

Laborator 06

Laborator 06

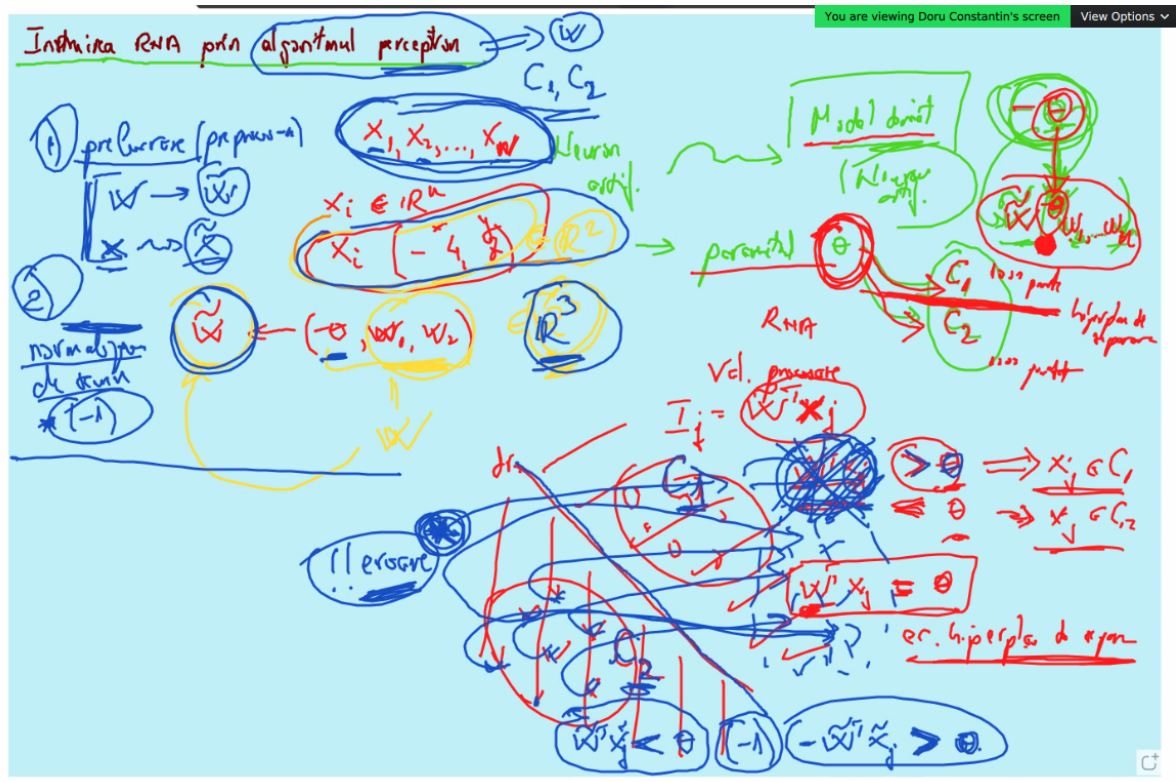
Date: 07.04.2021

Part 1

Part 2

Date: 07.04.2021

Part 1



Instruire RMA prin algoritmul perceptron (funcția de activare semn)

Fie secvență de instruire:

$$S_N = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}, \text{ unde}$$

Pentru date de instruire din \mathbb{R}^n avem:

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}), \quad i=1..N$$

Memoria rețelei neuronale w se exprimă în \mathbb{R}^n prin:

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

$$y_{RMA} = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$$

$x_i, i=1..N$ reprezintă datele de instruire provenite din două clase de date C_1 și C_2 .

$y_i, i=1..N$ reprezintă răspunsurile asociate datelor de instruire $x_i, i=1..N$

$$y_i \in \{+1, -1\}, \quad i=1..N$$

dacă $x_i \in C_1$ atunci $y_i = +1$

dacă $x_i \in C_2$ atunci $y_i = -1$

N reprezintă numărul datelor de instruire, H_{max}

algoritmul perceptron cu funcția de activare semn -

$S_N = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$ secvență de instruire cu $x_i \in \mathbb{R}^n, i=1..N$

$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ memoria rețelei neuronale $y_i \in \{+1, -1\}, i=1..N$

Etape de procesare a datelor de instruire din secvență de instruire

1) stabilirea modelui extins pentru memorie și datele de instruire

1.1) memoria w devine $\tilde{w} \leftarrow \begin{pmatrix} -1 \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}$

1.2) datele de instruire x_i devin $\tilde{x}_i = \begin{pmatrix} 1 \\ x_i \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}$

2) normalizarea datelor de instruire extinse (\tilde{x}_i) din clasele două (C_2):

$$\tilde{z}_i = \begin{cases} \tilde{x}_i, & \text{dacă } x_i \in C_1 (y_i = +1) \\ -\tilde{x}_i, & \text{dacă } x_i \in C_2 (y_i = -1) \end{cases} \quad i=1..N$$

% datele de instruire utilizate de algoritmul perceptron standard

Algoritmul perceptron

inițializarea memoriei \tilde{w} prin vectori subunitari ($\tilde{w} \rightarrow (-1, w_1, w_2, \dots, w_n) = (0, 0, 0, \dots, 0)$)

cât timp (există reactualizări ale memoriei \tilde{w} într-o epocă de instruire) și (nu am ajuns la un număr maxim de epoci)

```
for i=1..N
    if  $\tilde{w}^T \tilde{z}_i \leq 0$  then
         $\tilde{w} \leftarrow \tilde{w} + \tilde{z}_i$ 
    end
end
```

⇒ memorie \tilde{w}

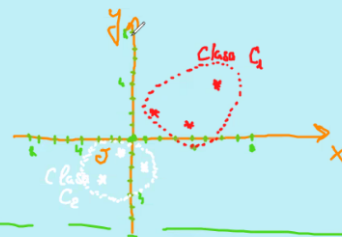
Part 2

Aplicare privind algoritmul perceptron

Fie secvența de instruiți S_6 cu $N=6$ cu date din plan de formă:

$$S_6 = \{(4,1), (2,2), (5,4), (1,-2), (-1,-1), (-1,-3)\}$$

$$y = \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{reșpunsurile asociate instruiților}$$



Etapele de preparare a datelor de instruire din S_6

1) $w \rightarrow \tilde{w} = \begin{pmatrix} -w_1 \\ -w_2 \end{pmatrix} \quad \text{și } w \in \mathbb{R}^2 \rightarrow \tilde{w} \in \mathbb{R}^2$

$x_i \rightarrow \tilde{x}_i$ prin $\tilde{x}_i = \begin{pmatrix} 1 \\ x_i \end{pmatrix} \Rightarrow$ datele de instruire $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4, \tilde{x}_5, \tilde{x}_6$ prin:

$$\tilde{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \tilde{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \tilde{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \tilde{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tilde{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \tilde{x}_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2) normalizarea datelor pentru datele de instruire din clasa a doua

$$z_i = \begin{cases} \tilde{x}_i, & \text{dacă } x_i \in G_1 \text{ (} y_i = +1 \text{)} \\ -\tilde{x}_i, & \text{dacă } x_i \in G_2 \text{ (} y_i = -1 \text{)} \end{cases}, i = \overline{1, N} \Rightarrow z_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, z_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, z_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, z_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, z_5 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, z_6 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(datele se pot procesa prin algoritmul perceptron)

Aplicarea algoritmului perceptron

$$\tilde{w} \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

și inițializarea memoriei \tilde{w} , $\eta = \text{rate de instruire}$

Epoca 1 de instruire

i) se calculează $\tilde{w}^T z_1: \tilde{w}^T z_1 = (0 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 0 \leq 0 \Rightarrow \tilde{w} \leftarrow \tilde{w} + z_1 \Rightarrow \tilde{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

ii) se calculează $\tilde{w}^T z_2: \tilde{w}^T z_2 = (1 \ 4) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 9 > 0$

iii) se calculează $\tilde{w}^T z_3: \tilde{w}^T z_3 = (1 \ 4) \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = 21 > 0$

iv) se calculează $\tilde{w}^T z_4: \tilde{w}^T z_4 = (1 \ 4) \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = -3 \leq 0 \Rightarrow \tilde{w} \leftarrow \tilde{w} + z_4 \Rightarrow \tilde{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

v) se calculează $\tilde{w}^T z_5: \tilde{w}^T z_5 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 > 0$

vi) se calculează $\tilde{w}^T z_6: \tilde{w}^T z_6 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 9 > 0$

Inițierea unei rețele neuronale prin algoritmul perceptron (continuare)

Epoca 2 de instruire

i) se calculează $\tilde{w}^T z_1: \tilde{w}^T z_1 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 12 > 0 \quad \checkmark$

ii) se calculează $\tilde{w}^T z_2: \tilde{w}^T z_2 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 6 > 0 \quad \checkmark$

iii) se calculează $\tilde{w}^T z_3: \tilde{w}^T z_3 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = 15 > 0 \quad \checkmark$

iv) se calculează $\tilde{w}^T z_4: \tilde{w}^T z_4 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = -3 \leq 0 \quad \checkmark$

v) se calculează $\tilde{w}^T z_5: \tilde{w}^T z_5 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 > 0 \quad \checkmark$

vi) se calculează $\tilde{w}^T z_6: \tilde{w}^T z_6 = (0 \ 3) \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 9 > 0 \quad \checkmark$

$$\tilde{w}^T z_i > 0$$

$$i = \overline{1, 6}$$

se oprește instruirea după 2 epoci.

Rezultatul instruirii este rețea de memorie calculată de la ultima epocă de instruire \tilde{w} .

$$\tilde{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -w_1 = 0 \Rightarrow w_1 = 0 \\ w_2 = 3 \end{cases}$$

Ecuația hiperplanului separator (în plan se poate clarifica și realizarea printr-o dreaptă): $\tilde{w}^T z = 0$

Pentru memorie obținută $\tilde{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ avem relație de formă: $\tilde{w}^T z = 0$ cu $z = \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} \Rightarrow$

$$\tilde{w}^T z = 0 \Leftrightarrow (0 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 0 + 3x = 0 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Testarea de noi date: $x_t = (5, 2)$

\Rightarrow se utilizează memoria obținută prin: $\tilde{w}^T \tilde{x}_t > 0 \Rightarrow \tilde{x}_t \in G_1$

$$\tilde{w}^T \tilde{x}_t = (0 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = 15 > 0 \Rightarrow \tilde{x}_t \in G_1$$

