

# Laborator08

## Utilizarea domeniului lista de liste

### Laborator08

Utilizarea domeniului lista de liste

Aplicații Prolog

1. Produsul scalar a doi vectori de numere reale.
2. Înmulțirea unui vector cu o matrice de valori reale.
3. Înmulțirea a două matrici de valori reale.

Imagini

## Aplicații Prolog

### 1. Produsul scalar a doi vectori de numere reale.

Fie  $x, y \in \mathbb{R}^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  cu  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ . Produsul scalar dintre  $x$  și  $y$  este:

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \quad (1)$$

$$\begin{cases} x \rightarrow LX = [HX|TX] \\ y \rightarrow LY = [HY|TY] \end{cases}$$

$$Ind : RPS = HX \cdot HY + RPS(TX, TY) \quad (2)$$

#### Program Prolog

```
domains
    lista = real*
predicates
    produs_scalar(lista, lista, real)
clauses
    produs_scalar([], [], 0).
    produs_scalar([HX|TX], [HY|TY], RPS) :- produs_scalar(TX, TY, RPS1), RPS is
        HX*HY+RPS1.
```

#### SWI-Prolog

```
produs_scalar([], [], 0).
produs_scalar([HX|TX], [HY|TY], RPS) :- produs_scalar(TX, TY, RPS1), RPS is
    HX*HY+RPS1.
```

#### Execuție

```
?- produs_scalar([7, -1, 2, 1], [2, 3, 1, 8], Rez_PS).
Rez_PS = 21.
```

## 2. Înmulțirea unui vector cu o matrice de valori reale.

Fie vectorul  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$  și matricea:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}, A \in M_{n \times m}(\mathbb{R}), n, m \in \mathbb{N}^*.$$

$$\begin{aligned} R = V \cdot A &= (v_1, v_2, \dots, v_n) \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \\ &= (V_1, V_2, \dots, V_m) \text{ (Rez)} \end{aligned}$$

**Avem:**

$$\begin{aligned} (3) \quad V_j &= \langle V, \text{Coloana}_j(A) \rangle \\ &= v_1 \cdot a_{1j} + v_2 \cdot a_{2j} + \dots + v_n \cdot a_{nj}, j = \overline{1..m} \end{aligned}$$

**Program Prolog**

```
domains
    lista=real*
    matrice=lista*
predicates
    produs_scalar(lista,lista,real)
    inmultireVM(lista,matrice,lista)
clauses
    produs_scalar([],[],0).
    produs_scalar([HX|TX],[HY|TY],RPS):- produs_scalar(TX,TY,RPS1), RPS is
HX*HY+RPS1.
    inmultireVM(V,[],[]).
    inmultireVM(V,[HM|TM],[HR|TR]):- produs_scalar(V,HM,HR), inmultireVM(V,TM,TR).
```

**SWI-Prolog**

```
produs_scalar([],[],0).
produs_scalar([HX|TX],[HY|TY],RPS):- produs_scalar(TX,TY,RPS1), RPS is
HX*HY+RPS1.
inmultireVM(_,[],[]).
inmultireVM(V,[HM|TM],[HR|TR]):- produs_scalar(V,HM,HR), inmultireVM(V,TM,TR).
```

**Execuție**

```
?- inmultireVM([2,-1,3], [[7,5,-1],[2,0,3],[2,1,4]], Rezultat_lista).
Rezultat_lista = [6,13,15].
```

### 3. Înmulțirea a două matrici de valori reale.

Fie  $M_1 \rightarrow LV$  (lista de vectori),  $M_2 \rightarrow LL$  (lista de liste)

$$\begin{cases} M_1 \in M_{n \times m}(\mathbb{R}) \\ M_2 \in M_{m \times k}(\mathbb{R}) \end{cases} \Rightarrow RM = M_1 \cdot M_2 \text{ cu } RM \in M_{n \times k}(\mathbb{R})$$

**Exemplu:**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ & M1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 2 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ & M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 13 & 15 \\ 5 & 8 & 10 \\ 21 & 14 & 15 \\ & RM \end{pmatrix}$$
$$HRM = [6 \quad 13 \quad 15] \quad TRM = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 21 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

**Program Prolog:**

```
domains
    lista=real*
    matrice=lista*
predicates
    produs_scalar(lista,lista,real)
    inmultireVM(lista,matrice,lista)
    inmultireMM(matrice,matrice,matrice)
clauses
    produs_scalar([],[],0).
    produs_scalar([H1|T1],[H2|T2],RPS):- produs_scalar(T1,T2,RPS1), RPS is
RPS1+H1*H2.
    inmultireVM(V,[],[]).
    inmultireVM(V,[HM|TM],[HR|TR]):- produs_scalar(V,HM,HR), inmultireVM(V,TM,TR).
    inmultireMM([],M2,[]).
    inmultireMM([HV|TV],M2,[HRM|TRM]):- inmultireVM(HV,M2,HRM),
inmultireMM(TV,M2,TRM).
```

**SWI-Prolog:**

```
produs_scalar([],[],0).
produs_scalar([H1|T1],[H2|T2],RPS):- produs_scalar(T1,T2,RPS1), RPS is
RPS1+H1*H2.
inmultireVM(_,[],[]).
inmultireVM(V,[HM|TM],[HR|TR]):- produs_scalar(V,HM,HR), inmultireVM(V,TM,TR).
inmultireMM([],_,[]).
inmultireMM([HV|TV],M2,[HRM|TRM]):- inmultireVM(HV,M2,HRM),
inmultireMM(TV,M2,TRM).
```

**Execuție:**

```
?- inmultireMM([[2,-1,3],[1,0,2],[4,-1,2]], [[7,2,2],[5,0,1],[-1,3,4]],
Rezultat_matrice).
Rezultat_matrice = [[18, 13, 7], [11, 7, 7], [30, 22, 1]].
```

## Imagini

## Aplicații Prolog (utilizarea domeniului lista de liste)

1) Produsul scalar a doi vectori de numere reale.  
Fie  $x, y \in \mathbb{R}^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^+$  cu  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ .  
Produsul scalar dintre  $x$  și  $y$  este:

$$(1) \quad \langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \quad \left. \begin{array}{l} x \rightsquigarrow LX = [HX|TX] \\ y \rightsquigarrow LY = [HY|TY] \end{array} \right\}$$

Ind:  $RPS = HX \cdot HY + RPS(TX, TY)$  (2)

### Program Prolog

```
domains
    lista = real*
predicates
    produs_scar(lista, lista, real)
clauses
    [produs_scar([], [], 0).
     produs_scar([HX|TX], [HY|TY], RPS) :-
        produs_scar(TX, TY, RPS1),
        RPS is HX*HY + RPS1.
```

Exemple:  $\text{produs\_scar}([7, -1, 2, 1], [2, 3, 1, 8], RPS)$ .  
 $RPS = 7 \cdot 2 + (-1) \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 8 = 21$ .

2) Înmulțirea unui vector cu o matrice de valori reale.

Fie vectorul  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n$  și matricea

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}, A \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{R}), n, m \in \mathbb{N}^+$$

$$(2) \quad V \cdot A = (v_1, v_2, \dots, v_n) \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} = (v_1 \cdot a_{1j} + v_2 \cdot a_{2j} + \dots + v_n \cdot a_{nj}, \dots, v_1 \cdot a_{1m} + v_2 \cdot a_{2m} + \dots + v_n \cdot a_{nm})$$

### Program Prolog

```
domains
    lista = real*
    matrice = lista*
predicates
    produs_scar(lista, lista, real)
    inmultireVM(lista, matrice, lista)
clauses
    // produs_scar - definit la 1)
    inmultireVM(V, [], []).
    inmultireVM(V, [HM|TM], [HR|TR]) :-
        produs_scar(V, HM, HR), inmultireVM(V, TM, TR).
```

Exemple:  $\text{inmultireVM}([2, -1, 3], [[7, 5, -1], [2, 0, 3], [2, 1, 4]], RPS)$ .  
 $RPS = [6, 13, 15]$

3. Înmulțirea a două matrici de valori reale.

Fie  $M_1 \rightsquigarrow LV$  (lista de vectori),  $M_2 \rightsquigarrow LL$  (lista de liste)

$$\left[ \begin{array}{l} M_1 \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{R}) \\ M_2 \in \mathcal{M}_{m \times k}(\mathbb{R}) \end{array} \right] \Rightarrow RM = M_1 \cdot M_2 \text{ cu } RM \in \mathcal{M}_{n \times k}(\mathbb{R})$$

$$\text{Exemple: } \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 5 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 13 & 15 \\ 5 & 8 & 10 \\ 21 & 4 & 15 \end{pmatrix} \begin{array}{l} HRM \\ TRM \end{array}$$

### Program Prolog

```
domains
    lista = real*
    matrice = lista*
predicates
    produs_scar(lista, lista, real)
    inmultireVM(lista, matrice, lista)
    inmultireMM(matrice, matrice, matrice)
clauses
```

```
    [produs_scar([], [], 0).
     produs_scar([H1|T1], [H2|T2], RPS) :-
        produs_scar(T1, T2, RPS1),
        RPS is RPS1 + H1 * H2.
```

```
    inmultireVM(V, [], []).
    inmultireVM(V, [HM|TM], [HR|TR]) :-
        produs_scar(V, HM, HR), inmultireVM(V, TM, TR).
    inmultireMM(I1, M2, []).
    inmultireMM([HV|TV], M2, [HRM|TRM]) :-
        inmultireVM(HV, M2, HRM),
        inmultireMM(TV, M2, TRM).
```