

MALİK ENES
ŞAFAK

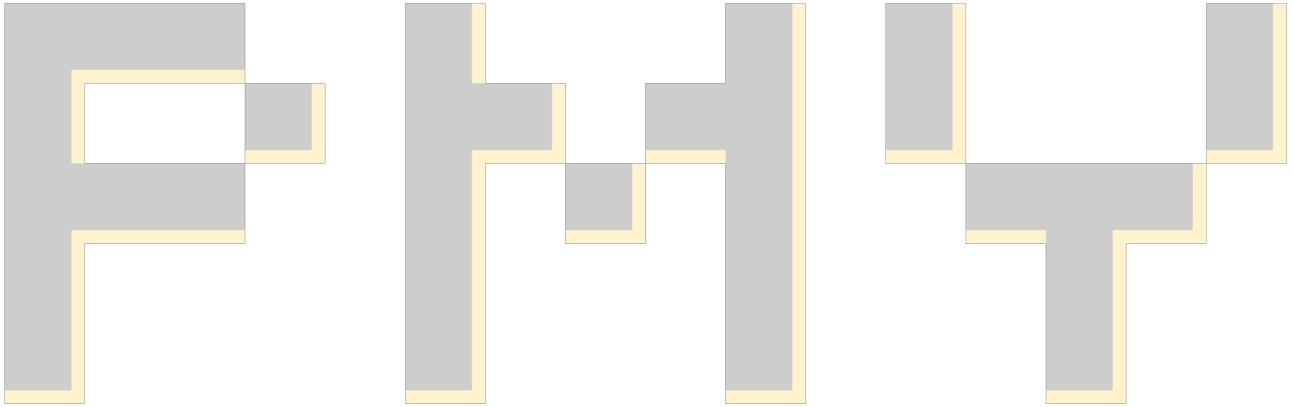
FMY-WEB.GITHUB.IO

Mesleki Matematik

Logaritma 0.1

İçindekiler

Logaritma	3
Logaritma	3
Logaritma Grafiği	5
Desibel (Decibel)	7
Ses	Error! Bookmark not defined.



MALİK ENES
ŞAFAK

PMY-WEB.GITHUB.IO

Logaritma

Logaritma



Gemini 12 uzay görevinden bir kare. Buzz Aldrin ve sürgülü cetveli (slide rule).

Üslü bir ifadeyi düşündüğümüzde bu ifade içinde üç adet değişken barındırır, **taban (base)**, **üs (exponent, power)** ve **sonuç (result)**.

$$b^y = x$$

Bu değişkenlerden ikisinin değerini biliyorsak üçüncüsünü hesaplayabiliriz. Örneğin b ve y (taban ve üs) değişkenlerinin değeri sırasıyla 3 ve 5 ise üçüncü değişken olan sonucu

$$3^5 = x, \quad x = 3^5 = 3 * 3 * 3 * 3 * 3 = 243$$

olarak hesaplayabiliriz. Bu işlem aslında bize “üç sayısını kendisiyle beş kere çarparsam hangi sonucu elde ederim” sorusunun cevabını verir ve **üs alma (exponentiation)** işlemi olarak tanımlanır¹.

Eğer y ve x (üs ve sonuç) değişkenlerinin değeri sırasıyla 3 ve 8 ise b (taban) değişkenini

$$b^3 = 8, \quad b = \sqrt[3]{8} = 2$$

olarak hesaplayabiliriz. Bu işlem bize “bir sayıyı üç kere kendisiyle çarptığımda elde ettiğim sonuç sekiz ise hangi sayıyı kendisiyle çarpıyorum” sorusunun cevabını verir ve **kök alma (root)** işlemi olarak tanımlanır.

¹ Bu tanımın üs alma işlemini tam olarak açıklamadığını fakat belli sınırlar içerisinde doğru olduğunu Trigonometri ders notundan öğrenebilirsiniz.

Son olarak bu işlemde b ve y (taban ve sonuç) değişkenlerinin değeri sırasıyla 5 ve 125 ise y (üs) değişkenini

$$5^y = 125, \quad y = \log_5(125) = 3$$

olarak hesaplayabiliriz. Bu işlem bize “5 sayısını kendisiyle kaç kere çarparsam 125 sonucunu elde ederim” sorusunun cevabını verir ve **logaritma (logarithm)** işlemi olarak tanımlanır. Logaritma genellikle **üs alma işleminin tersi** olarak da bilinir.

Logaritma ilk olarak 1614 yılında John Napier tarafından **çarpma işlemlerini kolaylaştırmak** için geliştirilmiştir². Eğer logaritma içerisinde x ve y sayılarını çarpmak istiyorsak

$$\log_{10}(x * y) = \log_{10}(x) + \log_{10}(y)$$

şeklinde toplama işlemi olarak yazabiliriz. Çünkü üs alma işleminde tabanları aynı olan iki üslü sayıyı birbiri ile çarpmak ile üsleri birbiri ile toplamak aynı sonucu verecektir.

$$b^x * b^y = b^{x+y}$$

Logaritma çarpma işlemi toplama işlemi olarak hesaplamamızı sağlar. Örneğin

$$3.2 * 1.7 = 10^{\log_{10}(3.2 * 1.7)} = 10^{\log_{10}(3.2) + \log_{10}(1.7)} \approx 10^{0.5051 + 0.2305} = 5.439$$

olacaktır. Yukarıdaki örneği düşündüğünüzde logaritmanın çarpma işlemi nasıl kolaylaştırdığını anlamak pek mümkün değil. Sonuçta iki sayıyı çarpmak yerine iki sayının da 10 tabanındaki logaritmalarını hesaplamamız ve ardından üs alma işlemi yapmamız gerekiyor. Bu şekilde baktığımızda bu işlemleri yapmak çarpma işlemi yapmaktan çok daha zor görünüyor.

Bu dönüşümleri yapmak için ilk olarak John Napier, daha sonra Henry Briggs tarafından **logaritma (logarithm) ve ters logaritma (antilogarithm)** tabloları oluşturulmuştur. Hesap makineleri yaygınlaşmadan önce öğrenciler, mühendisler, matematikçiler, muhasebeciler gibi birçok alandaki insan bu tabloları kullanarak çarpma işlemi gerçekleştiriyordu³.

Bölümün başında gördüğümüz fotoğraftaki araç olan **sürgülü cetvel (slide rule)** bu logaritma tablolarının taşınabilir bir enstrüman olarak tasarlanmış halidir⁴. İlk uzay seyahatlerinin neredeyse tamamında sürgülü cetvel kullanılmış ve insanlığın aya ayak basmasını sağlamıştır. Hesap makinelerinden önce özellikle okullarda çok yaygın olarak kullanılan bir araçtır.

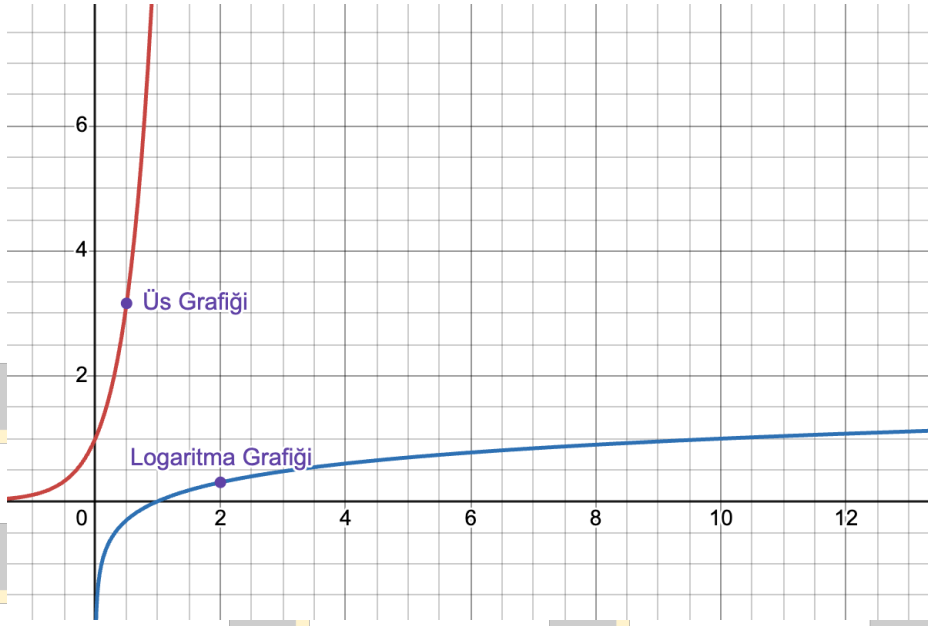
PMY-WEB.GITHUB.IO

² Yukarıda logaritmayı **üs işleminin tersi** olarak tanımlamış olsak da Napier’in zamanında üs alma işlemi pek yaygın değildi. Dolayısıyla Napier logaritmayı üs işleminin tersi olarak değil, sadece çarpma işlemi kolaylaştırmak için bir araç olarak geliştirmiştir. [John Napier and the Invention of Logarithms 1614; E.W. Hobson, 1914](#)

³ Logaritma ve ters logaritma tablosunun nasıl kullanıldığını öğrenmek için <https://youtu.be/VRzH4xB0GdM>. Denemek isterseniz <https://icap.org.pk/files/per/students/exam/notices/log-table.pdf> adresindeki tabloyu kullanabilirsiniz.

⁴ Denemek için <https://friendsofthevigilance.org.uk/Astron/SlideRules/LinearSlideRule/SlideRule.html>. Çarpma işlemi yapmak istiyorsanız C yazan ölçeğin 1’ini D yazan ölçekte çarpılmasını istediğiniz sayıya denk getirin (1 ile 2 arasındaki sayılar 1.1, 1.2 gibi sayıları ifade eder). Daha sonra C yazan ölçekte çarpılmasını istediğiniz sayıyı bulun ve D yazan ölçekten denk gelen noktadan sonucu okuyun.

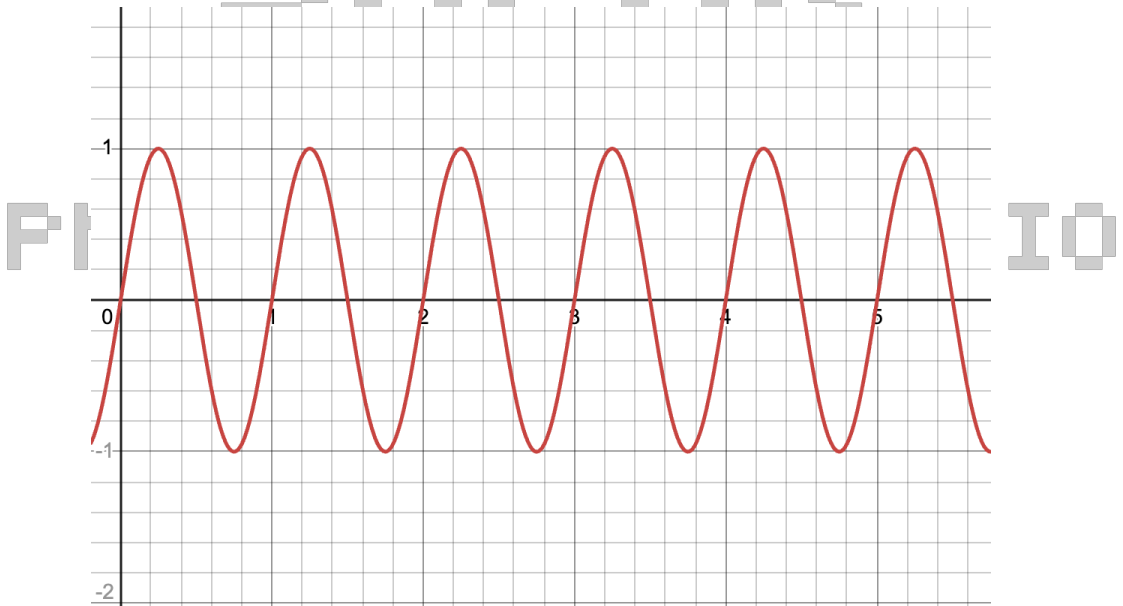
Logaritma Grafiği



Yukarıdaki şekilde 2 farklı grafik bulunmaktadır. Bu grafikler 10^x (üs grafiği) ve $\log_{10}(x)$ (logaritma grafiği) işlemlerinin sonucunda oluşan grafiklerdir. Üs grafiğini ele alırsak böyle bir grafik bize $y(x) = 10^x$ işleminde x eksenindeki her değeri için y ekseninde hangi sonucu elde edeceğimizi gösterir. Üs grafiğine baktığımızda x'in büyümesinin y'nin büyüme hızını arttırdığını göstermektedir.

Logaritma grafiğine baktığımızda bu durumun tam tersi olduğunu farkedebiliriz. Logaritma grafiğinde x büyüdükçe y'nin büyüme hızı azalmaktadır.

İnsan kulağı düşük ses basıncındaki değışimlere karşı daha hassasken yüksek ses basıncındaki değışimlere karşı daha az hassastır. Örneğin bir sinüs dalgası dinlediğimizi düşünelim.



$$y(t) = a * \sin(2\pi t)$$

Böyle bir sinüs dalgasında eğer **a (genlik, amplitude)** 1'e eşitse hoparlörden duyduğumuz ses basıncının 1 Pa (Pascal)⁵ olduğunu varsayalım⁶. Eğer genliği yarisına düşürürsek (a'yı 0.5 olarak ayarlarsak) çıkan ses basıncını da yarisına düşürmüş oluruz ve kulağımız ses basıncının gerçekten yarıya düşmüş olarak algılar⁷ (0.5 genlik ya da 0.5 Pascal). Peki tekrar yarisına düşürmek için ne yapmamız gerekir? 0.5 kadar daha düşürürsek a değişkeni 0'a eşit olacağı için hiçbir şey duymayız, dolayısıyla yapmamız gereken işlemin bu olmadığı açıktır⁸.

Eğer ses basıncının tekrar yarıya inmesini istiyorsak o anki ses seviyesini yine yarisına düşürmemiz gerekir. Dolayısıyla a'yı 0.25 olarak ayarlayabiliriz. Fakat ses basıncını her yarisına düşürmek istediğimizde yapmamız gereken değişiklik miktarı da yarı yarıya azalacaktır. Ya da tam tersinden düşürürsek ses basıncını her iki kat arttırmak istediğimizde yapmamız gereken değişiklik miktarı iki kat artacaktır. Bu durum yukarıda bahsettiğimiz "İnsan kulağı düşük ses basıncındaki değişimlere karşı daha hassasken yüksek ses basıncındaki değişimlere karşı daha az hassastır" cümlesi ile paralel bir sonuç doğurmaktadır.

Bu durumda duyma sistemimizle ilgili şu çıkarımda bulunabiliriz: Eğer algıladığımız ses yüksekliğinin hep aynı miktarda artmasını/azalmasını istiyorsak ses basıncını **üstel (exponential)** bir şekilde arttırmamız/azaltmamız gerekir⁹.

Ses seviyesini ayarlarken her seferinde bunu düşünmek istemeyiz. En makul yöntem bizim ses seviyesini **lineer (doğrusal, linear)** bir şekilde değiştirmemiz¹⁰ ve bunun sonucunda sistemin ses seviyesinin üstel şekilde artması/azalmasıdır. Bu sebeple ses seviyesi ayarlarken üstel ve logaritmik fonksiyonlar kullanmamız gerekir.

⁵ Basınç birimi. Bu kısmı tekrar konuşacağız fakat merak edenler için 94 dB SPL'e denk gelmektedir.

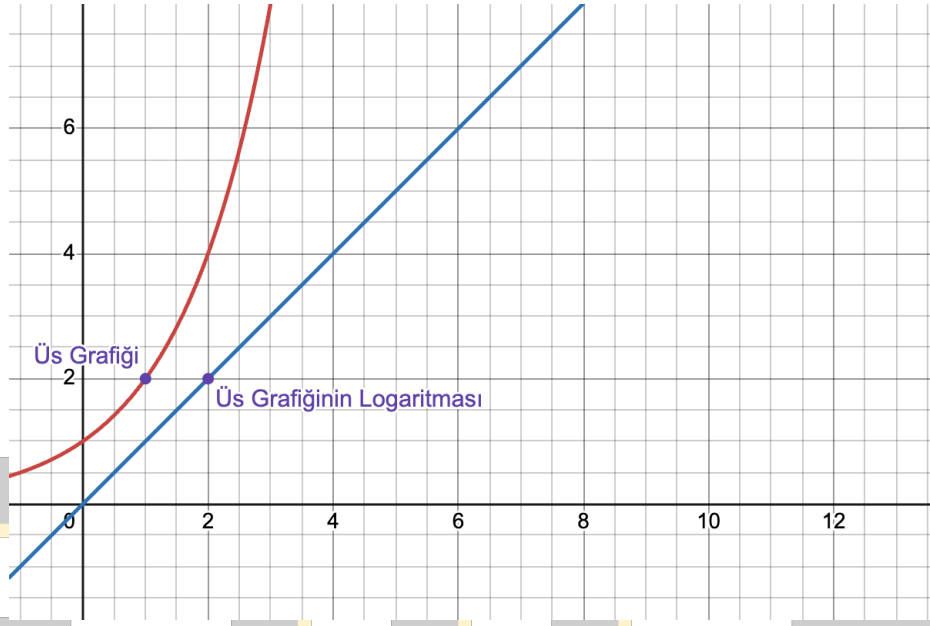
⁶ Dijital olarak ürettiğiniz bir ses sinyalinin hoparlörünüzden çıkarken ne kadar ses basıncı üreteceğini ölçmeden (ya da önceden ölçülmüş bir ekipman kullanmıyorsanız) tam olarak bilemezsiniz. Çünkü dijital olarak çıkacak sinyali maksimum ses seviyesine ayarlarsanız bile ses kartınızın ya da hoparlörünüzün volüm potansı çıkacak ses basıncını değiştirebilir. O sebeple burada varsayımında bulunuyoruz.

⁷ Burada algılamak terimini kulak zarının akustik basınç değişimi tarafından titreştirilmesi olarak düşünebilirsiniz. İnsan beyni farklı frekanslardaki akustik basınç değişimlerini aynı miktarda titreşime sebep olsalar bile farklı seviyelerde algılar. Bunu konunun ilerleyen kısımlarında tartışacağız.

⁸ <https://www.desmos.com/calculator/cdbxrgvkfi>. Sesi duymak için formüllerin üstündeki unmute tuşuna basabilirsiniz.

⁹ Üstel arttırmak terimi üslü bir işlem kullanarak arttırmak anlamına gelmektedir.

¹⁰ Örnek olarak hoparlörünüzün volüm potansını düşünebilirsiniz. Hoparlörünüzden çıkan ses basıncını ayarlamak için potansı hep aynı miktarda çevirirseniz hep aynı miktarda yükseldiğini farkedebilirsiniz. Siz lineer bir hareket yapıyorken potansınız (o şekilde tasarlandığı için) üstel bir sonuç ortaya çıkaracak, dolayısıyla algıladığınız ses basıncının hep aynı miktarda artmasını/azalmasını sağlayacaktır. Dipnota not: bu tür potanslar ne yazık ki logaritmik potans diye isimlendirilir. Neden? Çünkü üstel artan bir fonksiyonun logaritmasını alırsanız lineer bir sonuç elde edersiniz. Potansı üretenler lineer hareketin üstel sonuç doğuracağı şeklinde değil, üstel sonucun logaritmasındaki hareket ile oluşacağını düşünerek isimlendirmişler.



Eğer basınç ile insan kulağı tarafından algılanan ses yüksekliği arasında iki katlık bir oran varsa 2^x ve $\log_2(x)$ formüllerini kullanmak en makul tercih olacaktır¹¹. Eğer

$$y(t) = 2^a * \sin(2\pi t)$$

eşitliğini kullanarak sinüs dalgasının genliğini değiştirmek istersek a değişkenin her 1 birim değişimi ses seviyesinin yarısına inmesini/iki katına çıkmasını sağlayacaktır. Dolayısıyla biz a değişkenini lineer olarak değiştirirken ses seviyesi üstel olarak azalacak/artacaktır. a değişkeninin negatif bir değer alması ses seviyesini azaltırken pozitif bir değer alması ses seviyesini artıracak; 0 değeri alması ise $2^0 = 1$ olduğundan dolayı ses seviyesini değiştirmeyecektir.

Desibel (Decibel)

Yukarıda böyle bir durumda en makul tercihin 2^x formülünü kullanmamız olduğunu söylemiş olsak da ne yazık ki bu işlemi yapmak için standart kabul edilen **desibel (dB, decibel)** hesabı 10 logaritma tabanında tanımlanmıştır¹². Yani desibel işlemi için 10^x ve $\log_{10}(x)$ formülleri kullanılmaktadır.

Desi-bel, bir bel'in¹³ 10 katına eşit olan¹⁴ bir ölçüm birimidir. Bel, ulaşmak istediğimiz değer ile sisteme vermemiz gereken güç arasında **güç büyüklüğü (power quantity)** veya **kök-güç büyüklüğü (root-**

¹¹ <https://www.desmos.com/calculator/nx1uhbpmfz>

¹² Desibel hesaplamasının 10 tabanında tanımlanmasının sebebi ilk kullanılmaya başlandığında hesap makinelerinin henüz olmaması ve bu işlemlerin elle yapılıyor olmasından dolayıdır. Elle yapılan hesaplamalar ise bu konunun başında incelediğimiz **logaritma ve ters-logaritma** tabloları kullanılarak yapılıyordu ve bu tablolar genellikle 10 tabanı üzerinden oluşturuluyordu.

¹³ Bu ölçüme bel ismi, telefonun mucidi sayılan, Alexander Graham Bell anısına verilmiştir.

¹⁴ Uzunluk birimi olan metre üzerinden düşünecek olursak 1 metre = 10 desimetre = 100 santimetre = 1000 milimetre, dolayısıyla 1 bel = 10 desibel = 100 santibel = 1000 milibel'e eşittir.

power quantity) ilişkisi bulunan bir değerin **referans bir değer** ile **oranının (ratio)**, **logaritmik** olarak ifade edilmesidir¹⁵. Bel 10 tabanında tanımlandığı için her 1 birimlik bel değişimi gerçek gücün 10 kat değişimine sebep olacaktır. Desibel sadece bizim sisteme vereceğimiz/sistemden elde edeceğimiz gücü anlamamızı kolaylaştıran bir ölçüm birimidir.

Güç büyüklüğü, sisteme vereceğimiz toplam gücü ulaşmak istediğimiz değerin kendisi ile aynı oranda değiştirmemiz gerektiği anlamına gelir, dolayısıyla lineerdir (doğrusaldır). Örneğin bir ışık kaynağının (lambanın) ışık şiddeti ile insan gözünün bu ışık şiddetini algılaması arasında lineer bir ilişki vardır. Bu sebeple ışık şiddetinin her 1 birim artması algıladığımız ışık şiddetinin de aynı oranda artmasına sebep olacaktır.

Kök-güç büyüklüğü, sisteme vereceğimiz toplam gücü ulaşmak istediğimiz değerin karesi oranında değiştirmemiz gerektiği anlamına gelir. Yukarıda bahsettiğimiz ses basıncı bu duruma bir örnektir.

Desibel tanımındaki “referans bir değer ile oranı” ölçmek istediğimiz şeyin ne olduğuna göre değişiklik gösterir ve dB birimi sonrasında yazdığımız kısaltma ile ne olduğu anlaşılır. Örneğin ses basınç seviyesi için **dB SPL (sound pressure level, ses basınç seviyesi)**, dijital ses seviyesi için **dB FS (full scale, tam ölçek)** birimleri kullanılır. Referans bize 0 dB olarak hesaplayacağımız değeri gösterir. Desibel:

Güç büyüklükleri için

$$L_P = 10 * \log_{10} \left(\frac{P}{P_0} \right)$$

Kök-güç büyüklükleri için

$$L_F = 10 * \log_{10} \left(\frac{F^2}{F_0^2} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right)^2 = 20 * \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right)^{16}$$

formülleri ile hesaplanır. Burada P (power, güç) ya da F (field, alan) ölçtüğümüz/sisteme verdiğimiz gücü (örneğin ses basıncı), P_0 ya da F_0 ise oranlayacağımız referansı belirtir. L_P (level of power, güç seviyesi) güç büyüklükleri için, L_F (level of field, alan güç seviyesi) kök-güç büyüklükleri için bu işlemin sonucunda ölçtüğümüz/sisteme verdiğimiz gücün kaç desibele karşılık geldiğini gösterir.

Eğer sisteme verdiğimiz gücü desibel cinsinden biliyorsak güç büyüklükleri için:

¹⁵ Kafanızın karışmış olması çok normal. Desibel’in zorlu bir tanımı olsa da okumaya devam edin, yavaş yavaş anlam kazanmaya başlayacaktır.

¹⁶ Logaritma kuralları gereği logaritmasını hesaplayacağımız değerin üssünü logaritmanın başına çarpma işlemi olarak yazabiliriz.

$$P = 10^{\frac{L_p}{10dB}} * P_0$$

Kök güç büyüklükleri için:

$$F = 10^{\frac{L_F}{20dB}} * F_0$$

formüllerini kullanarak sisteme verilmesi gereken gücü/sistemden ölçeceğimiz gücü hesaplayabiliriz.

Ses basınç seviyesi (SPL) için referans değer insan kulağının algılayabileceği en düşük ses basıncı olan 20 mikropascal (uPa) ya da $2 * 10^{-5}$ Pascal¹⁷ olarak kabul edilir.

Örneğin bir hoparlörden 1 Pa ses basıncı ölçüyorsak

$$20 * \log_{10} \left(\frac{1Pa}{2 * 10^{-5} Pa} \right) = 93.9794 \text{ dB SPL}$$

sonucunu elde edebiliriz. Tam tersi şekilde eğer bir sistemin 100 dB SPL vermesini istiyorsak

$$10^{\frac{100dB SPL}{20}} * 2 * 10^{-5} = 2 \text{ Pa}$$

akustik basınç üretecek şekilde titreştirmemiz gerektiğini hesaplayabiliriz¹⁸. Yukarıdaki örneğe de bakarak diyebiliriz ki, kök-güç büyüklükleri için her iki katlık ses farkı için yaklaşık 6 dB'lik değişiklik yapmamız gerekir¹⁹.

Dijital ses seviyesinde (FS) referans değer olarak sistemin aşırı yükleme (overload, peak) olmadan verebileceği maksimum değer olan 1 kullanılır. Dolayısıyla, ses basınç seviyesinden farklı olarak, 0 dB bize sistemin verebileceği maksimum değeri verir. Örneğin bir sinüs sinyalinin tepe noktası maksimum 0.25 değerini görüyorsa:

$$20 * \log_{10} \left(\frac{0.25}{1} \right) = -12.0412 \text{ dBFS}$$

sonucunu elde edebiliriz. Tam tersi şekilde eğer bir sinüs sinyalinin tepe noktasının -14 dBFS'e ulaşmasını istiyorsak

$$10^{\frac{0.25}{20}} * 1 = 0.1995$$

¹⁷ Bu değer kişiden kişiye farklılık gösterebilir, ortalama bir değer olarak hesaplanmıştır.

¹⁸ <https://www.desmos.com/calculator/nn2tqpdoog>

¹⁹ Hesaplarsanız güç büyüklüklerinde her iki katlık fark için yaklaşık 3 dB değişiklik yapmamız gerekir. Ses bağlamında güç büyüklüğü ilişkisi bulunan ve en yaygın kullanılan ölçümlerden biri ses yoğunluk seviyesidir (sound intensity level, SIL). Ses yoğunluk seviyesi daha çok fizik alanında kullanılır ve insan kulağı ya da mikrofon tarafından algılanamaz/ölçülemez. Bu sebeple SIL bizim pek kullandığımız bir birim değildir.

genlik (amplitude) değerini bu sayıya ayarlayabiliriz²⁰. Yani böyle bir sinüs sinyali üretmek için

$$y(t) = 0.1995 * \sin(2\pi t)$$

formülünü kullanabiliriz²¹.

Peki neden dB SPL için insan kulağının duyabileceği minimum ses basıncı referans değer olarak kabul edilmişken dBFS için dijital sistemin verebileceği maksimum değer referans olarak kabul edilmiştir? Çünkü her ikisi için de ölçülebilir sınırlar bunlardır.

İnsan kulağının algılayabileceği maksimum ses basıncı diye bir değer yoktur. Belli bir seviyenin üzerinde ses basıncına maruz kalırsanız kulak zarınız patlayıp sağır olabilirsiniz, fakat bu basınç seviyesi kişiden kişiye ve durumdan duruma çok büyük değişiklikler gösterebilir. Minimum ses basıncı da ortama ve kişiye göre değişiklik gösterebilse de bu değişiklik çok küçüktür (duyma kaybınız olmadığını varsayıyoruz). Bu sebeple referans noktası insan kulağının algılayabileceği minimum ses basıncına göre belirlenmiştir²².

Dijital bir sistemde ise minimum ses seviyesini belirleyen şey ses sinyalini saklamak için kaç tane bit (ikilik basamak) kullandığınızdır. Eklediğiniz her bitin minimum ses seviyesini yaklaşık 6dB²³ aşağıya çekeceğini varsayabiliriz²⁴. Ses sinyallerini dijitale dönüştürmek için kullandığımız bit derinliğinin²⁵ (bit depth) belli standartları olsa da (16-bit, 24-bit, 32-bit gibi) sonuçta sabit değildir. Örneğin 24-bit ile kaydettiğiniz bir sinyalin bit derinliğini sonradan 16-bit'e düşürmek istediğinizde elde edeceğiniz dB

²⁰ <https://www.desmos.com/calculator/pd67hmfxfve>

²¹ <https://www.desmos.com/calculator/k4qeigor8v>

²² Ses basıncı hakkında ek bilgi: vücudumuz ve kulaklarımız sürekli olarak Dünya atmosferi tarafından basınç altındadır. Buna atmosferik basınç denir ve çoğunlukla statiktir (sabittir). Ses basıncı (ya da akustik basınç), bu statik basınç üzerindeki sürekli değişimdir.

²³ Neden? Her bir bit iki farklı değer alabilir, 0 ve 1. İkilik sayıya her basamak eklediğinizde saklayabileceğiniz değer miktarını iki katına çıkarırsınız (neden olduğunu hatırlamak için sayılar ders notuna bakabilirsiniz). Eğer ses seviyesini her iki katına çıkardığımızda kök-güç büyüklüğü ilişkisinden dolayı 6dB değişim oluyorsa ikilik sayıya bir basamak eklediğimizde de temsil edebileceğimiz değer miktarı iki katına çıkacağı için yaklaşık 6dB'lik değişime denk gelecektir.

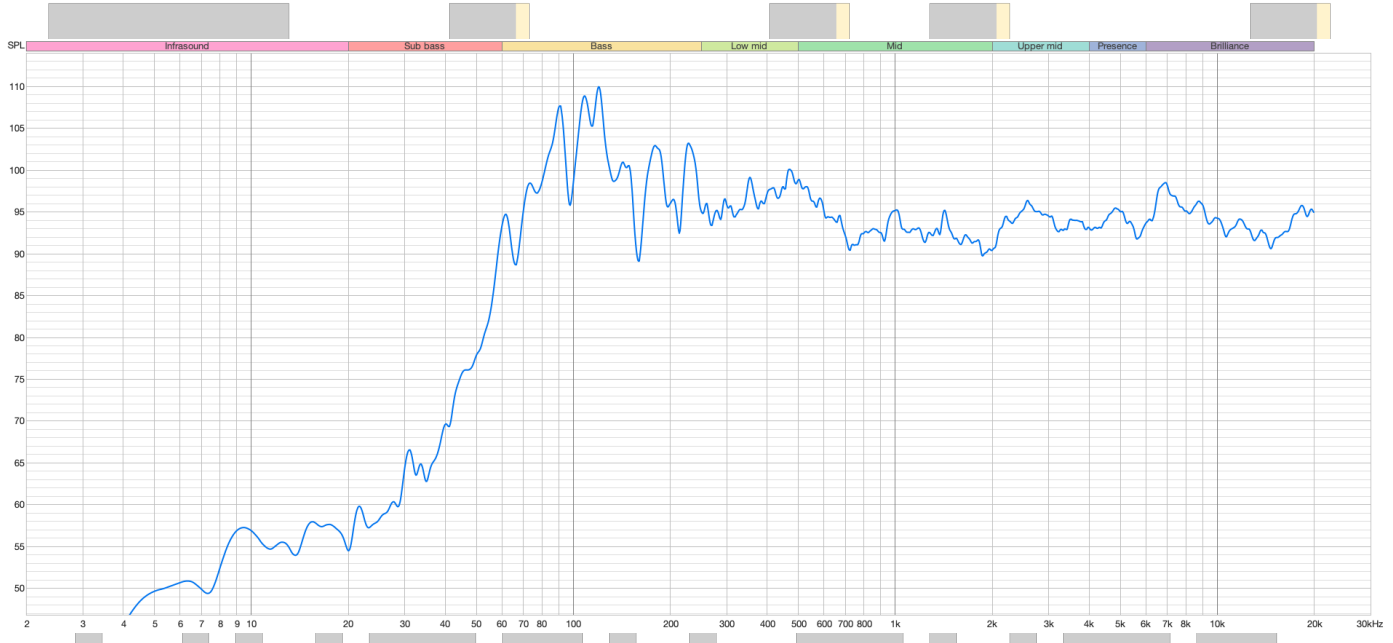
²⁴ Varsayabiliriz çünkü öyle olmak zorunda değildir. Bu durum örneklem teorisi ile ilişkilidir ve henüz o konuya gelmediğimiz için burada bu konuyu ayrıntılı incelemeyeceğiz. Fakat basitçe, havadaki bir ses basıncını mikrofon kullanarak elektrığe dönüştürdüğümüz zaman elektriksel olarak 0.567 Volt'a karşılık geldiğini düşünelim. Eğer bizim temsil edebildiğimiz değerler arasında en yakın 0.5 varsa 0.567 değerini 0.5'e yuvarlamak zorunda kalırız. Çünkü belli bir miktarda bit ile -1 ile 1 arasındaki bütün değerleri temsil edemeyiz. Buna kuantizasyon (quantization) adı verilir. Kuantizasyon yaptığımızda 0.567 ile 0.5 arasındaki 0.067'lik fark sinyalimize gürültü olarak eklenir. Bu gürültü seviyesi kullandığımız bit sayısı ile ilişkilidir. Eğer ses sinyalini dijital olarak temsil etmek istiyorsak ve 6-bitimiz varsa $6\text{bit} * 6\text{dBFS} = 36\text{dBFS}$ 'lik bir dinamik aralığa (dynamic range) sahip oluruz. Bu da -36 dBFS kuantizasyon gürültüsüne (quantization noise) sahip olduğumuz anlamına gelir. Öyle olmak zorunda değildir çünkü yapay olarak ürettiğimiz (sentezlediğimiz) bir dalganın yuvarlanmadan örneklenmesini sağlayabiliriz (zor ama mümkün). Fakat gerçek dünyadan aldığımız kayıtlarda çoğunlukla bu kuantizasyon gürültüsü ile karşılaşırız.

²⁵ Kullandığımız bit miktarının.

değeri birbirinden çok farklı olurdu²⁶. Bu sebeple desibel değerinin bit derinliğine göre değişmemesi için dijital sistemlerde referans değer olarak maksimum seviye olan 1 FS kullanılır.

Eşit Gürlük Eğrisi (Equal Loudness Contour)

İnsan kulağı aynı basınçta olsa bile her frekans için aynı şekilde tepki vermez. Aynı durum hoparlörler, mikrofonlar, amfiler, dijital dönüştürücüler, akustik alanlar (örneğin içinde bulunduğumuz oda), kısacası içinden ses sinyali geçen her şey için geçerlidir. Buna genellikle **frekans tepkisi (frequency response)** adı verilir.



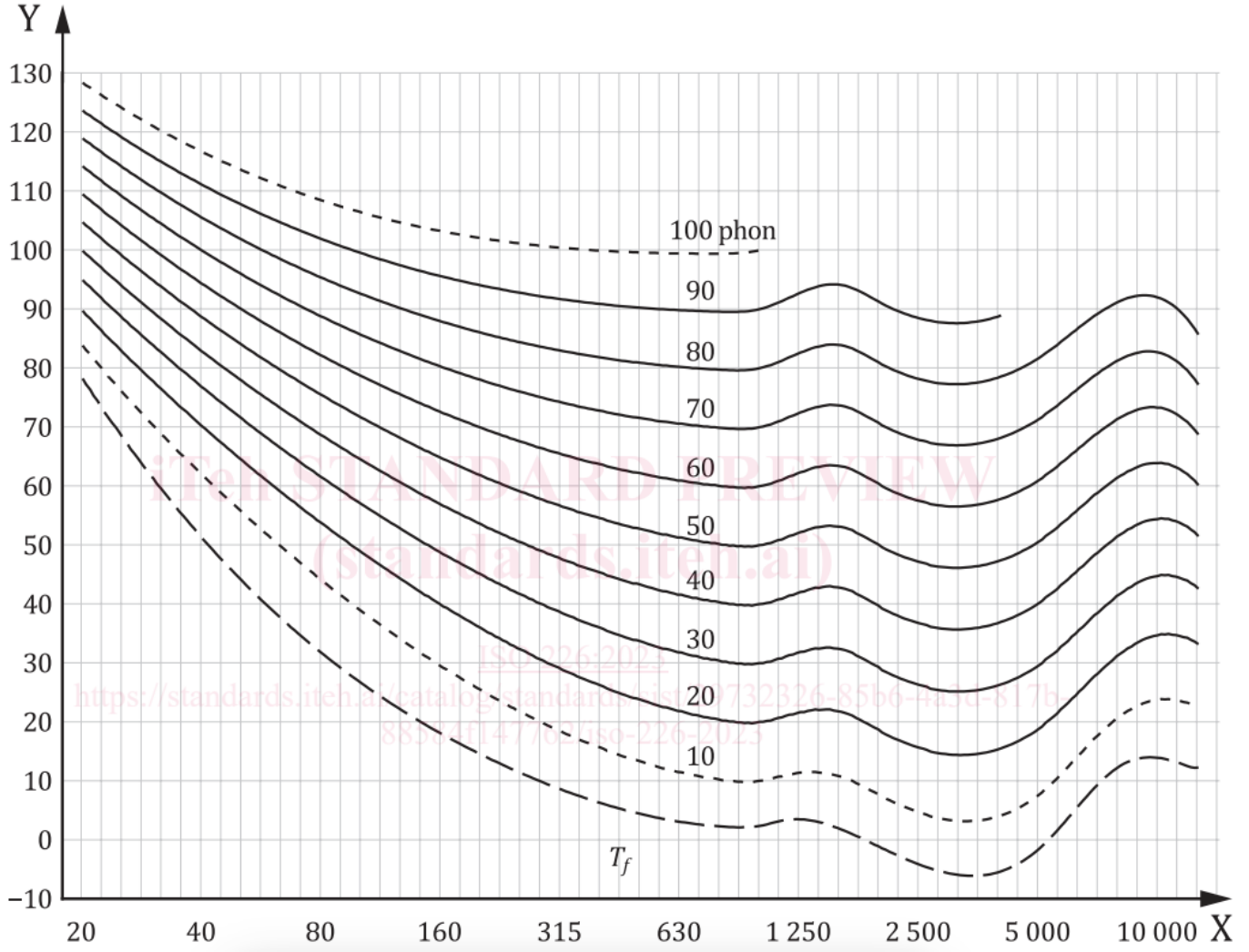
Yukarıdaki grafik MBTF fakültesi 205 numaralı odada hoparlörlerin karşısına oturan bir insan kafasının yaklaşık konumundan, kalibre edilmiş²⁷ bir ölçüm mikrofonu ile, ölçülmüş frekans tepkisini göstermektedir. Bu tepki hoparlörün frekans tepkisi ve tam olarak ölçüm yapılan noktadaki odanın frekans tepkisinin (buna oda içerisinde bulunan eşyalar dahil) birleşimidir. Hoparlörden çıkacak ses sinyali üzerinde bu frekans tepkisinin etkisini düz hale getirecek filtreler uygulanırsa tam olarak ölçüm yapılan noktadan dinlenecek herhangi bir materyal üzerinde odanın ve hoparlörün etkisi olmayacaktır. Çünkü odanın ve hoparlörün etkisini nötralize etmek için filtreler uygulanmıştır.

İnsan kulağı da benzer şekilde bir frekans tepkisine sahiptir. Bu frekans tepkisi her insanda -kulak kepçesinin yapısı, büyüklüğü, dışkulak yolu uzunluğu gibi fiziksel farklılıklar ve yüksek sese maruz kalmak gibi fiziksel etkilere karşı anatomik değişiklikler sebebiyle- farklılık gösterir. Fakat bu

²⁶ <https://www.desmos.com/calculator/pnzvld5o9>

²⁷ Kalibre edilmiş, frekans tepkisi bilinen anlamına gelmektedir. Bir mikrofon kalibre edilirken fiziksel olarak değişik yaparak düz (flat) bir frekans tepkisine sahip olmak çok zor olacağı için genellikle mikrofonun frekans tepkisi ölçülerek frekans tepkisi elde edilir. Daha sonra bu mikrofon ile yapılan ölçümlerde frekans tepkisi kompanse edilerek (telafi edilerek?) düz bir tepki elde edilir.

değişiklikler insan kulağı anatomisinin temel frekans tepkisi üzerinde değişikliğe sebep olurlar. Bu temel frekans tepkisi **eşit gürlük eğrisi (equal loudness contour)** olarak isimlendirilir.



Yukarıdaki grafik belirli bir akustik basıncın 1 kHz'e göre algılandığı gürlük seviyesinin diğer frekanslarda ne kadar basınçta aynı şekilde algılanacağını göstermektedir. Algılanan gürlük seviyesi phon birimiyle gösterilir. Örneğin 1 kHz'de 20 phon algılanacak gürlük seviyesi için 20 dB SPL basınç gerekirken 80 Hz'de ~55 dB SPL, 10 kHz'de ~35 dB SPL basınç gerekmektedir.

Eşit gürlük eğrisi ISO (International Standards Organisation, Uluslararası Standartlar Organizasyonu) tarafından 226 koduyla yayınlanır.