

Probabilități și Statistică Matematică

Examen 18.03.2021

1. Din 10 persoane, 6 bărbați și 4 femei, seiau 4 pentru a forma o echipă. Să se calculeze probabilitatea următoarelor evenimente

- a) echipă formată doar din bărbați
- b) echipa să conțină și o femeie
- c) echipa să conțină 2 bărbați și 2 femei

Număr de cazuri posibile C_{10}^4

$$a) P(A) = \frac{C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{14}$$

$$b) B \text{ contrazicere la } A \Rightarrow P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

$$c) P(C) = \frac{C_6^2 \cdot C_4^2}{C_{10}^4} = \frac{3}{7}$$

2. O urnă conține 3 bile albe și 4 bile negre, iar alta urnă 4 bile albe și 5 bile negre. Considerăm următoarele probabilități:

- A - bila extrasă din U_1 e albă
- B - bila extrasă din U_2 e albă

Calculați: a) $P(A \cap B)$; b) $P(A \cup B)$; c) $P(A - B)$; d) $P(\bar{A})$.

a) Extragera celor 2 bile are: $7 \cdot 9 = 63$ (cazuri posibile)

$A \cap B$ are $3 \cdot 4 = 12$ caz. favorabile.

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{12}{63} = \frac{4}{21}$$

$$b) \boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)} !$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{21} = \frac{43}{63}$$

$$d) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}$$

$$c) \boxed{P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)} !$$

$$P(A - B) = \frac{3}{7} - \frac{4}{21} = \frac{5}{21}$$

Dacă 2 evenimente A, B sunt — independente $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
— conditionale $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B)$

3. Aruncăm un zar de 3 ori. Care este probabilitatea să obținem fiecare dată cifra 6?

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

4. O urnă conține 6 bile albe și 5 negre. Se extrag succesiv 3 bile, fără întoarcerea bilei extrase. Care este probabilitatea ca prima bilă extrasă să fie albă, iar celelalte 2 negre.

A_1 - "prima bilă albă"; A_2 - "a 2-a bilă neagră";

A_3 - "a 3-a bilă neagră";

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 \cap A_2}(A_3) = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{33}$$

5. Dacă probabilitatea ca un autoturism să plece în cursă într-o dimineață friguroasă este 0,6 și dispunem de 2 autoturisme de acest fel, care este probabilitatea ca cel puțin 1 dintre autoturisme să plece în cursă într-o dimineață friguroasă.

A_1 - "primul autoturism pleacă"; A_2 - "al 2-lea autoturism pleacă"

$$P(A_1) = P(A_2) = 0,6.$$

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = 0,6 + 0,6 - 0,6 \cdot 0,6 = 0,84.$$

TEMA

1. Cele 26 de litere ale alfabetului sunt scrise pe 26 de cartonașe și introduse într-o urnă. Să se calculeze probabilitatea ca, extrăgând la întâmplare de 5 ori câte un cartonaș și aranjându-le în ordinea extragerii sale, să obținem cuvântul: LUCIA.

A - „prima literă extrasă este L”

B - „a 2-a este U”

D - „a 4-a este I”

C - „a 3-a este C”

E - „a 5-a este A”

$P(A \cap B \cap C \cap D \cap E)$ - A, B, C, D, E evenimente condiționate

$$P(A \cap B \cap C \cap D \cap E) = \frac{1}{26} \cdot \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{22}.$$

2. Dintr-un lot de 40 de becuri nou fabricate la un magazin, 37 corespund standardelor, iar 3 nu corespund. Un comparator compară 2 becuri. Calculați prob. ca acestea 2 să corespundă standardelor.

A_1 - „becul 1 coresp.”; A_2 - „becul 2 coresp.”.

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{37}{40} \cdot \frac{36}{39} = \frac{117}{130}.$$

A_1, A_2 evenimente condiționate.