

## Aplicatii rezolvate – Formule de calculul ale probabilitatilor –

### APLICATIA 1: (Formula probabilitatii totale si formula lui Bayes!)

• Un sortiment de mașini dintr-o unitate comercială provine de la trei fabrici diferite în proporții, respectiv  $\frac{1}{3}$  de la prima fabrică,  $\frac{1}{6}$  de la a doua fabrică și restul de la fabrica a treia. Produsele de la cele 3 fabrici satisfac standardele de fabricație în proporție de 90%, 95% și respectiv 92%. Un client în la inspecție a lucată din sortimentul de mașini respectiv:

a) Care este probabilitatea ca produsul să satisfacă standardele de fabricație?

b) Care este probabilitatea ca produsul să fie defect și să provină de la prima fabrică?

### SOLUȚIE:

Notăm cu  $A_1, A_2, A_3$  evenimentele ca produsul cumpărat să fie de la prima, a doua, respectiv a treia fabrică. Atunci trei evenimente formează un sistem complet de evenimente, și au probabilități:

$$P(A_1) = \frac{1}{3}; \quad P(A_2) = \frac{1}{6}; \quad \text{și} \quad P(A_3) = \frac{1}{2}.$$

Deoarece  $A$  este evenimentul ca produsul cumpărat de client să satisfacă standardele de fabricație,

atunci:  $P(A|A_1) = 0,90$

$$P(A|A_2) = 0,95$$

$$P(A|A_3) = 0,92$$

a) Folosind formula probabilităților totale se obține:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1) \cdot P(A|A_1) + P(A_2) \cdot P(A|A_2) + P(A_3) \cdot P(A|A_3) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0,90 + \frac{1}{6} \cdot 0,95 + \frac{1}{2} \cdot 0,92 = \frac{5,51}{6} = 0,918 \end{aligned}$$

b) Folosind formula lui Bayes avem:

$$\begin{aligned} P(A_1|\bar{A}) &= \frac{P(A_1) \cdot P(\bar{A}|A_1)}{P(A_1) \cdot P(\bar{A}|A_1) + P(A_2) \cdot P(\bar{A}|A_2) + P(A_3) \cdot P(\bar{A}|A_3)} \\ &= \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,10}{\frac{1}{3} \cdot 0,10 + \frac{1}{6} \cdot 0,05 + \frac{1}{2} \cdot 0,08} = \frac{0,2}{0,49} = 0,408 \end{aligned}$$

## APLICATIA 2: (Schema lui Poisson!)

• Considerăm trei urne cu următoarea compoziție:

- $U_1$ : 10 bile albe și 4 bile negre;
- $U_2$ : 5 bile albe și 3 bile negre;
- $U_3$ : 2 bile albe și 6 bile negre;

Care este probabilitatea ca, luând la întâmplare câte o bilă din fiecare urnă, să obținem 2 bile albe și una neagră?

Soluție:

Se aplică schema lui Poisson, trebuie să calculăm coeficientul lui  $x^2$  din polinomul:

$$Q = (p_1 x + q_1)(p_2 x + q_2)(p_3 x + q_3), \text{ unde:}$$

$$p_1 = \frac{5}{7}, p_2 = \frac{5}{8}, p_3 = \frac{1}{4}$$

$$\text{iar } q_1 = \frac{2}{7}, q_2 = \frac{3}{8}, q_3 = \frac{3}{4} \quad (q_k = 1 - p_k, k = \overline{1,3})$$

$$\text{deci } Q = \left(\frac{5}{7}x + \frac{2}{7}\right)\left(\frac{5}{8}x + \frac{3}{8}\right)\left(\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}\right).$$

Rezultă probabilitatea:

$$P = \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{25}{56}.$$

#### APLICATIA 3: (Schema lui Bernoulli)

• Se aruncă un zar de 6 ori.  
Se cere probabilitatea ca fetea cu 1 punct să  
apară de 2 ori și de 3 ori la una și aceeași.

SOLUȚIE:

Se aplică schema lui Bernoulli:

$$p = \frac{1}{6}, q = \frac{5}{6}, n = 5, k = 2;$$
$$P_{5,2} = C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{625}{3888}$$

#### APLICATIA 4: (Schema multinomială)

• Se aruncă un zar de 6 ori. Care este  
probabilitatea ca exact de două ori să apară fetea  
cu un punct și exact de două ori să apară  
fetea cu 2 puncte?

SOLUȚIE:

$$n = 5, r = 3, k_1 = 2, k_2 = 2, k_3 = 1$$
$$\Rightarrow p_1 = \frac{1}{6}; p_2 = \frac{1}{6}; p_3 = \frac{2}{3}$$
$$P_{5,2,2,1} = \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{324}$$

APLICATIA 5: (Schema hipergeometrica!)

- O urnă conține 7 bile albe, 7 bile negre și 6 bile verzi. Se extrag 9 bile. Care este probabilitatea să obținem câte 3 de fiecare culoare?

SOLUȚIE:

Avem:  $a_1 = 7, a_2 = 7, a_3 = 6$   
 $n_1 = 3, n_2 = 3, n_3 = 3$

$$\Rightarrow P = \frac{C_7^3 \cdot C_7^3 \cdot C_6^3}{C_{20}^9} = 0,145$$