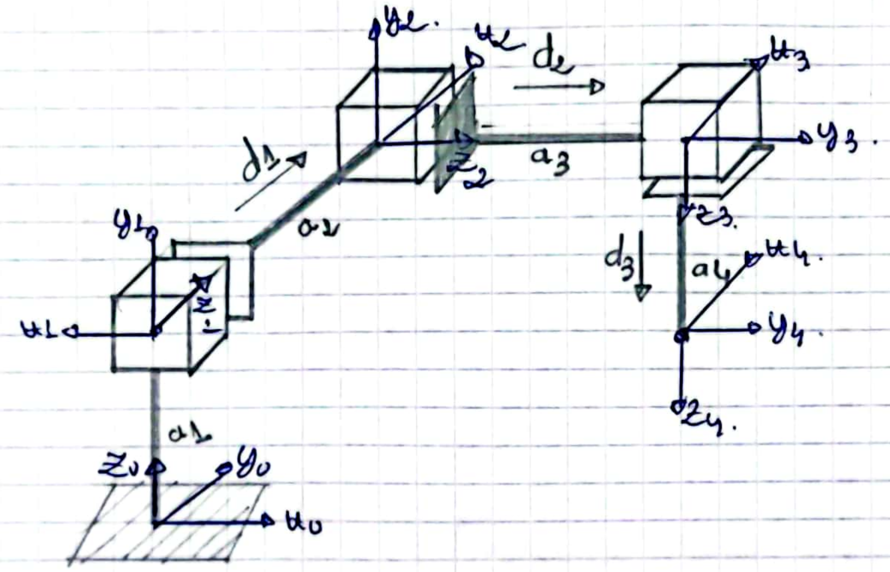
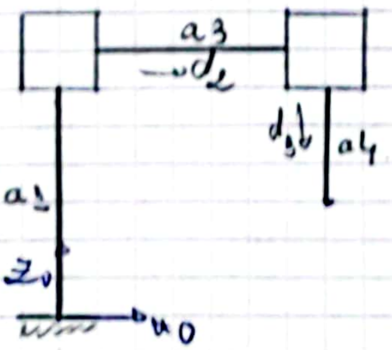
TD: Modèle géométrique Inverse.

Exo 1: Soit le robot cartésien suivant. Calculer son modèle géométrique inverse en utilisant une méthode graphique.

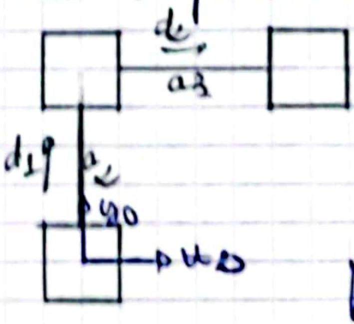


Solution. MGI $\Rightarrow$ calcul $d_i(X_p, y_p, Z_p, a_1, a_2, a_3, a_4)$ $i = 1, .., 3$.

Projection dans le plan OZ_0x_0



pour calculer d_2 on projete le robot dans le plan $O x_0 y_0$.



On a:

$P_y = d_1 + a_2$.

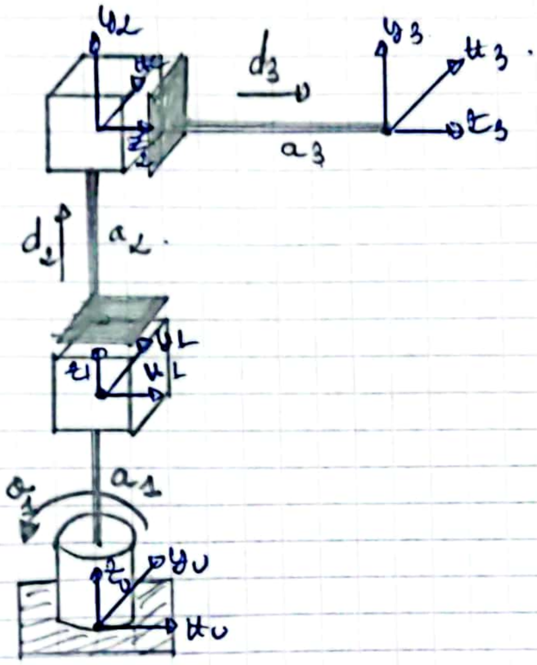
$\Rightarrow \boxed{d_1 = P_y - a_2}$

de la figure,

$X_p = a_3 + d_2 \Rightarrow \boxed{d_2 = X_p - a_3}$

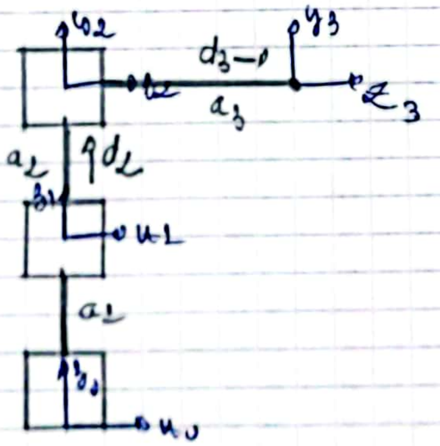
$Z_p = a_1 - (a_4 + d_3) \Rightarrow \boxed{d_3 = a_1 - (a_4 + Z_p)}$

Exercice 2: Soit le robot cylindrique suivant. Calculer le MGI du robot en utilisant la méthode graphique.



Solution:

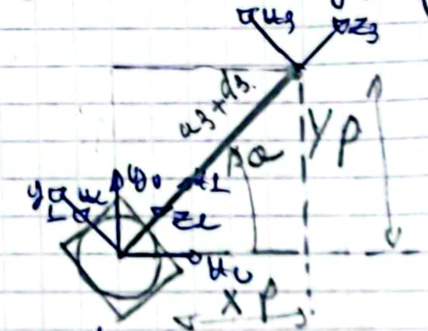
projection dans Ox_0z_0.



On a $P_z = a_1 + a_2 + d_2$.

$\Rightarrow \boxed{d_2 = P_z - (a_1 + a_2)}$

Projection dans Ox_0y_0. (pour $\theta \neq 0$).



On peut écrire :

$$x_p^2 + y_p^2 = (a_3 + d_3)^2$$

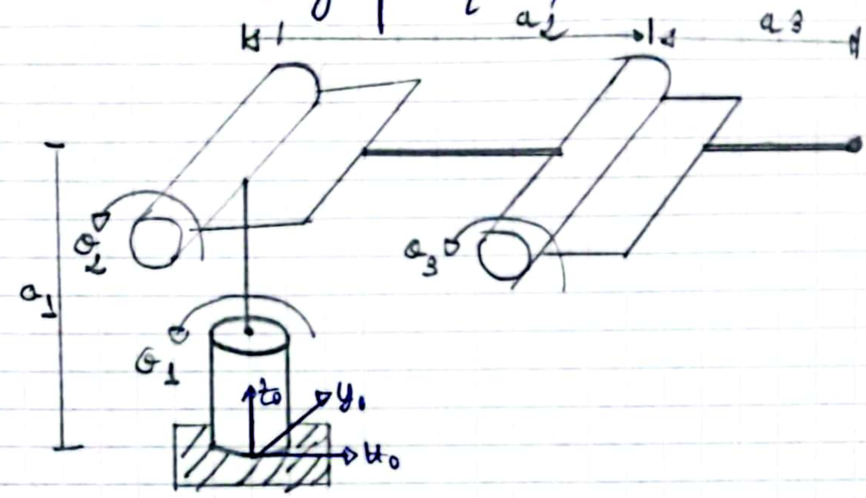
$$\Rightarrow \boxed{d_3 = \left(\sqrt{x_p^2 + y_p^2}\right) - a_3}$$

pour θ_1:

$$\tan \theta_1 = \frac{y_p}{x_p}$$

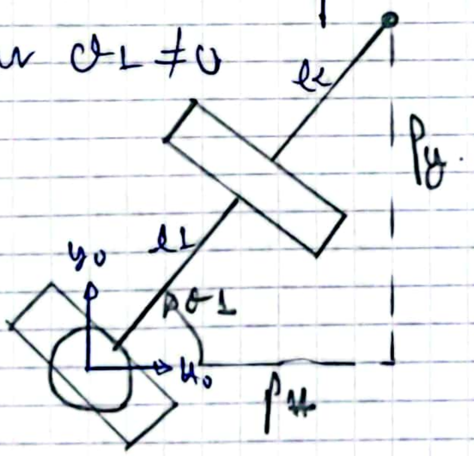
$$\boxed{\theta_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{y_p}{x_p}\right)}$$

Exercice 3: Soit le robot articulé suivant. En utilisant la méthode graphique, calculer son MGI.



Solution:

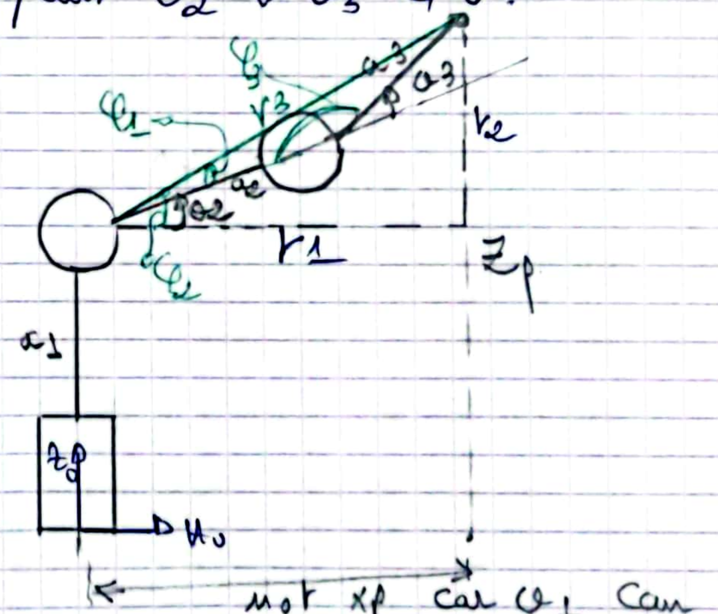
Projection dans le plan Ox_0y_0.
pour $\theta_1 \neq 0$



important: les longueurs l_1 et l_2 sont différent de a_2 et a_3. car ~~pour~~ l_2 représente la projection du segment de longueur a_2 car θ_2 ~~pour~~ peut être $\neq 0$. (même remarque pour l_2).
donc à partir de cette projection on peut seulement calculer θ_1.

$\tan(\theta_1) = \frac{P_y}{P_x}$ ~~...~~ $\Rightarrow \boxed{\theta_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{P_y}{P_x}\right)}$

projection dans Ox_0z_0.
pour θ_2 et $\theta_3 \neq 0$.



n'est x_p car θ_1 peut être $\neq 0$.

On a: $\boxed{\theta_2 = \varphi_2 - \varphi_1}$.

$\varphi_2 = \operatorname{atan}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$

avec: $r_2 = Z_p - a_1$.

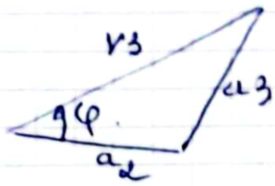
et r_1 représente la projection du segment a_2 et a_3 sur l'axe x.

Si on regarde la projection du robot dans le plan $O x_0 y_0$.

On constate que:

$$r_1 = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$$

pour φ_1. on a le triangle formé par. r_3, a_2, a_3.



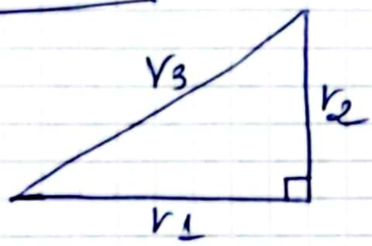
On peut écrire:

$$a_3^2 = a_2^2 + r_3^2 - 2 a_2 r_3 \cos\varphi_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{a_3^2 - a_2^2 - r_3^2}{-2 a_2 r_3}\right)}$$

il reste à définir r_3.

du triangle r_3, r_2, r_1.



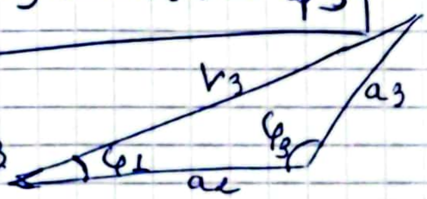
$$r_3 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$$

donc θ_2 est défini.

* Calcul de θ_3.

de la figure on a $\boxed{\theta_3 = 180 - \varphi_3}$

~~avec~~



on a $r_3^2 = a_2^2 + a_3^2 - 2 a_2 a_3 \cos\varphi_3$

$$\Rightarrow \cos\varphi_3 = \frac{r_3^2 - a_2^2 - a_3^2}{-2 a_2 a_3} \Rightarrow \boxed{\varphi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{r_3^2 - a_2^2 - a_3^2}{-2 a_2 a_3}\right)}$$

donc: θ_3 est défini.