



AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W
KRAKOWIE**

**WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI,
INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ**

KATEDRA METROLOGII I ELEKTRONIKI

Praca dyplomowa magisterska

*Algorytmy cyfrowe w problemach podziału ładunku dla
pikselowych detektorów promieniowania X
Digital algorithms for X-ray pixel detectors dealing with
charge sharing*

Autor:

Aneta Niedzielska

Kierunek studiów:

Mikroelektronika w Technice i Medycynie

Opiekun pracy:

dr inż. Aleksandra Krzyżanowska

Kraków, 2020

Upředzony o odpowiedzialności karnej na podstawie art. 115 ust. 1 i 2 ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (t.j. Dz.U. z 2006 r. Nr 90, poz. 631 z późn. zm.): „Kto przywłaszcza sobie autorstwo albo wprowadza w błąd co do autorstwa całości lub części cudzego utworu albo artystycznego wykonania, podlega grzywnie, karze ograniczenia wolności albo pozbawienia wolności do lat 3. Tej samej karze podlega, kto rozpowszechnia bez podania nazwiska lub pseudonimu twórcy cudzy utwór w wersji oryginalnej albo w postaci opracowania, artystycznego wykonania albo publicznie zniekształca taki utwór, artystyczne wykonanie, fonogram, wideogram lub nadanie.”, a także upředzony o odpowiedzialności dyscyplinarnej na podstawie art. 211 ust. 1 ustawy z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym (t.j. Dz. U. z 2012 r. poz. 572, z późn. zm.): „Za naruszenie przepisów obowiązujących w uczelni oraz za czyny uchybiające godności studenta student ponosi odpowiedzialność dyscyplinarną przed komisją dyscyplinarną albo przed sądem koleżeńskim samorządu studenckiego, zwanym dalej «sądem koleżeńskim».”, oświadczam, że niniejszą pracę dyplomową wykonałem(-am) osobiście i samodzielnie i że nie korzystałem(-am) ze źródeł innych niż wymienione w pracy.

Spis treści

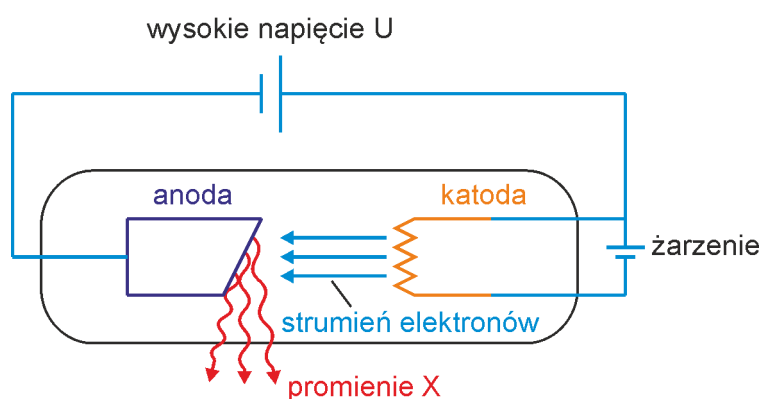
1. Wstęp	7
1.1. Rejestracja promieniowania	7
1.2. Hybrydowe detektory pikselowe	9
1.3. Sposoby poprawy rozdzielczości detektorów	11
1.4. Cel pracy	12
1.5. Zawartość pracy	13
2. Model podziału ładunku i rekonstrukcja pozycji interakcji cząstki z detektorem	15
2.1. Efekt podziału ładunku	15
2.2. Rekonstrukcja miejsca zderzenia cząstki z detektorem	16
2.3. Model 1D	16
2.3.1. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 3 piksele	18
2.3.2. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 5 pikseli	19
2.4. Model 2D	19
2.4.1. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 3x3 piksele	19
2.4.2. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 5x5 pikseli	21
3. Symulacje komputerowe	23
3.1. Założenia symulacji	23
3.2. Optymalizacja rozmiaru chmury elektronów	24
3.2.1. Model 1D	25
3.2.2. Model 2D	26
3.3. Optymalizacja liczby podziałów danego piksela	34
3.3.1. Model 1D	35
3.3.2. Model 2D	35
3.4. Wyznaczenie parametrów detektora	37
3.4.1. Grubość detektora oraz napięcie polaryzujące	37
3.5. Wyznaczenie parametrów układu odczytowego	39

3.5.1. Umieszczenie oraz rozdzielczości przetwornika A/C.....	40
3.6. Podsumowanie symulacji komputerowych	41
4. Algorytm	47
4.1. Propozycja implementacji	47
4.2. Symulacje komputerowe	49
5. Podsumowanie i wnioski.....	51
5.1. Podsumowanie.....	51
5.2. Wnioski.....	52

1. Wstęp

1.1. Rejestracja promieniowania

Promieniowanie jonizujące to rodzaj promieniowania o wysokiej energii, które jest wystarczająco silne, aby spowodować wyrwanie elektronów z atomu i zerwać wiązania chemiczne. Przykładem promieniowania jonizującego jest promieniowanie rentgenowskie. Źródłem promieniowania rentgenowskiego są m.in. lampy rentgenowskie, w których dzięki przyłożonemu wysokiemu napięciu następuje oderwanie elektronów z katody oraz przyspieszenie ich do wysokich prędkości. Uderzające w anodę cząstki generują promieniowanie X. Schemat lampy rentgenowskiej został przedstawiony na rysunku 1.1.

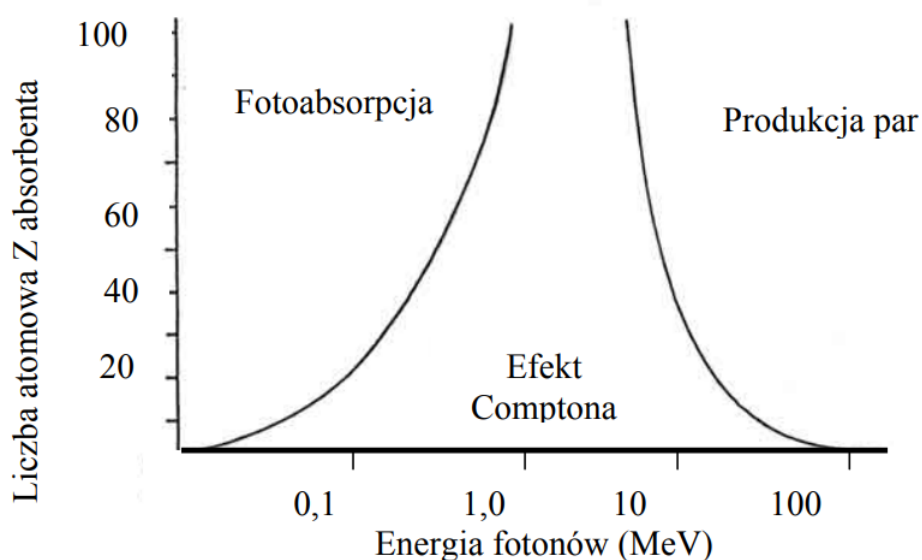


Rys. 1.1. Schemat lampy rentgenowskiej [1].

Do przyspieszania cząstek do bardzo wysokich prędkości stosowane są różnego rodzaju akceleratory, w których cząstki przyspieszane są polem elektrycznym. Można wyróżnić dwie grupy akceleratorów - liniowe, gdzie tor przyspieszanej cząstki jest prostoliniowy, oraz cykliczne, w których cząstki poruszają się po okręgu lub spirali. Zakrzywienie toru przyspieszanej cząstki zostaje osiągnięte dzięki polu magnetycznemu.

Promieniowanie X znalazło zastosowanie w obrazowaniu wewnętrznej struktury obiektów. Możliwe jest to dzięki zachodzącym interakcjom promieniowania z materią. Czterema głównymi sposobami oddziaływania są efekt fotoelektryczny, rozpraszanie Comptona, rozpraszanie

Rayleigha oraz generacja pary elektron-pozyton. W efekcie fotoelektrycznym, padający foton zostaje zaabsorbowany przez atom, na skutek czego wybity zostaje elektron z powłoki atomu, któremu przekazana zostaje energia kinetyczna równa energii fotonu pomniejszonej o energię wiązania wybitego elektronu. Kolejnym efektem jaki może zajść w interakcji fotonu z materią jest rozpraszanie polegające na emisji fotonu, którego tor ruchu zostaje zmieniony. W przypadku rozpraszania Rayleigha nie dochodzi do wzbudzenia atomu, dlatego energia wyemitowanego fotonu jest równa energii fotonu padającego na materię. W zjawisku Comptona następuje emisja fotonu oraz wybite i nadanie energii kinetycznej elektronowi z zewnętrznej powłoki atomu, przez co energia wyemitowanego fotonu jest mniejsza od energii podającego fotonu. Ostatnim z głównych efektów zachodzących w materii na skutek interakcji z fotonem jest generacja pary elektron-pozyton. Zjawisko polega na kreacji par elektron-pozyton, którym przekazana zostaje energia kinetyczna. Zachodzące w materii efekty zależne są od energii uderzającego w nią fotonu. Dla danej energii cząstki oraz liczby masowej Z materii można wyznaczyć dominujący efekt zgodnie z wykresem 1.2.



Rys. 1.2. Dominacja efektu interakcji fotonu z materią w funkcji energii fotonu oraz liczby masowej Z materii [2].

W wyniku zjawisk zachodzących podczas interakcji fotonu z materią, w chwili zderzenia wygenerowana zostaje zadana liczba par elektron-dziura. Jest ona zależna od energii fotonu i zastosowanego materiału oraz może zostać wyznaczona zgodnie z wzorem (1.1) [3], gdzie N to średnia wartość wygenerowanych par elektron-dziura w interakcji fotonu o energii E z materią,

zaś E_{EH} to energia konieczna do wygenerowania pary elektron-dziura w danym materiale.

$$N = \frac{E}{E_{EH}} \quad (1.1)$$

Liczba wygenerowanych par elektron-dziura nie jest deterministyczna, a jej odchylenie standardowe opisuje wzór (1.2) [3], gdzie F to czynnik *Fano*, którego wartość zależy od materiału.

$$\sigma_N = \sqrt{FN} \quad (1.2)$$

Efektom interakcji wiązki promieniowania z materią są opisane powyżej zjawiska, których skutkiem jest absorpcja oraz rozproszenie oddziałujących fotonów. Zgodnie z prawem absorpcji opisanym wzorem (1.3), gdzie $I(x)$ to natężenie wiązki po pokonaniu odcinka materii o grubości x , I_0 to początkowa intensywność wiązki, zaś α to współczynnik absorpcji, następuje degradacja natężenia wiązki promieniowania w efekcie interakcji z materią.

$$I(x) = I_0 * e^{-\alpha x} \quad (1.3)$$

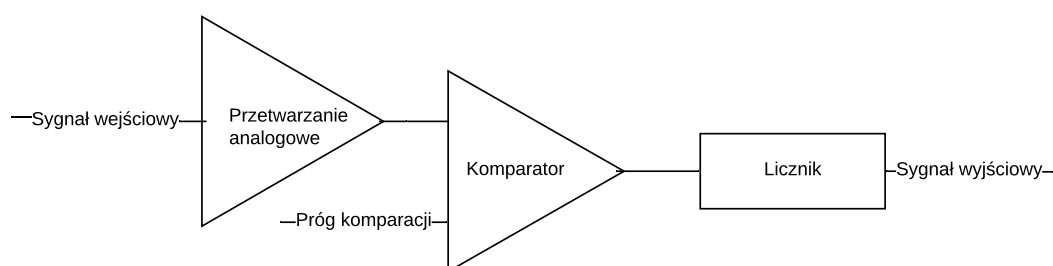
Z uwagi na liniową zależność liczby wygenerowanych par elektron-dziura w interakcji z materią (równanie 1.1), poprzez analizę liczby wygenerowanych ładunków w materiale można wyznaczyć energię oddziałującego fotonu. Ponadto, znając parametry początkowe wiązki promieniowania oraz parametry układu detekcyjnego, możliwe jest wyznaczenie własności obiektu znajdującego się pomiędzy źródłem promieniowania a detektorem, między innymi dzięki wykorzystaniu prawa absorpcji (1.3).

1.2. Hybrydowe detektory pikselowe

Hybrydowe detektory pikselowe stosowane są do wyznaczania śladu cząstek lub określania miejsca ich rozpadu [4]. Z powodzeniem wykorzystywane są w eksperymentach obrazowania przy pomocy promieniowania X w takich dziedzinach jak biologia, medycyna [5] czy fizyka wysokich energii [6]. Detektory hybrydowe składają się z sensora oraz układu odczytowego. Każdy z elementów detektora - sensor oraz elektronika odczytu, produkowane są w sposób niezależny, a następnie zostają złączone w jeden układ przy pomocy techniki tzw. bondowania [7]. Taki sposób produkcji detektorów pozwala dostosować parametry układu w zależności od zastosowania detektora np. poprzez wykorzystanie różnych materiałów, z jakich został wykonany sensor dla różnych energii promieniowania bez konieczności zmiany układu odczytowego. Poglądowy schemat hybrydowego detektora pikselowego został przedstawiony na rysunku 1.4.

Półprzewodnikowy sensor zbudowany jest z jednostkowych elementów detekcyjnych uporządkowanych w macierz. Pojedynczy element to spolaryzowane w kierunku zaporowym złącze p - n . Na granicy obszarów p oraz n powstaje obszar zubożony będący powierzchnią aktywną

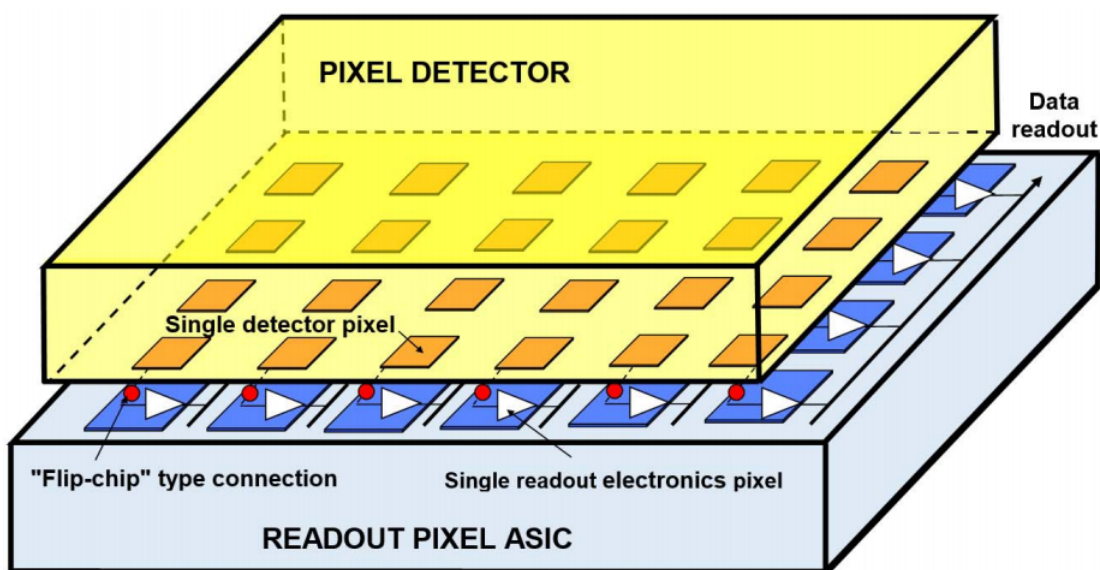
detektora. To właśnie w obszarze zubożonym powstają, w odpowiedzi na oddziałujące z materiałem detektora promieniowanie jonizujące lub naładowane cząstki, swobodne nośniki prądu. Wygenerowany impuls prądowy zostaje wykryty oraz przetworzony przez układ odczytowy. Procesowanie zebranego ładunku może odbywać się w dwóch trybach - integracyjnym oraz zliczania pojedynczych fotonów. Pod kątem obrazowania drugi z trybów jest bardziej atrakcyjny, gdyż charakteryzuje się dużym zakresem dynamicznym oraz umożliwia rejestrację fotonów z określonego zakresu energetycznego [4]. Dodatkowo, w trybie integracyjnym zostają zintegrowane szумы. W detektorach pracujących w trybie zliczania pojedynczych fotonów elektronika odczytu składa się z jednostkowych układów odczytowych tworzących macierz. Każdy z torów odczytu przyporządkowany jest jednostkowemu elementowi sensora, dzięki czemu zdarzenie zarejestrowane przez element sensora zostaje przetworzone niezależnie od pozostałych, w przyporządkowanym mu torze elektroniki odczytowej. Poglądowy schemat blokowy prostego toru przetwarzania ładunku wygenerowanego w detektorze pracującym w trybie zliczania pojedynczych fotonów został przedstawiony na rysunku 1.3. Sygnał wejściowy - impuls prądowy o amplitudzie proporcjonalnej do liczby wygenerowanych w detektorze ładunków, zostaje przetworzony przez wejściowy układ analogowy tak, aby uzyskać sygnał o bardziej korzystnych pod kątem dalszego przetwarzania parametrach. Przetworzony sygnał zostaje podany na wejście dyskryminatora, który porównuje jego amplitudę z zadaniem progiem komparacji. Jeżeli amplituda sygnału przekroczy zadany próg komparacji, następuje inkrementacja licznika w pikselu rejestrującym zdarzenie. Wartość przetrzymywana w liczniku odpowiada liczbie fotonów uderzających w piksel, których energia przekroczyła zadany próg.



Rys. 1.3. Schemat blokowy prostego toru przetwarzania sygnału w detektorze pikselowym pracującym w trybie zliczania pojedynczych fotonów.

Z powodu szerokiego zastosowania hybrydowych detektorów pikselowych rozwijane są one na kilka sposobów, których celem jest:

- poprawa rozdzielczości przestrzennej poprzez redukcję powierzchni pojedynczego piksela [8],



Rys. 1.4. Dwuwymiarowy hybrydowy detektor pikselowy. Każdy z pikseli sensora (*single detector pixel*) połączony jest z pikselem elektroniki odczytu (*single readout electronics pixel*) [12].

- rozwój liczby rozróżnialnych poziomów energetycznych [9],
- wzrost powierzchni aktywnej detektora poprzez redukcję obszarów martwych pomiędzy elementami składowymi detektora [10] lub wzrost liczby elementów składowych, mający na celu zwiększenie całkowitej powierzchni układu,
- poprawa szybkości działania układu, tj. wzrost liczby rejestrowanych klatek na sekundę poprzez zwielokrotnienie częstotliwości pracy układu [11].

1.3. Sposoby poprawy rozdzielczości detektorów

Rozdzielczość przestrzenna określa jakość obrazu i determinowana jest przez liczbę pikseli składających się na obraz. Wyższa rozdzielczość przestrzenna przypisywana jest obrazowi, który posiada większą liczbę pikseli na tej samej powierzchni, co obraz o niższej rozdzielczości [13]. Jedną z płaszczyzn rozwoju detektorów pikselowych, które zostały opisane w rozdziale 1.2, jest poprawa rozdzielczości przestrzennej. Cel ten można osiągnąć na różne sposoby. Jednym z nich jest minimalizacja powierzchni pikseli detektora, dzięki czemu większa ich liczba może zostać umieszczona na tej samej powierzchni obrazowania. Rozwiązanie to niestety posiada swoje ograniczenia. Przy mikrometrowych rozmiarach pikseli niepożądane efekty, takie

jak efekt podziału ładunku (rozdział 2.1), zaczynają odgrywać znaczącą rolę i powodują odwrotny efekt - utratę rozdzielczości.

Kolejne sposoby poprawy rozdzielczości detektorów wykorzystują informacje na temat podziału ładunku pomiędzy sąsiednie piksele w celu wyznaczenia pozycji z dokładnością wyższą niż pojedynczy piksel [14] [15]. Przykładowym algorytmem wykorzystujących efekt podziału ładunku do wyznaczenia miejsca interakcji w detektorze pracującym w trybie integracyjnym jest algorytm znajdowania fotonu (*Photon-finding algorithm* [15]). Może on zostać podzielony na następujące kroki:

1. Wyznaczenie grup pikseli, których suma ładunków przekroczyła zadany próg.
2. Pomiar prądu ciemnego, czyli prądu płynącego przez nienaświetlony detektor, w pikselach spoza grup biorących udział w interakcji.
3. Usunięcie składowej prądu ciemnego z pikseli znajdujących się w obrębie opisanych w kroku 1 grup.
4. Wyznaczenie grupy pikseli, które zmierzyły największą liczbę ładunków spośród grup z punktu 1.
5. Wykorzystanie statystyki podziału ładunku na piksele w grupie w celu wyznaczenia pozycji interakcji cząstki z detektorem z rozdzielczością wyższą niż rozmiar pojedynczego piksela.

Ostatni krok algorytmu polegający na wyznaczeniu szczegółowej pozycji miejsca interakcji zostaje wykonany *offline*, tzn. poza układem odczytowym.

Z uwagi na ograniczenia pierwszego ze sposobów - zmniejszanie powierzchni piksela, sposoby wykorzystujące informacje na temat rozkładu ładunku w układzie wydają się być bardziej atrakcyjne pod kątem poprawy rozdzielczości. Aby zyskać wysoką rozdzielczość, możliwe jest również stosowanie kilku rozwiązań jednocześnie - zmniejszenie rozmiarów piksela, np. dzięki zastosowaniu nowszej technologii oraz implementacja funkcjonalności wykorzystującej informacje na temat podziału ładunku pomiędzy sąsiadujące piksele.

1.4. Cel pracy

Głównym celem niniejszej pracy jest opracowanie ogólnej koncepcji algorytmu pozwalającego na osiągnięcie rozdzielczości subpikselowej wykorzystując efekt podziału ładunku pomiędzy sąsiadujące piksele. Aby osiągnąć cel główny pracy konieczne do wykonania są pośrednie kroki:

- wykonanie symulacji podziału ładunku w hybrydowym detektorze pikselowym promieniowania X (modele 1D i 2D),
- przeprowadzenie optymalizacji rozmiaru chmury elektronów pod kątem dokładności estymacji pozycji zderzenia cząstki z detektorem,
- przeprowadzenie optymalizacji liczby podziałów danego piksela detektora dla zadanego stosunku chmury ładunku do rozmiaru piksela.

Dodatkowymi celami pracy są:

- sformułowanie wymagań dla algorytmu implementowanego w układzie scalonym mającego poprawiać rozdzielczość przestrzenną detektora,
- określenie ograniczeń opracowanego algorytmu i możliwości jego implementacji w pikselowym układzie scalonym o zadanym rozmiarze kanału odczytowego,
- wyznaczenie parametrów detektora jakie muszą zostać spełnione, aby osiągnąć jak najwyższą dokładność algorytmu.

1.5. Zawartość pracy

W pracy został przedstawiony krótki wstęp teoretyczny, dotyczący zagadnienia promieniowania rentgenowskiego oraz jego rejestracji przy pomocy hybrydowych detektorów pikselowych. Następnie przedstawiony został model podziału ładunku pomiędzy piksele w detektorach hybrydowych, a także sposoby rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem na podstawie ładunku zebranego w sąsiadujących ze sobą pikselach. Sposoby rekonstruowania pozycji zderzenia cząstki z detektorem zostały przedstawione dla modeli 1D z założeniem podziału ładunku na 3 piksele oraz 5 pikseli, a także dla modeli 2D z podziałem ładunku na 9 (3x3) sąsiadujących pikseli oraz 25 (5x5) pikseli. Zbadane zostały również parametry rozkładu ładunku, detektora oraz układu odczytowego pod kątem wykorzystania efektu podziału ładunku do poprawy rozdzielczości detektora. Przeanalizowano takie czynniki jak:

- rozmiar chmury ładunku wygenerowanego w interakcji cząstki z fotonem,
- liczba podziałów piksela na wirtualne, mniejsze obszary,
- grubość detektora,
- napięcie polaryzujące detektora,
- umiejscowienie oraz rozdzielczość przetwornika analogowo-cyfrowego w układzie odczytowym.

Z wykorzystaniem otrzymanych wyników opracowano algorytm rekonstrukcji pozycji, który został przedstawiony w rozdziale 4. Pracę kończy krótkie podsumowanie oraz wnioski oparte na uzyskanych wynikach.

2. Model podziału ładunku i rekonstrukcja pozycji interakcji cząstki z detektorem

2.1. Efekt podziału ładunku

Jednym ze sposobów poprawy rozdzielczości detektorów jest zwiększanie rozdzielczości przestrzennej poprzez minimalizację powierzchni piksela, co zostało opisane w rozdziale 1.3. Taki sposób posiada jednak pewne ograniczenia. Pierwszym z nich jest zajmowana powierzchnia coraz to bardziej skomplikowanych układów elektronicznych implementowanych w każdym z kanałów odczytowych ograniczająca jego dalszą minimalizację. Ponadto zmniejszanie powierzchni piksela wpływa na degradację rozdzielczości detektorów o mikrometrowych pikselach na skutek wzmożonego efektu podziału ładunku. Oba te ograniczenia łączą się, gdyż aby zniwelować negatywny efekt podziału ładunku pomiędzy sąsiadujące piksele, należy zaimplementować algorytm rekonstruujący liczbę ładunków powstałych w danej interakcji cząstki z detektorem. Taka dodatkowa funkcjonalność wpływa na zwiększenie rozmiarów piksela.

Efekt podziału ładunku polega na rejestracji ładunku powstałego na skutek interakcji pojedynczej cząstki z detektorem przez kilka sąsiadujących pikseli. Uderzająca w detektor cząstka deponuje swoją energię generując pary elektron-dziura, co zostało opisane w rozdziale 1.1. Ładunek powstały w odpowiedzi na interakcję cząstki przemieszcza się w stronę kanałów odczytowych w wyniku różnicy potencjałów spolaryzowanego detektora. W czasie tej wędrówki jednoimienne ładunki odpychają się. Dodatkowo na skutek dyfuzji chmura wygenerowanego ładunku zwiększa swoją objętość. W wyniku działania tych dwóch sił - odpychania oraz dyfuzji - ładunek docierający do kanału odczytowego jest rozproszony. Liczba ładunków docierających do układu odczytowego może zostać opisana rozkładem normalnym o wartości oczekiwanej równej pozycji interakcji cząstki z detektorem oraz odchyleniu standardowym zależnym od parametrów detektora takich jak materiał z jakiego jest wykonany, grubość oraz napięcie polaryzacji detektora. Kiedy cząstka uderzająca w detektor rejestrujący zarówno pozycję, jak i energię cząstki, zdeponuje swoją energię w pobliżu granicy sąsiadujących pikseli, wygenerowany ładunek może zostać zarejestrowany przez więcej niż jeden piksel jednocześnie. W takim

przypadku liczba cząstek wygenerowanego ładunku zostanie niepoprawnie zmierzona w każdym z kanałów biorącym udział w rejestracji danego zdarzenia. W takim przypadku może dojść do:

- pominięcia rejestracji interakcji cząstki z detektorem, w przypadku, gdy każdy z sąsiadujących pikseli zmierzy liczbę ładunków poniżej ustalonego progu,
- rejestracji interakcji cząstki o zdegradowanej amplitudzie, gdy liczba ładunków w jednym z pikseli osiągnie wartość powyżej ustalonego progu, zaś pozostała część podzielonego ładunku będzie znajdować się poniżej progu,
- zwielokrotnienia rejestracji interakcji cząstki o zmniejszonej amplitudzie, w sytuacji gdy więcej niż jeden z sąsiadujących pikseli zbierze ładunek przekraczający ustalony próg.

Każda z opisanych powyżej możliwości wprowadza błąd w detekcji pozycji bądź energii cząstki uderzającej w detektor.

2.2. Rekonstrukcja miejsca zderzenia cząstki z detektorem

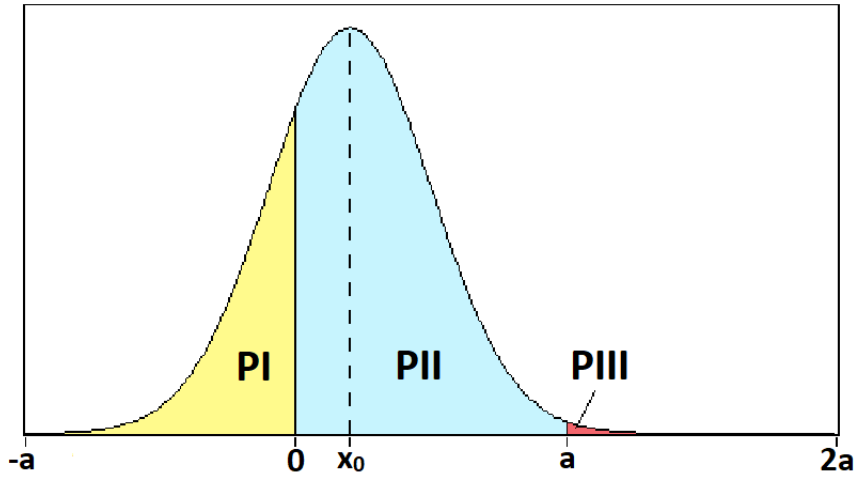
Opisany w rozdziale 2.1 negatywny efekt podziału ładunku pomiędzy sąsiadujące piksele można wykorzystać do precyzyjnej rekonstrukcji miejsca zderzenia cząstki z detektorem. Wykorzystując informację o liczbie ładunków zebranych poprzez sąsiadujące piksele może zostać wyznaczona pozycja interakcji cząstki z detektorem z dokładnością większą niż wynikająca z rozmiaru piksela.

Przedstawione w rozdziałach 2.3 oraz 2.4 modele zostały opracowane w celu określenia liczby sąsiadujących pikseli wykorzystanych do rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem. Dodatkowo, z wykorzystaniem tych modeli zostały wyznaczone takie parametry jak: optymalny rozmiar chmury elektronów (rozdział 3.2), optymalna liczba podziałów piksela (rozdział 3.3), parametry detektora (rozdział 3.4) oraz układu odczytowego (rozdział 3.5) zapewniające wysoką precyzję estymacji pozycji zderzenia cząstki z detektorem.

2.3. Model 1D

Przykład podziału ładunku pomiędzy trzy sąsiadujące piksele został zilustrowany na rysunku 2.1. W sposób analogiczny może zostać przedstawiony podział ładunku pomiędzy pięć sąsiadujących pikseli, co zostało zobrazowane na rysunku 2.2.

Prawdopodobieństwo zebranego przez piksel ładunku może zostać opisane przy pomocy funkcji błędu. Równanie (2.1) opisuje prawdopodobieństwo ładunku zebranego w pikselach



Rys. 2.1. Podział chmury ładunku pomiędzy 3 sąsiadujące piksele. a - rozmiar piksela, x_0 - miejsce interakcji cząstki z detektorem, PI, PII, PIII - prawdopodobieństwo ładunku zebranego przez kolejne piksele

zlokalizowanych w obszarze wyznaczonym przez początek matrycy oraz punkt graniczny g , gdzie μ_x to wartość oczekiwana, zaś σ_x oznacza odchylenie standardowe rozkładu zmiennej x .

$$P(x \leq g) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \operatorname{erf}\left(\frac{g - \mu_x}{\sigma_x \sqrt{2}}\right) \quad (2.1)$$

Dzięki wykorzystaniu z równania (2.1) opisane zostały prawdopodobieństwa P_I , P_{II} oraz P_{III} dla podziału ładunku na 3 sąsiadujące piksele kolejno wzorami (2.2), (2.3) oraz (2.4), gdzie x_0 oznacza miejsce interakcji cząstki z detektorem, a jest równe długości boku piksela, zaś σ oznacza odchylenie standardowe rozkładu chmury ładunku. W przypadku wzorów (2.3) oraz (2.4) wykorzystano własność funkcji dystrybuanty opisaną równaniem (2.5).

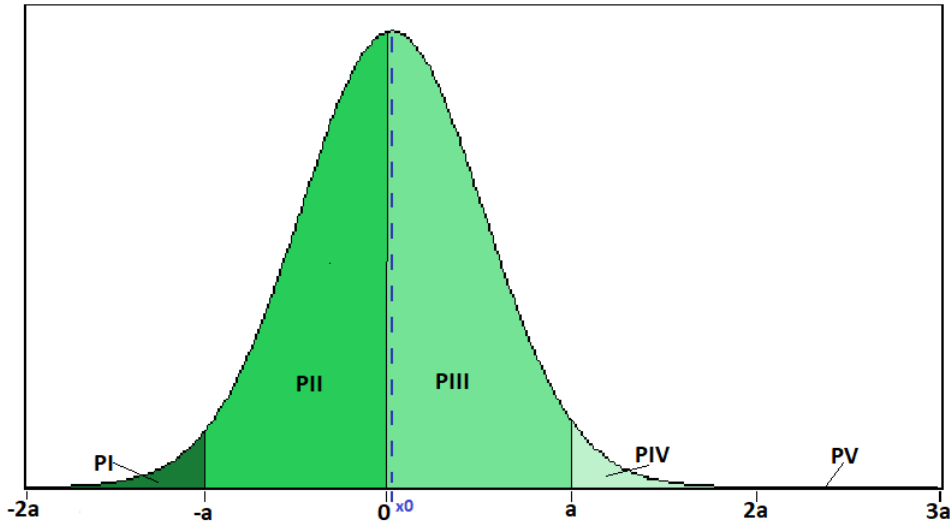
$$P_I = P(x \leq 0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \operatorname{erf}\left(\frac{-x_0}{\sigma \sqrt{2}}\right) \quad (2.2)$$

$$P_{II} = 1 - (P_I + P_{III}) \quad (2.3)$$

$$P_{III} = 1 - P(x \leq a) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} * \operatorname{erf}\left(\frac{x_0 - a}{\sigma \sqrt{2}}\right) \quad (2.4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(x \leq t) = 1 \quad (2.5)$$

W analogiczny sposób wyznaczono prawdopodobieństwa P_I , P_{II} , P_{III} , P_{IV} oraz P_V dla podziału ładunku na 5 sąsiadujących pikseli, które opisano kolejno wzorami (2.6), (2.7), (2.8), (2.9) oraz (2.10).



Rys. 2.2. Podział chmury ładunku pomiędzy 5 sąsiadujących pikseli. a - rozmiar piksela, x_0 - miejsce interakcji cząstki z detektorem, PI,...,PV - prawdopodobieństwo ładunku zebranego przez kolejne piksele

$$P_I = -\frac{1}{2} * \left(-\operatorname{erf}\left(\frac{2a + x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{a + x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \quad (2.6)$$

$$P_{II} = -\frac{1}{2} * \left(\operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{a + x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \quad (2.7)$$

$$P_{III} = \frac{1}{2} * \left(\operatorname{erf}\left(\frac{a - x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \quad (2.8)$$

$$P_{IV} = \frac{1}{2} * \left(\operatorname{erf}\left(\frac{2a - x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{a - x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \quad (2.9)$$

$$P_V = \frac{1}{2} * \left(\operatorname{erf}\left(\frac{3a - x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{2a - x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \quad (2.10)$$

2.3.1. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 3 piksele

Liczba ładunku zebranego przez trzy kolejne piksele została opisana wzorami (2.2), (2.3) oraz (2.4). Przekształcając wzór (2.2) otrzymano równanie (2.11), zaś ze wzoru (2.4) uzyskano równanie (2.12).

$$x_0 = -\sigma * \sqrt{2} * \operatorname{erf}^{-1}(2 * P_I - 1) \quad (2.11)$$

$$x_0 = \sigma * \sqrt{2} * \operatorname{erf}^{-1}(2 * P_{III} - 1) + a \quad (2.12)$$

Wykorzystując informację o liczbie ładunków zebranych przez piksele (P_I, P_{II}, P_{III}) oraz znając jego rozmiar (a) i odchylenie standardowe chmury ładunku (σ) może zostać w precyzyjny sposób wyznaczone miejsce interakcji cząstki z detektorem. Pozycja zderzenia zostaje określona przy pomocy wzoru (2.11) jeżeli wartość P_I jest większa od wartości P_{III} . W przeciwnym wypadku miejsce interakcji wyznaczane jest z użyciem wzoru (2.12).

2.3.2. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 5 pikseli

Liczba zebranego ładunku przy podziale na 5 pikseli została opisana wzorami (2.6), (2.7), (2.8), (2.9) oraz (2.10). Wyznaczenie pozycji interakcji w sposób bezpośredni przez przekształcenia wyżej wymienionych wzorów nie jest jednak możliwe z uwagi na nieliniowość równań. Z tego powodu miejsce interakcji cząstki z detektorem zostaje wyznaczone w następujących krokach:

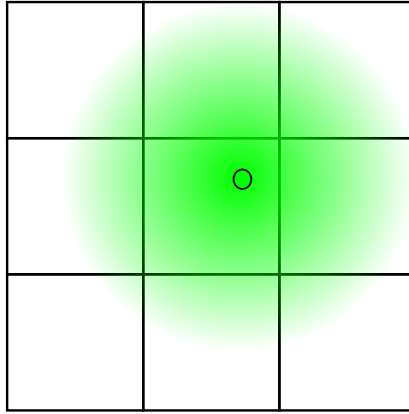
1. Wyznaczenie referencyjnych liczb ładunków w każdym z pięciu pikseli dla zadanych pozycji zderzenia cząstki z założonym krokiem.
2. Generacja ładunku dla zadanego miejsca interakcji obarczonego błędem losowym o rozkładzie normalnym i odchyleniu standardowym na poziomie 100 e- oraz wartości oczekiwanej równej 0.
3. Wyliczenie różnicy idealnych liczb ładunków wyznaczonych w pierwszym kroku oraz wygenerowanego w kroku drugim ładunku obarczonego błędem.
4. Wyznaczenie cząstkowych miejsc interakcji jako pozycji z punktu 1, dla której różnica opisana w punkcie 3 osiągnęła wartość minimalną dla każdego z 5 sąsiadujących pikseli.
5. Kalkulacja pozycji interakcji jako średniej arytmetycznej z wartości wyznaczonych w poprzednim punkcie dla pikseli P_I, P_{II}, P_{IV} oraz P_V .

2.4. Model 2D

Rysunek 2.3 przedstawia przykład podziału ładunku w modelu 2D.

2.4.1. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 3x3 piksele

Rekonstrukcja pozycji w modelu dwuwymiarowym została opracowana w podobny sposób jak w przypadku modelu 1D. Potrzebny jest jedynie jeden dodatkowy krok do wykonania przed przystąpieniem do wyznaczania miejsca interakcji zgodnie ze wzorami (2.11) oraz (2.12). Po zebraniu ładunków przez 9 sąsiadujących pikseli następuje integracja ładunku w kolumnach oraz rzędach. Proces ten został w sposób symboliczny przedstawiony na ilustracji 2.4.



Rys. 2.3. Podział chmury ładunku pomiędzy 3x3 sąsiadujące piksele - widok z góry. Zaznaczony kolorem zielonym obszar symbolizuje liczbę wygenerowanego w detektorze ładunku - im bardziej intensywny kolor tym więcej ładunku zostało wygenerowane w danym obszarze. Zaznaczony czarnym okręgiem punkt wyznacza miejsce interakcji cząstki z detektorem.

Wartości zintegrowanych ładunków przedstawionych na rysunku 2.4 można wliczyć korzystając ze wzorów (2.13), (2.14), (2.15), (2.16), (2.17) oraz (2.18).

$$P_{XI} = P_I + P_{IV} + P_{VII} \quad (2.13)$$

$$P_{XII} = P_{II} + P_V + P_{VIII} \quad (2.14)$$

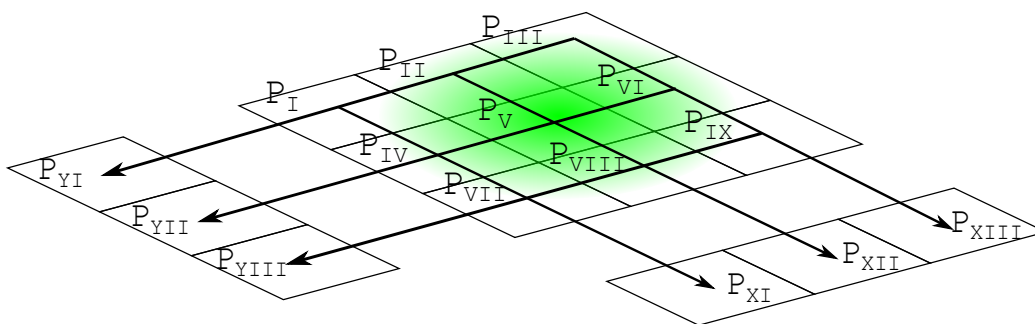
$$P_{XIII} = P_{III} + P_{VI} + P_{IX} \quad (2.15)$$

$$P_{YI} = P_I + P_{II} + P_{III} \quad (2.16)$$

$$P_{YII} = P_{IV} + P_V + P_{VI} \quad (2.17)$$

$$P_{YIII} = P_{VII} + P_{VIII} + P_{IX} \quad (2.18)$$

Znając liczbę zintegrowanych kolumnami oraz wierszami ładunków można w precyzyjny sposób wyznaczyć miejsce interakcji cząstki z detektorem zgodnie z modelem opisanym w rozdziale 2.3.1. Wykorzystując liczbę ładunków P_{XI} oraz P_{XIII} , które odpowiadają kolejno P_I oraz P_{III} ze wzorów (2.11) oraz (2.12), miejsce interakcji w wymiarze X zostaje określone zgodnie ze wzorem (2.11), jeżeli P_{XI} jest większe niż P_{XIII} . W przeciwnym przypadku punkt zderzenia cząstki z detektorem zostaje wyznaczony w oparciu o wzór (2.12). W analogiczny sposób wyznaczana jest pozycja interakcji w drugim wymiarze - Y. Jediną różnicą jest korzystanie z liczby ładunków P_{YI} oraz P_{YIII} , które odpowiadają kolejno oznaczeniom P_I oraz P_{III} ze wzorów (2.11) oraz (2.12).



Rys. 2.4. Integracja ładunku w rzędach i kolumnach przy podziale ładunku na 3x3 piksele. Strzałki pokrywają piksele, z których zebrany ładunek został zintegrowany. P_{XI} , P_{XII} , P_{XIII} to liczba ładunku po integracji kolumn pikseli, zaś P_{YI} , P_{YII} , P_{YIII} to liczba ładunku zintegrowanego w kolejnych rzędach pikseli.

2.4.2. Rekonstrukcja przy podziale ładunku na 5x5 pikseli

Przejście z modelu 1D przy podziale ładunku na 5 pikseli na model 2D z podziałem ładunku na 5x5 pikseli odbywa się w sposób analogiczny do modeli z podziałem ładunku na 3 i 3x3 piksele. Po zliczeniu przez sąsiadujące piksele ładunku wygenerowanego w detektorze następuje integracja kolumnami oraz rzędami, analogicznie do integracji ładunków w modelu 2D przy podziale na 3x3 piksele, co zostało przedstawione na rysunku 2.4. Otrzymano w ten sposób 10 wartości zintegrowanego ładunku zostają wykorzystane do wyznaczenia pozycji interakcji w dwóch wymiarach zgodnie z metodą opisaną w rozdziale 2.3.2 - 5 wartości wykorzystywane jest do wyznaczenia pozycji interakcji w wymiarze X (integracja kolumnami), zaś kolejne 5 w wymiarze Y (integracja rzędami).

3. Symulacje komputerowe

Modele przedstawione w rozdziale 2 zostały wykorzystane do przeprowadzenia symulacji mających na celu:

- optymalizację rozmiaru chmury elektronów pod kątem dokładności rekonstrukcji pozycji interakcji fotonu z detektorem,
- optymalizację liczby podziałów danego piksela dla uprzednio wyznaczonego, optymalnego rozmiaru chmury ładunku,
- wyznaczenie parametrów detektora, które muszą zostać spełnione, aby osiągnąć wysoką dokładność rekonstrukcji pozycji zderzenia,
- wyznaczenie parametrów układu odczytowego, zapewniających wysoką precyzję rekonstrukcji miejsca interakcji.

3.1. Założenia symulacji

Przeprowadzone symulacje komputerowe miały wspólne założenia. Pierwszym z nich był materiał detektora. Wybrany został detektor krzemowy, który z uwagi na jego korzystne właściwości jest często wykorzystywany w realizowanych urządzeniach detekcyjnych. Liczbę ładunku wygenerowanego w detektorze krzemowym przy interakcji pojedynczej cząstki wybrano na poziomie 2200 elektronów (e-), co odpowiada fotonom o energii 8 keV, zaś szumy dobrano o wartości ENC (*Equivalent Noise Charge*) 100 e-. Założono długość boku piksela na poziomie 100 μm . Powyższe wartości zostały dobrane w oparciu o wcześniej realizowany projekt badawczy przedstawiony w artykule [16]. Założenia symulacji zostały w sposób zbiorczy przedstawione w tabeli 3.1.

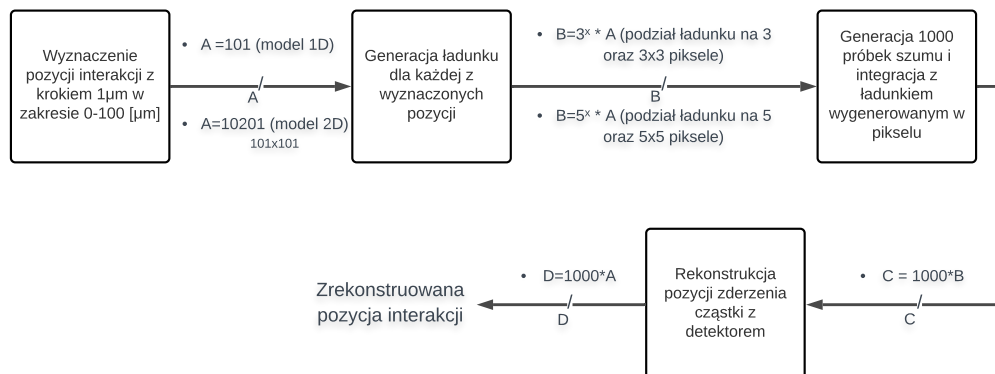
Tabela 3.1. Założenia symulacji komputerowych.

Materiał detektora	Długość boku piksela [μm]	Ładunek wejściowy [e-]	Szum ENC [e-]
Krzem	100	2200	100

Symulacje opisane w dalszej części rozdziału przetwarzają dane wygenerowane według poniżej opisanego scenariusza:

1. Dobranie miejsc interakcji rozpoczynając od początku piksela - arbitralnie wybranej pozycji 0, z krokiem $1\mu\text{m}$.
2. Wyznaczenie ładunku zebranego przez piksele dla każdej z pozycji interakcji wyznaczonej w kroku 1.
3. Generacja 1000 próbek szumu o wartości ENC 100 e- dla każdego miejsca interakcji i integracja z ładunkiem zebrany przez piksele.
4. Rekonstrukcja pozycji zderzenia cząstki z detektorem w oparciu o model 2.3.1, 2.3.2, 2.4.1 lub 2.4.2.

Opisany w powyższych krokach scenariusz został również przedstawiony na schemacie blokowym 3.1



Rys. 3.1. Schemat blokowy scenariusza symulacji. Wartość x , konieczna do wyznaczenia liczby B , to wymiar zastosowanego modelu i wynosi 1 dla modeli 1D oraz 2 dla modeli 2D.

3.2. Optymalizacja rozmiaru chmury elektronów

Symulacja pozwalająca określić optymalny rozmiar chmury elektronów polega na wykonaniu szeregu iteracji scenariusza opisanego w rozdziale 3.1. Zmienną wartością pomiędzy kolejnymi obiegami pętli jest odchylenie standardowe chmury ładunku generowanego w detektorze w efekcie interakcji cząstki z detektorem. Mierzonym parametrem pozwalającym wyznaczyć

optymalny rozmiar chmury elektronów jest średni błąd rekonstrukcji pozycji interakcji. W każdej z iteracji wyznaczono średnią z wartości bezwzględnej różnicy założonego miejsca interakcji oraz zrekonstruowanej pozycji wyznaczonej zgodnie z jednym ze sposobów opisanych w rozdziałach 2.3.1, 2.3.2, 2.4.1 lub 2.4.2. Dla modeli 1D (2.3.1, 2.3.2) błąd średni został opisany wzorem (3.1), gdzie \bar{e} to średni błąd rekonstrukcji, M - liczba założonych pozycji interakcji cząstki z detektorem (dla skanu piksela z rozdzielczością $1\mu\text{m}$ będzie równa rozmiarowi piksela w przypadku symulacji 1D oraz kwadratowi rozmiaru piksela dla symulacji 2D), N - liczba próbek szumu, x_0 - miejsce interakcji cząstki z detektorem, a x_a oznacza zrekonstruowaną pozycję. Dla modeli 2D (2.4.1, 2.4.2) błąd średni opisano równaniem (3.2). Przy wyznaczeniu tego parametru dla modeli 2D, każda ze współrzędnych zostaje przeanalizowana oddzielnie, poprzez wyznaczenie odległości zrekonstruowanej pozycji - $\{x_a, y_a\}$ od założonej pozycji interakcji cząstki z detektorem $\{x_0, y_0\}$ w każdym z wymiarów ($|x_0 - x_a|$ oraz $|y_0 - y_a|$), a następnie zostaje wyznaczona średnia z tych wartości.

$$\bar{e} = \frac{\sum_{n=0}^{M*N} |x_0 - x_a|}{M * N} \quad (3.1)$$

$$\bar{e} = \frac{\sum_{n=0}^{M*N} \left(\frac{|x_0 - x_a| + |y_0 - y_a|}{2} \right)}{M * N} \quad (3.2)$$

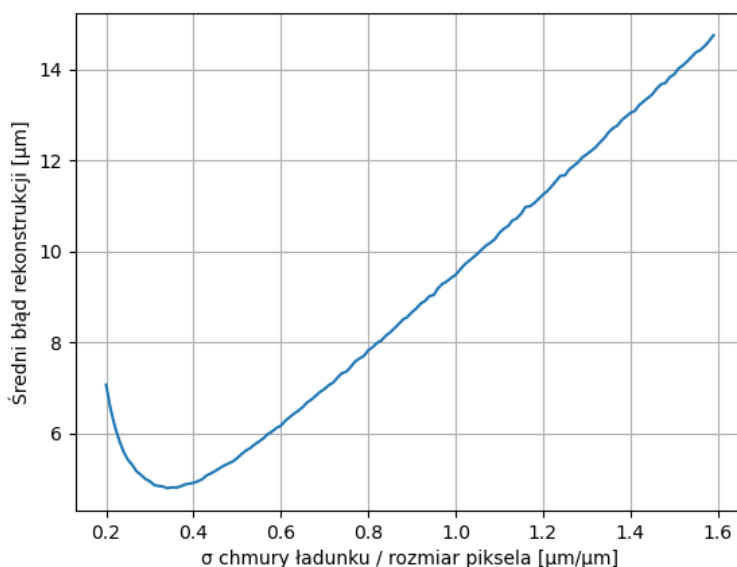
3.2.1. Model 1D

Do zrekonstruowania pozycji interakcji wykorzystano modele opisane w rozdziałach 2.3.1 oraz 2.3.2. Na wykresie 3.2 przedstawiono zależność wartości błędu średniego opisanego wzorem (3.1) od stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela dla podziału ładunku na 3 sąsiednie piksele.

Minimalny błąd średni rekonstrukcji miejsca interakcji uzyskano dla stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela równego 0.34 i wyniósł on $4.788\mu\text{m}$. Przy założonym rozmiarze piksela wynoszącym $100\mu\text{m}$ (rozdział 3.1), minimalny błąd średni rekonstrukcji pozycji zderzenia cząstki z detektorem zostaje osiągnięty dla odchylenia standardowego chmury ładunku wynoszącego $34\mu\text{m}$.

Wynik analogicznej symulacji dla modelu 1D przy podziale ładunku na 5 sąsiadujących pikseli został przedstawiony na wykresie 3.3.

Minimalna wartość błędu średniego wyniosła $10.760\mu\text{m}$ i została osiągnięta dla stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela równego 0.95. Przy założonym rozmiarze piksela wynoszącym $100\mu\text{m}$ (rozdział 3.1), minimalny błąd średni rekonstrukcji zostaje osiągnięty dla chmury ładunku o odchyleniu standardowym wynoszącym $95\mu\text{m}$.

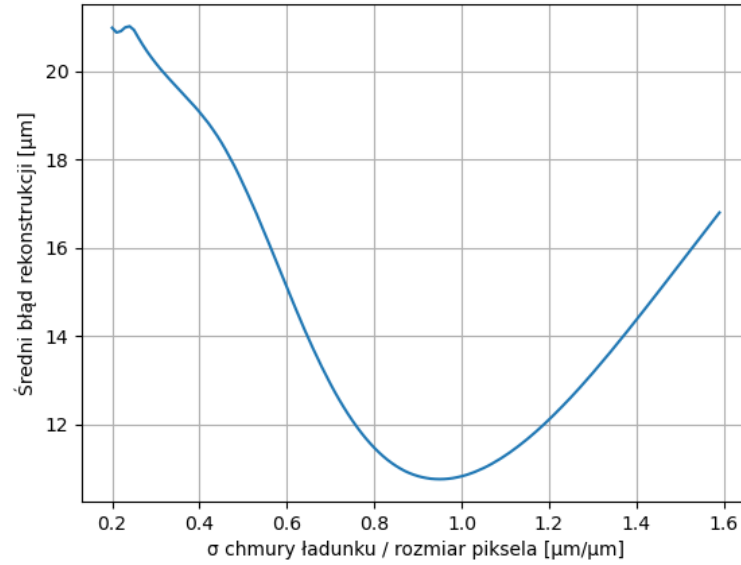


Rys. 3.2. Wartość średniego błędu rekonstrukcji miejsca interakcji w funkcji stosunku odchylenia standardowego chmury wygenerowanego w detektorze ładunku oraz rozmiaru piksela dla modelu 1D przy podziale ładunku na 3 sąsiednie piksele.

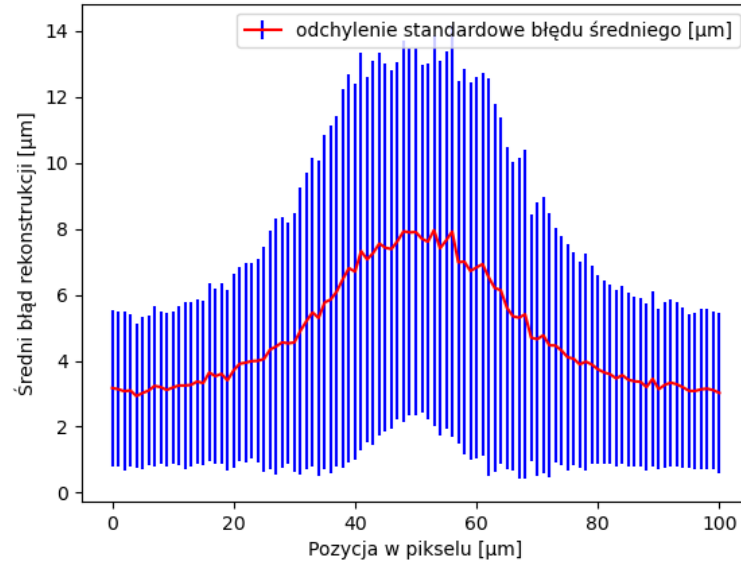
Dla wyznaczonych wartości odchyłeń standardowych rozkładu ładunku, dla których średni błąd rekonstrukcji osiągnął minimalną wartość przeanalizowano rozkład średniego błędu rekonstrukcji w zależności od pozycji interakcji cząstki z detektorem. Wyznaczono również odchylenie standardowe średniego błędu dla zadanych pozycji zderzenia fotonów z detektorem. Wyniki analizy przedstawiono na wykresach 3.4 oraz 3.5 dla kolejno podziału ładunku na 3 piksele i odchylenia standardowego rozkładu ładunku na poziomie $34 \mu\text{m}$ oraz podziału ładunku na 5 pikseli i odchylenia standardowego chmury ładunku równego $95 \mu\text{m}$.

3.2.2. Model 2D

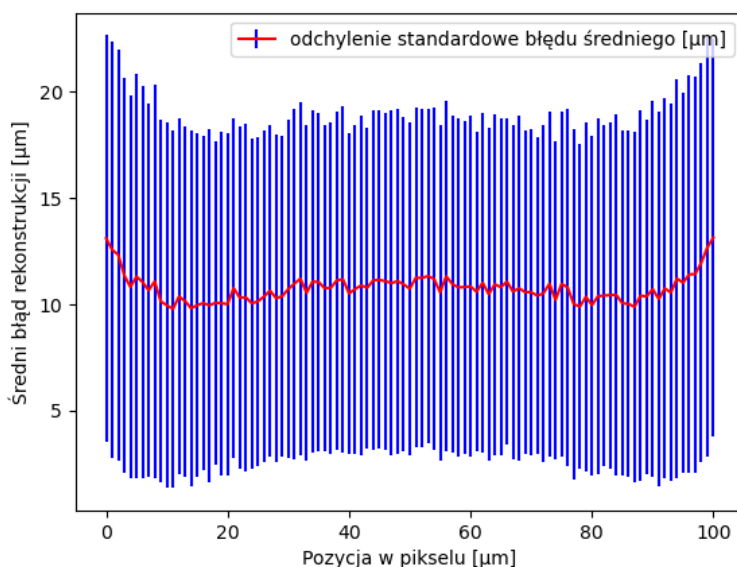
Miejsce zderzenia cząstki z detektorem wyznaczono w oparciu o modele opisane w rozdziałach 2.4.1 oraz 2.4.2. Zależność wartości błędu średniego opisanego wzorem (3.2) od stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela dla podziału ładunku na 3×3 sąsiednie piksele przedstawiono na wykresach 3.6. Wykres 3.6a przedstawia zgrubną analizę zależności średniego błędu rekonstrukcji od parametrów rozkładu ładunku, tak aby móc wyznaczyć obszar zainteresowania, dla którego powinna zostać wykonana dokładniejsza analiza.



Rys. 3.3. Zależność błędu średniego rekonstrukcji miejsca interakcji od stosunku odchylenia standardowego chmury wygenerowanego w detektorze ładunku oraz rozmiaru piksela dla modelu 1D przy podziale ładunku na 5 sąsiednich pikseli.



Rys. 3.4. Średni błąd rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem w funkcji pozycji zdarzenia dla modelu 1D przy podziale ładunku na 3 piksele oraz odchyleniu standardowym rozkładu ładunku równym $34 \mu\text{m}$.

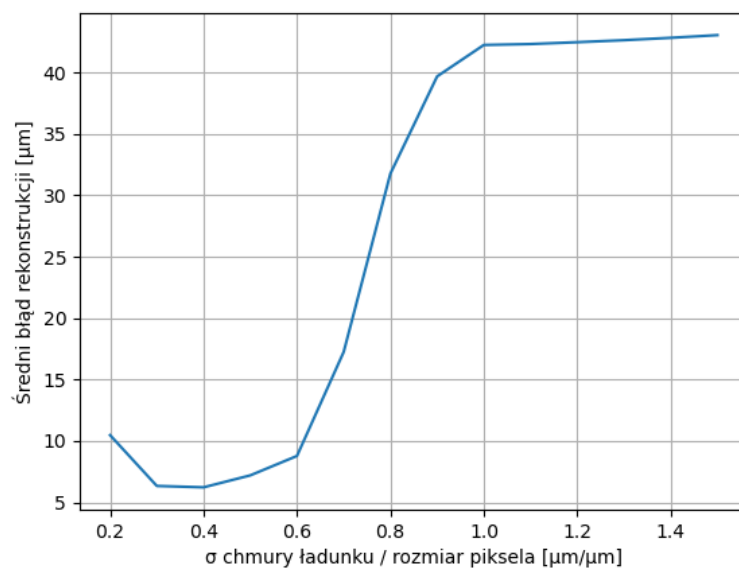


Rys. 3.5. Zależność średniego błędu rekonstrukcji od pozycji zderzenia cząstki dla modelu 1D przy podziale ładunku na 5 pikseli oraz odchylenia standardowego rozkładu ładunku równego $95 \mu\text{m}$.

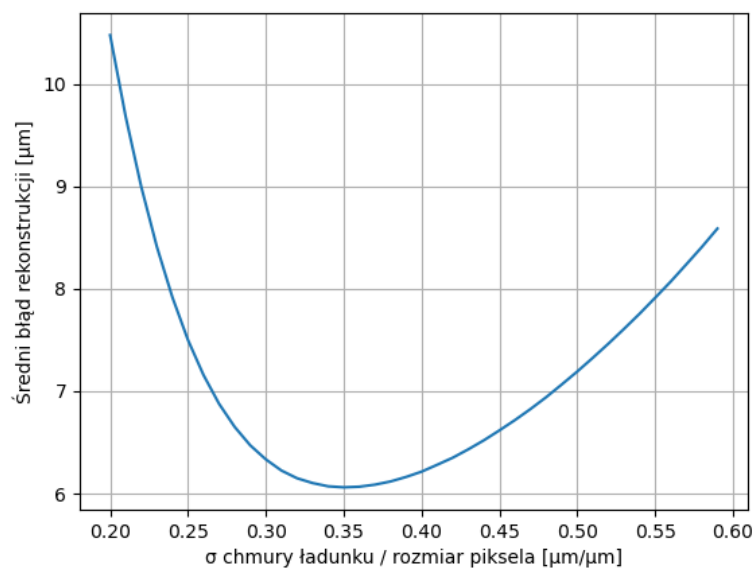
Z uwagi na osiągnięcie minimalnych wartości w przedziale 0.2-0.6, wykonano szereg symulacji w tym zakresie. Wyniki szczegółowej analizy wpływu odchylenia standardowego rozkładu ładunku na średni błąd rekonstrukcji przedstawione zostały na wykresie 3.6b.

Wartość minimalna błędu średniego dla podziału ładunku na 3×3 sąsiednie piksele została osiągnięta dla stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela równego 0.35 i wyniosła $6.061 \mu\text{m}$. Dla pikseli o założonym rozmiarze $100 \mu\text{m}$ (rozdział 3.1), minimalna wartość błędu średniego zostaje osiągnięta dla chmury ładunku o odchyleniu standardowym wynoszącym $35 \mu\text{m}$.

Przy podziale ładunku na 5×5 sąsiednich pikseli zależność błędu średniego od stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela została przedstawiona na wykresach 3.7. Analogicznie do przypadku podziału ładunku na 3×3 piksele, wykonano analizę zgrubną oraz dokładną, których wyniki przedstawiono kolejno na wykresach 3.7a oraz 3.7b. Najmniejszą wartość błędu zanotowano na poziomie $17.083 \mu\text{m}$ dla stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku oraz rozmiaru piksela równego 0.78. Dla założonego rozmiaru piksela mierzącego $100 \mu\text{m}$ (rozdział 3.1), chmura ładunku powinna posiadać odchylenie standardowe równe $78 \mu\text{m}$, aby osiągnąć minimalny błąd średni rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem. Z uwagi na długi czas symulacji modelu 2D z podziałem ładunku na 5×5 pikseli optymalizacja rozmiaru chmury elektronów została wykonana z rozdzielczością $5 \mu\text{m}$,

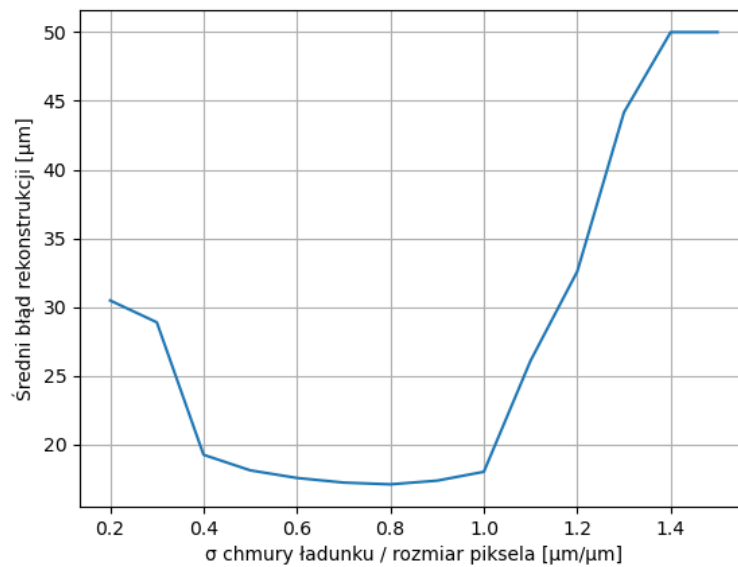


(a) Zgrubny pomiar wpływu odchylenia standardowego chmury ładunku na średni błąd rekonstrukcji.

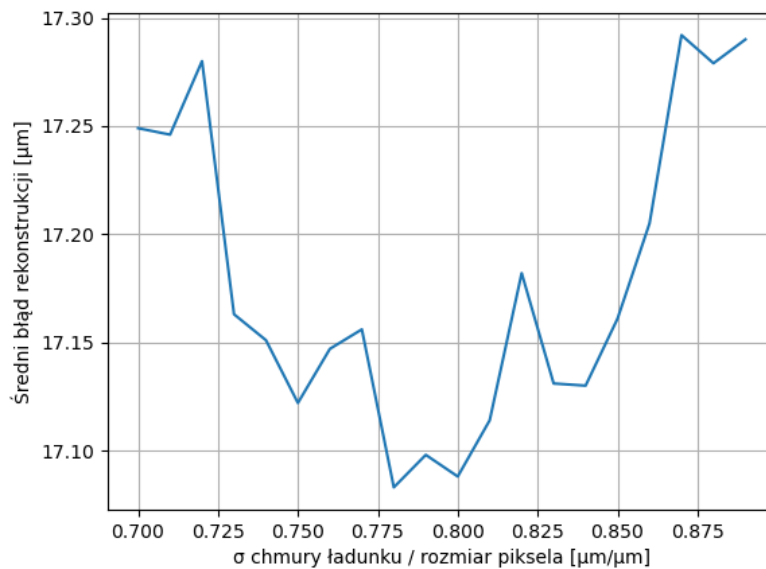


(b) Szczegółowy pomiar wpływu odchylenia standardowego chmury ładunku na średni błąd rekonstrukcji.

Rys. 3.6. Średni błąd rekonstrukcji miejsca interakcji w zależności od stosunku odchylenia standardowego chmury wygenerowanego w detektorze ładunku oraz rozmiaru piksela dla modelu 2D przy podziale ładunku na 3x3 sąsiednie piksele.



(a) Zgrubna analiza wpływu odchylenia standardowego chmury ładunku na średni błąd rekonstrukcji.

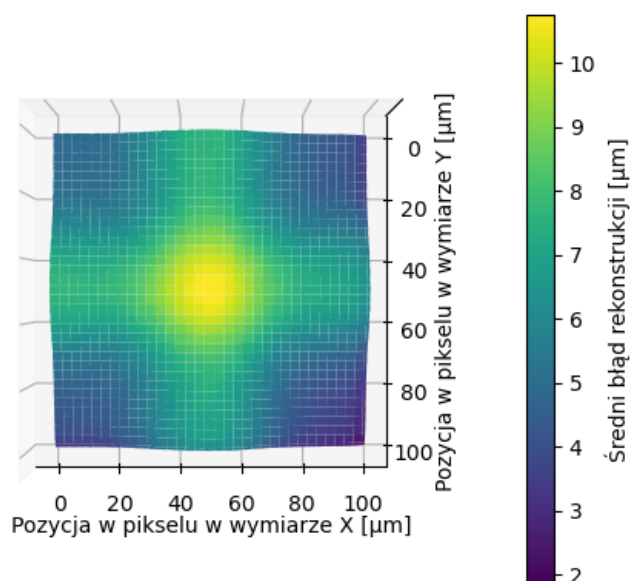


(b) Szczegółowa analiza wpływu odchylenia standardowego chmury ładunku na średni błąd rekonstrukcji.

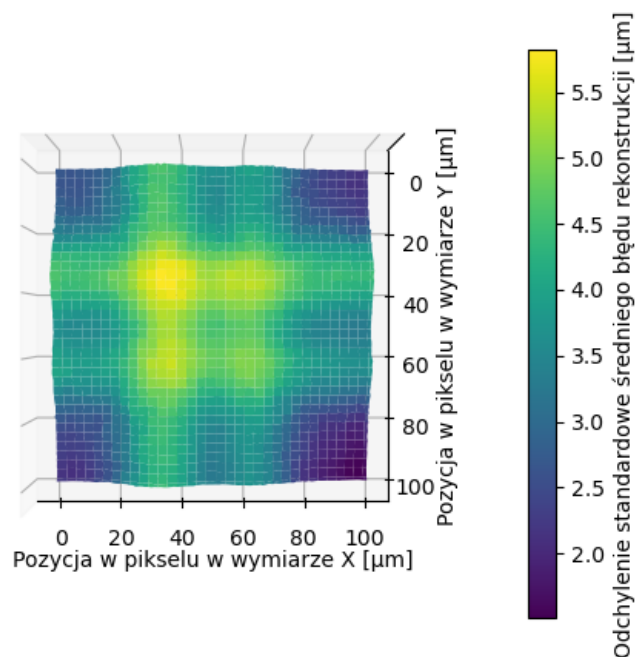
Rys. 3.7. Błąd średni rekonstrukcji miejsca interakcji w funkcji stosunku odchylenia standardowego chmury wygenerowanego w detektorze ładunku oraz rozmiaru piksela dla modelu 2D przy podziale ładunku na 5x5 sąsiednich pikseli.

gdzie rozdzielczość symulacji określa krok doboru miejsc interakcji wspomniany w pierwszym punkcie scenariusza opisanego w rozdziale 3.1.

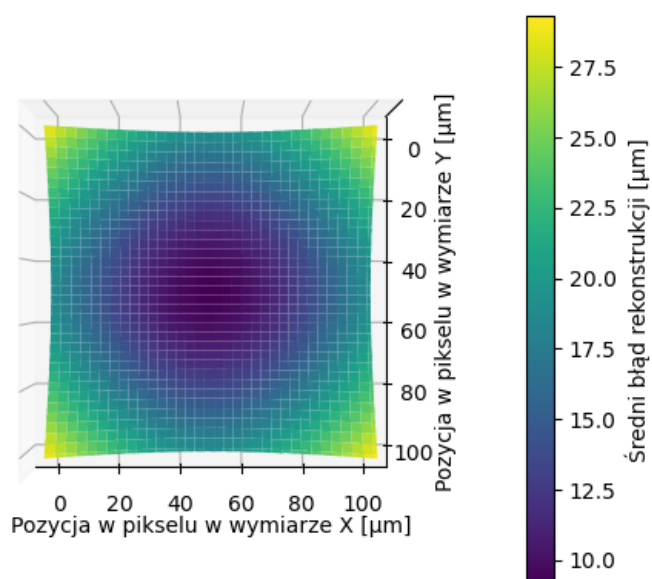
Dla otrzymanych wartości odchyłeń standardowych rozkładu ładunku implikujących minimalną wartość średniego błędu rekonstrukcji wyznaczono rozkład błędu oraz jego odchylenie standardowe w funkcji pozycji interakcji cząstki z detektorem. Wyniki zostały przedstawione na wykresach - dla podziału ładunku na 3x3 piksele oraz odchylenia standardowego rozkładu ładunku równego $35 \mu\text{m}$ zależność średniego błędu rekonstrukcji od pozycji zdarzenia przedstawia wykres 3.8, natomiast odchylenie standardowe średniego błędu rekonstrukcji opisuje wykres 3.9. Dla podziału ładunku na 5 pikseli przy odchyleniu standardowym chmury ładunku wynoszącym $78 \mu\text{m}$ przedstawiono średni błąd rekonstrukcji oraz jego odchylenie standardowe kolejno na wykresach 3.10 oraz 3.11. Symulacje te zostały wykonane zgodnie ze scenariuszem opisanym w rozdziale 3.1, gdzie założono rozdzielczość symulacji równą $1 \mu\text{m}$. Na wykresach 3.8 oraz 3.9 może zostać zauważona niesymetryczność. Wynika ona z ograniczeń symulacji - z uwagi na założoną rozdzielczość symulacji, podział ładunku pomiędzy sąsiadujące piksele zostaje dokonany z pewną skończoną dokładnością. W celu potwierdzenia źródła niesymetryczności wykonano analizę średniego błędu rekonstrukcji opartą o scenariusz przedstawiony w rozdziale 3.1, lecz pominięty został punkt 3 - generacja próbek szumu. Wyniki analizy zostały przedstawione na wykresie 3.12, na których również może zostać zaobserwowana niesymetryczność. Odchylenie standardowe średniego błędu rekonstrukcji w tej analizie wyniosło 0 dla całego zakresu pozycji interakcji. Wyniki przedstawione na wykresie 3.12 mogą zostać podzielone na 4 części, w zależności od sposobu rekonstrukcji pozycji interakcji - z wykorzystaniem wzoru (2.11) lub (2.12). Obszary przedstawiające średni błąd rekonstrukcji korzystające ze wzory (2.12) pozwalają osiągnąć niższe wartości błędu, gdyż z powodu niesymetrycznego podziału ładunku piksele o prawdopodobieństwie ładunku P_{XIII} oraz P_{YIII} (rysunek 2.4) używają jego większą część, zapewniając dokładniejszy sposób rekonstrukcji. Dokładność ta wynika jedynie z rozdzielczości symulacji. Zwiększając dokładność symulacji, niesymetryczność ta zostanie zmniejszona, lecz nie zostanie zniwelowana, gdyż nie jest możliwe osiągnięcie nieskończenie małego kroku symulacji.



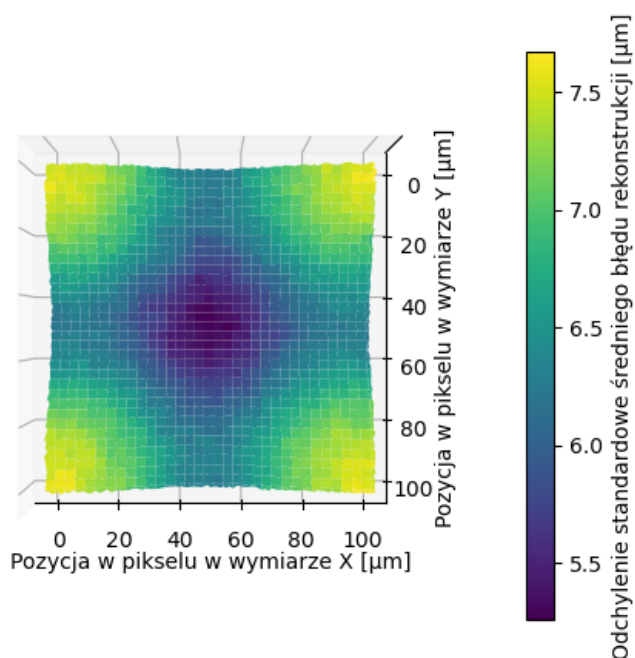
Rys. 3.8. Średni błąd rekonstrukcji w funkcji pozycji zderzenia cząstki dla modelu 2D przy podziale ładunku na 3x3 piksele oraz odchyleniu standardowym rozkładu ładunku równym $35 \mu\text{m}$.



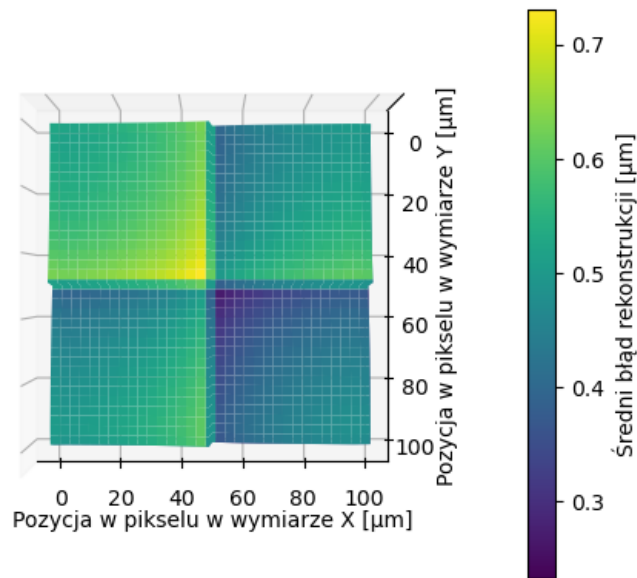
Rys. 3.9. Odchylenie standardowe średniego błędu rekonstrukcji w zależności od pozycji interakcji cząstki z detektorem dla modelu 2D przy podziale ładunku na 3x3 piksele oraz odchyleniu standardowym rozkładu ładunku równym $35 \mu\text{m}$.



Rys. 3.10. Zależność średniego błędu rekonstrukcji od pozycji zderzenia cząstki dla modelu 2D przy podziale ładunku na 5x5 pikseli oraz odchyleniu standardowym rozkładu ładunku wynoszącym $78 \mu\text{m}$.



Rys. 3.11. Odchylenie standardowe średniego błędu rekonstrukcji w funkcji pozycji zderzenia cząstki z detektorem dla modelu 2D przy podziale ładunku na 5x5 pikseli oraz odchyleniu standardowym rozkładu ładunku równym $35 \mu\text{m}$.

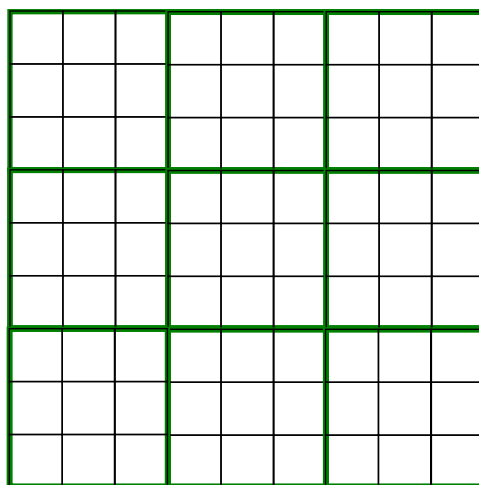


Rys. 3.12. Błąd średni rekonstrukcji w funkcji pozycji interakcji cząstki dla modelu 2D przy podziale ładunku na 3x3 piksele oraz odchyleniu standardowym rozkładu ładunku wynoszącym 35 μm przy braku źródła szumu.

3.3. Optymalizacja liczby podziałów danego piksela

Poprawę rozdzielczości detektorów promieniowanie X możemy osiągnąć poprzez minimalizację jednostki sensorycznej - piksela (1.3). Jak wspomniano w rozdziale 2.1, rozmiar elektroniki umieszczanej w pojedynczym pikselu ogranicza skalowanie rozmiaru piksela w dół. Poprawę rozdzielczości detektora analogiczną do skalowania rozmiaru pojedynczego piksela możemy osiągnąć poprzez podział pojedynczej jednostki sensorycznej na wirtualne przedziały, do których przyporządkowane będą rejestrowane zdarzenia. Przykładowy sposób podziału pikseli na 9 części dla modelu 2D został przedstawiony na rysunku 3.13. Na poprawę rozdzielczości pomiaru wpływać będzie dobór liczby podziałów danego piksela. Wpływ ten został zbadany w oparciu o symulację wykorzystującą scenariusz przedstawiony w rozdziale 3.1. Zrekonstruowane pozycje zderzenia cząstki wyznaczone w symulacji zostały zaklasyfikowane do podziałów piksela w którym się zawierają. Parametr pozwalający porównać wpływ liczby podziałów piksela na dokładność rekonstrukcji pozycji interakcji zdefiniowano jako średnią odległość miejsca zderzenia cząstki z detektorem od środka obszaru, do którego została ona przyporządkowana. Parametr ten został opisany wzorem (3.1) dla modelu 1D, zaś dla modelu 2D parametr ten został wyrażony wzorem (3.2), gdzie x_a oraz y_a to współrzędne środka podziału piksela, do którego przyporządkowane zostało rejestrowane zdarzenie. Z uwagi na uzyskanie niższych wartości średnich błędów rekonstrukcji przy podziale ładunku na 3 oraz 3x3 piksele (rozdział

3.2.1 oraz 3.2.2), niż przy podziale ładunku na 5 oraz 5x5 pikseli, analizę liczby podziałów piksela wykonano dla modeli zapewniających niższy błąd rekonstrukcji.



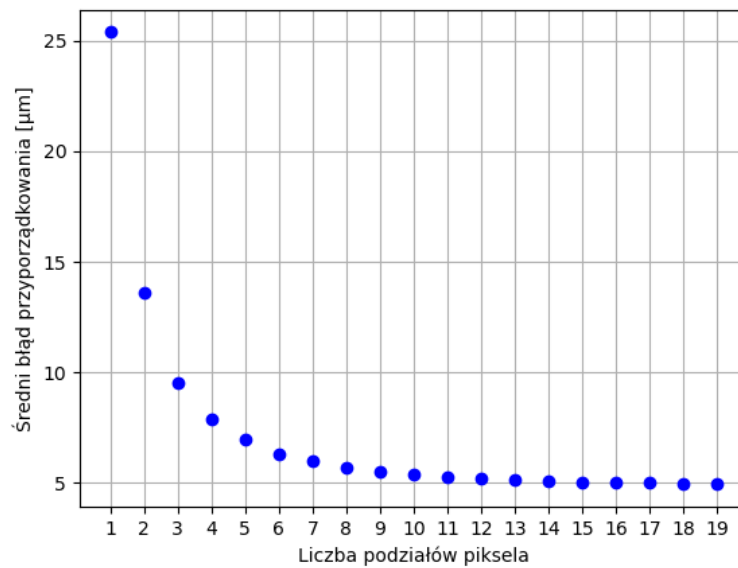
Rys. 3.13. Podział pikseli na 3x3 podziały. Zielonym kolorem zostały oznaczone pojedyncze jednostki sensoryczne - piksele, zaś czarnym kolorem przedstawiono podziały każdego z pikseli.

3.3.1. Model 1D

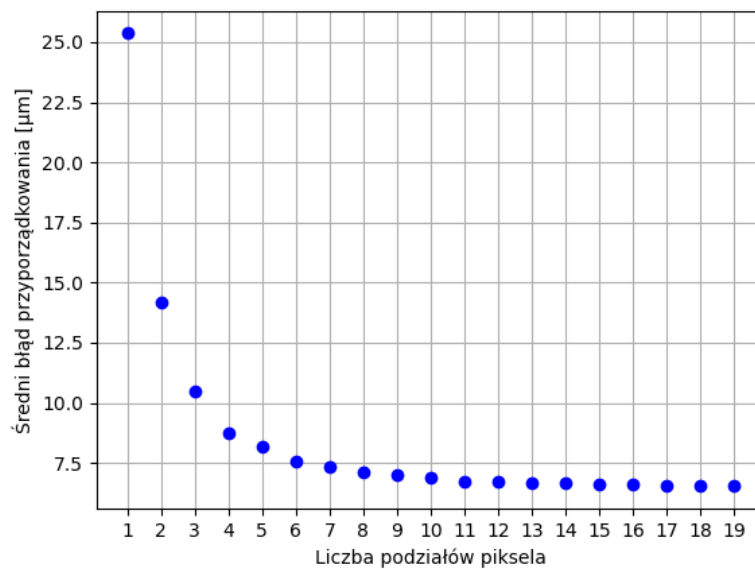
Zależność średniego błędu (3.1) od liczby podziałów piksela w modelu 1D dla ładunku dzielącego się na 3 sąsiednie piksele została przedstawiona na wykresie 3.14.

3.3.2. Model 2D

Analogicznie do wyników optymalizacji liczby podziałów piksela wyznaczono charakterystykę zależności średniego błędu przyporządkowania zdarzenia w funkcji liczby podziałów. Średni błąd przyporządkowania (3.2) w funkcji liczby podziałów piksela został przedstawiony na wykresie 3.15 dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 sąsiednie piksele.



Rys. 3.14. Zależność średniego błędu przyporządkowania interakcji cząstki z detektorem w funkcji liczby podziałów piksela dla modelu 1D z podziałem ładunku na 3 sąsiednie piksele.



Rys. 3.15. Średni błąd przyporządkowania interakcji cząstki z detektorem w funkcji liczby podziałów piksela dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 sąsiednie piksele.

3.4. Wyznaczenie parametrów detektora

Dobór parametrów detektora wpływa na odchylenie standardowe rozkładu ładunku wygenerowanego w momencie interakcji cząstki z detektorem. Zależność szerokości (*RMS* - *Root Mean Square*, średnia kwadratowa) chmury ładunku (σ) od grubości detektora (d) oraz napięcia polaryzacji (V) opisuje wzór (3.3) [3], gdzie k jest stałą Boltzmanna i wynosi $k = 1.38 * 10^{-23} J * K^{-1}$, T to temperatura wyrażona w stopniach Kelvina, zaś q to ładunek jednostkowy.

$$\sigma = \sqrt{\frac{2kTd^2}{qV}} \quad (3.3)$$

Znając pożądane odchylenie standardowe rozkładu ładunku, możemy wyznaczyć stosunek grubości detektora oraz wartości napięcia polaryzującego jaki należy dobrać, aby osiągnąć zadaną szerokość (*RMS*) chmury ładunku. Przekształcając równanie (3.3) uzyskana zostaje równość (3.4) opisująca wartość stosunku kwadratu grubości detektora do wartości napięcia polaryzacji w funkcji odchylenia standardowego chmury ładunku.

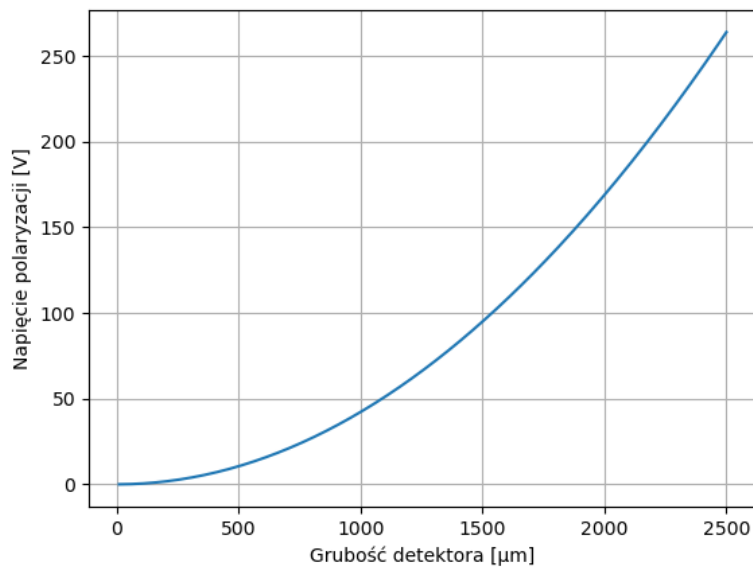
$$\frac{d^2}{V} = \frac{\sigma^2 q}{2kT} \quad (3.4)$$

Analizę parametrów detektora przeprowadzono dla modeli 2D, z uwagi na lepsze odwzorowanie rzeczywistych układów względem modelu 1D.

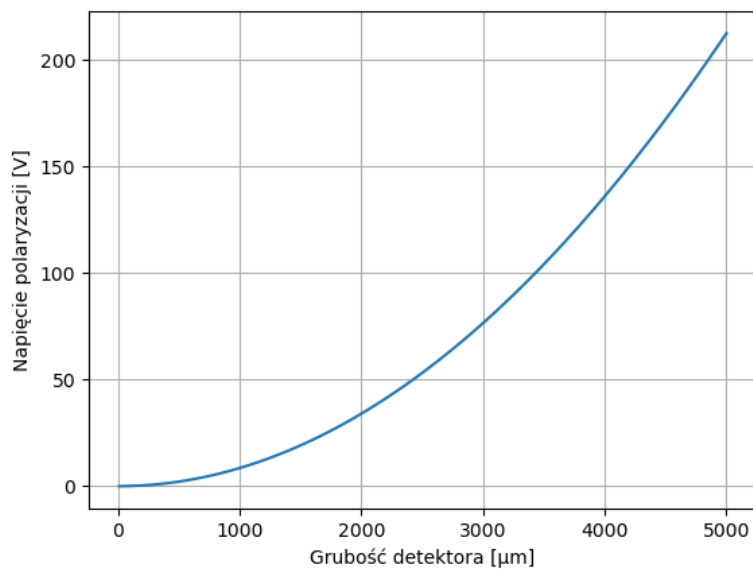
3.4.1. Grubość detektora oraz napięcie polaryzujące

Stosunek szerokości (*RMS*) chmury ładunku do rozmiaru piksela, dla której błąd średni rekonstrukcji osiągnął minimalną wartość wynosi 0.35 dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 pikseli, zaś dla modelu 2D z podziałem ładunku na 5x5 pikseli jest równa 0.78. Wartości te zostały wyznaczone przy pomocy symulacji opisanych w rozdziale 3.2.2. Znając pożądane wartości stosunków odchylen standardowych rozkładu ładunku do rozmiaru piksela dla modeli 2D z podziałem ładunku na 3x3 piksele oraz 5x5 pikseli, a także rozmiar piksela oraz korzystając z równania (3.4) otrzymano stosunek kwadratu grubości detektora do wartości napięcia polaryzującego na poziomie $23685.228 \frac{\mu m^2}{V}$ dla rozmiaru piksela na poziomie $100 \mu m$ przy podziale ładunku na 3x3 piksele oraz $117633.411 \frac{\mu m^2}{V}$ dla podziału na 5x5. Dla otrzymanych wartości wyznaczono pary grubości detektora oraz napięcia polaryzującego spełniające równanie (3.4). Pary spełniające założone warunki zostały przedstawione na wykresach 3.16 dla podziału ładunku na 3x3 piksele oraz 3.17 dla podziału ładunku na 5x5 pikseli.

Aby uzyskać obszar aktywny w detektorze, zostaje on spolaryzowany w kierunku zaporowym, co zostało opisane w rozdziale 1.2. Aby uzyskać jak największą powierzchnię aktywną,



Rys. 3.16. Wartości parametrów detektora (grubość d oraz napięcie polaryzujące V) pozwalające uzyskać odchylenie standardowe rozkładu ładunku na poziomie $35 \mu\text{m}$ dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3×3 piksele.



Rys. 3.17. Pary grubość detektora d oraz napięcie polaryzujące V implikujące szerokość (RMS) chmury ładunku równą $78 \mu\text{m}$ dla modelu 2D z podziałem ładunku na 5×5 pikseli.

należy spolaryzować złącze p - n napięciem, które spowoduje całkowite zubożenie złącza. Napięcie zubożenia jest opisane wzorem (3.5) [17], gdzie q to ładunek jednostkowy, N to mniejsza z wartości poziomu domieszkowania obszarów p oraz n , d - grubość detektora, zaś ϵ to przenikalność elektryczna materiału z jakiego został wykonany detektor.

$$V_d = \frac{qNd^2}{2\epsilon} \quad (3.5)$$

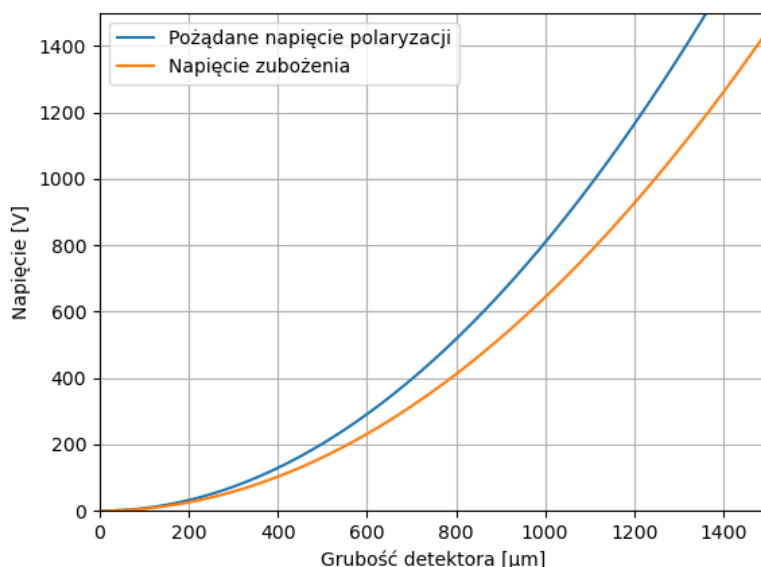
Dla detektora krzemowego, przy poziomie domieszkowania wynoszącym $N = 8.3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ [18], wyznaczone pary grubości detektora oraz napięcia polaryzacji przedstawione na wykresie 3.16, nie przekraczają wartości napięcia zubożenia. W takich warunkach detektor zostanie jedynie częściowo zubożony. Osiągnięcie zadanego stosunku rozmiaru chmury ładunku do rozmiaru piksela, przy jednoczesnym zapewnieniu odpowiednich warunków pracy detektora, jest możliwe przy następujących modyfikacjach:

- zmniejszenie rozmiaru piksela,
- dobranie materiału detektora o wyższej przenikalności elektrycznej,
- dobraniu niższego poziomu domieszkowania detektora.

Stosując pierwszy z wymienionych sposobów, wyznaczono pary grubości detektora oraz napięcia polaryzacji dla piksela o długości boku wynoszącym $25 \mu\text{m}$. Pary te zostały przedstawione na wykresie 3.18. Wyznaczone wartości napięcia polaryzacji wykraczają poza napięcie zubożenia, zapewniając odpowiednie warunki pracy detektora. Pary wyznaczone dla stosunku rozmiaru chmury ładunku do rozmiaru piksela wynoszącego 0.78 odbiegają bardziej od napięcia zubożenia, niż te uzyskane dla stosunku rozmiaru chmury ładunku do rozmiaru piksela wynoszącego 0.35, dlatego przedstawioną powyżej analizę wykonano jedynie dla wartości wspomnianego stosunku wynoszącego 0.35.

3.5. Wyznaczenie parametrów układu odczytowego

Hybrydowe detektory pikselowe składają się z dwóch komponentów - detektora oraz układu odczytowego (rozdział 1.2), który w przypadku detektorów pracujących w trybie zliczania pojedynczych fotonów jest macierzą jednostek odczytowych - pikseli elektroniki odczytu. Każdy z pikseli składa się z układów analogowych oraz cyfrowych, na których pograniczu znajduje się przetwornik analogowo-cyfrowy. Sygnały cyfrowe są bardziej korzystne z uwagi na większą odporność na szумы, mniejszą wrażliwość na rozrzuty produkcyjne oraz łatwość w zapamiętywaniu i przechowywaniu danych cyfrowych. Jednakże, nie jest możliwe wykorzystanie jedynie domeny cyfrowej z uwagi na analogowy charakter mierzonych wielkości. Z powodu analogowej natury sygnałów powstałych w detektorze konieczne jest stosowanie odczytowych układów

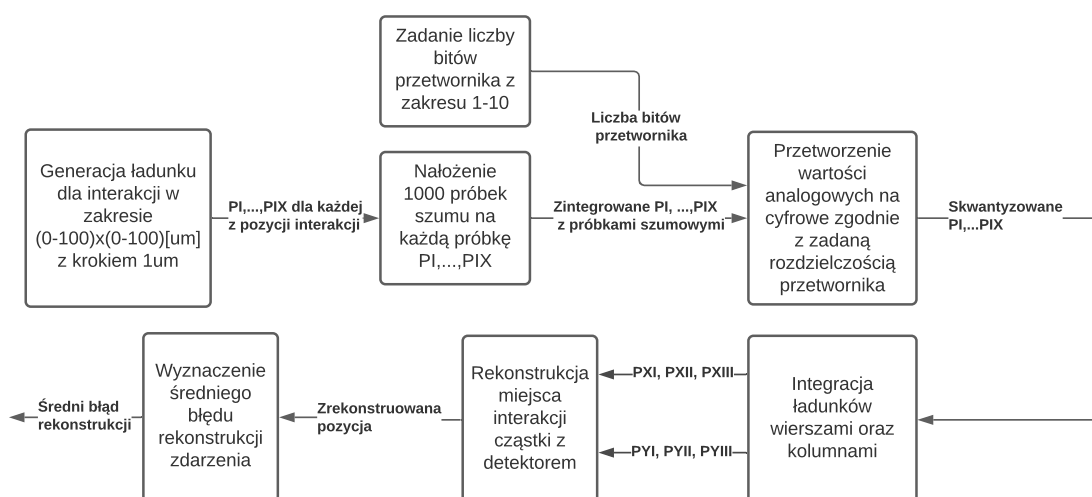


Rys. 3.18. Pary grubość detektora d oraz napięcie polaryzujące V (zaznaczone kolorem niebieskim) implikujące stosunek rozmiaru chmury do długości boku piksela na poziomie 0.34 przy zapewnieniu przekroczenia napięcia polaryzacji powyżej napięcie zubożenia (zaznaczone kolorem pomarańczowym) dla piksela o boku $25\ \mu\text{m}$.

analogowych, a następnie dokonanie konwersji sygnału analogowego do domeny cyfrowej, tak aby zyskać opisane zalety sygnałów cyfrowych.

3.5.1. Umieszczenie oraz rozdzielczości przetwornika A/C

Dla modelu 2D opisanego w rozdziale 2.4 z podziałem ładunku na 3×3 piksele wykonano analizę wpływu umiejscowienia oraz rozdzielczości przetwornika analogowo-cyfrowego (A/C) na dokładność rekonstrukcji miejsca interakcji cząstki z detektorem. Wyznaczono dwie możliwe pozycje przetwornika A/C. Pierwsza z nich to konwersja zebranych w pikselach ładunków na sygnały cyfrowe przed integracją w rzędach oraz kolumnach, nazywana w dalszej części pracy konwersją przed sumowaniem. Schemat blokowy przedstawiający scenariusz tego przypadku, na którym przedstawiono umiejscowienie przetwornika, został zilustrowany na rysunku 3.19. Takie dobranie pozycji konwersji sygnału analogowego na cyfrowy oznacza, że dalsze sumowanie rzędami oraz kolumnami odbędzie się w domenie cyfrowej. Drugą możliwością miejsca konwersji analogowo-cyfrowej jest przetworzenie analogowo zsumowanych kolumnami oraz rzędami ładunków na sygnały cyfrowe, nazywana w dalszej części pracy konwersją



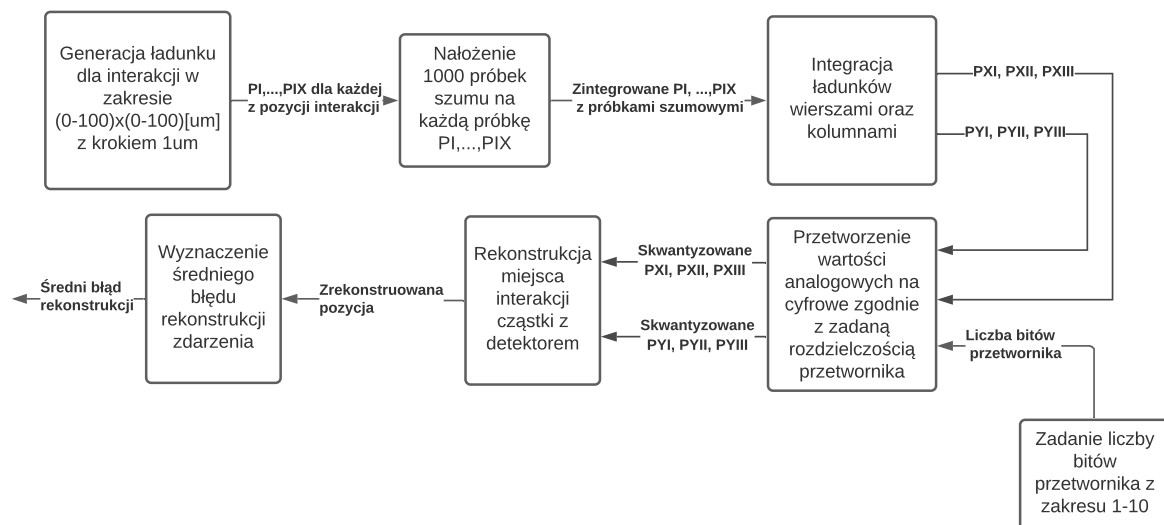
Rys. 3.19. Scenariusz symulacji wpływu rozdzielczości przetwornika A/C na dokładność rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem określonej przy pomocy średniego błędu rekonstrukcji dla modelu 2D (rozdział 2.4) z konwersją przed sumowaniem.

po sumowaniu. Schemat blokowy symulacji realizującej drugie z opisanych rozwiązań umiejscowienia przetwornika przedstawiono na rysunku 3.20.

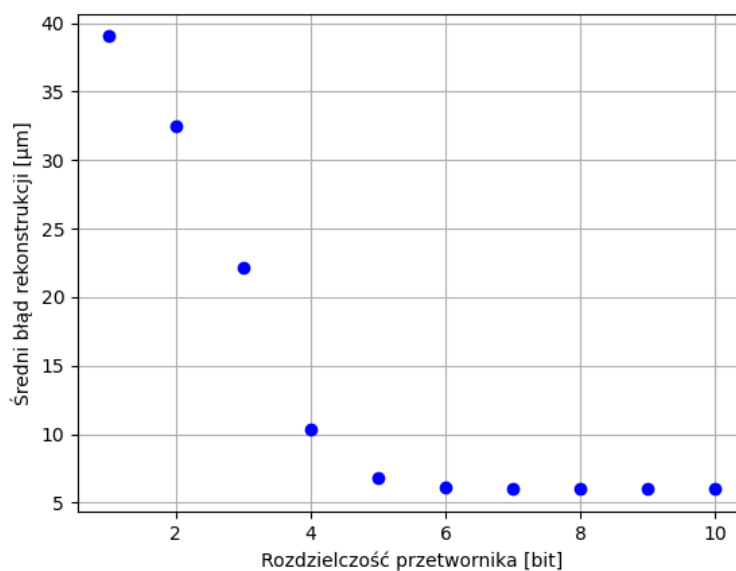
Dla każdej z dwóch opisanych powyżej możliwości umiejscowienia przetwornika A/C wykonano analizę wpływu rozdzielczości wykorzystanego przetwornika na dokładność rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem. Do określenia wpływu liczby bitów przetwornika na rekonstrukcję zdarzenia wykorzystano parametr nazwany średnim błędem rekonstrukcji opisany wzorem (3.2). Wartość tego parametru w funkcji rozdzielczości przetwornika dla konwersji przed sumowaniem została przedstawiona na wykresie 3.21, zaś zależność średniego błędu od liczby bitów przetwornika dla konwersji po sumowaniu przedstawiono na wykresie 3.22.

3.6. Podsumowanie symulacji komputerowych

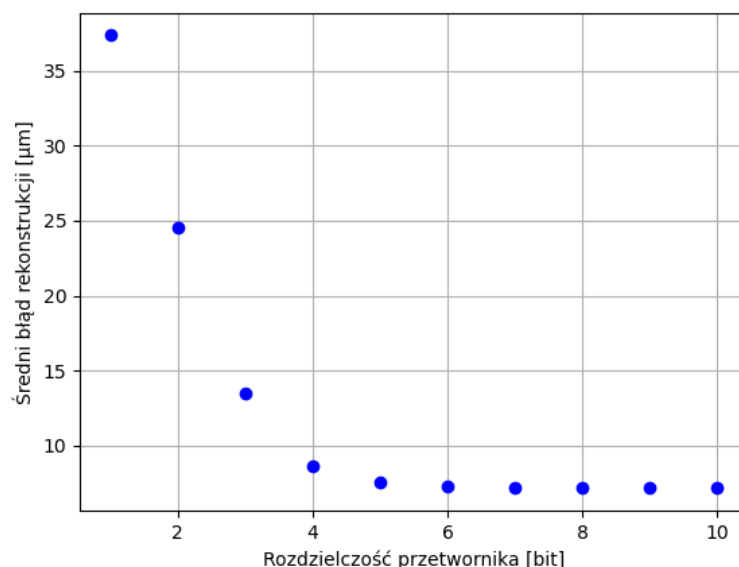
Wykonane symulacje modelu podziału ładunku oraz rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem dostarczyły wyników pozwalających wyciągnąć pewne wnioski dotyczące proponowanych modeli. Przeprowadzenie symulacji optymalizacji rozmiaru chmury elektronów (rozdział 3.2), dostarczyło informacji na temat minimalnego błędu rekonstrukcji, jaki może zostać osiągnięty z wykorzystaniem modeli przy podziale ładunku na 3 piksele (3x3 piksele w



Rys. 3.20. Scenariusz symulacji wpływu rozdzielczości przetwornika A/C na dokładność rekonstrukcji miejsca zdarzenia określonej przy pomocy średniego błędu rekonstrukcji dla modelu 2D (rozdział 2.4) z wykorzystaniem konwersji po sumowaniu.



Rys. 3.21. Wartość średniego błędu rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem w funkcji liczby bitów przetwornika analogowo-cyfrowego dla konwersji przed sumowaniem dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 piksele (rozdział 2.4).



Rys. 3.22. Średni błąd rekonstrukcji zdarzenia w zależności od liczby bitów przetwornika analogowo-cyfrowego dla konwersji po sumowaniu dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 piksele (rozdział 2.4).

modelu 2D) oraz 5 pikseli (5x5 pikseli). Analiza wyników, zarówno modeli 1D, jak i 2D pozwala wnioskować, że model rekonstrukcji ładunku na podstawie podziału na 3 piksele (3x3 pikseli) pozwala zrekonstruować pozycję interakcji cząstki z detektorem w sposób bardziej dokładny. Minimalna wartość średniego błędu rekonstrukcji z podziałem ładunku na 3 piksele wyniosła $4.788 \mu\text{m}$, zaś przy podziale ładunku na 5 pikseli $10.760 \mu\text{m}$. Różnica uzyskanych wyników jest znacząca - ponad dwukrotnie większy błąd został uzyskany przy rekonstrukcji na podstawie podziału ładunku na 5 pikseli. Analogiczne wyniki zostały uzyskane dla modeli 2D. Minimalna wartość średniego błędu rekonstrukcji dla podziału ładunku na 3x3 piksele została zanotowana na poziomie $6.061 \mu\text{m}$, gdy przy podziale na 5x5 pikseli wyniosła $17.083 \mu\text{m}$, co stanowi prawie trzykrotność minimalnego błędu rekonstrukcji przy podziale na 3x3 piksele. Z uwagi na znacząco mniejszą dokładność rekonstrukcji pozycji interakcji cząstki z detektorem przy podziale ładunku na 5 oraz 5x5 pikseli, dalsze rozważania zostały wykonane jedynie dla modeli z podziałem ładunku na 3 oraz 3x3 piksele. Ponadto, ponieważ najmniejsza wartość średniego błędu rekonstrukcji została uzyskana dla stosunku odchylenia standardowego chmury ładunku do rozmiaru piksela na poziomie 0.34 dla modelu 1D z podziałem ładunku na 3 piksele oraz 0.35 dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 piksele, w dalszych rozważaniach zastosowane zostały wartości rozmiaru chmury elektronów na poziomie kolejno $34 \mu\text{m}$ oraz $35 \mu\text{m}$ przy założeniu rozmiaru piksela o długości boku $100 \mu\text{m}$.

Analiza wyników optymalizacji liczby podziałów danego piksela (rozdział 3.3), pozwala stwierdzić, iż zaproponowany model rekonstrukcji pozycji interakcji jest zgodny z oczekiwaniem, ponieważ zwiększanie liczby podziałów piksela powoduje spadek średniego błędu przyporządkowania - różnica pomiędzy miejscem interakcji fotonu z detektorem, a zrekonstruowaną pozycją maleje w funkcji liczby podziałów piksela. Z dalszej analizy wyciągnięte zostały wnioski dotyczące optymalnej liczby podziałów - przy zmianie liczby podziałów piksela z 4 na 5, różnica uzyskanych średnich błędów nie przekracza $1\ \mu\text{m}$, zarówno dla modelu 1D jak i 2D. Dla modelu 1D z podziałem ładunku na 3 piksele uzyskano średni błąd przyporządkowania dla 4 podziałów piksela na poziomie $7.860\ \mu\text{m}$, zaś dla 5 podziałów piksela wyniósł $6.967\ \mu\text{m}$. W przypadku modelu 2D wartości te wyniosły kolejno $13.659\ \mu\text{m}$ dla 16 podziałów piksela (4×4) oraz $12.961\ \mu\text{m}$ dla 25 podziałów piksela (5×5). W przypadku zastosowania modelu do aplikacji wymagających dużej dokładności pomiarów, liczba podziałów piksela może zostać zwiększana, w celu zmniejszenia błędu przyporządkowania, jednak należy zauważyć, że zależność średniego błędu przyporządkowania od liczby podziałów piksela ma charakter wykładniczy, tak więc dalsze zwiększanie liczby podziałów piksela będzie powodować niewielkie zmiany w wartości średniego błędu przyporządkowania. Z powodu powyżej przedstawionych wniosków analizy wyników optymalizacji liczby podziałów danego piksela wybrano 4 podziały piksela jako optymalną liczbę.

Przedstawione powyżej wyniki pozwoliły wyznaczyć parametry detektora oraz układu odczytowego jakie powinny zostać osiągnięte, by zapewnić odpowiednie warunki generacji ładunku oraz dużą dokładność rekonstrukcji miejsca interakcji. Analizy parametrów detektora, takich jak grubość detektora oraz napięcie polaryzacji wykonane zostały dla modeli 2D, gdyż odpowiadają one rzeczywistym układom w większym stopniu niż modele 1D. Wartości parametrów detektora wyznaczone zostały w oparciu o optymalne stosunki szerokości (*RMS*) chmury ładunku do rozmiaru piksela wynoszące 0.35 dla podziału ładunku na 3×3 piksele oraz 0.78 dla podziału na 5×5 pikseli. Wyznaczone pary grubości detektora oraz napięcia polaryzacji dla stosunku rozmiaru chmury ładunku do długości boku piksela poddano dalszej analizie. Otrzymane wartości napięcia polaryzacji porównano z napięciem zubożenia, które zapewnia obszar aktywny detektora. Dla piksela o długości boku $100\ \mu\text{m}$ oraz szerokości (*RMS*) chmury ładunku na poziomie $35\ \mu\text{m}$ wartości napięcia polaryzacji nie przekroczyły wartości napięcia zubożenia. Z tego powodu dokonano optymalizacji parametrów układu, tak aby uzyskać pożądany stosunek przy jednoczesnej polaryzacji detektora odpowiednim napięciem. Pary spełniające te założenia zostały osiągnięte dla piksela o boku $25\ \mu\text{m}$ i szerokości (*RMS*) chmury ładunku wynoszącej $8.75\ \mu\text{m}$. Ponieważ napięcia polaryzacji wyznaczone dla stosunku rozmiaru chmury ładunku do długości boku piksela wynoszącego 0.78 odbiegały w większym stopniu od napięcia zubożenia niż napięcia polaryzacji wyznaczone dla stosunku wynoszącego 0.35, wykonano

optymalizację parametrów implikujących odpowiedni stosunek oraz wartość napięcia polaryzującego przekraczającą napięcie zubożenia jedynie dla niższej wartości wspomnianego stosunku.

Z uwagi na mniej korzystne parametry detektora, które należy osiągnąć w modelu z podziałem ładunku na 5x5 pikseli oraz wyższy średni błąd rekonstrukcji opisany powyżej, symulację pozwalającą wyznaczyć parametry układu odczytowego wykonano jedynie dla modelu 2D z podziałem ładunku na 3x3 piksele. Wyniki przedstawione na wykresach 3.21 oraz 3.22 pozwalają określić konwersję po sumowaniu jako bardziej korzystną, ze względu na niższe wartości błędu rekonstrukcji. Wykorzystanie przetwornika 4-bitowego w modelu konwersji przed sumowanie pozwala osiągnąć średni błąd rekonstrukcji na poziomie $10.398 \mu\text{m}$, zaś przy konwersji po sumowaniu osiąga on wartość $8.646 \mu\text{m}$. Stąd wynika, że ładunek sumowany kolumnami oraz wierszami w sposób analogowy pozwala uzyskać wyższą dokładność rekonstrukcji. Dodatkowo, wartość średniego błędu rekonstrukcji, zależy od liczby bitów przetwornika w sposób wykładniczy i dla przetwornika o liczbie bitów 5, średni błąd rekonstrukcji przy konwersji po sumowaniu wynosi $7.567 \mu\text{m}$, zaś dla tego samego typu konwersji, wykorzystanie przetwornika o 6-ciu bitach $7.288 \mu\text{m}$. Z uwagi iż różnica pomiędzy wartościami średniego błędu rekonstrukcji dla przetwornika o 5-ciu oraz 6-ciu bitach przy konwersji po sumowaniu, uznano przetwornik 5-cio bitowy za optymalny wybór.

4. Algorytm

W oparciu o wyniki analiz przedstawionych w rozdziale 3, opracowano algorytm pozwalający uzyskać dokładność rekonstrukcji pozycji interakcji większą niż rozmiar pojedynczego piksela, wykorzystując rozkład ładunku wygenerowanego w detektorze. Z uwagi na osiągnięcie najkorzystniejszych wyników dla podziału ładunku na 3x3 piksele - zarówno najniższy średni błąd rekonstrukcji, jak i łatwiejsze do uzyskania w rzeczywistym układzie parametry detektora, opracowany algorytm oparto na podziale ładunku na 9 sąsiednich pikseli. Przedstawione w rozdziale 2 modele, z wykorzystaniem których uzyskano wyniki pozwalające opracować algorytm rekonstrukcji pozycji zostały opisane przy pomocy odwrotnej funkcji błędu. Niestety nie posiada ona wzoru jawnego, który może zostać użyty w algorytmie. Funkcja ta może jednak zostać rozwinięta w szereg, przedstawiony w równaniu (4.1) [19] [20], gdzie $c_0 = 1$, zaś kolejne wartości c_k opisane są wzorem (4.2). Dla $k = 1$, tzn. wykorzystując jedynie pierwszy element rozwinięcia szeregu (4.1), wzory (2.11) oraz (2.12) przyjmują postać kolejno (4.3) oraz (4.4), gdzie σ to szerokość (*RMS*) chmury ładunku wygenerowanego w pikselu, a - rozmiar piksela, P_I oraz P_{III} to prawdopodobieństwa ładunków zebranych przez sąsiadujące piksele, a x_0 to miejsce interakcji.

$$erf^{-1}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{2k+1} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}x\right)^{2k+1} \quad (4.1)$$

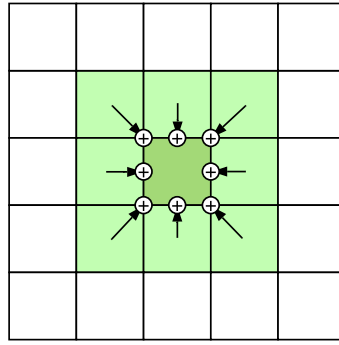
$$c_k = \sum_{m=0}^{k-1} \frac{c_m c_{k-1-m}}{(m+1)(2m+1)} \quad (4.2)$$

$$x_0(P_I) \approx -1.25 * \sigma * (2P_I - 1) \quad (4.3)$$

$$x_0(P_{III}) \approx 1.25 * \sigma * (2P_{III} - 1) + a \quad (4.4)$$

4.1. Propozycja implementacji

Zakładając podział ładunku na 3x3 piksele, po zsumowaniu liczby ładunków zebranych przez 9 sąsiednich pikseli otrzymany zostanie całkowity ładunek wygenerowany w detektorze. W oparciu o to założenie opracowano algorytm, składający się z następujących kroków:



Rys. 4.1. Sumowanie ładunków z sąsiadujących pikseli oraz przypisanie wyniku do środkowego piksela.

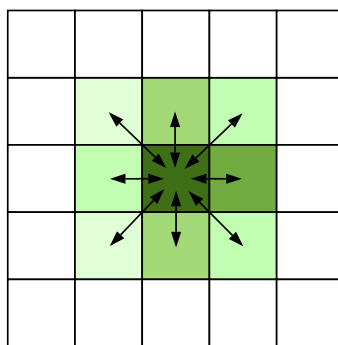
1. Zsumowanie ładunków zebranych przez 9 sąsiadujących pikseli oraz przypisanie wyliczonej wartości do piksela znajdującego się po środku (rysunek 4.1).
2. Porównanie zsumowanego ładunku z zadaniem progiem - kolejne kroki zostają wykonywane jedynie wtedy, gdy ustalony próg zostaje przekroczony.
3. Porównanie wartości zsumowanych ładunków, która przekroczyła próg z sumami przypisanymi do sąsiednich pikseli w celu wyznaczenia piksela z najwyższym wynikiem sumy, nazywanym dalej pikselem zainteresowania (rysunek 4.2).
4. Wyznaczenie wartości P_{XI} , P_{XIII} , P_{YI} oraz P_{YIII} (rysunek 2.1), zgodnie ze wzorami kolejno (4.5), (4.6), (4.7) oraz (4.8), gdzie E_4 to suma ładunków w pikselu zainteresowania, zaś E_1 , E_3 , E_5 , E_7 to sumy zebrane kolejno w pikselu znajdującym się powyżej piksela zainteresowania, na lewo i prawo od piksela zainteresowania oraz poniżej niego. Oznaczenia te zostały również przedstawione na rysunku 4.3.
5. Rekonstrukcja pozycji interakcji cząstki z detektorem z wykorzystaniem wzorów (4.3), gdy P_{XI} osiąga wartość wyższą niż P_{XIII} , gdy jednak P_{XIII} jest większe od P_{XI} wykorzystany zostaje wzór (4.4). Analogicznie dla P_{YI} oraz P_{YIII} .

$$P_{XI} = \frac{E_4 - E_5}{E_4} \quad (4.5)$$

$$P_{XIII} = \frac{E_4 - E_3}{E_4} \quad (4.6)$$

$$P_{YI} = \frac{E_4 - E_7}{E_4} \quad (4.7)$$

$$P_{YIII} = \frac{E_4 - E_1}{E_4} \quad (4.8)$$



Rys. 4.2. Porównanie sum ładunków przyporządkowanych do sąsiednich pikseli. Intensywność koloru piksela odpowiada liczbie zsumowanych w danym pikselu ładunków. Najciemniejszy piksel to piksel zainteresowania, ponieważ w nim została zgromadzona największa liczba ładunków.

E0	E1	E2
E3	E4	E5
E6	E7	E8

Rys. 4.3. Sumy ładunków przypisane do sąsiadujących 9 pikseli. Zaznaczony zielonym kolorem obszar to piksel zainteresowania.

4.2. Symulacje komputerowe

Cel algorytmu przedstawionego w rozdziale 4.1 to rekonstrukcja pozycji interakcji cząstki z detektorem z dokładnością większą niż rozmiar piksela. Wymaganie to jest równoznaczne z osiągnięciem błędu rekonstrukcji opisanego wzorem (3.2) poniżej długości boku piksela. Aby zbadać, czy zaproponowany algorytm spełnia przedstawiony warunek, wykonano symulację komputerową. Wykonana symulacja może zostać podzielona na 2 części: generację chmury ładunku w detektorze oraz wykonanie kroków algorytmu w celu określenia pozycji zdarzenia. W symulacji wykorzystano parametry przedstawione w tabeli 3.1 oraz wybrano szerokość (*RMS*) chmury ładunku na poziomie $35\mu\text{m}$. Generacja ładunków w detektorze odbywała się w oparciu o kroki 1-3 scenariusza przedstawionego w rozdziale 3.1. Jediną wprowadzoną modyfikacją był rozmiar kroku z punktu 1 - w tej symulacji wynosił on $10\mu\text{m}$. Posiadając informację o

liczbie ładunków zebranych przez piksele, wykonane zostały kroki algorytmu przedstawionego w rozdziale 4.1. Posiadając informację o miejscu zdarzenia, dla którego został wygenerowany ładunek w detektorze oraz wykorzystując zrekonstruowaną przy pomocy algorytmu pozycję, wyznaczony został średni błąd rekonstrukcji opisany wzorem (3.2). Wyznaczony w symulacji błąd osiągnął wartość $66.48 \mu\text{m}$ przy założonym rozmiarze piksela $100 \mu\text{m}$. Otrzymany wynik błędu jest mniejszy niż długość boku piksela, co oznacza, że cel implementacji algorytmu został osiągnięty.

Opracowany algorytm może być optymalizowany, w zależności od wymaganej dokładności rekonstrukcji pozycji zdarzenia oraz dostępności powierzchni jaką może zajmować układ spełniający jego funkcjonalność. Z uwagi na zastosowanie aproksymacji odwrotnej funkcji błędu jedynie pierwszy element szeregu, część średniego błędu rekonstrukcji pochodzi od błędu metody. Aby zminimalizować wkład błędu metody na dokładność rekonstrukcji pozycji należy przybliżyć odwrotną funkcję błędu większą liczbą elementów szeregu (4.1), bądź zastosować inny, bardziej dokładny sposób aproksymacji tej funkcji.

5. Podsumowanie i wnioski

5.1. Podsumowanie

Celem niniejszej pracy było opracowanie ogólnej koncepcji algorytmu pozwalającego osiągnąć rozdzielczość subpikselową wykorzystując informację o rozkładzie ładunku wygenerowanego w detektorze.

Przeprowadzone symulacje i analizy, których wyniki przedstawiono w pracy pozwoliły uznać wykorzystanie informacji na temat rozkładu ładunku przy podziale na 3x3 sąsiadujące piksele za bardziej korzystne od podziału ładunku na 5x5 pikseli pod kątem uzyskanego błędu rekonstrukcji. Minimalny błąd rekonstrukcji przy podziale ładunku na 3x3 piksele został osiągnięty dla stosunku rozmiaru chmury ładunku do długości boku piksela wynoszącego 0.35. Dodatkowo, wyznaczona została optymalna liczba podziałów piksela, do których przypisywane są zrekonstruowane zdarzenia. Za najbardziej korzystny uznano podział piksela na 4x4 podziały, gdyż dzielenie piksela na większą liczbę podziałów nie wprowadza znacznej poprawy dokładności rekonstrukcji miejsca interakcji. Wyznaczone zostały również parametry wykorzystywanego detektora oraz ich zależność od parametrów układu odczytowego. Dla detektora krzemowego należy dobrać rozmiar piksela rzędu 25 μm , aby osiągnąć zadany stosunek rozmiaru chmury ładunku do rozmiaru piksela wynoszący 0.35 przy jednoczesnym zapewnieniu odpowiedniego poziomu polaryzacji przekraczającego napięcie zubożenia. Analiza parametrów układu odczytowego pozwoliła wyznaczyć umiejscowienie oraz liczbę bitów przetwornika analogowo-cyfrowego. Mniejszy błąd rekonstrukcji uzyskano dla umiejscowienia przetwornik po zsumowaniu ładunku, a optymalna jego rozdzielczość została wyznaczona na poziomie 5-ciu bitów.

Dzięki symulacjom oraz analizom, których wyniki zostały przedstawione w pracy, udało się osiągnąć cel pracy. Wykorzystując zaproponowany algorytm, możliwa jest rekonstrukcja pozycji interakcji, której różnica z zadaną pozycją padającego fotonu osiąga wartość niższą niż długość boku piksela.

5.2. Wnioski

Dzięki udanemu opracowaniu algorytmu osiągnięto błąd rekonstrukcji mniejszy niż rozmiar piksela, stąd najważniejszym wnioskiem płynącym z pracy jest możliwość wyznaczania pozycji interakcji cząstki z detektorem z rozdzielczością subpikselową. Analizując wyniki przedstawione w pracy można wyznaczyć kilka miejsc, w których można dokonać optymalizacji, aby uzyskać jeszcze wyższą dokładność rekonstrukcji. Pierwszym z nich jest wybranie bardziej dokładnej funkcji aproksymującej odwrotną funkcję błędu, dzięki czemu zmniejszony zostanie wkład błędu metody w całkowity błąd rekonstrukcji, a co za tym idzie sam błąd rekonstrukcji osiągnie niższą wartość. Ponadto, możliwe jest dobieranie dokładności rekonstrukcji poprzez dobór liczby podziałów piksela oraz rozdzielczości zastosowanego w układzie odczytowym przetwornika. Dodatkowo, pożądany stosunek rozmiaru chmury ładunku do rozmiaru piksela może zostać osiągnięty dla zadanej długości boku piksela, dobierając odpowiednie parametry detektora jakimi są: materiał z jakiego jest wykonany, grubość oraz napięcie polaryzacji, a także dobranie poziomu domieszkowania. Stosunek ten może również zostać osiągnięty dla zadanych parametrów detektora, poprzez dobór rozmiaru piksela.

Bibliografia

- [1] Jan Żukrowski Zbigniew Kąkol. *Zbigniew Kąkol Website*. <http://home.agh.edu.pl/~kakol/efizyka/w36/main36d.html>.
- [2] J.Lesiak M.Waligórski. *Strona edukacyjna Narodowego Centrum Badań Jądrowych*. http://ncbj.edu.pl/zasoby/wyklady/ld_stud_podypl/02_Transmisja.pdf.
- [3] A. Krzyżanowska. „Digitally-assisted Analog Circuits for Hybrid Pixel X-ray Detectors”. Prac. dokt. Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, 2018.
- [4] P. Gryboś. *Zintegrowane Czujniki Pomiarowe. Wybrane zagadnienia i przykłady*. Rozd. Paskowe i pikselowe detektory do obrazowania cyfrowego z wykorzystaniem promieniowania X.
- [5] S. Procz i in. „Energy selective X-ray imaging with Medipix”. W: *IEEE Nuclear Science Symposium Medical Imaging Conference*. 2010, s. 3846–3851.
- [6] F. Hugging. „The ATLAS pixel detector”. W: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 53.3 (2006), s. 1732–1736.
- [7] Enric Cabruja i in. „Special bump bonding technique for silicon pixel detectors”. W: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 576.1 (2007), s. 150–153.
- [8] R Dinapoli i in. „MÖNCH, a small pitch, integrating hybrid pixel detector for X-ray applications”. W: *Journal of Instrumentation* 9.05 (2014), s. C05015–C05015. DOI: 10.1088/1748-0221/9/05/c05015.
- [9] M. Clajus i in. „Multi-Energy, Fast Counting Hybrid CZT Pixel Detector with Dedicated Readout Integrated Circuit”. W: *2006 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*. T. 6. 2006, s. 3602–3606.
- [10] K Kasinski i in. „Development of a Four-Side Buttable X-Ray Detection Module With Low Dead Area Using the UFXC32k Chips With TSVs”. W: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 64.8 (2017), s. 2433–2440.

- [11] R. Szczygiel, P. Grybos i P. Maj. „FPDR90—A Low Noise, Fast Pixel Readout Chip in 90 nm CMOS Technology”. W: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 58.3 (2011), s. 1361–1369.
- [12] R. Kleczek i in. „Single Photon-Counting Pixel Readout Chip Operating Up to 1.2 Gcps/mm² for Digital X-Ray Imaging Systems”. W: *IEEE Journal of Solid-State Circuits* 53.9 (2018), s. 2651–2662.
- [13] Lambros S. Athanasiou, Dimitrios I. Fotiadis i Lampros K. Michalis. „8 - Propagation of Segmentation and Imaging System Errors”. W: *Atherosclerotic Plaque Characterization Methods Based on Coronary Imaging*. Red. Lambros S. Athanasiou, Dimitrios I. Fotiadis i Lampros K. Michalis. Oxford: Academic Press, 2017, s. 151 –166. ISBN: 978-0-12-804734-7. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-804734-7.00008-7>.
- [14] R Turchetta. „Spatial resolution of silicon microstrip detectors”. W: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 335.1-2 (1993), s. 44–58.
- [15] S Cartier i in. „Micron resolution of MÖNCH and GOTTHARD, small pitch charge integrating detectors with single photon sensitivity”. W: *Journal of Instrumentation* 9.05 (2014), s. C05027–C05027. DOI: [10.1088/1748-0221/9/05/c05027](https://doi.org/10.1088/1748-0221/9/05/c05027).
- [16] A. Krzyżanowska i in. „Characterization of the Photon Counting CHASE Jr., Chip Built in a 40-nm CMOS Process With a Charge Sharing Correction Algorithm Using a Collimated X-Ray Beam”. W: *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 64.9 (2017), s. 2561–2568. DOI: [10.1109/TNS.2017.2734821](https://doi.org/10.1109/TNS.2017.2734821).
- [17] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection And Measurement*. Rozd. Semiconductor Diode Detectors.
- [18] Gerhard Lutz. *Semiconductor Radiation Detectors: Device Physics*. Rozd. Detectors for Energy and Radiation-Level Measurement.
- [19] John Stearns Ph.D. *John Stearns Ph.D., Stress Analysis*. [http : / / stressanalysis . atwebpages.com/erf.pdf](http://stressanalysis.atwebpages.com/erf.pdf).
- [20] Mario González-Cardel, Pedro Arguijo i Rufino Díaz-Urbe. „Gaussian beam radius measurement with a knife-edge: a polynomial approximation to the inverse error function”. W: *Appl. Opt.* 52.16 (2013), s. 3849–3855. DOI: [10.1364/AO.52.003849](https://doi.org/10.1364/AO.52.003849).