

TOA기법과 TDOA기법의 위치 오차 특성 및 DOP 비교

Comparisons of Position Error Characteristics and DOP Between TOA and TDOA Technique

신 동 호, 성 태 경

(Dong-Ho Shin and Tae-Kyung Sung)

Abstract : This paper presents a relationship between DOP for TOA and TDOA. The DOP for TDOA is defined using the error covariance matrix of TDOA. It is analytically shown that the error ellipsoid of TOA is as same as that of TDOA in magnitude and in orientation, which means that DOP for TOA is identical to the DOP for TDOA. By computer simulation, the positioning performance of two methods is compared, and we verify our assertion.

Keywords : DOP, TOA, TDOA

I. 서론

최근 GPS, 무선망 등과 같이 전파를 이용하여 위치를 구하는 방법이 항법 분야에서 각광을 받고 있다. GPS를 이용한 항법 장치는 자동차, 선박 및 비행기 등에서 널리 사용되고 있으며, ITS(Intelligent Transportation System), 조난 장비, 미래형 항법 시스템 개발 등 많은 잠재적인 응용분야에 사용될 수 있다[1]. 최근 미국의 FCC에서는 셀룰라 시스템, PCS 등을 포함하는 모든 무선통신 서비스 사업자들에게 2001년 10월까지 E-911(Enhanced 911) 서비스를 제공하도록 요구하였다[2]. E-911은 응급 서비스 전화를 건 사람의 신원과 위치 정보를 알려주는 서비스로서 무선 통신 시스템을 통하여 사용자의 위치 정보를 나타낼 때 무선망을 이용한 측위인 경우 100m(67%) 또는 휴대용 단말기를 이용한 경우 50m(67%)의 정확도를 만족하도록 요구하였으며[2], 이러한 FCC의 요구 조건을 만족시키기 위해 현재 학계나 산업체 등에서 GPS와 무선망을 이용하는 방안을 활발히 연구하고 있다.

전파를 이용하여 위치를 구하는 방식에는 여러 가지 종류가 있으며, 위치 계산의 주체에 따라 분류하면 자가 측위(self positioning)와 원격 측위(remote positioning)로 구분된다. 위치 계산에 이용하는 정보에 따라 분류하면, 수신한 신호의 각을 측정하여 이동국의 위치를 구하는 AOA(Angle of Arrival), 전파 전달 시간을 측정하여 위치를 구하는 TOA(Time of Arrival), 그리고 수신된 전파간 도달시각의 상대적인 차를 이용하는 TDOA(Time Difference of Arrival) 방법이 있다[3]. TOA 방법은 전파의 전달 시간을 이용하므로 사용자와 위성간의 거리가 원형태로 나타나고 TDOA 방법은 전파 전달 시간차를 이용하므로 쌍곡선 형태로 나타나게 되므로 이를 쌍곡선 방법이라고도 한다[4]. AOA 방법은 안테나 열을 이용해야 하기 때문에 이동국에서의 자가 측위에서는 적용이 어렵다.

전파 항법의 위치 오차는 기지국과 이동국간의 기하학적인 배치에 영향을 받으며 TOA 방법을 사용하는 GPS의

경우 DOP를 정의하여 이에 대한 영향을 나타내었다[5]. 그러나 무선망 측위 시스템 등에서 사용하는 TDOA 방법의 DOP에 관한 연구는 널리 진행되지 않았고 기존 연구 결과들의 문제점들도 일부 발견되었다. Nielsen[6]과 Teunissen[7]은 TOA 방법과 TDOA 방법의 위치 오차를 비교하기 위하여 DOP 관계를 나타냈으며 위성 측정치가 4개 이상인 경우 적어도 TDOA 방법의 성능이 TOA 방법보다 우수한 것으로 해석하였다. 또한 Yost[10]는 기지국의 배치에 따라 TOA와 TDOA의 성능이 다른 것으로 분석하였다. 그러나 이러한 연구 결과에서는 TDOA의 DOP에 대한 정의가 잘못되었거나[12], 두 가지 방법의 성능이 다른 이유를 명확히 제시하지 못하였다.

본 논문에서는 TOA 방법과 TDOA 방법의 위치 오차 특성 및 DOP의 관계에 대하여 수식적으로 분석하였다. TDOA에서 기하학적인 배치에 따른 영향을 살펴보기 위하여 TDOA의 오차 공분산 행렬을 이용하여 DOP를 정의하였다. 그리고 두 가지 방법의 오차 공분산 행렬로부터 오차 타원체간의 관계를 해석적으로 구하였다.

II. TOA 방법과 TDOA 방법의 DOP 비교

1. TOA와 TDOA의 오차 특성

전파 항법 시스템의 종류는 Omega, Decca 및 Loran-C 등과 같이 TDOA 방법을 사용하는 시스템과 TACAN, DME 및 GPS와 같이 TOA 방법을 사용하는 시스템으로 나눌 수 있다. 위성 항법인 GPS의 경우 기지국을 위성으로, 이동국을 수신기로 간주한다. GPS인 경우 사용하는 용도에 따라 위성으로부터 전파 도달 시간을 직접 측정하는 절대 측위 방법에서부터 단일 차분, 이중 차분 방법이 사용되며 이들간의 관계는 그림 1과 같다. 그림에서 지점 측위와 위성간 차분은 수신기의 시계(clock) 오차가 제거되므로 TOA와 TDOA 관계가 성립된다. 수신기간 차분은 S/A 오차, 이온층 및 대류층 오차 등이 제거되므로 지점 측위에 비하여 σ_{URE} 가 감소한다. 즉 GPS에서 i 번째 위성의 의사 거리에 대한 오차 요인을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$w^i = \delta_{S_CK}^i + \delta_E^i + \delta_{SA}^i + \delta_I^i + \delta_T^i + \delta_M^i + \delta_v^i + \delta_{r_CK}^i \quad (1)$$

접수일자 : 2000. 3. 13., 수정완료 : 2000. 6. 27.

신동호 : 충남대학교

성태경 : 충남대학교 정보통신공학부

여기서 δ_{s_ck} 는 위성 시계 오차로 인한 측정 오차, δ_E 는 위성 궤도 오차에 의한 측정 오차, δ_{SA} 는 S/A에 의한 측정 오차, δ_I 는 전리층 지연에 의한 측정 오차, δ_T 는 대류권 지연에 의한 측정 오차, δ_m 는 다중경로에 의한 측정오차, δ_v 는 수신기의 측정 잡음, δ_{r_ck} 는 수신기 시계 오차로 인한 의사거리 측정오차이다. 그러나 두 수신기 A, B간의 거리가 가까운 거리일 경우 대기권 영향이 같다고 가정하면 이중 차분을 했을 때의 w_{AB}^{ij} 은 다음과 같다.

$$w_{AB}^{ij} = w_{mAB}^{ij} + w_{vAB}^{ij} \quad (2)$$

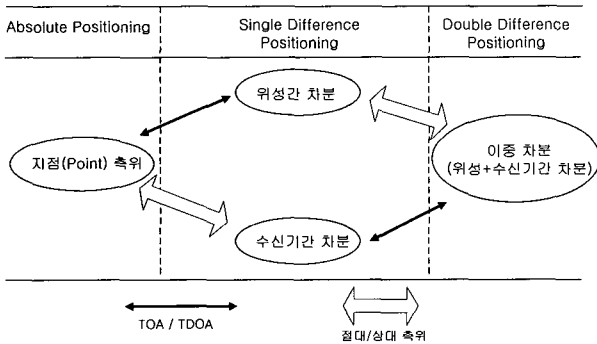


그림 1. GPS에서의 TOA, TDOA 분류.

Fig. 1. The classification of TOA and TDOA in GPS.

전파항법에서 항법 해를 구할 때 직교 좌표계에서의 위치 오차는 측정된 의사거리의 오차와 위성(기지국)의 기하학적 배치에 따른 오차에 의하여 결정된다. 즉, 위치 오차는 의사거리 측정오차에 PDOP가 곱해진 형태가 되고 사용자가 바라보는 위성의 기하학적 배치에 의하여 그 값이 결정된다[5].

$$\text{위치오차} = PDOP \times \sigma_{URE} \quad (3)$$

여기서 $PDOP = \sqrt{\text{tr}((H^T H)^{-1})}$ 이다. GPS에서는 이외에도 GDOP(Geometric DOP), HDOP(Horizontal DOP), VDOP(Vertical DOP)등을 정의하고 있으며, 평면 및 고도 위치 추정치의 정확도를 나타내는 척도로 사용되고 있다[5]. DOP는 위성들이 이루는 다면체의 체적과 대략 반비례한다. DOP 값이 작은 경우는 위성이 공간에 넓게 분포될 때이며 위성이 한곳에 몰려서 나타나는 경우 DOP 값은 커진다[5][9]. DOP는 수신기의 채널 수가 적은 경우 위성을 선택하는 기준으로 사용하기도 한다.

GPS에서 전파 항법의 해를 구할 때 일반적으로 최소 자승법이 널리 사용된다. 측정된 위성의 개수가 n 개일 때 선형화한 측정 방정식은 다음과 같다[5].

$$\delta \underline{\rho} = H_n \delta \underline{x} + \underline{w} \quad (4)$$

$$\delta \underline{\rho} = [\delta \rho_1, \delta \rho_2, \dots, \delta \rho_n]^T$$

$$\delta \underline{x} = [\delta x, \delta y, \delta z, c \delta t]^T$$

$$H_n = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & 1 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & h_{n3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h_{j1} \\ h_{j2} \\ h_{j3} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)} \\ -\frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)} \\ -\frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)} \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

여기서 $\delta \underline{\rho}$ 는 의사거리 오차 벡터, $\delta \underline{x}$ 는 상태 변수 오차 벡터, w 는 의사거리 측정 잡음, H_n 는 측정행렬, $[h_{j1} \ h_{j2} \ h_{j3}]$ 는 단위 시선 벡터, $[X_0, Y_0, Z_0]$ 는 수신기 nominal 위치, $[X^j, Y^j, Z^j]$ 는 j 번째 위성 위치, ρ_0^j 는 수신기 nominal 위치에서 j 번째 위성까지의 의사거리이다. 의사거리 측정 잡음 w 는 일반적으로 서로 독립인 가우시안 분포이며, 각각의 평균은 0이고 분산은 다음과 같이 가정한다[5].

$$E[\underline{w} \cdot \underline{w}^T] = \begin{cases} \sigma_{URE}^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (5)$$

(4)의 측정 방정식을 이용하여 최소 자승법으로 구한 $\delta \underline{x}$ 의 추정치와 그 공분산은 다음과 같다[5].

$$\begin{aligned} \delta \hat{\underline{x}} &= (H_n^T H_n)^{-1} H_n^T \delta \underline{\rho} \\ \text{cov}(\delta \hat{\underline{x}}) &= (H_n^T H_n)^{-1} \sigma_{URE}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

일반적으로 TOA 방법은 위성과 수신기간의 시간차로 항법 해를 구하기 때문에 수신기의 시계가 정확해야 하며, 안정도가 우수한 시계를 사용해야 한다. 이러한 이유로 시계에 대한 영향을 제거하고 항법 해를 구하는 방법이 TDOA이다. TDOA 방법은 기준이 되는 위성을 설정하고 다른 위성들로부터 측정된 시간과 기준 위성간의 시간차를 계산하여 자신의 위치를 측정하는 방법이다. 그러므로 측정치가 3개면 2차원 항법 해를, 4개 이상이면 3차원 항법 해를 얻을 수 있다.

TDOA 방정식의 유도도 앞에서 유도한 것과 유사하지만 기준 위성과 종속 위성과의 시간차를 계산하므로 차분 연산자 k 를 이용하여 표시해야 한다. 측정된 위성의 개수가 n 개일 때 n 번째 위성을 기준으로 차분한 후 선형화한 측정 방정식은 다음과 같다.

$$k \delta \underline{\rho} = k H_n \delta \underline{x} + k \underline{w} \quad (7)$$

$$k = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(7)에서 k 의 차원은 $(n-1) \times n$ 이다. (7)에서 우변의 첫 항은 다음과 같다.

$$kH_n \delta \underline{x} = \begin{bmatrix} -H_{11}+H_{n1} & -H_{12}+H_{n2} & -H_{13}+H_{n3} & 0 \\ -H_{21}+H_{n1} & -H_{22}+H_{n2} & -H_{23}+H_{n3} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -H_{n-1,1}+H_{n1} & -H_{n-1,2}+H_{n2} & -H_{n-1,3}+H_{n3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ c\delta \end{bmatrix} \quad (8)$$

(8)에서 행렬의 마지막 열은 모두 0이다. 이는 시계 오차에 대한 영향이 없음을 의미한다. 그러므로 (7)을 정리하면 다음과 같다.

$$k\delta \underline{p} = kH_d \delta \underline{x}_d + k\underline{w} \quad (9)$$

여기서

$$H_d = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & h_{n3} \end{bmatrix},$$

$$\delta \underline{x}_d = (\delta x \quad \delta y \quad \delta z)^T,$$

$$k\underline{w} \sim N(0, k\sigma_{URE}^2 k^T)$$

이다. 의사거리 측정 잡음이 서로 독립이라고 가정할 때 최소 자승법으로 구한 $\delta \underline{x}_d$ 의 추정치와 그 공분산은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \delta \hat{\underline{x}}_d &= (H_d^T k^T (k\sigma_{URE}^2 k^T)^{-1} kH_d)^{-1} H_d^T k^T (k\sigma_{URE}^2 k^T)^{-1} k\delta \underline{p} \\ &\equiv (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T p \delta \underline{p} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(\delta \hat{\underline{x}}_d) &= (H_d^T k^T (k\sigma_{URE}^2 k^T)^{-1} kH_d)^{-1} \sigma_{URE}^2 \\ &= (H_d^T p H_d)^{-1} \sigma_{URE}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$p = k^T (k k^T)^{-1} k = I_n - \frac{e_n e_n^T}{e_n^T e_n} = I_n - (1/n) e_n e_n^T \quad (12)$$

여기서 e_n 은 1의 개수가 n 개인 행렬 $[1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ 이고 p 는 벡터 e_n 의 직교 성분으로 투영하는 투영 행렬이다[13]. 위식과 같이 임의의 기준 위성에 대해 다른 위성들의 시간차를 구할 때의 차분 연산자 k 와 기준 위성 없이 순차적으로 위성들간의 시간차를 구할 때의 차분 연산자 k 는 서로 다르게 표현되지만 (12)의 p 는 항상 동일한 형태를 갖는다.

II. TOA 방법과 TDOA 방법의 DOP 비교

TOA 방법의 DOP는 오차 공분산 행렬 트레이스로부터 정의한다[5]. 이와 같은 개념으로 TDOA 방법의 DOP를 오차 공분산 행렬인 (11)의 트레이스로 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} PDOP_{TDOA} &= \sqrt{((H_d^T p H_d)^{-1})_{11} + ((H_d^T p H_d)^{-1})_{22} + ((H_d^T p H_d)^{-1})_{33}} \\ HDOP_{TDOA} &= \sqrt{((H_d^T p H_d)^{-1})_{11} + ((H_d^T p H_d)^{-1})_{22}} \\ VDOP_{TDOA} &= \sqrt{((H_d^T p H_d)^{-1})_{11}} \end{aligned} \quad (13)$$

식에서 $(\cdot)_{ii}$ 는 행렬의 i 번째 대각 성분을 나타낸다. 이때 TOA와 TDOA의 DOP는 다음과 같은 정리의 관계를 갖는다.

정리 1 : 위성 측정치가 4개 이상인 경우 TOA 방법과 TDOA 방법의 위치 오차 공분산은 동일하다. 즉,

$$HDOP_{TOA} = HDOP_{TDOA}, \quad n \geq 4 \quad (14.a)$$

$$VDOP_{TOA} = VDOP_{TDOA}, \quad n \geq 4 \quad (14.b)$$

증명 : TOA 방법에서 n 개의 측정 위성에 대하여 시선 벡터 행렬 H_n 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H_n = [H_d \quad \underline{e}_n] \quad (15)$$

TOA의 오차 공분산 행렬을 다시 표시하면 다음과 같다.

$$[H_n^T H_n]^{-1} = \begin{bmatrix} H_d^T H_d & H_d^T \underline{e}_n \\ \underline{e}_n^T H_d & n \end{bmatrix}^{-1} \equiv \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$n \geq 4$ 일 때, 즉 H_{11} 이 존재할 때 행렬의 역행렬 공식[11]을 이용하여 H_{11} 을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_{11} &= (H_d^T H_d - \frac{1}{n} H_d^T \underline{e}_n \underline{e}_n^T H_d)^{-1} \\ &= (H_d^T (I_n - \frac{1}{n} \underline{e}_n \underline{e}_n^T) H_d)^{-1} \\ &= (H_d^T p H_d)^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

이와 같은 방식으로 $[H_n^T H_n]^{-1}$ 을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} H_d^T H_d & H_d^T \underline{e}_n \\ \underline{e}_n^T H_d & n \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} (H_d^T p H_d)^{-1} & -\frac{1}{n} (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T \underline{e}_n \\ -\frac{1}{n} \underline{e}_n^T H_d (H_d^T p H_d)^{-1} & \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \underline{e}_n^T H_d (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T \underline{e}_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

TOA 방법에서 유도한 위치 오차 공분산 행렬인 (17)은 TDOA 방법에서 유도한 위치 오차 공분산인 (11)과 동일하다. 그러므로 TOA의 PDOP과 TDOA의 PDOP은 동일하며, 두 가지 방법의 HDOP과 VDOP도 동일하다. ■

또한 TOA와 TDOA의 위치 오차 추정치는 다음의 정리와 같은 관계를 갖는다.

정리 2 : 위성 측정치가 4개 이상인 경우 TOA 방법과 TDOA 방법의 위치 추정치는 동일하다.

증명 : TOA 방법에서 오차 성분을 나타내는 (6)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \hat{\underline{x}} &= (H_n^T H_n)^{-1} H_n^T \delta \underline{p} \\ &= \begin{bmatrix} (H_d^T p H_d)^{-1} & -\frac{1}{n} (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T \underline{e}_n \\ -\frac{1}{n} \underline{e}_n^T H_d (H_d^T p H_d)^{-1} & \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \underline{e}_n^T H_d (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T \underline{e}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_d^T \\ \underline{e}_n^T \end{bmatrix} \delta \underline{p} \end{aligned} \quad (19)$$

(19)에서 위치 오차항만을 고려하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\delta \hat{x}_d &= [\delta x \quad \delta y \quad \delta z]^T \\ &= [(H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T - \frac{1}{n} (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T \underline{e}_n \underline{e}_n^T] \delta \underline{p} \\ &= (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T (I_n - \frac{1}{n} \underline{e}_n \underline{e}_n^T) \delta \underline{p} \\ &= (H_d^T p H_d)^{-1} H_d^T p \delta \underline{p}\end{aligned}\quad (20)$$

(20)의 결과는 TDOA 방법에서의 위치 오차인 (10)과 동일하다. 즉, 항법 해를 구하기 위해 TOA와 TDOA 방법을 사용했을 때 위치 추정치는 동일하다. ■

III. 수치 예제 및 오차 공분산 해석

임의의 위성 4개를 사용하여 TOA 방법과 TDOA 방법의 DOP가 같음을 수치적으로 예시하고자 한다. 본 예제에서는 TDOA 방법에서 (7)의 차분 연산자를 사용하였으며 다음과 같다.

$$k = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\quad (21)$$

위성 배치에 대한 H_4 행렬은 다음과 같이 정하였다.

$$H_4 = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & 1 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & 1 \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & 1 \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5959 & -0.7007 & 0.3923 & 1 \\ -0.4632 & -0.8861 & 0.0158 & 1 \\ -0.1395 & -0.8792 & 0.4555 & 1 \\ -0.3868 & -0.4885 & -0.7822 & 1 \end{bmatrix}\quad (22)$$

TOA 방법의 오차 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$(H_4^T H_4)^{-1} \times \sigma_{URE}^2 = \begin{bmatrix} 21.1320 & -66.4534 & -27.1963 & -46.4516 \\ -66.4534 & 232.4074 & 91.4831 & 163.2620 \\ -27.1963 & 91.4831 & 37.5455 & 64.1319 \\ -46.4516 & 163.2620 & 64.1319 & 114.9641 \end{bmatrix} \times \sigma_{URE}^2\quad (23)$$

TDOA 방법의 오차 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$(H_d^T p H_d)^{-1} \times \sigma_{URE}^2 = \begin{bmatrix} 21.1320 & -66.4534 & -27.1963 \\ -66.4534 & 232.4074 & 91.4831 \\ -27.1963 & 91.4831 & 37.5455 \end{bmatrix} \times \sigma_{URE}^2\quad (24)$$

이때 σ_{URE}^2 는 TOA와 TDOA에서 공통 요소이다. TOA 방법과 TDOA 방법에서의 HDOP와 VDOP을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}HDOP_{TOA} &= HDOP_{TDOA} = \sqrt{21.1320 + 232.4074} \approx 15.9229 \\ VDOP_{TOA} &= VDOP_{TDOA} = \sqrt{37.5455} = 6.1274\end{aligned}\quad (25)$$

(25)에서 TOA와 TDOA 방법의 HDOP, VDOP은 각각 동일함을 알 수 있다.

TOA나 TDOA의 오차 성분이 가우시안 분포를 가질 때 위치 오차 공분산 행렬은 3차원인 경우 오차 타원체가 되며, 이를 평면상으로 투영하면 그림 2와 같이 오차 타원을 형성한다. 평면상에서의 TOA의 오차 특성을 알아보기 위해 오차 공분산을 평면상으로 투영하면 다음과 같다[5][8].

$$\text{cov}(\delta \underline{R}) = ((H_n^T H_n)^{-1})_{2 \times 2} \sigma_{URE}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix}\quad (26)$$

여기서 $\delta \underline{R} = [\delta x \quad \delta y]^T$ 이다. 가우시안 분포를 갖는 평면 오차에 대하여 확률이 같은 단면은 다음과 같은 오차 타원식으로 표현된다[5].

$$\underline{U}^T [\text{cov}(\delta \underline{R})]^{-1} \underline{U} = m^2\quad (27)$$

여기서 $\underline{U} = [\delta R - \delta \hat{R}]$ 이다. m 이 1일 때 얻어지는 오차 타원은 1σ 타원으로 정의하며 타원 내에 오차가 존재할 확률은 $1 - e^{-m^2/2}$ 이다[5]. 일반적으로 오차 공분산 행렬의 비 대각 성분은 0이 아니므로 항법 좌표계(기준 좌표계)에서 오차 타원은 기준 축에 대해 θ 만큼 회전한 형태를 가진다. 이때 오차 타원의 장, 단축의 크기와 회전된 각도는 다음과 같다[8].

$$\begin{aligned}\sigma_L^2 &= \frac{1}{2} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}] \\ \sigma_S^2 &= \frac{1}{2} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}] \\ \theta &= \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}\right), \quad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}\end{aligned}\quad (28)$$

(28)에서 σ_L^2, σ_S^2 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned}\sigma_L^2 \sigma_S^2 &= \sigma_x^2 \sigma_y^2 - \sigma_{xy}^2 \\ \sigma_L^2 + \sigma_S^2 &= \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = drms^2 = HDOP^2 \cdot \sigma_{URE}^2\end{aligned}\quad (29)$$

일반적으로 2차원 오차 성분을 나타낼 때 많이 사용하는 방법중 하나인 (29)의 $drms$ 는 오차 성분의 장축과 단축의 rms를 반지름으로 하여 원을 형성하게 되고 오차의 개략적인 분포를 나타낸다. 이에 반하여 오차 타원은 오차의 장축, 단축, 좌표계에서의 회전 정도 등을 알 수 있으므로 오차의 정확한 분포 특성을 파악하는데 효과적이다.

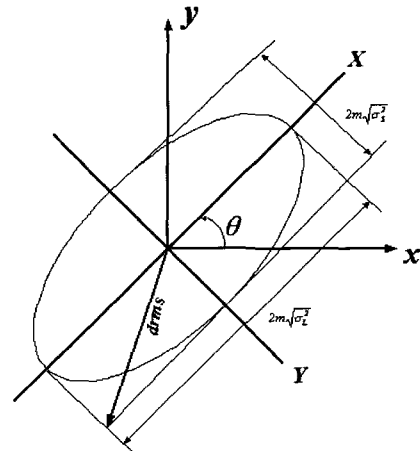


그림 2. 오차 타원.

Fig. 2. The error ellipse.

IV. 결론

본 논문에서는 전파 항법에서 사용되는 TOA 방법과 TDOA 방법에 대해 DOP 관계를 비교하여 위치 오차를 해석하였다. TOA와 TDOA의 위치 오차 관계를 수학적으로 증명한 정리 1과 2에서 보는 바와 같이 TDOA는 TOA와 동일한 위치 오차 공분산을 가진다. 즉 TDOA와 TOA의 PDOP는 같으며, HDOP와 VDOP 역시 같다. 또한 TOA와 TDOA의 위치 오차 추정치도 동일함을 알 수 있다.

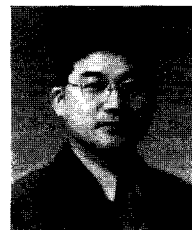
참고문헌

- [1] Jeffrey H. Reed, et al, "An overview of the challengers and progress in meeting the E 911 requirement for location service," *IEEE communication Magazine*, pp. 30-37, 1998.
- [2] FCC Docket No. 94-102, "Revision of the commission's rules to ensure compatibility with enhanced 911 emergency calling systems," RM-8143, Sep., 1999.
- [3] James J. Caffery, et al, "Overview of radiolocation in CDMA cellular system", *IEEE communication Magazine*, pp. 38-45, 1998.
- [4] Börje Forssell, *Radionavigation systems*, Prentice Hall, UK, 1991.
- [5] Elliott D. Kaplan, *Understanding GPS : Principles and Applications*, Artech House, MA, 1996.
- [6] Nielsen, R. O, "Relationship between dilution of precision for point positioning and for relative positioning with GPS," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 33,1, pp. 333-337, 1997.
- [7] P. J. G. Teunissen, "A proof of nielsen's conjecture on the GPS dilution of precision," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol 34, pp. 693-695, 1998.
- [8] Don J. Torrieri, "Statistical theory of passive location systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-20, pp. 183-198, 1984.
- [9] Parkinson and Spilker, Eds., *Global Positioning System : Theory and Applications*, AIAA, NJ, 1996.
- [10] George P. Yost, et al, "Automatic location identification using a hybrid technique," *IEEE VTC '98*, pp. 264-267, 1998.
- [11] Yaakov Bar-shalom, et al, *Tracking and Data Association*, Academic Press, FL, 1988.
- [12] C. Park, I. Kim, "Comments on relationships between dilution of precision for point positioning and for relative positioning with GPS," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 73-74, Jan., 2000.
- [13] G. Strang and K. Borre, *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*, Wellesley-Cambridge Press, MA, 1997.



신 동 호

1966년 1월 4일 생. 1989년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1993년 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1998년~현재 충남대학교 대학원 전기공학과 박사과정. 국방과학연구소 선임연구원.



성 태 경

1961년 4월 12일 생. 1984년 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1986년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1992년 서울대학교 제어계측공학과 졸업(박사). 1997년~현재 충남대학교 정보통신공학부 조교수.