Seminar04

Enunţuri

1.

(Modificarea temperaturii unui corp în funcţie de mediu dacă pentru încălzire se foloseşte energie electrică) este soluţie ecuaţia: $T' + \frac{dS}{mC}T = \frac{w}{4{,}18 \cdot m \cdot C}$ unde:

- T - temperatura corpului
- w - puterea electrică
- m - masa corpului
- C - căldura masică
- S - suprafaţa de răcire
- α - coeficientul de împrăştiere

2.

Curbele ortogonale plane pentru tangenta într-un punct A al unei curb care taie axa Ox în B astfel încât $|OB| = |AB|$ sunt soluţiile ecuaţiei $\frac{dy}{dx} = \frac{2 \cdot x \cdot y}{x^2 - y^2}$

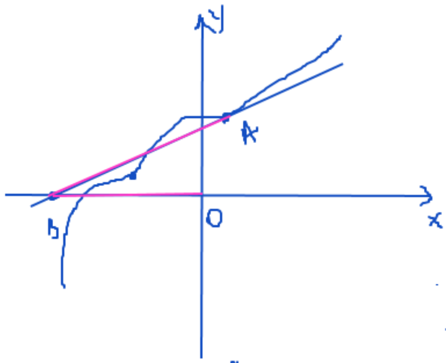
3.

Curbele ortogonale ale cercurilor cu centrul pe Ox şi tangente axei Oy sunt soluţiile ecuaţiei $y' = \frac{y^2 - x^2}{2 \cdot y \cdot x}$

Rezolvare

Exerciţiu 02

2



$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 - y^2} = \frac{2\frac{y}{x}}{1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$u = \frac{y}{x} \Rightarrow y = ux \Rightarrow y' = u'x + u$$

$$u'x + u = \frac{2u}{1-u^2} \Rightarrow u'x = \frac{2u}{1-u^2} - u$$

$$u'x = \frac{2u - u + u^3}{1-u^2}$$

$$\frac{du}{dx} \cdot x = \frac{u^3+u}{1-u^2} \Rightarrow \frac{1-u^2}{u^3+u} du = \frac{1}{x} dx$$

$$\int \frac{1-u^2}{u^3+u} du = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{1-u^2}{u^3+u} = \frac{1-u^2}{u(u^2+1)} = \frac{A}{u} + \frac{Bu+C}{u^2+1} = \frac{Au^2 + A + Bu^2 + Cu}{u(u^2+1)} = \frac{(A+B)u^2 + Cu + A}{u(u^2+1)}$$

2

$A+B = -1 \Rightarrow B = -2$

$C = 0$

$A = 1$

$$\frac{1-u^2}{u^3+u} = \frac{1}{u} - \frac{2u}{u^2+1}$$

$$\int\left(\frac{1}{u} - \frac{2u}{u^2+1}\right) du = \int \frac{1}{x} dx$$

$$\ln|u| - \ln|u^2+1| = \ln|x| + C$$

$$\ln\left|\frac{u}{u^2+1}\right| = \ln C|x|$$

$$\frac{u}{u^2+1} = Cx$$

$$\frac{\frac{y}{x}}{\frac{y^2}{x^2}+1} = Cx$$

$$\frac{y}{x} \cdot \frac{x^2}{x^2+y^2} = Cx \quad | : x$$

$$yx = C(x^2+y^2) \Leftrightarrow C(x^2+y^2) - xy = 0$$