Mat+Inf I, Ianuarie 2017, Nr. 1

1. Să se dezvolte funcţiile în jurul punctelor indicate:

a) $f(x) = \dfrac{1}{7x+3}$, $a = 0$; b) $f(x) = \dfrac{1}{7x+3}$, $a = 1$; c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-5}$, $a = 0$.

2. Să se scrie jacobiana J_f şi expresia diferenţialei df într-un punct curent pentru funcţiile:

a) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (xy^3 - 4xy, 5x^3y - y^2)$;

b) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y) = (\sin(11x + 3y), x^3y^4, e^{x-2y^2})$;

c) $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = \left(y^2z - z^2e^{x^2+y^2}, -\dfrac{x^2z}{y}\right)$.

3. Să se determine punctele de extrem ale funcţiei:

a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = 9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 9xy + 9x - 18z - 1$;

b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3 + y^3 - \frac{1}{3}xy$;

c) $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2) + 1$.

4. a) Pentru $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = B(-x/y^2, -3xy)$ să se calculeze $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ ($B : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $B \in C^1(\mathbb{R}^2)$).

b) Pentru $c : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$, $c(x, y, z) = u(x^2yz, yz - 3zx - xy)$ să se calculeze $\frac{\partial c}{\partial x}$, $\frac{\partial c}{\partial y}$, $\frac{\partial c}{\partial z}$, unde $u : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $u \in C^1(\mathbb{R}^2)$.

c) Pentru $z(x, y) = x \cdot \varphi(\sin x + y)$ să se calculeze $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ ($\varphi : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$).