

LABORATORUL 9

Rezolvările exercitiilor 1.0.2, 1.0.3, 1.0.4

Exercițiul 1.0.2. În acest exercițiu se folosește rezultatul prezentat în curs (Cursul din data de 27.04., exemplul 1.2.2 de la pag. 3)

Exemple

1.2.2. Pentru orice $\alpha \in FORM$, $\vdash (\alpha \rightarrow \alpha)$.

Într-adevăr, următoarea secvență de formule este o demonstrație formală pentru $(\alpha \rightarrow \alpha)$,

$$\begin{aligned}\beta_1 &= (\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha)) = \overline{\alpha_1} \{ \alpha \mid a, \alpha \mid b \} \\ \beta_2 &= ((\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha)) = \overline{\alpha_2} \{ \alpha \mid a, \alpha \mid b \} \\ \beta_3 &= (\alpha \rightarrow \alpha), \frac{\beta_1, \beta_2}{\beta_3} MP\end{aligned}$$

În care am făcut substituția $\alpha = (a \wedge b)$.

Exercițiul 1.0.3. Aici se folosește Regula silogismului (RS-cursul din data de 4.05) în care se aplică substituțiile $\alpha = x \vee y$, $\beta = \neg z \rightarrow t$, $\gamma = \neg x \wedge p$, iar $\neg z \rightarrow t = \neg(z \wedge t)$.

5.1 1.4.1. Schema silogismului (RS)

Pentru orice

$\alpha, \beta, \gamma \in FORM$, $\{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)\} \vdash (\alpha \rightarrow \gamma)$.

Deoarece

$$\vdash \overline{\alpha_3} \{ \alpha \mid a, \beta \mid b, \gamma \mid c \} = ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)))$$

utilizând corolarul teoremei deducției, obținem

$$\{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)\} \vdash (\alpha \rightarrow \gamma).$$

Schema (regula) silogismului este reprezentată convențional

$$\frac{(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow \gamma)}{(\alpha \rightarrow \gamma)} RS.$$

Exercițiul 1.0.4. Se folosește regula din aplicația următoare, în care se folosește substituția $a = a \rightarrow b$, și $b = c$.

c) Să se arate că $a, \neg a \vdash b$.

1. $\neg a$	<i>ipoteză</i>
2. $(\neg a) \rightarrow ((\neg b) \rightarrow (\neg a))$	<i>A1</i>
3. $(\neg b) \rightarrow (\neg a)$	<i>1, 2 MP</i>
4. a	<i>ipoteză</i>
5. $a \rightarrow ((\neg b) \rightarrow a)$	<i>A1</i>
6. $(\neg b) \rightarrow a$	<i>4, 5 MP</i>
7. $((\neg b) \rightarrow (\neg a)) \rightarrow (((\neg b) \rightarrow a) \rightarrow b)$	<i>A3</i>
8. $((\neg b) \rightarrow a) \rightarrow b$	<i>3, 7 MP</i>
9. b	<i>6, 8 MP</i>