}{49}\Omega \cdot I_2\right) - 20\Omega \cdot I_2$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{2200}{49}\Omega \cdot I_2 - \frac{980}{49}\Omega \cdot I_2$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1220}{49}\Omega \cdot I_2$$

Cuidando o sinal da equação 2:

$$a_{12}^{"} = -\frac{1220}{49}\Omega \approx -24,898\Omega$$

Com a equação II, pode-se calcular I_1 :

$$I_{1} = \frac{V_{A}}{20\Omega} - I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{\frac{1100}{49}\Omega \cdot I_{2}}{20\Omega} - I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{1100}{980}I_{2} - I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{1100}{980}I_{2} - \frac{980}{980}I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{120}{980}I_{2}$$

$$\Rightarrow I_{1} = \frac{6}{49}I_{2}$$

Novamente cuidando do sinal na equação 2:

$$\Rightarrow a_{22}^{"} = -\frac{6}{49} \approx -0.122$$

Unindo os parâmetros $a^{''}$ do quadripolo Q1

Concluindo, abaixo estão os parâmetros calculados para esse quadripolo:

$$a_{11}^{"} = \frac{284}{245}$$
 $a_{12}^{"} = -\frac{1220}{49}\Omega$
$$a_{21}^{"} = -\frac{1}{980}S$$
 $a_{22}^{"} = -\frac{6}{49}$ (4)



3.1.4 União dos Quadripolos

Juntando os parâmetros $a^{'}$ da equação 3 e os parâmetros $a^{''}$ da equação 4 na equação 1 de associação em cascata:

$$a_{11} = a_{11}^{'} a_{11}^{''} + a_{12}^{'} a_{21}^{''}$$

$$\Rightarrow a_{11} = \left(-\frac{1000031007}{1999999500}\right) \cdot \left(\frac{284}{245}\right) + \left(-\frac{3020}{3999999}\Omega\right) \cdot \left(-\frac{1}{980}S\right)$$

$$\Rightarrow a_{11} = -\frac{284008805988}{489999877500} + \frac{3020}{3919999020}$$

$$\Rightarrow a_{11} = -\frac{1113314241144330131760}{1920799039600120050000} + \frac{1479799630050000}{1920799039600120050000}$$

$$\Rightarrow a_{11} = -\frac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \approx -0,579$$

$$\begin{split} a_{12} &= a_{11}^{'} a_{12}^{''} + a_{12}^{'} a_{22}^{''} \\ \Rightarrow a_{12} &= \left(-\frac{1000031007}{1999999500} \right) \cdot \left(-\frac{1220}{49} \Omega \right) + \left(-\frac{3020}{3999999} \Omega \right) \cdot \left(-\frac{6}{49} \right) \\ &\Rightarrow a_{12} &= \frac{1220037828540}{97999975500} \Omega + \frac{18120}{195999951} \Omega \\ \Rightarrow a_{12} &= \frac{239127354611986401540}{19207990396001200500} \Omega + \frac{1775759556060000}{19207990396001200500} \Omega \end{split}$$

$$\Rightarrow a_{12} = \frac{239129130371542461540}{19207990396001200500} \Omega \approx 12{,}449\Omega$$

$$a_{21} = a_{21}^{'} a_{11}^{''} + a_{22}^{'} a_{21}^{''}$$

$$\Rightarrow a_{21} = \left(-\frac{1000041314}{2000061514000} S\right) \cdot \left(\frac{284}{245}\right) + \left(-\frac{102}{399999900}\right) \cdot \left(-\frac{1}{980} S\right)$$

$$\Rightarrow a_{21} = -\frac{284011733176}{490015070930000} S + \frac{102}{391999902000} S$$

$$\Rightarrow a_{21} = -\frac{111332571571842148752000}{192085859783083048860000000} S + \frac{49981537234860000}{1920858597830830488600000000} S$$

$$\Rightarrow a_{21} = -\frac{111332521590304913892000}{1920858597830830488600000000} S \approx -0,579 \text{mS}$$

$$\begin{aligned} a_{22} &= a_{21}^{'} a_{12}^{''} + a_{22}^{'} a_{22}^{''} \\ \Rightarrow a_{21} &= \left(-\frac{1000041314}{2000061514000} \mathrm{S} \right) \cdot \left(-\frac{1220}{49} \Omega \right) + \left(-\frac{102}{399999900} \right) \cdot \left(-\frac{6}{49} \right) \\ &\Rightarrow a_{21} &= \frac{1220050403080}{98003014186000} + \frac{612}{19599995100} \\ \Rightarrow a_{21} &= \frac{23912981922121024908000}{1920858597830830488600000} + \frac{59977844681832000}{1920858597830830488600000} \\ \Rightarrow a_{21} &= \frac{23913041899965706740000}{1920858597830830488600000} \approx 0,012 \end{aligned}$$

Sumarizando todos os resultados:

$$a_{11} = -\frac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \qquad a_{12} = \frac{239129130371542461540}{19207990396001200500} \Omega$$

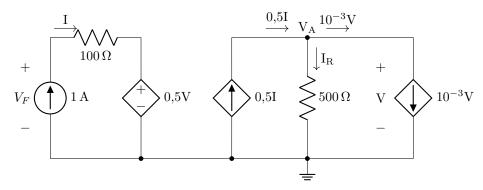
$$a_{21} = -\frac{111332521590304913892000}{192085859783083048860000000} S \qquad a_{22} = \frac{23913041899965706740000}{19208585978308304886000000}$$
(5)

$$\begin{split} V_{1_{EQ}} &= -\tfrac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \cdot V_{2_{EQ}} - \tfrac{239129130371542461540}{19207990396001200500} \Omega \cdot I_{2_{EQ}} \\ I_{1_{EQ}} &= -\tfrac{111332521590304913892000}{19208585978308304886000000} \mathbf{S} \cdot V_{2_{EQ}} - \tfrac{23913041899965706740000}{1920858597830830488600000} \cdot I_{2_{EQ}} \end{split} \tag{6}$$



4.1 Circuito Equivalente de Norton da Saída

Partindo do circuito de saída sorteado (figura 5), sabe-se de cara que, por não haver nenhuma fonte de tensão ou de corrente independente, a corrente de Norton é $I_N=0$ A. Para determinar-se o valor de R_N , pode-se colocar uma fonte indepedente na saída e medir a outra grandeza sobre essa, visto que $R_N=\frac{V_F}{I_F}$. Para esse circuito em específico, colocar-se-á uma fonte de corrente de $I_F=1$ A para cima e medir-se-á a tensão V_F sobre ela:



Nesse caso, com essa fonte de corrente, forçou-se I=1A. Por conta disso, do outro lado do circuito, obteve-se que a primeira fonte de corrente controlada fornece ou consome $0.5 \cdot I = 0.5 \cdot 1A = 0.5A$.

A partir dessa informação, no nó V_A , obtém-se que a corrente I_R sobre o resistor de 500Ω se dá por:

$$0.5 \cdot I = I_R + 10^{-3} \cdot V$$

$$\Rightarrow I_R = 0.5 \cdot I - 10^{-3} \cdot V$$

$$\Rightarrow I_R = 0.5A - 10^{-3} \cdot V$$

Com essa informação, como, em resistores, $V = R \cdot I$:

$$V = I_R \cdot 500\Omega$$

$$\Rightarrow V = (0.5A - 10^{-3} \cdot V) \cdot 500\Omega$$

$$\Rightarrow V = 250V - 0.5 \cdot V$$

$$\Rightarrow 1.5 \cdot V = 250V$$

$$\Rightarrow V = \frac{500}{3}V$$

Com essa informação, basta retornar para o outro lado do circuito e determinar a tensão V_F através de Lei das Malhas:

$$-V_F + I \cdot 100\Omega + 0.5 \cdot V = 0$$

$$\Rightarrow V_F = I \cdot 100\Omega + 0.5 \cdot V$$

$$\Rightarrow V_F = 1A \cdot 100\Omega + 0.5 \cdot \frac{500}{3}V$$

$$\Rightarrow V_F = 100V + \frac{250}{3}V$$

$$\Rightarrow V_F = \frac{550}{3}V$$

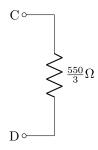
Logo, a partir dessa tensão, pode-se determinar por fim o valor de R_N :

$$R_N = \frac{V_F}{I_F}$$

$$\Rightarrow R_N = \frac{\frac{550}{3} \text{V}}{1 \text{A}}$$

$$\Rightarrow R_N = \frac{550}{3} \Omega = 183, \overline{3}\Omega$$

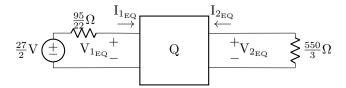
Ou seja, o circuito equivalente Norton da saída é o seguinte:





5.1 Ganho de Tensão da Saída V₂/V₁

Partindo do circuito equivalente de Thevénin da entrada, dos parâmetros a da interconexão dos quadripolos e do circuito equivalente Norton da saída (que é puramente resistivo, sem fonte de corrente), obteve-se o seguinte circuito:



Nesse circuito, os parâmetros a do quadripolo $\mathbb Q$ são os descritos pela equação 5. Assim, a partir da relação encontrada em aula entre $\frac{V_2}{V_1}$ para parâmetros a nesse mesmo tipo de circuito, determinar-se-á esse ganho a seguir:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_L}{a_{11}Z_L + a_{12}}$$

Nesse circuito em específico:

$$\begin{split} Z_L &= \frac{550}{3} \Omega \\ a_{11} &= -\frac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \\ a_{12} &= \frac{239129130371542461540}{19207990396001200500} \Omega \end{split}$$

Portanto:

$$\begin{split} \frac{V_2}{V_1} &= \frac{\frac{550}{3}\Omega}{-\frac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \cdot \frac{550}{3}\Omega + \frac{239129130371542461540}{192079903960012005000}\Omega \\ &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{550}{3}\Omega}{-\frac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \cdot \frac{550}{3}\Omega + \frac{239129130371542461540}{192079903960012005000} \cdot \frac{300}{300}\Omega \\ &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{550}{-\frac{1113312761344700081760}{1920799039600120050000} \cdot 550 + \frac{239129130371542461540}{1920799039600120050000} \cdot 300 \\ &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{550 \cdot 1920799039600120050000}{-(1113312761344700081760 \cdot 550) + (239129130371542461540 \cdot 300)} \\ &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1056439471780066027500000}{-612322018739585044968000 + 71738739111462738462000} \\ &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{1056439471780066027500000}{540583279628122306506000} \approx -1,954 \end{split}$$

