

Seminar 5

Aplicatii ale ecuatiilor diferentiale (continuare)

1. *Ecuatia diferențială pentru familia curbelor definite de ecuația exponențială $y = e^{x+c}$ este $y' - y = 0$.*

Rezolvare: Prin diferențierea ecuației în raport cu x obținem

$$y' = e^{x+c}$$

Puntem elimina cu ușurință parametrul c din sistemul de ecuații :

$$\begin{cases} y' = e^{x+c} \\ y = e^{x+c} \end{cases}$$

de unde rezulta $y' = y, y' - y = 0$, care este o ecuație diferențială cu variabile separabile.

2. *Ecuatia diferențială pentru familia de parabole definite de ecuația $y = x^2 - cx$ este $y'x + y = 3x^2$.*

Rezolvare: Diferențiem ecuația implicită și obținem

$$y' = 2x - c$$

Scriem aceasă ecuație împreună cu ecuația algebrică originală și eliminăm parametrul c .

$$\begin{cases} y' = 2x - c \\ y = x^2 - cx \end{cases}$$

Observăm că $c = y' - 2x$ din prima ecuație și înlocuim în a doua ecuație

$$y = x^2 - (y' - 2x)x \Leftrightarrow y = x^2 - y'x + 2x^2$$

Am obținut o ecuație diferențială implicită corespunzătoare familiei de curbe plane

$$y'x + y = 3x^2,$$

care este o ecuație afină.