République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Frères Mentouri Constantine 1,
Faculté des Sciences de la Technologie,
Département d'Electronique

Modélisation et commande des Robots de manipulation

TD modèle géométrique directe

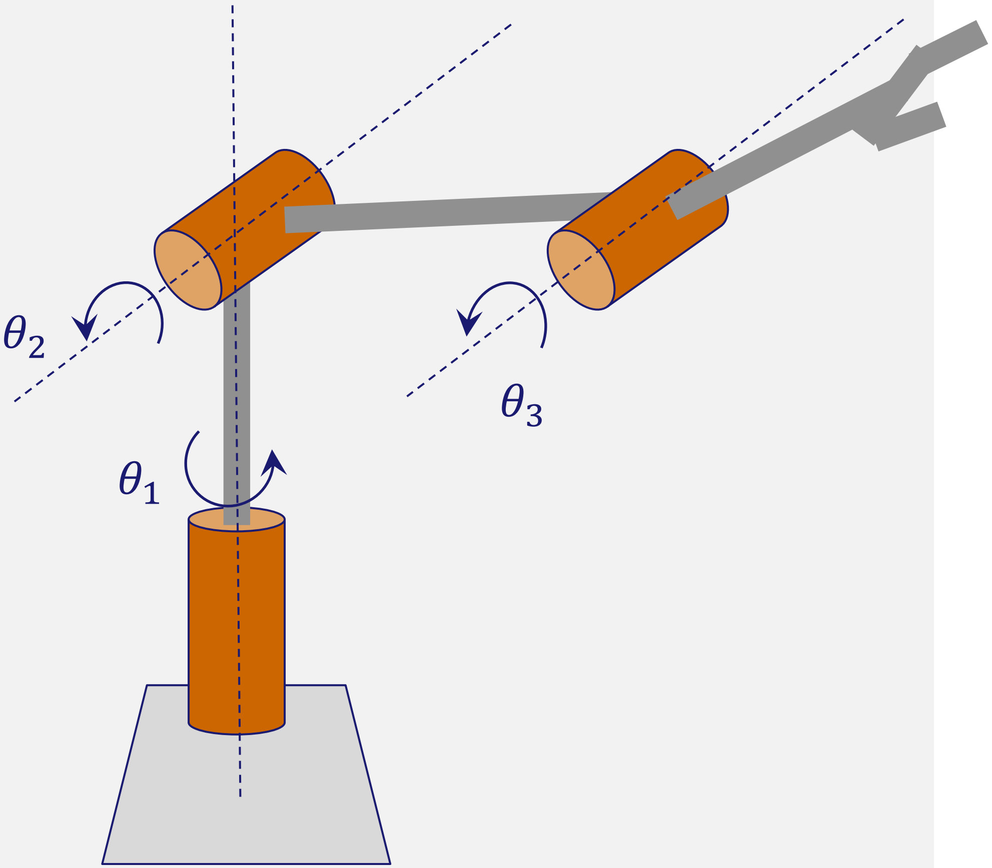
Master 2 AII
Automatique et Informatique Industrielle

TD1: MGD

Exercice: 1

Soit le robot **anthropomorphe** suivant:

1. Placer les repères selon DH
2. Etablir la table de DH
3. Calculer les matrices de transformations et en déduire la matrice POS.
4. Exprimer la position de l'extrémité de l'effecteur en fonction des variables articulaires

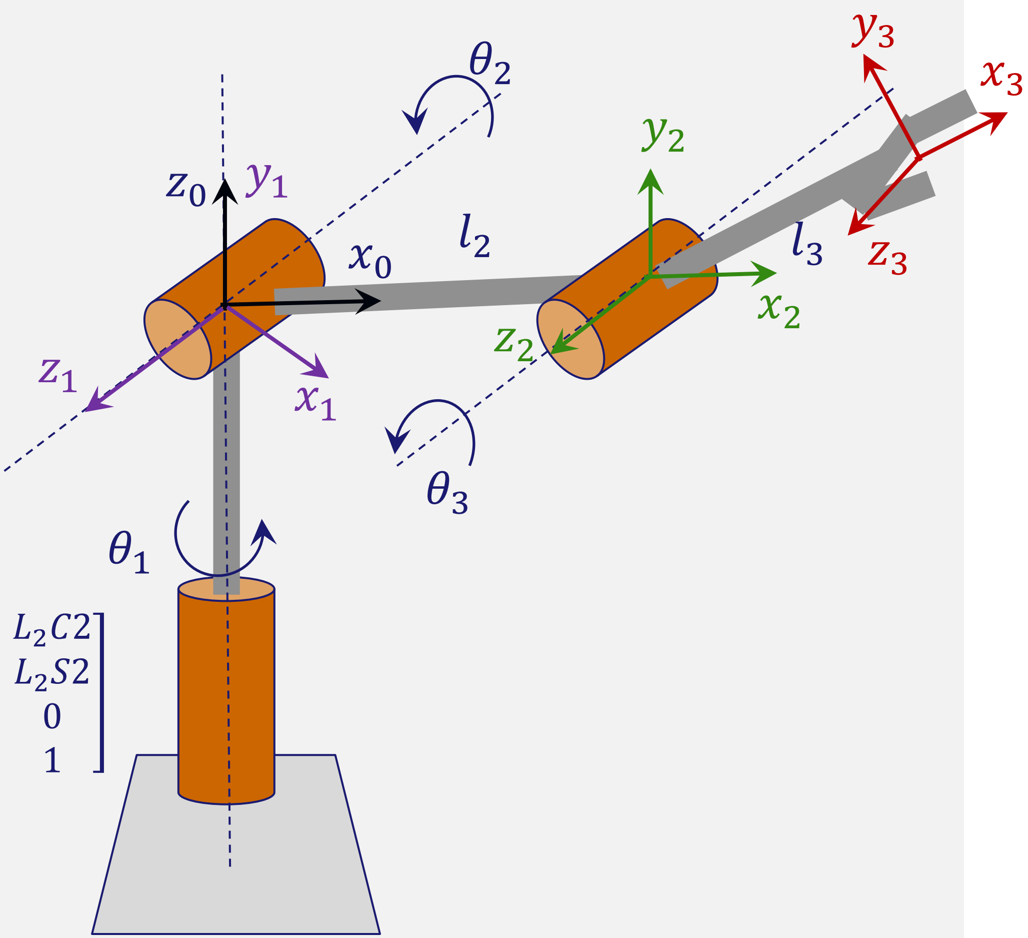


Exercice: 1 (Solution)

1. Placement des repères selon DH

2. Table de DH

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	l_2	0	0	θ_2
3	l_3	0	0	θ_3



3. Matrices de transformation

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C1 & 0 & S1 & 0 \\ S1 & 0 & -C1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2^1 = \begin{bmatrix} C2 & -S2 & 0 & L_2C2 \\ S2 & C2 & 0 & L_2S2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3^2 = \begin{bmatrix} C3 & -S3 & 0 & L_3C3 \\ S3 & C3 & 0 & L_3S3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

TD1: MGD

Exercice: 1 (Solution)

1. Placement des repères selon DH

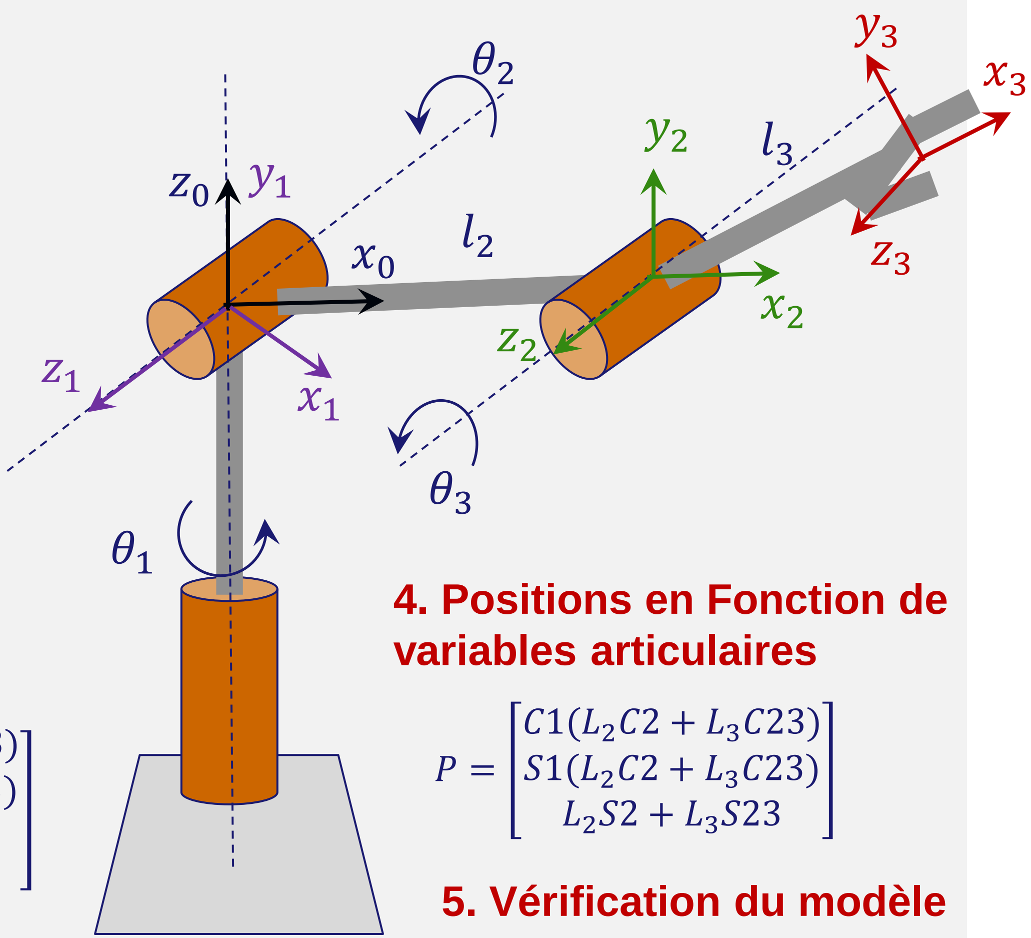
2. Table de DH

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	0	θ_1
2	l_2	0	0	θ_2
3	l_3	0	0	θ_3

3. Matrices de transformation

$$T = R_1^0 . R_2^1 . R_3^2$$

$$T = \begin{bmatrix} C1C23 & -C1S23 & S1 & C1(L_2C2 + L_3C23) \\ S1C23 & -S1S23 & -C1 & S1(L_2C2 + L_3C23) \\ S23 & C23 & 0 & L_2S2 + L_3S23 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



4. Positions en Fonction de variables articulaires

$$P = \begin{bmatrix} C1(L_2C2 + L_3C23) \\ S1(L_2C2 + L_3C23) \\ L_2S2 + L_3S23 \end{bmatrix}$$

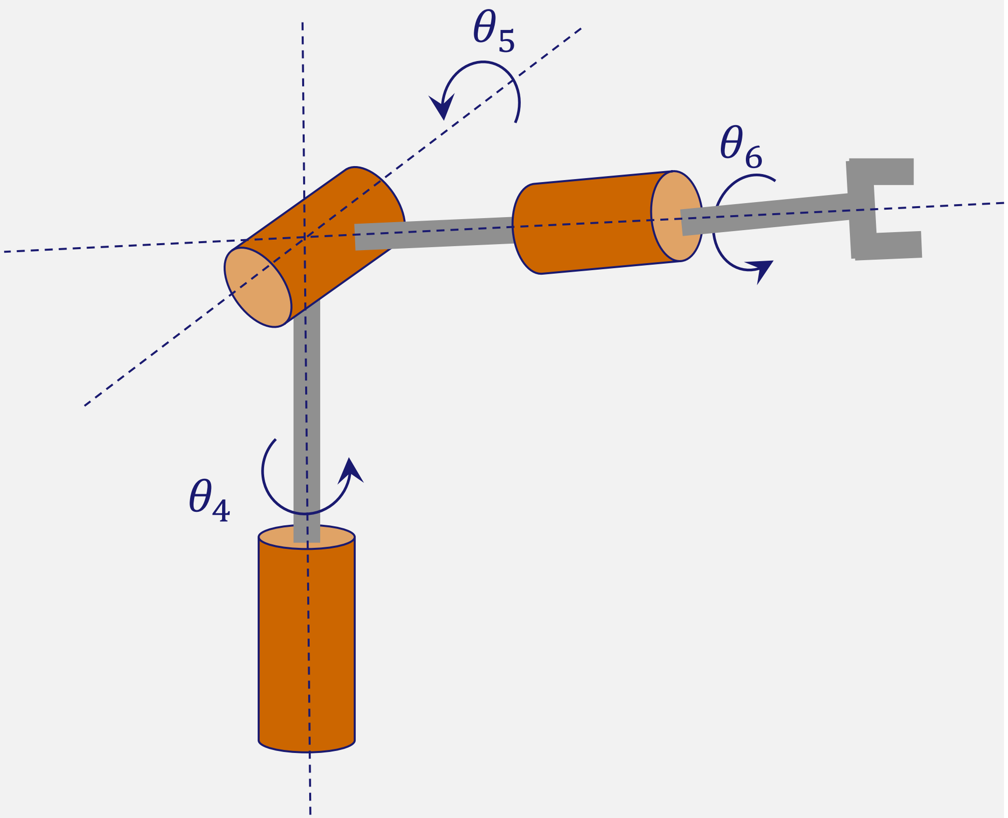
5. Vérification du modèle

TD1: MGD

Exercice: 2

Soit l'organe terminal de type sphérique représenté par la figure ci-contre.

1. Placer les repères selon DH
2. Etablir la table de DH
3. Calculer les matrices de transformations et en déduire la matrice POS.

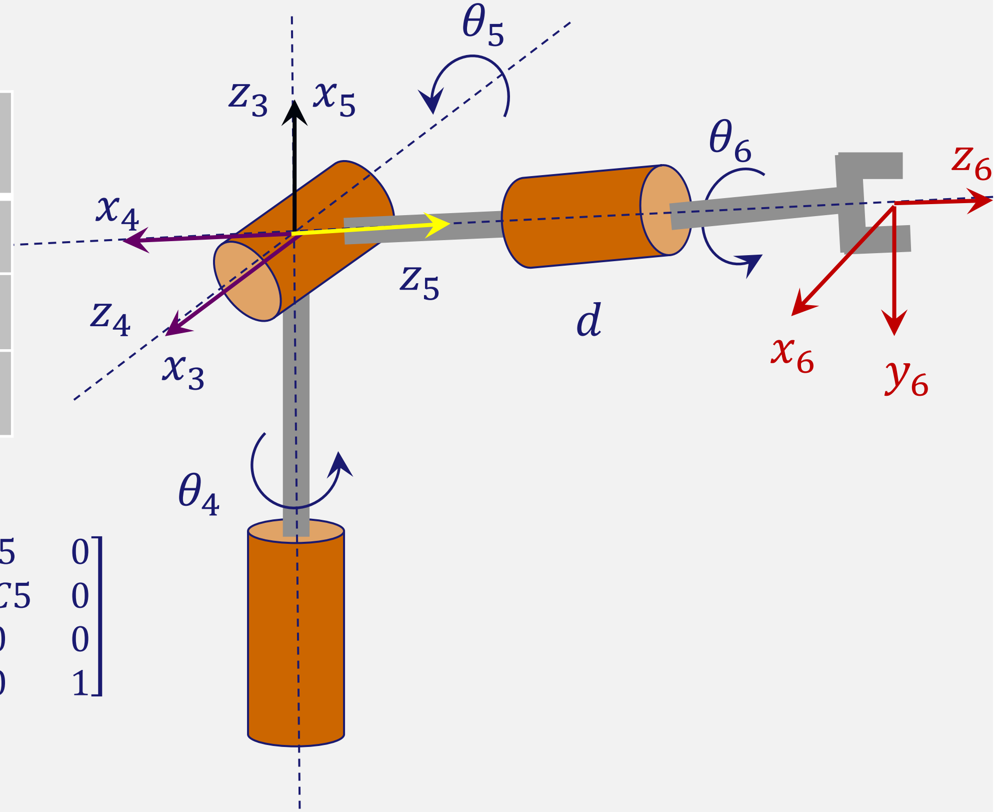


Exercice: 2 (Solution)

1. Placement des repères selon DH

2. Table DH

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\pi/2$	0	θ_4
2	0	$\pi/2$	0	θ_5
3	0	0	d	θ_6



3. Matrices de transformation

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} C4 & 0 & -S4 & 0 \\ S4 & 0 & C4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R_5^4 = \begin{bmatrix} C5 & 0 & S5 & 0 \\ S5 & 0 & -C5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

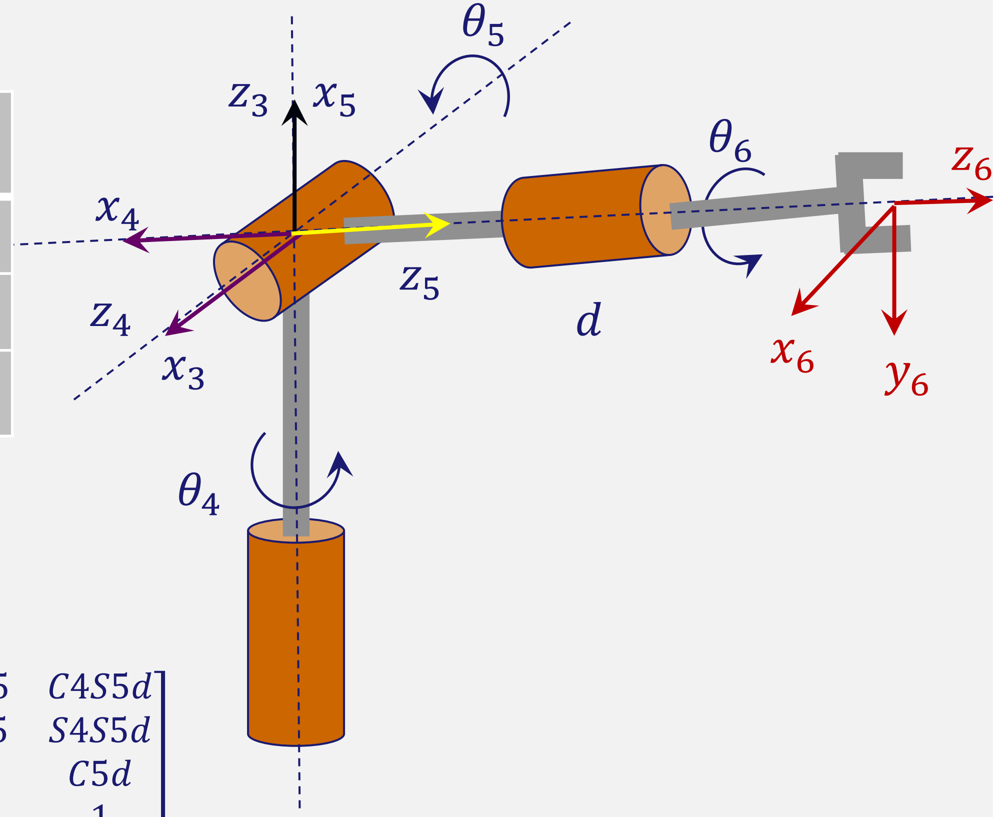
$$R_6^5 = \begin{bmatrix} C6 & -S6 & 0 & 0 \\ S6 & C6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercice: 2 (Solution)

1. Placement des repères selon DH

2. Table DH

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\pi/2$	0	θ_4
2	0	$\pi/2$	0	θ_5
3	0	0	d	θ_6



3. Matrices de transformation

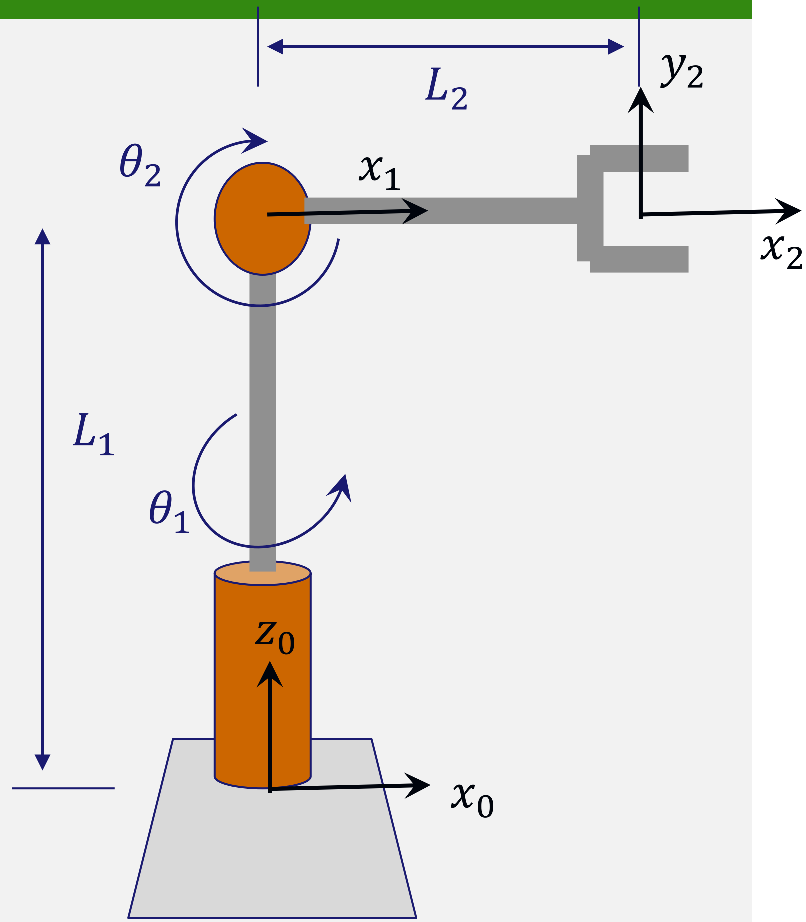
$$T = R_4^3.R_5^4.R_6^5$$

$$\mathrm{T} = \begin{bmatrix} C4C5C6 - S4S6 & -C4C5S6 - S4C6 & C4S5 & C4S5d \\ S4C5C6 + C4S6 & -S4C5S6 + C4C6 & S4S5 & S4S5d \\ -S5S6 & C5S6 & C5 & C5d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercice: 3

Soit le robot (RR) ci-dessous représenté dans sa position de référence où toutes les coordonnées articulaires sont nulles :

1. Compléter sur la figure les axes manquants.
2. Donner la table de DH de ce robot.
3. Calculer les matrices de transformation homogènes T_0^1 et T_1^2. En déduire la matrice POS.
4. Exprimer la position de l'extrémité de l'effecteur en fonction des variables articulaire.
5. Calculer la matrices POS pour $(q_1 = q_2 = 0)$ et $(q_1 = 0, q_2 = \frac{-\pi}{2})$. Vérifier la validité du modèle géométrique sur ces cas particuliers. Pour chaque cas, représenter par une figure la position du robot.



TD1: MGD

Exercice: 3 (Solution)

1. Axes manquants.

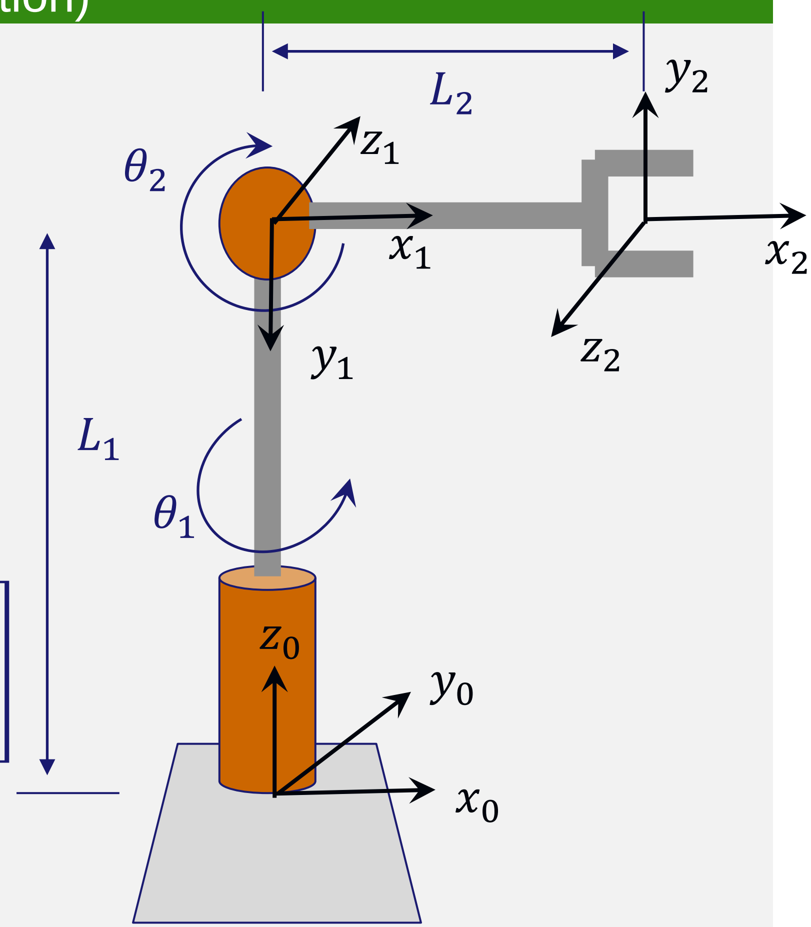
2. Table de DH.

Segment	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\pi/2$	l_1	θ_1
2	l_2	π	0	θ_2

3. Matrice POS.

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C1 & 0 & -S1 & 0 \\ S1 & 0 & C1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2^1 = \begin{bmatrix} C2 & S2 & 0 & L_2C2 \\ S2 & -C2 & 0 & L_2S2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$POS = R_1^0 . R_2^1 = \begin{bmatrix} C1C2 & C1S2 & S1 & L_2C1C2 \\ S1C2 & S1S2 & -C1 & L_2S1C2 \\ -S2 & C2 & 0 & -L_2S2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

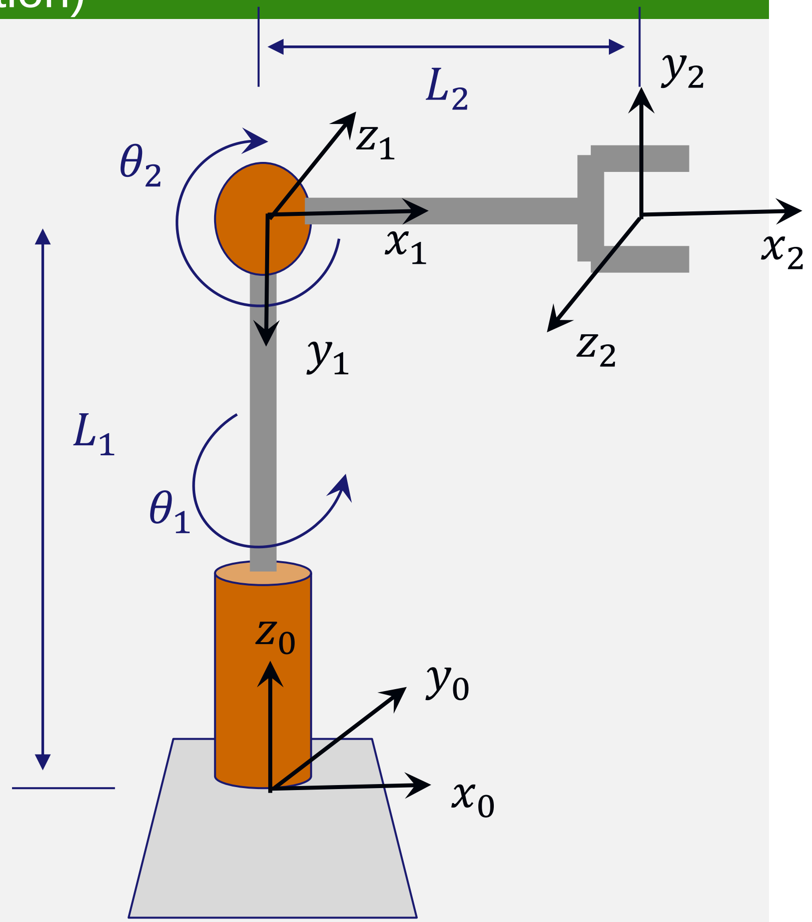


Exercice: 3 (Solution)

4. Matrice POS pour $(\theta_1, \ \theta_2) = (0{,}0)$.

$$\text{POS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le robot est dans cette position

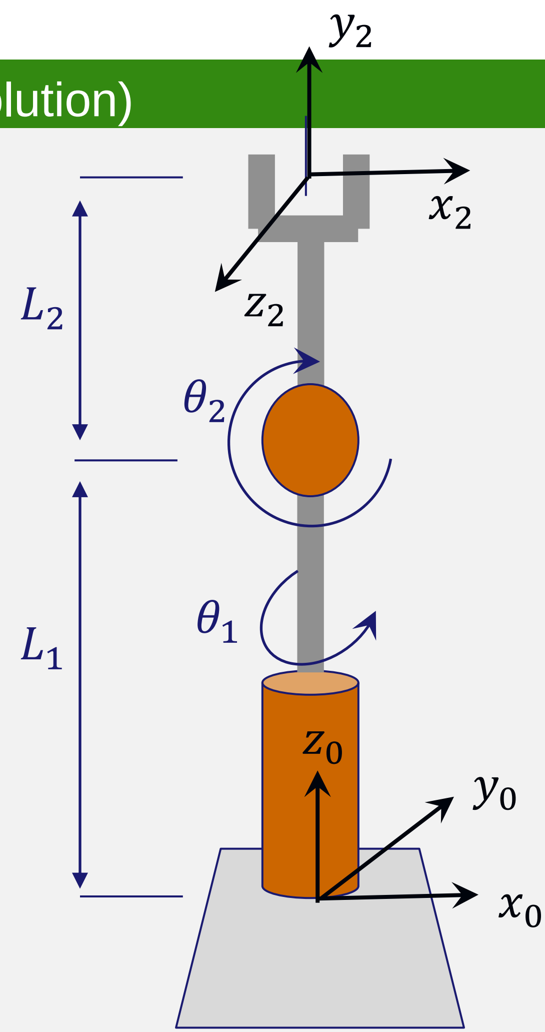


Exercice: 3 (Solution)

4. Matrice POS pour $(\theta_1,\ \theta_2) = (0, {}^{-\pi}/_2)$.

$$\text{POS} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & L_1 + L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le robot est dans cette position



TD1: MGD

Exercice: 3 (Solution)

. Matrice POS pour $(\theta_1,\ \theta_2) = (0,0)$.

$$POS = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

. Matrice POS pour $(\theta_1,\ \theta_2) = (0, {}^{-\pi}/_{2})$.

$$POS = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & L_1 + L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$