

杭州电子科技大学通信工程学院

# 信号与系统实 验指导书

（Matlab 版）

2012 年 9 月

# 前 言

信号与系统课程阐述信号分析与系统分析的基本理论、原理及分析方法，是通信、电子、自动化等理工学科各专业本科生重要的专业基础理论和支柱课程，在专业教学中有着极其重要地位。该课程不仅是相关本科专业课程的先修课程和硕士研究生入学考试课程，更是从事相关领域科研开发工作以及继续深造必不可少的理论基础。但是由于该课程理论性强、内容抽象等特点，导致该课程一直是理工科教学中最难教、难学的专业基础理论课程之一。因此在课程的教学过程中，既要注重理论基础和知识点的讲述，又要充分结合利用实验与实践环节，增强学生对课程相关内容的理解和掌握，促进本科专业教学的“实化”，让学生在实验与实践教学中意识到专业理论知识的有用性和可用性，强化学生的实验分析、实验操作能力，为培养学生在信号处理领域卓越的工程实践能力奠定基础。

信号与系统实验的基本任务是结合该课程的理论教学，促进学生理解和掌握线性时不变系统对确定性信号进行处理的基本理论和基本分析方法。通过本实验的学习，让学生了解和掌握信号与系统的基本分析方法，包括时域分析方法、频域分析方法和复频域分析方法。本实验课程具有如下特点：紧扣课程的理论教学内容，重点强化信号与系统的时域分析、频域分析、复频域分析的基本方法和工程实质；实验教学内容密切配合理论教学的进程，重点强调实现理论教学中抽象概念和分析方法的“实化”。

本实验指导书以奥本海姆的《信号与系统》第二版为参考教材，范围和难易程度以《信号与系统》教学大纲为标准进行编排。

杭州电子科技大学通信工程学院叶学义副教授审阅了本书，在此表示感谢。

由于编写时间仓促，不足之处在所难免，殷切希望广大读者批评指正。

作者 汪云路

2012 年 9 月 1 日

## 目 录

前言.....	1
实验一 常见信号分类和观察实验.....	3
实验二 离散时间系统的时域分析.....	8
实验三 信号的卷积.....	12
实验四 周期信号的傅里叶级数.....	15
实验五 连续时间信号与系统的频域分析.....	20
实验六 离散时间信号与系统的频域分析.....	23
实验七 信号的采集与恢复、抽样定理.....	26
实验八 系统的复频域分析.....	30

## 实验一 常见信号分类和观察实验

### 一、实验目的

1. 了解连续信号、离散信号的波形特点；
2. 掌握连续信号、离散信号的 Matlab 实现；
3. 熟悉 Matlab 中 plot、stem 等函数的应用；
4. 掌握利用 matlab 函数表示常见信号波形。

### 二、预习内容

1. 信号的分类；
2. 信号的描述方法；
3. 常见信号有哪些？给出其表达式与波形。

### 三、实验原理

信号可以表示为一个或多个变量的函数，在信号与系统这门课程里仅对一维信号进行研究，自变量为时间。因此狭义的讲信号是随时间变化的物理量，信号的本质是时间的函数。对于一个系统特性的研究，其中重要的一个方面是研究它的输入输出关系，即在一特定的输入信号下，系统对应的输出响应信号。因而对信号的研究是对系统研究的出发点，是对系统特性观察的基本手段与方法。在本实验中，将对常见信号和特性进行分析、研究。其中包括：正弦信号、指数信号和复指数信号、sinc 函数、单位阶跃信号、单位冲激信号等。

#### 1. 常见信号及其特性

##### 1.1 正弦信号

其表达式为  $f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$ ，其信号的参数：振幅  $K$ 、角频率  $\omega$ 、与初始相位  $\theta$ 。其波形如下图所示：

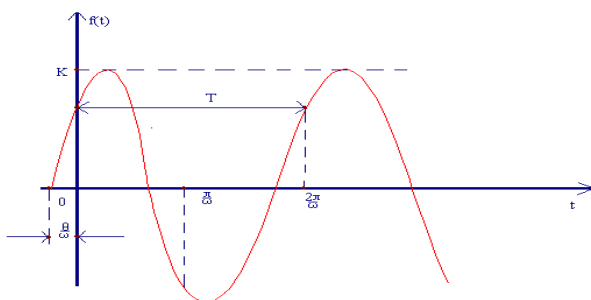


图 1-1 正弦信号

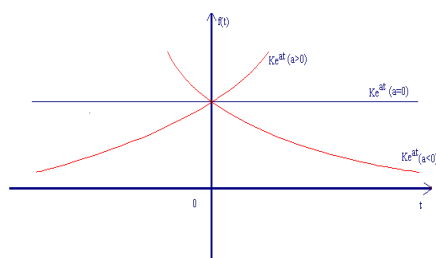


图 1-2 指数信号

##### 1.2 指数信号和复指数信号

指数信号可表示为  $f(t) = K e^{at}$ 。对于不同的  $a$  取值，其波形表现为不同的形式，如图 1-2 所示。

当指数为复数时称  $f(t) = Ke^{(\sigma+j\omega)t}$  为复指数信号。

### 1.3 sinc 函数

其表达式为：  $\text{sinc}(t) = \frac{\sin t}{t}$  。  $\text{sinc}(t)$  是一个偶函数，在  $t = \pm\pi, \pm2\pi, \dots, \pm n\pi$  时，函数数值为零。该函数在很多应用场合具有独特的运用。其信号如下图 1-3 所示。

### 1.4 单位阶跃信号

单位阶跃信号的表示是  $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$ ，即在  $t=0$  时刻信号发生跳变，从 0 跃变成 1，常用来表示信号（或激励）的接入。

### 1.5 单位冲激信号

单位冲激信号的表示是为  $\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$ ，即信号只有在 0 时刻为 1，其他时间均为 0；而连续冲激信号则表示在 0 时刻积分为 1，即信号强度为 1，其他时刻为 0。冲激信号经常表示作用时间很短强度很大的信号。

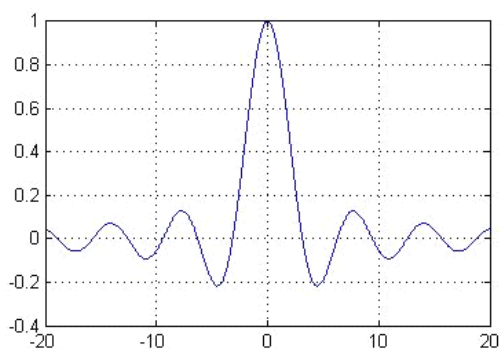


图 1-3 sinc 函数

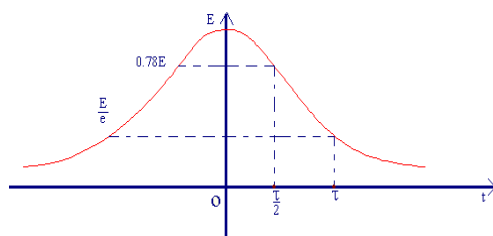


图 1-4 钟形信号

### 1.6 钟形信号（高斯函数）

其表达式为：  $f(t) = Ee^{-\frac{t^2}{\tau}}$ ，其信号如图 1-4 所示。

### 1.7 脉冲信号

其表达式为  $f(t) = u(t) - u(t-T)$ ，其中  $u(t)$  为单位阶跃函数。其信号如图 1-5 所示。

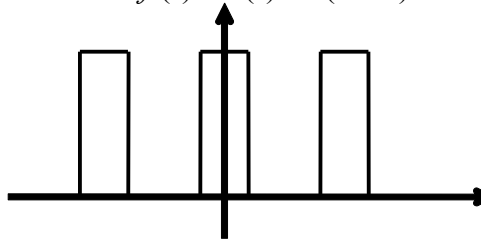


图 1-5 脉冲信号

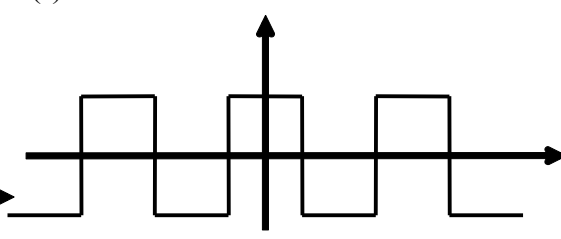


图 1-6 方波信号

### 1.8 方波信号

信号为周期为  $T$ ，前  $\frac{T}{2}$  期间信号为正电平信号，后  $\frac{T}{2}$  期间信号为负电平信号，其信号如图 1-6 所示。

## 2. 相关基本 Matlab 函数

本节介绍几种常用的构成和显示信号的基本函数。

### 2.1 生成向量的函数

#### (1) 利用冒号运算

格式 1:  $n=[-1:0.1:1]$  %表示生成从-1 到 1 步长为 0.1 的向量，其中-1 为起始值，1 为终值，0.1 为递进步长。

格式 2:  $n=[-2:2]$  %在递进步长缺省情况下，默认步长为 1，表示生成从-2 到 2 步长为 1 的向量，即  $n=[-2,-1,0,1,2]$ 。

#### (2) 向量中附加元素

$n=[0,1,n,2]$  %在原向量  $n$  上附加了 3 个元素，上例向量  $n$  变成  $n=[0,1,-2,-1,0,1,2,2]$ 。

#### (3) 生成 0 向量

$n=zeros(x,y)$  %生成  $x$  行  $y$  列值为 0 的二维矩阵。

$n=zeros(1,y)$  %生成长度为  $y$  值为 0 的一维行向量

#### (4) 生成 1 向量

$n=ones(x,y)$  %生成  $x$  行  $y$  列值为 1 的二维矩阵。

$n=ones(1,y)$  %生成长度为  $y$  值为 1 的一维行向量。

#### (5) linspace 函数

$n=linspace(-2,2,41)$  %将-2 到 2 的区间等分为 41 份，等价于  $n=[-2:0.1:2]$ 。

### 2.2 生成信号的函数

(1)  $x1=\sin(\pi/4)*n$  %生成正弦函数  $\sin(\frac{\pi}{4}n)$ 。

(2)  $x2=\cos(3*n+2)$  %生成余弦函数  $\cos(3n+2)$ 。

(3)  $x3=\exp(j*(\pi/8)*n)$  %生成指数函数  $e^{j\frac{\pi}{8}n}$ ，其中 matlab 语句中的  $j$  也可用  $i$  来代替， $i$  和  $j$  均表示虚数单位。

### 2.3 绘图函数

#### (1) plot

绘制连续二维图形。

格式 1:  $plot(t, x)$  %绘制  $x$  随  $t$  变化的连续图形。

格式 2:  $plot(...,'PropertyName',PropertyValue,...)$  %设置各个属性及参数。

其他相关函数:  $axis, bar, grid, hold, legend, line, subplot, title, xlabel, ylabel$ 。

#### (2) stem

绘制离散二维图形。

格式:  $stem(t, x)$  %绘制  $x$  随  $t$  变化的离散图形。

#### (3) subplot

分区绘制图形。

`subplot(2,3,1)` %将图形显示界面划分为  $2 \times 3 = 6$  个区域，在第 1 个区域内绘图，后面需要 `plot` 等绘图函数。

#### 四、实验内容

##### 1. 常见连续信号和离散信号的 Matlab 实现

###### 1.1 正弦信号

正弦信号  $A\cos(\omega_0 t + \phi)$  和  $A\sin(\omega_0 t + \phi)$  分别用 Matlab 内部函数 `cos` 和 `sin` 表示，调用形式为： $y = A * \cos(\omega_0 * t + phi)$  和  $y = A * \sin(\omega_0 * t + phi)$ 。例如：

```
A=1.5;
w0=2*pi;
phi=pi/6;
n=0:40;
f=0.1;
arg= w0*f*n+phi;
y=A*sin(arg);
stem(n,y);
axis([0 40 -2 2]);
grid;
title('正弦序列');
xlabel('时间序号 n');
ylabel('振幅');
```

(1)该序列频率是多少？怎样可以改变？

(2)修改程序，产生一个长度为 50，频率为 0.08，振幅为 2，相移为 90 度的余弦序列，绘制图形。

(3)`axis` 和 `grid` 命令的作用是什么？

###### 1.2 指数复指数信号

%单边衰减指数信号的实现如下：

```
A=1;a=-0.2;
t=0:0.01:10;
y=A*exp(a*t);
plot(t,y);
```

(1)分别用 `plot` 和 `stem` 绘制单边衰减指数信号  $f(t) = e^{-0.5t}u(t)$  和  $f[n] = e^{-0.5n}u[n]$ ，

要求时间范围为  $[-2, 2]$ ，其中连续信号的间隔为 0.01，离散信号的间隔为 1。

(2)绘制生成实指数序列  $f[n] = 0.25 * 1.2^n$ ，要求  $n$  的范围为  $[0, 20]$ 。

###### 1.3 单位阶跃信号

(1)时间范围为  $[-50, 50]$ ，绘制  $u[n - 10]$ ；

1.4 单位冲激信号

(1) 时间范围为 $[-50, 50]$ ，绘制 $\delta[n-10]$ ；



## 实验二 离散时间系统的时域分析

### 一、实验目的

1. 通过 matlab 仿真一些简单的离散时间系统，并研究它们的时域特性。
2. 掌握利用 matlab 工具箱求解 LTI 系统的单位冲激响应。

### 二、预习内容

1. 离散时间系统具有哪些时域特性？
2. 常系数差分方程描述的 LTI 系统的冲激响应、阶跃响应。运用 LTI 系统的时域特性与差分方程系数关系分析系统时域特性。

### 三、实验原理

#### 1. 离散时间系统的时域特性

##### 1.1 线性定义

对离散时间系统，若  $y_1[n]$  和  $y_2[n]$  分别是输入序列  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  的响应，

若输入

$$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n] \quad (2.1)$$

的输出响应为

$$y_3[n] = y_1[n] + y_2[n] \quad (2.2)$$

该性质对任意输入  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  都成立，称为叠加性。

若输入

$$x_4[n] = \alpha x_1[n] \quad (2.3)$$

的输出响应为

$$y_4[n] = \alpha y_1[n] \quad (2.4)$$

该性质对任意输入  $x_1[n]$  和任意常量  $\alpha$  都成立，称为齐次性。

若同时满足叠加性和齐次性，即输入

$$x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n] \quad (2.5)$$

的输出响应为

$$y[n] = \alpha y_1[n] + \beta y_2[n] \quad (2.6)$$

对任意常量  $\alpha$  和  $\beta$  以及任意输入  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  都成立，则称为线性。反之称为非线性。

##### 1.2 时不变定义

对于离散时间系统，若  $y_1[n]$  是输入序列  $x_1[n]$  的响应，

若输入

$$x[n] = x_1[n - n_0] \quad (2.7)$$

的输出响应为

$$y[n] = y_1[n - n_0] \quad (2.8)$$

对任意整数  $n_0$  和任意输入  $x_1[n]$  及其对应输出都成立，则称为时不变。反之称为时变。

### 1.3 LTI 系统

线性时不变(LTI)系统既满足线性特性，又满足时不变特性。

### 1.4 单位冲激响应

若输入信号为单位冲激信号  $\delta[n]$ ，离散时间系统的响应称为单位冲激响应  $h[n]$ 。

### 1.5 单位阶跃响应

若输入信号为单位阶跃信号  $u[n]$ ，离散时间系统的响应称为单位阶跃响应  $s[n]$ 。

## 2. 相关基本 matlab 函数

### 2.1 filter

可获得系统响应。

若系统表达式为  $\sum_{k=0}^{M-1} d_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{N-1} p_k x[n-k]$ ， $x$  为输入向量

可令  $num = [p_0 \ p_1 \ \dots \ p_N]$ ， $den = [d_0 \ d_1 \ \dots \ d_M]$

则  $y = \text{filter}(num, den, x)$  产生的输出向量  $y$  的长度与输入向量  $x$  的长度相同，且初始值为 0。也可用  $y = \text{filter}(num, den, x, ic)$  计算系统输出，其中  $ic$  是初始值。

### 2.2 impz

$y = \text{impz}(num, den, N)$

可计算 LTI 离散时间系统的单位冲激响应的前  $N$  个样本。

## 四、实验内容

### 1、离散时间系统的时域分析

#### 1.1 线性与非线性系统

$$\text{假定系统为 } y[n] - 0.4y[n-1] = 2.24x[n] + 2.49x[n-1] \quad (2.9)$$

输入三个不同的输入序列  $x_1[n]$ 、 $x_2[n]$  和，计算并求出相应的三个输出，并判断是

否线性。  $x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n]$

```
clear all;
n=0:40;
a=2;b=-3;
x1=cos(2*pi*0.1*n);
x2=sin(2*pi*0.4*n);
x=a*x1+b*x2;
num=[2.24 2.49];
den=[1 -0.4];
y1=filter(num,den,x1);
y2=filter(num,den,x2);
y=filter(num,den,x);
yt=a*y1+b*y2;
d=y-yt;%计算差值输出 d[n]
subplot(3,1,1)
stem(n,y);
ylabel('振幅');
subplot(3,1,2)
stem(n,yt);
ylabel('振幅');
subplot(3,1,3)
stem(n,d);
ylabel('振幅');
title('差信号')
```

(1)假定另一个系统为  $y[n] = x[n] + 3.2x[n-2]$ ，修改以上程序，通过绘出的图形判断该系统是否线性系统。

## 1.2 时变与时不变系统

根据(2.9)的系统，产生两个不同的输入序列  $x[n]$ 和  $x[n-D]$ ，根据输出判断是否时不变系统。

```
clear all;
n=0:40;
a=2;b=-3;D=10;
x=cos(2*pi*0.1*n);
xd=[zeros(1,D) x];
num=[2.24 2.49];
den=[1 -0.4];
y=filter(num,den,x);
yd=filter(num,den,xd);
d=y-yd(1+D:41+D);%计算差值输出 d[n]
```

```
subplot(3,1,1)
stem(n,y);
ylabel('振幅');
title('输出 y[n]');grid;
subplot(3,1,2)
stem(n,yd(1:41));
ylabel('振幅');
title(['由于延时输入 x[n-'],num2str(D),']的输出');grid;
subplot(3,1,3)
stem(n,d);
ylabel('振幅');
title('差信号');grid;
```

(1)y[n]和 yd[n]有什么关系？延时是由哪个参数控制的？

(2)该系统是时不变系统吗？

## 2、线性时不变系统的单位冲激响应

根据(2.9)的系统，计算并绘出单位冲激响应。

```
clear all;
N=40;
num=[2.24 2.49];
den=[1 -0.4];
y=impz(num,den,N);
stem(y);
xlabel('时间序号');ylabel('振幅');
title('冲激响应');grid;
```

(1)修改以上程序，产生如下 LTI 系统的单位冲激响应前 45 个样本：

$$y[n]+0.71y[n-1]-0.46y[n-2]-0.62y[n-3]=0.9x[n]-0.45x[n-1]+0.35x[n-2]+0.002x[n-3]$$

## 实验三 信号的卷积

### 一、实验目的

1. 理解卷积的物理意义；
2. 掌握运用计算机进行卷积运算的原理和方法；
3. 熟悉卷积运算函数 `conv` 的应用；

### 二、预习内容

1. 卷积的定义及物理意义；
2. 卷积计算的图解法；
3. 卷积的应用

### 三、实验原理说明

#### 1. 卷积的定义

连续时间和离散时间卷积的定义分别如下所示：

$$f(t) = f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(t - \tau) d\tau$$

$$f[n] = f_1[n] * f_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1[k] \cdot f_2[n - k]$$

#### 2. 卷积的计算

由于计算机技术的发展，通过编程的方法来计算卷积积分和卷积和已经不再是冗繁的工作，并可以获得足够的精度，因此信号的时域卷积分析法在系统分析中得到了广泛的应用。

卷积积分的数值运算可以应用信号的分段求和来实现，即：

$$f(t) = f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(t - \tau) d\tau = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1(k\Delta) \cdot f_2(t - k\Delta) \cdot \Delta$$

数值运算只求当  $t = n\Delta$  时的信号值  $f(n\Delta)$ ，则由上式可以得到：

$$f(n\Delta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1[k\Delta] \cdot f_2[n\Delta - k\Delta] \cdot \Delta = \Delta \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1[k\Delta] \cdot f_2[(n - k)\Delta]$$

上式中实际上就是连续信号  $f_1(t)f_2(t)$  等间隔均匀抽样的离散序列  $f_1(n\Delta)f_2(n\Delta)$  的卷积和，当  $\Delta$  足够小的时候  $f(n\Delta)$  就是信号卷积积分的数值近似。因此，在利用计算机计算两信号卷积积分时，实质上是先将其转化为离散序列，再利用离散卷积和计算原理来计算。

#### 3. 卷积的应用

##### 3.1 求解系统响应

卷积是信号与系统时域分析的基本手段，主要应用于求解系统响应，已知一 LTI 系统的单位冲激响应和系统激励信号则系统响应为激励与单位冲激响应的卷积。

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau$$

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$$

需要注意的是利用卷积分析方法求得的系统响应为零状态响应。

### 3.2 相关性分析

相关函数是描述两个信号相似程度的量。两信号之间的相关函数一般称之为互相关函数或者互关函数，定义如下：

$$R_{12}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(\tau - t) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau + t) \cdot f_2(\tau) d\tau$$

$$R_{21}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau - t) \cdot f_2(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \cdot f_2(\tau + t) d\tau$$

若  $f_1(t)f_2(t)$  是同一信号，此时相关函数称为自相关函数或者自关函数：

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot f(t-\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau) \cdot f(t) dt$$

对于相关函数与卷积运算有着密切的联系，由卷积公式与相关函数比较得：

$$R_{12}(t) = f_1(t) * f_2(-t)$$

可见，由第二个信号反转再与第一个信号卷积即得到两信号的相关函数。

## 4. 涉及的 Matlab 函数

### 4.1 conv 函数

格式  $w = \text{conv}(u,v)$ ，可以实现两个有限长输入序列  $u, v$  的卷积运算，得到有限冲激响应系统的输出序列。输出序列长度为两个输入序列长度和减一。

## 四、实验内容

给定如下因果线性时不变系统：

$$y[n] + 0.71y[n-1] - 0.46y[n-2] - 0.62y[n-3] = 0.9x[n] - 0.45x[n-1] + 0.35x[n-2] + 0.002x[n-3]$$

(1) 不用 `impz` 函数，使用 `filter` 命令，求出以上系统的单位冲激响应  $h[n]$  的前 20 个样本；

(2) 得到  $h[n]$  后，给定  $x[n]$ ，计算卷积输出  $y[n]$ ；并用滤波器  $h[n]$  对输入  $x[n]$  滤波，求得  $y1[n]$ ；

```
x=[1 -2 3 -4 3 2 1];%输入序列
y=conv(h,x);%h 由(1)中 filter 命令求出
n=0:25;
subplot(2,1,1);
stem(n,y);
xlabel('时间序号 n');ylabel('振幅');
title('用卷积得到的输出');grid;
x1=[x zeros(1,19)];
y1=filter(h,1,x1);
```

```
subplot(2,1,2);  
stem(n,y1);  
xlabel('时间序号 n');ylabel('振幅');  
title('用滤波得到的输出');grid;
```

(3) $y[n]$ 和 $y1[n]$ 有差别吗？为什么要对  $x[n]$ 进行补零得到的  $x1[n]$ 来作为输入来产生  $y1[n]$ ？

(4)思考：设计实验，证明下列结论

- ①单位冲激信号卷积： $\delta(t) * f(t) = f(t)$ ， $\delta(t - t_0) * f(t) = f(t - t_0)$
- ②卷积交换律  $f(t) = f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$
- ③卷积分配律  $f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$

## 实验四 周期信号的傅里叶级数

### 一、实验目的

- 1、分析典型的矩形脉冲信号，了解矩形脉冲信号谐波分量的构成。
- 2、观察矩形脉冲信号通过多个数字滤波器后，分解出各谐波分量的情况。
- 3、掌握用傅里叶级数进行谐波分析的方法。
- 4、观察矩形脉冲信号分解出的各谐波分量可以通过叠加合成出原矩形脉冲信号。

### 二、预习内容

- 1、周期信号的傅里叶级数分解及其物理意义。
- 2、典型信号傅里叶级数计算方法。

### 三、实验原理

#### 1. 信号的时间特性与频率特性

信号可以表示为随时间变化的物理量，比如电压  $u(t)$  和电流  $i(t)$  等，其特性主要表现为随时间的变化，波形幅值的大小、持续时间的长短、变化速率的快慢、波动的速度及重复周期的长短等变化，信号的这些特性称为时间特性。

信号还可以分解为一个直流分量和许多不同频率的正弦分量之和。主要表现在各频率正弦分量所占比重的大小不同；主要频率分量所占的频率范围也不同，信号的这些特性称为信号的频率特性。

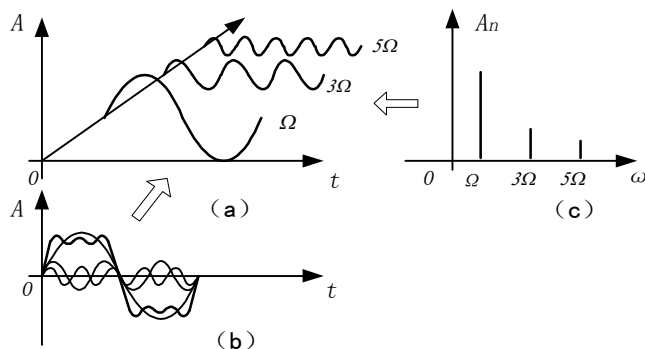
无论是信号的时间特性还是频率特性都包含了信号的全部信息量。

#### 2. 信号的频谱

信号的时间特性和频率特性是对信号的两种不同的描述方式。根据傅里叶级数原理，任意一个时域的周期信号  $f(t)$ ，只要满足狄利克雷(Dirichlet)条件，就可以将其展开成三角形式或指数形式的傅里叶级数。例如，对于一个周期为  $T$  的时域周期信号  $f(t)$ ，可以用三角形式的傅里叶级数求出它的各次分量，在区间  $(t_1, t_1 + T)$  内表示为

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

即将信号分解成直流分量及许多余弦分量和正弦分量，研究其频谱分布情况。





### 3. 信号的时间特性与频率特性关系

信号的时域特性与频域特性之间有着密切的内在联系，这种联系可以用图 4-1 来形象地表示。其中图 4-1(a)是信号在幅度--时间--频率三维坐标系统中的图形；图 4-1(b)是信号在幅度--时间坐标系统中的图形即波形图；把周期信号分解得到的各次谐波分量按频率的高低排列，就可以得到频谱图。反映各频率分量幅度的频谱称为振幅频谱。图 4-1(c)是信号在幅度--频率坐标系统中的图形即振幅频谱图。反映各分量相位的频谱称为相位频谱。

### 4. 信号频谱的测量

在本实验中只研究信号振幅频谱。周期信号的振幅频谱有三个性质：离散性、谐波性、收敛性。测量时利用了这些性质。从振幅频谱图上，可以直观地看出各频率分量所占的比重。测量方法有同时分析法和顺序分析法。

同时分析法的基本工作原理是利用多个滤波器，把它们的中心频率分别调到被测信号的各个频率分量上。当被测信号同时加到所有滤波器上，中心频率与信号所包含的某次谐波分量频率一致的滤波器便有输出。在被测信号发生的实际时间内可以同时测得信号所包含的各频率分量。

### 5. 周期方波信号的傅里叶级数

5.1 一个周期为  $T_0$  的正方波  $x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \tau \\ 0, & \tau < |t| < \frac{T_0}{2} \end{cases}$ ，如图下图 4-2 所示，一个周期内从

$-\tau \sim \tau$  幅值为 1，其余为 0。

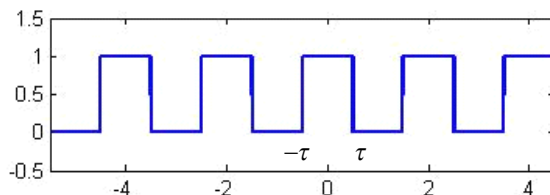


图 4-2 周期性的正方波信号

由傅里叶级数展开式可知，方波信号傅里叶级数系数为：

$$a_k = \frac{\sin(k\omega_0\tau)}{k\pi} = \frac{2\tau}{T_0} \text{sinc}(k\omega_0\tau);$$

则该周期信号可以表示为傅里叶级数的形式：

$$x(t) = a_0 + a_1 e^{j\omega_0 t} + a_2 e^{j2\omega_0 t} + a_3 e^{j3\omega_0 t} + a_4 e^{j4\omega_0 t} + \dots$$

因为，当  $k$  为偶数时  $a_k = 0$ ，所以

$$x(t) = a_0 + a_1 e^{j\omega_0 t} + a_3 e^{j3\omega_0 t} + a_5 e^{j5\omega_0 t} + \dots$$

进一步带入  $a_k$  得

$$x(t) = \frac{2\tau}{T_0} + \frac{\sin(\omega_0\tau)}{\pi} [\cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t)] + \frac{\sin(3\omega_0\tau)}{3\pi} [\cos(3\omega_0 t) + j\sin(3\omega_0 t)] + \dots$$

当占空比为 0.5 时候的方波，即  $T_0 = 4\tau$  时

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cos(\pi t) + \frac{1}{3\pi} \cos(3\pi t) + \frac{1}{5\pi} \cos(5\pi t) + \frac{1}{7\pi} \cos(7\pi t) + \dots$$

可以看出方波各频率分量中，直流分量为 0.5；偶次谐波分量为零；各奇次谐波分量比值为  $1:\frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\frac{1}{7}:\dots$ 。

5.2 方波  $x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{T_0}{2} \\ 0, & \frac{T_0}{2} < |t| < T_0 \end{cases}$ ，如图 4-3 所示，可以分解为

$$x(t) = \frac{4}{\pi} (\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \frac{1}{7} \sin 7\omega_0 t + \dots)$$

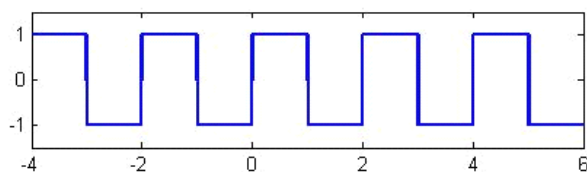


图 4-3 周期性的方波信号

可以看出方波各频率分量中，直流分量为零；偶次谐波分量为零；各奇次谐波分量比值为  $1:\frac{1}{3}:\frac{1}{5}:\frac{1}{7}:\dots$ 。

## 6. 周期信号的合成吉布斯现象 (Gibbs)

根据傅里叶级数可以将周期信号分解成直流分量、基波以及各次谐波分量，同样，由直流分量、基波和各次谐波分量可以叠加出来一个周期信号。例如前述的方波信号，可以由其基波和各次谐波分量按照比例叠加出来，合成方波信号与原信号的误差取决于傅里叶级数的项数。

合成波形所包含的谐波分量越多，它越逼近原方波信号，但是间断点除外。用有限项傅里叶级数表示有间断点的信号时，在间断点附近不可避免的会出现振荡和超量。超量的幅度不会随所取项数的增加而减小。只是随着项数的增多，振荡频率变高，并向间断点处压缩，从而使它所占有的能量减少。这种现象称为吉布斯现象。

## 五、实验内容

### 1. 信号的分解与合成 Matlab 仿真实验

#### 1.1 方波信号的分解

思考：参考下面程序，将频率为 50Hz 幅值为 3 的方波进行分解，给出前 5 项谐波，并在不同坐标系和同一坐标系下绘制各次谐波波形。

参考程序及运行结果如下：

```
t=0:0.01:2*pi; % 0-2π 时间间隔为0.01
y=zeros(10,max(size(t))); %10*629 (t的长度) 的矩阵
x=zeros(10,max(size(t)));
for k=1:2:9 %奇次谐波1,3,5,7,9
```

```

x1=sin(k*t)/k;           %各次谐波正弦分量
x(k,:)=x(k,:)+x1;        %x第k(1,3,5,7,9)行存放k次谐波的629个值
y((k+1)/2,:)=x(k,:);     %矩阵非零行向量移至1-5行
end
subplot(2,1,1);
plot(t,y(1:5,:));         %绘制y矩阵中1-5行随时间波形
grid;
half=ceil(length(t)/2);   %行向量长度减半（由于对称前后段一致）
subplot(2,1,2);           %绘制三维图形：矩阵y中全部行向量的一半
mesh(t(1:half),[1:10],y(:,1:half));

```

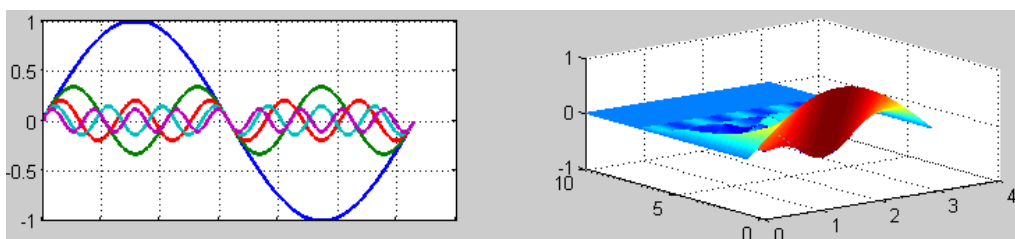


图 4-4 周期性的方波的分解

## 1.2 方波信号的合成

思考：

(1)参考实验原理内容解释下面程序中“ $f1=f1+\cos(\pi*n*t)*\text{sinc}(n/2)$ ”；观察  $N$  值改变时合成波形的变化。

(2)参考下面程序分别对  $x_1(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 1 \\ 0, & 1 < |t| < 2 \end{cases}$  和  $x_2(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ 0, & \frac{1}{2} < |t| < 1 \end{cases}$  两个周期为 2 的方波进行合成，注意比较：

- ①原方波与合成方波；
- ②两个方波合成有何不同；
- ③当傅里叶级数项数增加时合成方波的变化。

参考程序及运行结果如下：

```

t=-4.5:0.001:5.5;
t1=-4.499:0.001:5.5;
x=[ones(1,1000),zeros(1,1000)];
x=[x,x,x,x,x];
subplot(1,2,1);
plot(t1,x,'linewidth',1.5);
axis([-4.5,5.5,-0.5,1.5]);
N=10;
c0=0.5;

```

```
f1=c0*ones(1,length(t))
for n=1:N
    f1=f1+cos(pi*n*t)*sinc(n/2);
end
subplot(1,2,2);
plot(t,f1,'r','linewidth',1.5);
axis([-4.5,5.5,-0.5,1.5]);
```

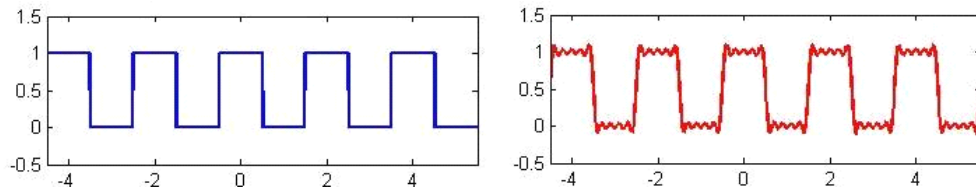


图 4-5 周期性的方波的合成

## 实验五 连续时间信号与系统的频域分析

### 一、实验目的

- 1、掌握连续时间信号与系统的频域分析方法，从频域的角度对信号与系统的特性进行分析。
- 2、掌握连续时间信号傅里叶变换与傅里叶逆变换的实现方法。
- 3、掌握连续时间傅里叶变换的特点及应用
- 4、掌握连续时间傅里叶变换的数值计算方法及绘制信号频谱的方法

### 二、预习内容

- 1、连续时间信号的傅里叶变换与逆变换。
- 2、连续时间信号频谱的物理含义。
- 3、连续时间系统的频率特性。
- 4、连续时间系统的频域分析方法。

### 三、实验原理

#### 1. 连续时间系统的频率特性

##### 1.1 函数表达式表示的频率特性

在连续 LTI 系统时域分析中得到系统的单位冲激响应可以完全表征系统，进而通过  $h(t)$  特性来分析系统的特性。系统单位冲激响应  $h(t)$  的傅里叶变换  $H(\omega)$  或者  $H(j\omega)$  成为 LTI 系统的频率响应。通过系统频率响应可以分析出系统频率特性，又称频率响应特性，是指系统在正弦信号激励下稳态响应随激励信号频率的变化而变化的情况。

与系统单位冲激响应  $h(t)$  一样，系统的频率响应  $H(\omega)$  反映了系统内在的固有特性，它取决于系统自身的结构及组成系统元件的参数，与外部激励无关，是描述系统特性的一个重要参数， $H(\omega)$  是频率的复函数可以表示为：

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

其中， $|H(\omega)|$  随频率变化的规律称为幅频特性； $\varphi(\omega)$  随频率变化的规律称为相频特性。

##### 1.2 图形表示的频率特性

频率特性不仅可以用函数表达式（系统单位冲激响应的傅里叶变换）来表示，还可以用随频率（角频率或者频率  $\omega = 2\pi f$ ）变化的曲线来描述，如图 5-1 所示低通、高通、带通和带阻滤波器的滤波特性。从图中可以清晰的看出低通、高通、带通和带阻滤波器的输入输出关系随频率变化滤波特性。

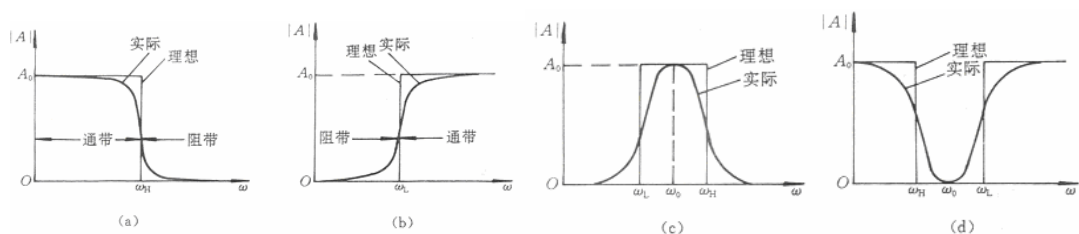


图 5-1 低通、高通、带通和带阻滤波器的幅频特性

## 2. 连续时间信号傅里叶变换的数值计算方法

算法原理，由傅里叶变换原理可知：

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = \lim_{\tau \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\tau)e^{-j\omega n\tau} \tau$$

当信号  $f(t)$  为时限信号时上式中  $n$  值可以取有限值  $N$ ，则可得：

$$F(\omega_k) = \tau \sum_{n=0}^{N-1} f(n\tau)e^{-j\omega_k n\tau} \tau, \omega_k = \frac{2\pi}{N\tau} k$$

数值计算过程中要正确生成信号的  $N$  个样值  $f(n\tau)$  的向量和向量  $e^{-j\omega_k n\tau}$ 。

## 3. 涉及到的 Matlab 函数

### 3.1 Fourier 函数：实现符号函数的傅里叶变换

调用格式

$F = \text{fourier}(f)$ ，符号函数  $f$  的傅里叶变换，默认返回函数  $F$  是关于频率  $\omega$  的函数。

$F = \text{fourier}(f,v)$ ，符号函数  $f$  的傅里叶变换，默认返回函数  $F$  是关于  $v$  的函数。

$F = \text{fourier}(f,u,v)$ ，关于  $u$  的函数  $f$  的傅里叶变换，默认返回函数  $F$  是关于  $v$  的函数。

### 3.2 iFourier 函数：实现符号函数的傅里叶逆变换

调用格式： $f = \text{ifourier}(F)$ ，函数  $F$  的傅里叶逆变换，默认独立变量是频率  $\omega$ 。

### 3.3 syms 命令：定义符号变量

调用格式：

$\text{syms } x$ ，定义  $x$  为符号变量，可以直接使用。

$\text{syms } x \ y$ ，定义  $x$  和  $y$  为符号变量，可以直接使用。

3.4 ezplot 函数：实现一元函数的绘图。相比 plot 函数要制定自变量范围，ezplot 无需数据准备，可以直接画图，尤其适用于符号函数。

调用格式：ezplot(x)

## 四、实验内容

### 1. 符号函数的傅里叶变换

(1)下面参考程序和运行结果是信号  $f(t) = e^{-2|t|}$  的傅里叶变换，分析程序，判断运行结果正确与否。

```
syms t; %时间符号
```

```
f=exp(-2*abs(t)); %符号函数
F=fourier(f);
subplot(1,2,1);
ezplot(f);
subplot(1,2,2);
ezplot(F);
```

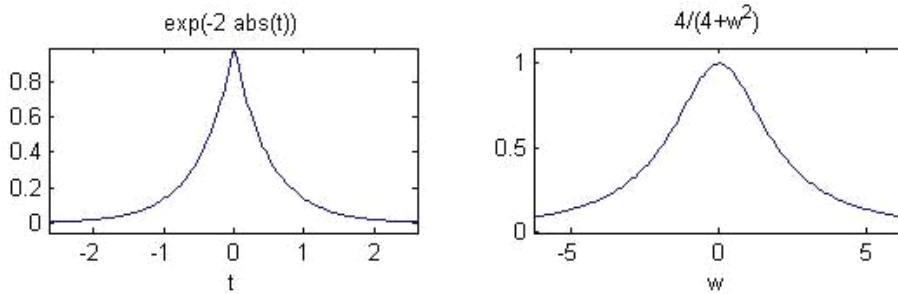


图 5-2 符号函数傅里叶变换

(2)参考上述程序试画出信号  $f(t) = \frac{2}{3}e^{-3|t|}$  的波形及其幅频特性曲线。

## 2.傅里叶变换的性质验证

(3)利用(2)的程序，通过比较结果的幅频特性曲线，验证连续时间傅里叶变换的频移特性（ $e^{j\omega_0 t} f(t)$  的傅里叶变换为  $F(j(\omega - \omega_0))$ ）。

## 实验六 离散时间信号与系统的频域分析

### 一、实验目的

- 1、掌握离散时间信号与系统的频域分析方法，从频域的角度对信号与系统的特性进行分析。
- 2、掌握离散时间信号傅里叶变换与傅里叶逆变换的实现方法。
- 3、掌握离散时间傅里叶变换的特点及应用
- 4、掌握离散时间傅里叶变换的数值计算方法及绘制信号频谱的方法

### 二、预习内容

- 1、离散时间信号的傅里叶变换与逆变换。
- 2、离散时间信号频谱的物理含义。
- 3、离散时间系统的频率特性。
- 4、离散时间系统的频域分析方法。

### 三、实验原理

#### 1. 离散时间系统的频率特性

在离散 LTI 系统时域分析中得到系统的单位冲激响应可以完全表征系统，进而通过  $h[n]$  特性来分析系统的特性。系统单位冲激响应  $h[n]$  的傅里叶变换  $H(e^{j\omega})$  成为 LTI 系统的频率响应。与连续时间 LTI 系统类似，通过系统频率响应可以分析出系统频率特性。

与系统单位冲激响应  $h[n]$  一样，系统的频率响应  $H(e^{j\omega})$  反映了系统内在的固有特性，它取决于系统自身的结构及组成系统元件的参数，与外部激励无关，是描述系统特性的一个重要参数， $H(e^{j\omega})$  是频率的复函数可以表示为：

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\varphi(\omega)}$$

其中， $|H(e^{j\omega})|$  随频率变化的规律称为幅频特性； $\varphi(\omega)$  随频率变化的规律称为相频特性。

#### 2. 离散时间信号傅里叶变换的数值计算方法

算法原理，由傅里叶变换原理可知：

$$F(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f[n] e^{-j\omega n}$$

序列  $f[n]$  的离散时间傅里叶变换  $F(e^{j\omega})$  是  $\omega$  的连续函数。由于数据在 matlab 中以向



量的形式存在， $F(e^{j\omega})$  只能在一个给定的离散频率的集合中计算。然而，只有类似

$$F(e^{j\omega}) = \frac{p_0 + p_1 e^{-j\omega} + p_2 e^{-j2\omega} + \dots + p_M e^{-j\omega M}}{d_0 + d_1 e^{-j\omega} + d_2 e^{-j2\omega} + \dots + d_N e^{-j\omega N}}$$

形式的  $e^{-j\omega}$  的有理函数，才能计算其离散时间傅里叶变换。

### 3. 涉及到的 Matlab 函数

3.1 freqz 函数：实现离散时间系统频率响应特性的求解

调用格式： $[H,w]=\text{freqz}(B,A,N)$

B 和 A 分别为离散系统的系统函数分子、分母多项式的系数向量，返回量 H 则包含了离散系统频响在  $0 \sim \pi$  范围内 N 个频率等分点的值（其中 N 为正整数），w 则包含了范围内 N 个频率等分点。调用默认的 N 时，其值是 512。由于  $F(e^{j\omega})$  是  $\omega$  的连续函数，需要尽可能大地选取 N 的值，以使得产生的图形和真实离散傅里叶变换的图形尽可能一致。为更加方便快速地运算，应将 N 的值选为 2 的幂，如 256 或 512。

3.2 real 函数：求复数的实部

调用格式： $\text{real\_f}=\text{real}(f)$ ;

3.3 imag 函数：求复数的虚部

调用格式： $\text{imag\_f}=\text{imag}(f)$ ;

3.4 abs 函数：求复数的模

调用格式： $\text{abs\_f}=\text{abs}(f)$ ;

3.5 angle 函数：求复数的相位

调用格式： $\text{angle\_f}=\text{angle}(f)$ ;

3.6 fft 函数：实现离散信号  $f[n]$  的傅里叶变换值  $F[k]$

调用格式：

$F = \text{fft}(f)$ ，计算序列  $f[n]$  的离散傅里叶变换值  $F[k]$ ，其中  $F[k]$  长度与  $f[n]$  长度相同

$F = \text{fft}(f, L)$ ，计算序列  $f[n]$  的 L 点离散傅里叶变换值  $F[k]$ ，其中 L 不小于 N。若 L

大于 N，则需要在计算离散傅里叶变换之前，对  $f[n]$  尾部补足 L-N 个零。

3.7 ifft 函数：实现离散信号的傅里叶逆变换

调用格式： $f = \text{ifft}(F)$

## 四、实验内容

### 1 离散时间傅里叶变换

(1) 下面参考程序是如下序列在范围  $-4\pi \leq \omega \leq 4\pi$  的离散时间傅里叶变换

$$F(e^{j\omega}) = \frac{2 + e^{-j\omega}}{1 - 0.6e^{-j\omega}}$$

%计算离散时间傅里叶变换的频率样本

```
clear all;
w=-4*pi:8*pi/511:4*pi;
num=[2 1]; den=[1 -0.6];
h=freqz(num,den,w);
subplot(2,1,1)
plot(w/pi,real(h)); grid;
title('实部')
xlabel('omega/pi');
ylabel('振幅');
subplot(2,1,2)
plot(w/pi, imag(h)); grid;
title('虚部')
xlabel('omega/pi');
ylabel('振幅');
figure;
subplot(2,1,1)
plot(w/pi, abs(h)); grid;
title('幅度谱')
xlabel('omega/pi');
ylabel('振幅');
subplot(2,1,2)
plot(w/pi, angle (h)); grid;
title('相位谱')
xlabel('omega/pi');
ylabel('以弧度为单位的相位');
```

修改程序，在范围  $0 \leq \omega \leq \pi$  内计算如下有限长序列的离散时间傅里叶变换

$$h[n]=[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9]$$

(2)利用(1)的程序，通过比较结果的幅度谱和相位谱，验证离散时间傅里叶变换的时移特性。（提示：可设 num2=[zeros(1,D),num]）

## 实验七 信号的采集与恢复、抽样定理

### 一、实验目的

- 1、了解信号的抽样方法与过程以及信号恢复的方法。
- 2、验证抽样定理。

### 二、实验原理

#### 1. 连续时间信号的离散化与抽样

从连续时间信号转化为离散时间信号，需要通过抽样来完成，以便计算机和其他系统进行处理。离散时间信号可以从离散信号源获得，也可以从连续时间信号抽样而得。抽样信号  $f_s(t)$  可以看成连续信号  $f(t)$  和一组开关函数  $s(t)$  的乘积  $f_s(t) = f(t) \cdot s(t)$ 。 $s(t)$  是

一组周期性窄脉冲，见图 7-1， $T_s$  称为抽样周期，其倒数  $f_s = \frac{1}{T_s}$  称抽样频率。

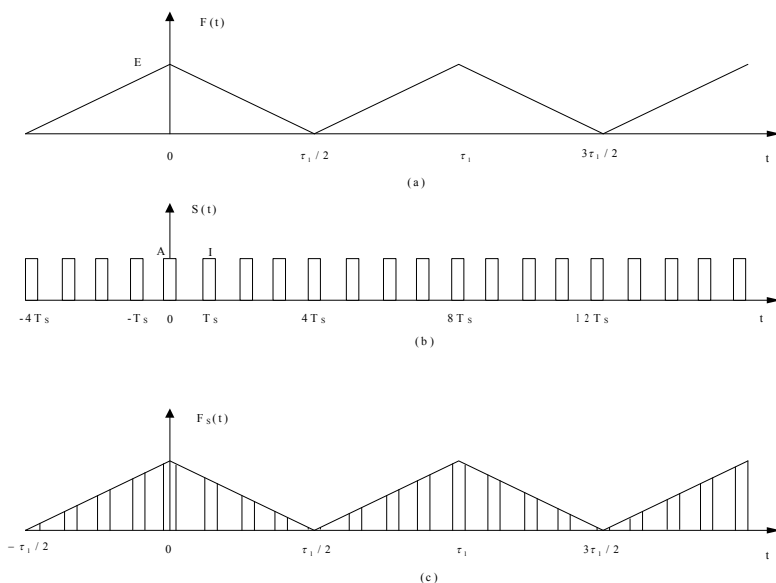


图 6-1 矩形抽样脉冲

对抽样信号进行傅里叶分析可知，抽样信号的频率包括了原连续信号以及无限个经过平移的原信号频率。平移的频率等于抽样频率  $f_s$  及其谐波频率  $2f_s$ 、 $3f_s$ ……。当抽样信号是周期性窄脉冲时，平移后的频率幅度按  $\frac{(\sin x)}{x}$  规律衰减。抽样信号的频谱是原信号频谱周期的延拓，它占有的频带要比原信号频谱宽得多。

#### 2. 信号恢复

正如测得了足够的实验数据以后，我们可以在坐标纸上把一系列数据点连起来，得到一条光滑的曲线一样，抽样信号在一定条件下也可以恢复到原信号。只要用一截止频率等于原信号频谱中最高频率  $f_m$  的低通滤波器，滤除高频分量，经滤波后得到的信号包含了原信号频谱的全部内容，故在低通滤波器输出可以得到恢复后的原信号。

## 3. 抽样定理

抽样定理指出，一个有限频宽的连续时间信号  $f(t)$ ，其最高频率为  $\omega_m$ ，经过等间隔抽样后只要抽样频率  $\omega_s$  不小于信号最高频率的两倍，即满足  $\omega_s \geq 2\omega_m$ ，就能从抽样信号  $f_s(t)$  中恢复出原信号，而  $f_{\min} = 2f_m$  称为最低抽样频率又称“奈奎斯特抽样率”。抽样定理图形解释如下。

当  $f_s < 2f_m$  时，抽样信号的频谱会发生混叠，从发生混叠后的频谱中我们无法用低通滤波器获得原信号频谱的全部内容。在实际使用中，仅包含有限频率的信号是极少的。因此即使  $f_{\min} = 2f_m$ ，恢复后的信号失真还是难免的。图 6-2 画出了当抽样频率  $f_s > 2f_m$ （不混叠时）及当抽样频率  $f_s < 2f_m$ （混叠时）两种情况下冲激抽样信号的频谱。

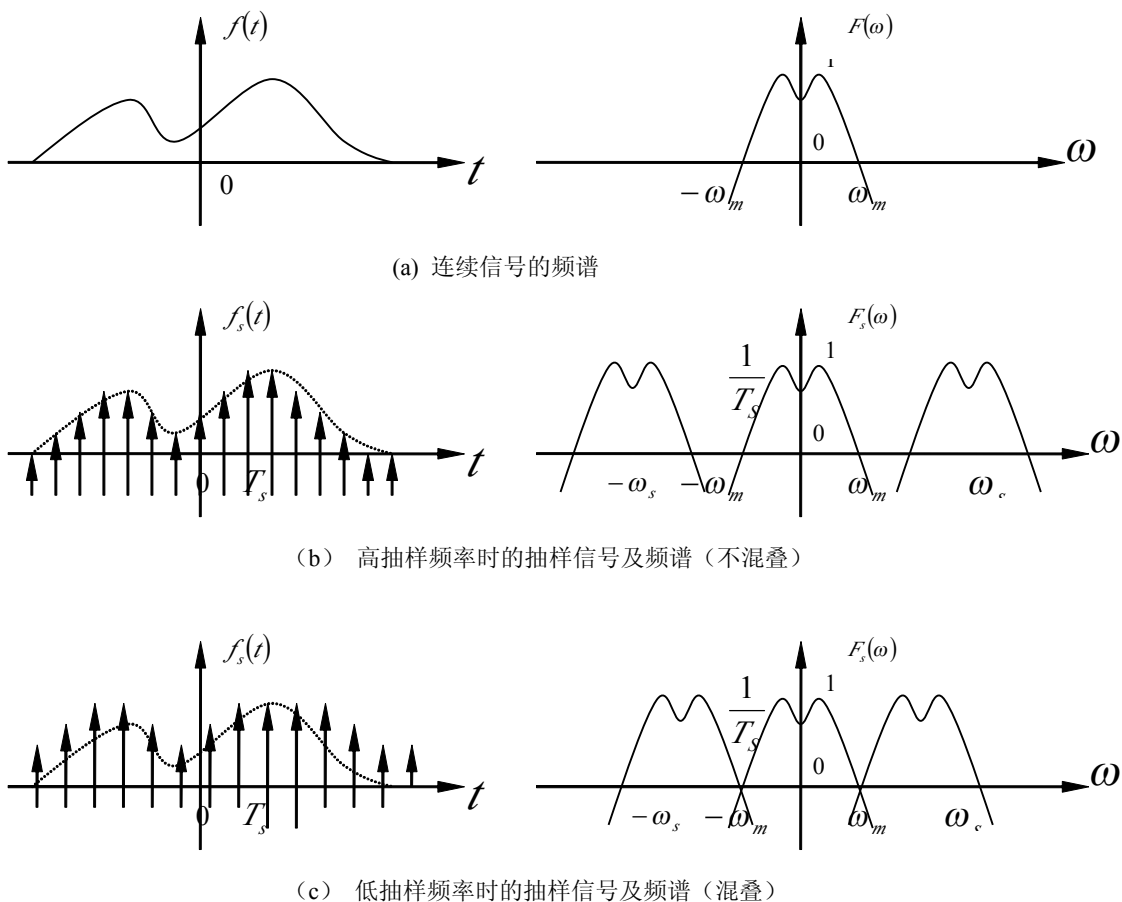


图 7-2 抽样过程中出现的三种情况

## 三、实验内容

### 1. 抽样定理验证的 Matlab 实现

### 1.1 正弦信号的采样

(1)参考下面程序，得到 50Hz 正弦信号在采样时间间隔分别为 0.01s、0.002s 和 0.001s 时的采样信号。

```
fs=1000;
t=0:1/fs:0.2;
f0=50;
x=cos(2*pi*f0*t);
subplot(2,2,1);plot(t,x);
n1=0:0.01:0.2;
x1=cos(2*pi*f0*n1);
subplot(2,2,2);stem(n1,x1);
n2=0:0.005:0.2;
x2=cos(2*pi*f0*n2);
subplot(2,2,3);stem(n2,x2);
n3=0:0.001:0.2;
x3=cos(2*pi*f0*n3);
subplot(2,2,4);stem(n3,x3,'');
```

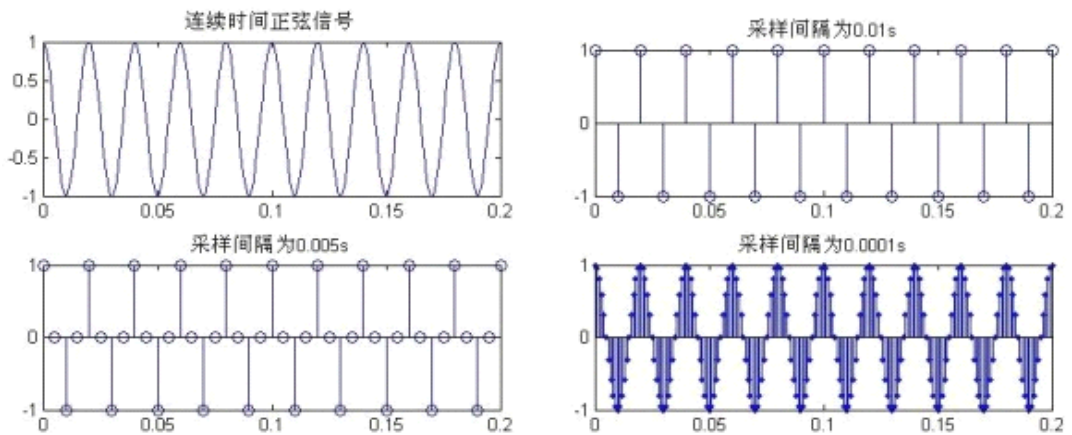


图 7-3 正弦信号不同采样间隔的采样信号

(2)在(1)基础上恢复正弦信号，比较那个采样间隔能较好的恢复原正弦信号。改变几个不同的采样间隔，比较恢复信号。

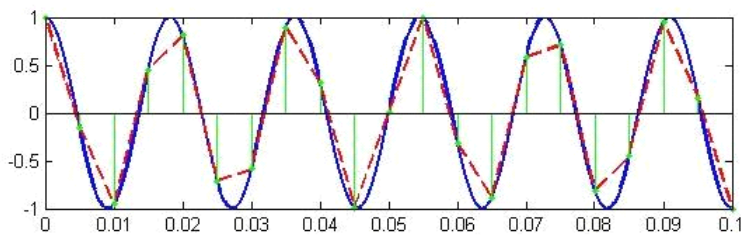


图 7-4 恢复的正弦信号与原信号的比较

### 1.2 思考题

设计一模拟信号  $x(t) = 3 \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ ，采样频率  $f_s = 5120 \text{ Hz}$ ，取信号频率分别为  $f = 150 \text{ Hz}$ （正常采样）和  $f = 3000 \text{ Hz}$ （欠采样）两种情况进行采样分析，指出哪种发生了混叠现象。

## 实验八 系统的复频域分析

### 一、实验目的

- 1、掌握系统的复频域分析方法。
- 2、掌握测试系统的频率响应的方法。

### 二、预习内容

- 1、系统频响的方法。（见第四章波特图的介绍）

### 三、实验原理

#### 1. N 阶系统系统的传递函数

用微分方程描述的 N 阶系统为：

$$C_0 \frac{d^m}{dt^m} r(t) + C_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \dots + C_{n-1} \frac{d}{dt} r(t) + C_n r(t) = E_0 \frac{d^m}{dt^m} e(t) + E_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} e(t) + \dots + E_{m-1} \frac{d}{dt} e(t) + E_m e(t)$$

根据零状态响应（起始状态为零），则对其进行拉氏变换有：

$$C_0 S^m r(S) + C_1 S^{m-1} r(S) + \dots + C_{n-1} S r(S) + C_n r(S) = E_0 S^m e(S) + E_1 S^{m-1} e(S) + \dots + E_{m-1} S e(S) + E_m e(S)$$

则系统传递函数可表达为：

$$H(S) = \frac{r(S)}{e(S)} = \frac{E_0 S^m + E_1 S^{m-1} + \dots + E_{m-1} S + E_m}{C_0 S^m + C_1 S^{m-1} + \dots + C_{n-1} S + C_n}$$

用差分方程描述的 N 阶系统为：

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_N y[n-N] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_M x[n-M]$$

根据零状态响应（起始状态为零），则对其进行拉氏变换有：

$$a_0 Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \dots + a_N z^{-N} Y(z) = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + \dots + b_M z^{-M} X(z)$$

则系统传递函数可表达为：

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}$$

#### 2. 根据系统传递函数的零极点图分析系统

零点：传递函数分子多项式的根。

极点：传递函数分母多项式的根。

根据零极点图的不同分布分析系统。

#### 3. 涉及到的 Matlab 函数

(1)freqz 函数：实验六中出现过，可用来求单位圆上的有理 z 变换的值。

调用格式：同实验六

(2)zplane 函数：得到有理 z 变换的零极点图。

调用格式：zplane(num,den)

其中，num 和 den 是按  $z^{-1}$  的升幂排列的、 $z$  变换分子分母多项式系数的行向量。

(3)roots 函数：求多项式的根。

调用格式：r=roots(c), c 为多项式系数向量；r 为根向量。

#### 四、实验内容

##### 1. 系统零极点的求解

(1)求解系统  $H(s) = \frac{s^2 - 1}{s^3 + 2s^2 + 3s + 2}$  和  $H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 2z^{-3}}$  的零极点，验

证下面程序的运行结果，根据系统零极点图分析系统性质。

```
b=[1,0,-1]; a=[1,2,3,2]; zr=roots(b); pr=roots(a);
plot(real(zr),imag(zr),'go',real(pr),imag(pr),'mx','markersize',12,'linewidth',2);
grid; legend('零点','极点');
figure; zplane(b,a);
```

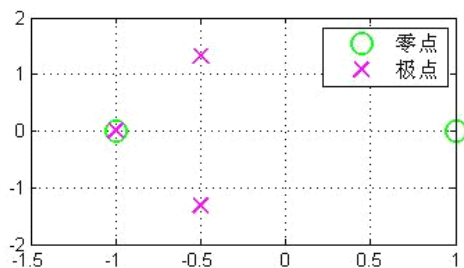


图 7-1 系统零极点图

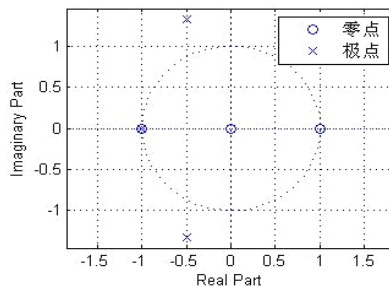


图 7-2 由 zplane 函数直接绘制系统零极点图

(2)参考上述程序，绘制系统  $H(s) = \frac{s-1}{s^2 + 3s + 2}$  和  $H(z) = \frac{2 + 5z^{-1} + 9z^{-2} + 5z^{-3} + 3z^{-4}}{5 + 45z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3} + z^{-4}}$

的零极点图，并分析系统性质。与用 zplane 函数直接绘制系统零极点图（注：圆心的圆圈并非系统的零点）做比较。

##### 2. 求解 $z$ 变换

(1)对上题中的系统  $H(z)$  在单位圆上求  $z$  变换。