Seminar 6

Aplicații ale ecuațiilor diferențiale de ordinul I (continuare)

1. Variante ale modelului Verhulst:

   a) $\dot{x} = rx^2(1 - \frac{x}{K}), \quad x(0) = x_0, \quad r, K > 0$

   b) $\dot{x} = rx(1 - \frac{x^2}{K}), \quad x(0) = x_0, \quad r, K > 0$

2. Dinamica unei populații care trebuie recoltată:

   Există situaţii în care anumite specii sunt recoltate. De exemplu, o plantă, a cărei dinamică este guvernată de o lege logistică, este mâncată de cornute. Dacă adăugăm un termen de recoltare la ecuaţia diferenţială logistică, obţinem

   $$\dot{x} = x(a - bx) - h(x),$$

   unde a şi b sunt parametri pozitivi, iar $h(x)$ reprezintă rata de recoltare a plantelor. De cele mai multe ori, rata de recolatre este modelată de o funcţie de forma

   $$\dot{x} = rx(1 - \frac{x}{K}) - Ex, \qquad (*)$$

   unde r, K şi E sunt constante pozitive, Ex reprezintă producţia recoltată pe unitatea de timp, iar E este o mărime a efortului depus.

   Ecuaţia (*) se poate scrie astfel

   $$\frac{dx}{dt} = \frac{r}{K}x(K - \frac{K}{r}E - x)$$

   (ecuație cu variabile separabile)