Aplicatii rezolvate – Elemente de probabilitati –

APLICATIA 1:

Dintr-o urnă cu 15 bile numerotate de la 1 la 15 se extrage la întâmplare o bilă. Se cere probabilitatea ca numărul înscris pe bilă extrasă să fie: a) un număr prim;

b) un număr par;

c) un număr divizibil cu 3.

SOLUȚIE:

Determinăm cazurile favorabile pentru fiecare punct în parte.

a) cazuri favorabile: 6; numerele 2, 3, 5, 7, 11, 13

deci $P = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$;

b) cazuri favorabile: 7; numerele 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

deci $P = \frac{7}{15}$;

c) cazuri favorabile: 5; numerele 3, 6, 9, 12, 15, deci

$P = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$;

APLICATIA 2:

- Din 10 persoane (6 bărbați și 4 femei) se iau 4 pentru a forma o echipă. Să se calculeze probabilitatea următoarelor evenimente:

A = echipa să fie formată numai din bărbați;
B = echipa să conțină și femei;
C = echipa să conțină 2 bărbați și 2 femei.

SOLUȚIE:

Numărul cazurilor egal posibile este C_{10}^{4} deoarece o echipă oarecare conține 4 persoane din cele 10.

Evenimentul A are C_6^4 cazuri favorabile, deci

$$\boxed{P(A) = \frac{C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{1}{14}}$$

Evenimentul B este contrar evenimentului A, deci $\boxed{P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}}$

Evenimentul C constând din mulțimea echipelor, fiecare care conține câte 2 bărbați și 2 femei, fiecare element al său se va obține luând împreună cu orice pereche de bărbați din cei 6 (C_6^2 posibilități) pe rând, toate perechile ce se pot forma cu cele 4 femei (C_4^2 posibilități), evenimentul C va avea $C_6^2 \cdot C_4^2$ cazuri favorabile și deci $\boxed{P(C) = \frac{C_6^2 \cdot C_4^2}{C_{10}^4} = \frac{3}{7}}$

APLICATIA 3:

• O urnă conține 3 bile albe și 4 bile negre, iar o altă urnă conține 4 bile albe și 5 bile negre. Din fiecare urnă se extrage câte o bilă. Se consideră evenimentele:

A = bila extrasă din prima urnă este albă;

B = bila extrasă din a doua urnă este albă;

Să se calculeze: $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$, $P(A-B)$, $P(\bar{A})$

SOLUȚIE:

Avem $P(A) = \frac{3}{7}$; $P(B) = \frac{4}{9}$;

Experiența constând în extragerea celor două bile are $7 \cdot 9 = 63$ cazuri (egale) posibile.

Evenimentul $A \cap B$ (prima bilă este albă și a doua bilă este albă) are $3 \cdot 4 = 12$ cazuri favorabile.

Deci $\boxed{P(A \cap B) = \frac{12}{63} = \frac{4}{21}}$.

Pt. a calcula $P(A \cup B)$ folosim formula:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{21} = \frac{43}{63}}$$

De asemenea, $\boxed{P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{7} - \frac{4}{21} = \frac{5}{21}}$.

$$\boxed{P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{4}{7}}$$

APLICATIA 4: (Evenimente independente!)

Se aruncă un zar de 3 ori. Care este probabilitatea să obținem de fiecare dată „cifra 6"?

SOLUȚIE:

A: „la prima aruncare se obține cifra 6"

B: „la a doua aruncare se obține cifra 6"

C: „la a treia aruncare se obține cifra 6"

$$P(A\cap B\cap C) = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

APLICATIA 5: (Probabilitati conditionate!)

O urnă conține 6 bile albe și 5 bile negre. Se extrag succesiv 3 bile fără întoarcerea bilei extrase. Care este probabilitatea ca prima bilă să fie albă, iar celelalte două negre?

SOLUȚIE:

A: „prima bilă este albă"

B: „a doua bilă este neagră"

C: „a treia bilă este neagră"

$$P(A\cap B\cap C) = P(A)\cdot P_A(B)\cdot P_{A\cap B}(C) = \frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{4}{9} = \frac{4}{33}$$