Laboratorul 4
Metoda bazată pe principiul rezoluţiei

Exemplul 1.0.1 Procedura DemRez aplicată reprezentării clauzale

$$S(\alpha) = \{(\neg a) \vee (\neg c) \vee b,\ (\neg b) \vee c,\ (\neg c) \vee a,\ a \vee (\neg b) \vee (\neg c)\},$$

determină următoarea evoluţie:

Iniţializare: $\gamma \leftarrow S(\alpha)$, $sw \leftarrow false$,

Iteraţia 1: Nu există clauze unitare şi nici literali puri.
Apelul alege(λ literal) $\Rightarrow \lambda = a$
$\gamma \leftarrow REZ_a(\gamma) = \{(\neg b) \vee c,\ (\neg c) \vee b \vee (\neg c), (\neg c) \vee b \vee (\neg b) \vee (\neg c)\}$
Apelul EliminaTautologii(γ) $\Rightarrow$ elimină clauza tautologie $(\neg c) \vee b \vee (\neg b) \vee (\neg c)$
$\gamma \leftarrow \{(\neg b) \vee c,\ (\neg c) \vee b \vee (\neg c)\}$
Apelul EliminaDuplicate(γ) $\Rightarrow$ elimină duplicatul literalului $(\neg c)$ din clauza $(\neg c) \vee b \vee (\neg c)$
$\gamma \leftarrow \{(\neg b) \vee c, (\neg c) \vee b\}$,

Iteraţia 2: Nu există clauze unitare şi nici literali puri.
Apelul alege(λ literal) $\Rightarrow \lambda = b$
$\gamma \leftarrow REZ_b(\gamma) = \{c \vee (\neg c)\}$
Apelul EliminaTautologii(γ) $\Rightarrow$ elimină clauza tautologie $c \vee (\neg c)$
$\gamma \leftarrow \emptyset$
Apelul EliminaDuplicate(γ) $\Rightarrow$ nu determină modificări,

Iteraţia 3: $\gamma = \emptyset \Rightarrow$ write('validabilă'), sw$\leftarrow$ *true* $\Rightarrow$STOP.

Exemplul 1.0.2 *Să se calculeze mulţimile* α_λ^+, α_λ^-, α_λ^0, $POS_\lambda(\alpha)$, $NEG_\lambda(\alpha)$, $REZ_\lambda(\alpha)$ *unde* $\lambda = \neg\beta$ *respectiv* $\lambda = \delta$ *iar*

$$S(\alpha) = \{\delta \vee \neg\gamma \vee \beta \vee \eta,\ \neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \delta \vee \neg\beta \vee \gamma,\ \neg\beta,\ \gamma \vee \neg\delta \vee \eta\}.$$

Soluţie

Pentru $\lambda = \neg\beta$ *obţinem următoarele mulţimi:*

$$\begin{aligned}
\alpha^+_{\neg\beta} &= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \delta \vee \neg\beta \vee \gamma, \neg\beta\}\\
\alpha^-_{\neg\beta} &= \{\delta \vee \neg\gamma \vee \beta \vee \eta\}\\
\alpha^0_{\neg\beta} &= \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta\}\\
POS_{\neg\beta}(\alpha) &= \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta\} \cup \{\eta \vee \gamma,\ \delta \vee \gamma, \Box\} = \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta,\ \eta \vee \gamma,\ \delta \vee \gamma, \Box\}\\
NEG_{\neg\beta}(\alpha) &= \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta\} \cup \{\delta \vee \neg\gamma \vee \eta\} = \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta,\ \delta \vee \neg\gamma \vee \eta\}\\
REZ_{\neg\beta}(\alpha) &= \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta\} \cup \{\eta \vee \gamma \vee \delta \vee \neg\gamma \vee \eta,\ \delta \vee \gamma \vee \delta \vee \neg\gamma \vee \eta, \Box \vee \delta \vee \neg\gamma \vee \eta\} =\\
&= \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta,\ \eta \vee \gamma \vee \delta \vee \neg\gamma \vee \eta,\ \delta \vee \gamma \vee \delta \vee \neg\gamma \vee \eta, \delta \vee \neg\gamma \vee \eta\}.
\end{aligned}$$

Fie acum $\lambda = \delta$. În această situaţie avem

$$\begin{aligned}
\alpha^+_{\delta} &= \{\delta \vee \neg\gamma \vee \beta \vee \eta,\ \delta \vee \neg\beta \vee \gamma\}\\
\alpha^-_{\delta} &= \{\gamma \vee \neg\delta \vee \eta\}\\
\alpha^0_{\delta} &= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta\}\\
POS_{\delta}(\alpha) &= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta\} \cup \{\neg\gamma \vee \beta \vee \eta,\ \neg\beta \vee \gamma\} =\\
&= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta,\ \neg\gamma \vee \beta \vee \eta,\ \neg\beta \vee \gamma\}\\
NEG_{\delta}(\alpha) &= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta\} \cup \{\gamma \vee \eta\} = \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta,\ \gamma \vee \eta\}\\
REZ_{\delta}(\alpha) &= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta\} \cup \{\neg\gamma \vee \beta \vee \eta \vee \gamma \vee \eta,\ \neg\beta \vee \gamma \vee \gamma \vee \eta\} =\\
&= \{\neg\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta,\ \neg\gamma \vee \beta \vee \eta \vee \gamma \vee \eta,\ \neg\beta \vee \gamma \vee \gamma \vee \eta\}.
\end{aligned}$$

Exemplul 1.0.3 *Fie $\lambda = \eta$ şi $S(\alpha) = \{\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta \vee \eta \vee \theta,\ \neg\eta,\ \gamma \vee \neg\eta,\ \theta \vee \beta \vee \neg\eta\}$. Calculaţi mulţimile α^+_λ, α^-_λ, α^0_λ, $POS_\lambda(\alpha)$, $NEG_\lambda(\alpha)$, $REZ_\lambda(\alpha)$.*

Soluţie

$$\begin{aligned}
\alpha^+_{\eta} &= \{\beta \vee \eta \vee \gamma,\ \neg\beta \vee \eta \vee \theta\}\\
\alpha^-_{\eta} &= \{\neg\eta,\ \gamma \vee \neg\eta,\ \theta \vee \beta \vee \neg\eta\}\\
\alpha^0_{\eta} &= \emptyset\\
POS_{\eta}(\alpha) &= \emptyset \cup \{\beta \vee \gamma,\ \neg\beta \vee \theta\} = \{\beta \vee \gamma,\ \neg\beta \vee \theta\}\\
NEG_{\eta}(\alpha) &= \emptyset \cup \{\Box,\ \gamma,\ \theta \vee \beta\} = \{\Box,\ \gamma,\ \theta \vee \beta\}\\
REZ_{\eta}(\alpha) &= \emptyset \cup \{\beta \vee \gamma \vee \Box, \beta \vee \gamma, \beta \vee \gamma \vee \theta, \neg\beta \vee \theta \vee \Box, \neg\beta \vee \theta \vee \gamma, \neg\beta \vee \theta \vee \beta\} =\\
&= \{\beta \vee \gamma \vee \Box, \beta \vee \gamma, \beta \vee \gamma \vee \theta, \neg\beta \vee \theta \vee \Box, \neg\beta \vee \theta \vee \gamma, \neg\beta \vee \theta \vee \beta\}.
\end{aligned}$$

Exemplul 1.0.4 *Să se aplice algoritmul bazat pe rezoluţie următoarei reprezentări clauzale*

$$S(\alpha) = \{a \vee b \vee \neg c,\ \neg b \vee d \vee \neg a,\ a \vee c \vee \neg b,\ \neg a \vee \neg c \vee b\}.$$

Soluţie

Iniţializări: $\gamma \leftarrow S(\alpha)$, $sw \leftarrow false$;

Iteraţia 1: $\lambda = d$ *literal pur*
$\gamma \leftarrow NEG_d(\gamma) = \{a \vee b \vee \neg c,\ a \vee c \vee \neg b,\ \neg a \vee \neg c \vee b\}$

Iteraţia 2: *Nu există clauze unitare şi nici literali puri.*
alege literal: $\lambda = a$
$\gamma \leftarrow REZ_a(\gamma) = \{b \vee \neg c \vee \neg c \vee b,\ c \vee \neg b \vee \neg c \vee b\}$
EliminaTautologii(γ): $\gamma \leftarrow \{\neg c \vee b\}$

Iteraţia 3: $\lambda = b$ *(literal pur)*
$\gamma \leftarrow NEG_b(\gamma) = \emptyset$

Iteraţia 4: $\lambda = \emptyset \Rightarrow$ *write "**validabilă** ", sw* $\leftarrow$ *true*
$\Rightarrow$ *STOP.*

Exerciţii-TEMĂ LABORATOR
Să se rezolve următoarele exerciţii:

Exerciţiul 1.0.1 *Se consideră următoarele clauzele:*

$$\begin{aligned} &C_1 : \neg a \vee q \\ &C_2 : \neg b \vee c \vee \neg a \\ &C_3 : q \vee b \vee c \\ &C_4 : d \vee q \vee \neg b. \end{aligned}$$

Determinaţi următoarele rezolvente:

$R_1 :\ rez_a(C_1, C_2)$

$R_2 :\ rez_{\neg a}(R_1, C_1)$

$R_3 :\ rez_b(C_2, C_4)$

$R_4 :\ rez_q(R_2, C_4)$

$R_5 :\ rez_q(C_1, C_3)$

$R_6 :\ rez_b(R_5, R_3)$

$R_7 :\ rez_q(R_6, C_1)$

Exerciţiul 1.0.2 *Aplicând procedura DemRez, demonstraţi că următoarea reprezentare clauzală este invalidabilă:*

$$S = \{p \vee q \vee r,\ \neg p \vee r,\ \neg q,\ \neg r\}.$$

Exerciţiul 1.0.3 *Aplicaţi algoritmul DemRez următoarei reprezentări clauzale:*

$$S = \{p \vee q,\ \neg q \vee r,\ \neg p \vee q,\ \neg r\}.$$