

Mat-Inf I, Ianuarie 2020, Nr. 1

1. Să se dezvolte funcțiile în jurul punctelor indicate:

a)  $f(x) = \frac{1}{5x+7}$ ,  $a = 0$ ; b)  $f(x) = \frac{1}{5x+7}$ ,  $a = 1$ ; c)  $f(x) = \frac{1}{25x^2-49}$ ,  $a = 0$ .

2. Să se scrie jacobiana  $J_f$  și expresia diferențialei  $df$  într-un punct curent pentru funcțiile:

a)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = (-xy^3 - 3xy, x^5y^2 - x^2)$ ;

b)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f(x, y) = (\sin(8x - y), xy^6, e^{x-y^2})$ ;

c)  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y, z) = \left( xye^{x^2-y^2+z^2}, -\frac{xz}{y^3} \right)$ .

3. Să se determine punctele de extrem ale funcției:

a)  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = -x^2 - y^2 - z^2 + xy - x + 2z$ ;

b)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = -x^3 - y^3 + 2xy$ ;

c)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$ .

4. a) Pentru  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = Z(-2x/y^3, xy)$  să se calculeze  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  ( $Z : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $Z \in C^1(\mathbb{R}^2)$ ).

b) Pentru  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x, y, z) = s(x^2y - z, 4y^2z + 3zx - xy)$  să se calculeze  $\frac{\partial g}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial g}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial g}{\partial z}$ , unde  $s : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $s \in C^1(\mathbb{R}^2)$ .

c) Pentru  $z(x, y) = x \cdot g(-\sin x - y)$  să se calculeze  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  ( $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g \in C^1(\mathbb{R})$ ).