

Laborator09 - Temă

Petculescu Mihai-Silviu

Laborator09 - Temă

Petculescu Mihai-Silviu

Exercițiul 1.0.1

Exercițiul 1.0.2

Exercițiul 1.0.3

Exercițiul 1.0.4

Exercițiul 1.0.1

Să se aducă la forma normală conjunctivă și la forma normală disjunctivă și să se rezolve problema deciziei pentru următoarele formule:

$$1. (x \vee \neg y) \rightarrow (t \rightarrow \neg x) \rightarrow (\neg y \rightarrow \neg t)$$

$$\neg(\neg(x \vee \neg y) \vee (\neg t \vee \neg x)) \vee (\neg \neg y \vee \neg t) \\ ((x \vee \neg y) \wedge (t \wedge x)) \vee (y \vee \neg t)$$

DNF

$$(x \wedge t) \vee (\neg y \vee t \vee x) \vee (y \vee \neg t) \\ x \wedge t$$

CNF

$$(t \wedge (x \vee \neg y)) \wedge (x \wedge (x \vee \neg y)) \vee (y \vee \neg t) \\ ((y \vee \neg t) \vee (t \wedge (x \vee \neg y))) \wedge ((y \vee \neg t) \vee (x \wedge (x \vee \neg y))) \\ (y \vee \neg t \vee t) \wedge (y \vee \neg t \vee x \vee \neg y) \wedge (y \vee \neg t \vee x) \wedge (y \vee \neg t \vee x \vee \neg y) \\ y \vee \neg t \vee x$$

$$2. (a \rightarrow b) \rightarrow (\neg(c \vee a) \rightarrow b)$$

$$\neg(\neg a \vee b) \vee (\neg \neg(c \vee a) \vee b) \\ (a \wedge \neg b) \vee (a \vee b \vee c)$$

DNF

$$((a \wedge \neg b) \vee a) \vee ((a \wedge \neg b) \vee b) \vee ((a \wedge \neg b) \vee c) \\ (a \wedge (a \vee b)) \vee ((a \vee b) \wedge (\neg b \vee b)) \vee ((a \vee c) \wedge (\neg b \vee c)) \\ (a \wedge (a \vee b)) \vee (a \vee b) \vee ((a \vee c) \wedge (\neg b \vee c))$$

CNF

$$(a \vee (a \vee b \vee c)) \wedge (b \vee (a \vee b \vee c)) \\ a \vee b \vee c$$

$$3. ((\neg x \rightarrow y) \rightarrow x) \rightarrow (\neg x \rightarrow (y \wedge \neg x))$$

$$\neg(\neg(\neg\neg x \vee y) \vee x) \vee (\neg\neg x \vee (y \wedge \neg x))$$

$$((x \vee y) \wedge \neg x) \vee (x \vee (y \wedge \neg x))$$

DNF

$$(x \wedge \neg x) \vee (y \wedge \neg x) \vee (x \wedge y) \vee (x \wedge \neg x)$$

$$(y \wedge \neg x) \vee (x \wedge y)$$

CNF

$$(\neg x \vee x \vee y \wedge \neg x) \wedge (x \vee y \vee x \vee y \wedge \neg x)$$

$$\neg x \vee x \vee y$$

$$T$$

Exercițiul 1.0.2

Să se arate că $\vdash (a \wedge b) \rightarrow (b \wedge a)$.

Folosind rezultatul prezentat în curs, 1.2.2, conform căreia pentru orice $\alpha \in FORM, \vdash (\alpha \rightarrow \alpha)$ și echivalența $\alpha \wedge \beta \leftrightarrow \beta \wedge \alpha$ obținem concluzia.

Exercițiul 1.0.3

Să se arate că $(x \vee y) \rightarrow (\neg z \rightarrow t), \neg(z \wedge t) \rightarrow (\neg x \wedge p), \vdash ((x \vee y) \rightarrow (\neg x \wedge p))$

Pentru demonstrarea relației vom porni de la regula silogismului (RS)

$\{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)\} \vdash (\alpha \rightarrow \gamma)$ în care aplicăm substituția $\sigma = \{x \vee y | \alpha, \neg z \rightarrow t | \beta, \neg x \wedge p | \gamma\}$ și echivalența $\neg z \rightarrow t \leftrightarrow \neg(z \wedge t)$.

Exercițiul 1.0.4

Să se arate că $(a \rightarrow b), \neg(a \rightarrow b) \vdash (c)$

Pentru demonstrarea relației, aplicăm următoarea axiome, la care, în final, aplicăm substituția $\sigma = \{a \rightarrow b | a, c | b\}$

| | |
|---|-----------------------|
| 1. $\neg a$ | <i>ipoteza</i> |
| 2. $(\neg a) \rightarrow ((\neg b) \rightarrow (\neg a))$ | $\overline{\alpha_1}$ |
| 3. $(\neg b) \rightarrow (\neg a)$ | $\frac{1}{2} MP$ |
| 4. a | <i>ipoteza</i> |
| 5. $a \rightarrow ((\neg b) \rightarrow a)$ | $\overline{\alpha_1}$ |
| 6. $(\neg b) \rightarrow a$ | $\frac{4}{5} MP$ |
| 7. $(\neg b \rightarrow \neg a) \rightarrow ((\neg b \rightarrow a) \rightarrow b)$ | $\overline{\alpha_3}$ |
| 8. $(\neg b \rightarrow a) \rightarrow b$ | $\frac{3}{7} MP$ |
| 9. b | $\frac{6}{8} MP$ |