

1. Să se verifice că  $\mathbb{R}^3/\mathbb{R}$  este spațiu vectorial
2. Să se verifice următoarele reguli de calcul dintr-un spațiu vectorial
  - a)  $(-1) \cdot \vec{x} = -\vec{x}$ ,  $\forall \vec{x} \in V$
  - b)  $\alpha \cdot (-\vec{x}) = -\alpha \vec{x}$ ,  $\forall \alpha \in K, \vec{x} \in V$
  - c)  $\alpha(\vec{x} - \vec{y}) = \alpha \vec{x} - \alpha \vec{y}$ ,  $\forall \alpha \in K, \vec{x}, \vec{y} \in V$
  - d)  $(\alpha - \beta)\vec{x} = \alpha \vec{x} - \beta \vec{x}$ ,  $\forall \alpha \in K, \vec{x} \in V$
3. Să se demonstreze că o condiție necesară și suficientă ca o submulțime  $W \subset V$  să fie  $K$ -subspațiu vectorial este:
 
$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} \in W, \forall \alpha, \beta \in K, \vec{x}, \vec{y} \in W.$$

4. Fie  $\underbrace{W_1 \subset V/K}_{W_2}, \underbrace{W_2 \subset V/K}_{W_1} \in Sp(V)$

Atunci: a)  $W_1 + W_2 \in Sp(V)$

b)  $W_1 \cap W_2 \in Sp(V)$

5. Să se verifice că următoarele mulțimi sunt subspații vectoriale ale lui  $\mathbb{R}^3/\mathbb{R}$ .

a)  $S_1 = \{ (a, b, 0) \mid a, b \in \mathbb{R} \}$

b)  $W = \{ (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \}$

c)  $W = \{ (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{matrix} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \end{matrix} \}$

d)  $W = \{ (a, b, a+b) \in \mathbb{R}^3 \mid a, b \in \mathbb{R} \}$