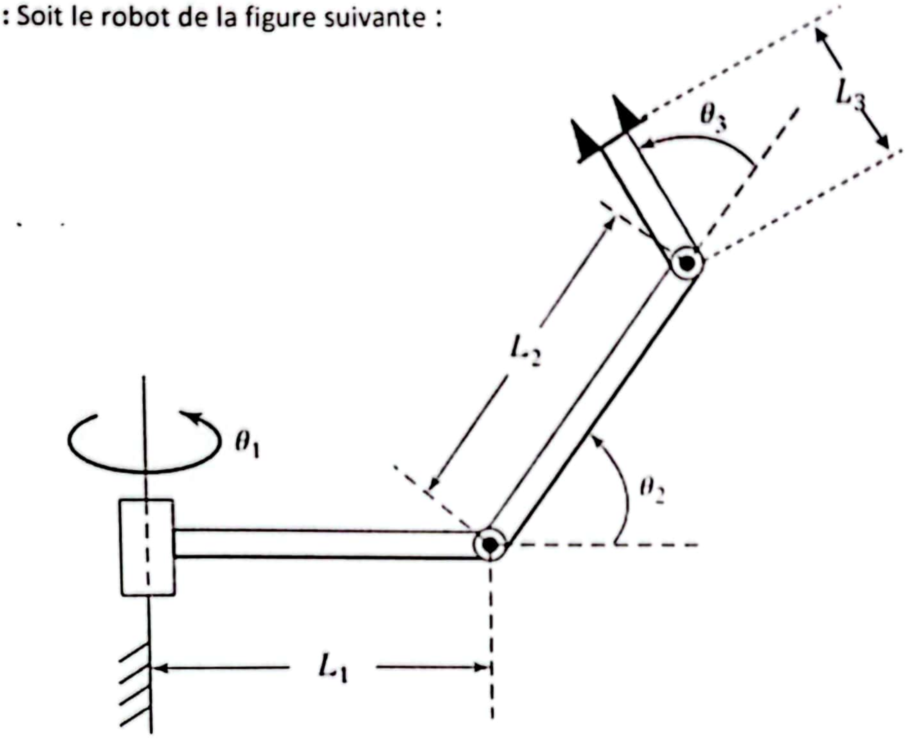
Module : Commande des robots de manipulation

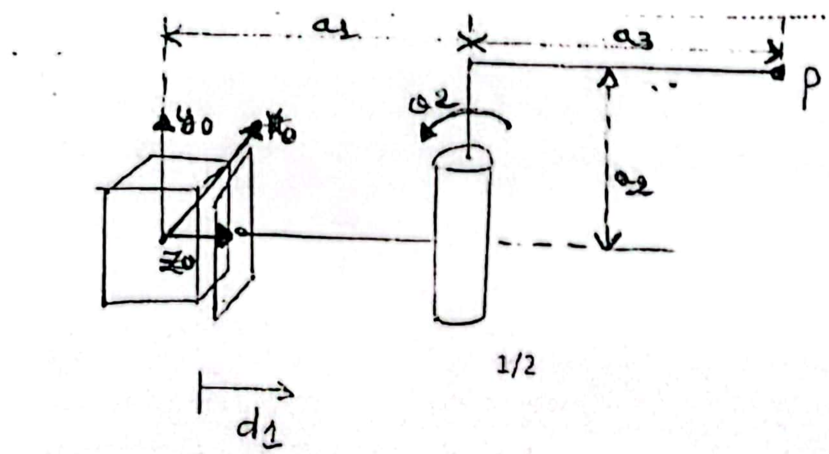
Interrogation écrite 01

Exercice 1 : Soit le robot de la figure suivante :



1. Placer les repères des articulations selon la convention de DH.
2. Donner la table de DH de ce robot.
3. Calculer les matrices de transformation homogènes T_0^1, T_1^2, et T_2^3. En déduire la matrice POS.
4. Exprimer la position de l'extrémité de l'effecteur en fonction des variables articulaires.
5. Vérifier la validité du modèle géométrique sur deux cas particuliers. Pour chaque cas, représenter par une figure la position du robot.

Exercice 2 : Soit le robot suivant. Connaissant la position de l'extrémité de l'effecteur $P(P_x, P_y, P_z)$ dans le repère $R_0(x_0, y_0, z_0)$, calculer le modèle géométrique inverse en utilisant la méthode graphique (par projection).

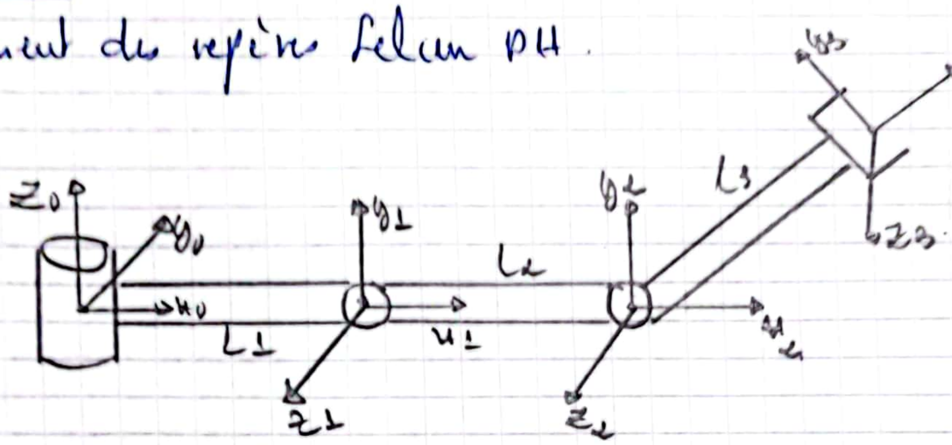


Solution Interrogation 1 — 2022-2023.

Module : Mod_Rob.

Exercice 01:

1- placement des repères selon DH.



2. Table de DH.

	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0	L_1	$\pi/2$
2	θ_2	0	L_2	0
3	θ_3	0	L_3	0

3. Matrices de transformation Homogène

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C1 & 0 & S1 & L_1C1 \\ S1 & 0 & -C1 & L_1S1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C2 & -S2 & 0 & L2C2 \\ S2 & C2 & 0 & L2S2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C3 & -S3 & 0 & L3C3 \\ S3 & C3 & 0 & L3S3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

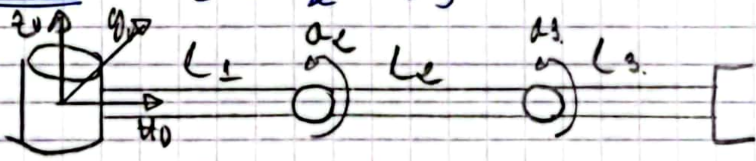
$$pos = T^0_1 \cdot T^1_2 \cdot T^2_3 = \begin{bmatrix} C1C23 & -C1S23 & S1 & L_1C1 + L_2C1C2 + L3C1C23 \\ S1C23 & -S1S23 & -C1 & L1S1 + L2S1C2 + L3S1C23 \\ S23 & C23 & 0 & L2S2 + L3S23 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Vecteur de position de l'extrémité de l'effecteur.

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1C1 + L_2C1C2 + L3C1C23 \\ L2S1C2 + L3S1C23 \\ L2S2 + L3S23 \end{bmatrix}$$

5. Validation du MGD

a. cas 1 : $a_1 = a_2 = a_3 = 0$



Selon le schéma on doit avoir $P_x = L1 + L2 + L3$, $P_y = 0$, $P_z = 0$.

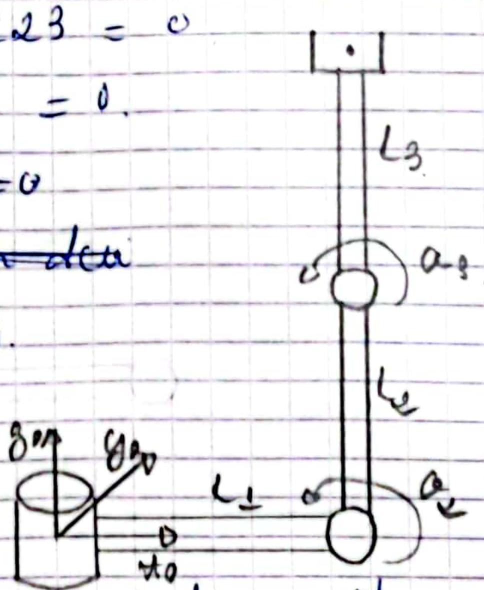
On remplace les valeurs $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ dans P

On obtient : $P_x = L_1\cancel{C1}^{1} + L_2\cancel{C1}^{1}\cancel{C2}^{1} + L_3\cancel{C1}^{1}\cancel{C23}^{1} = L_1 + L_2 + L_3$.

$P_y = L2\cancel{S1}^{0}C2 + L3\cancel{S1}^{0}C23 = 0$

$P_z = L2\cancel{S2}^{0} + L3\cancel{S23}^{0} = 0$.

b. cas 2 $a_1 = 0$, $a_2 = \pi/2$, $a_3 = 0$



Selon cette configuration ~~on dea~~

on a : $P_x = L_1$, $P_y = 0$, $P_z = L2 + L3$.

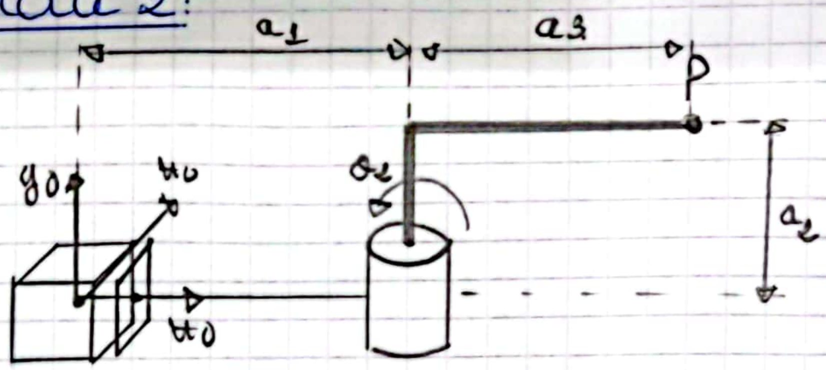
En remplaçant $a_1 = 0$, $a_2 = \pi/2$, $a_3 = 0$

dans P on obtient.

$P_x = L_1C1 + L2C1\cancel{C2}^{0} + L3S1\cancel{C23}^{0} = L1$.

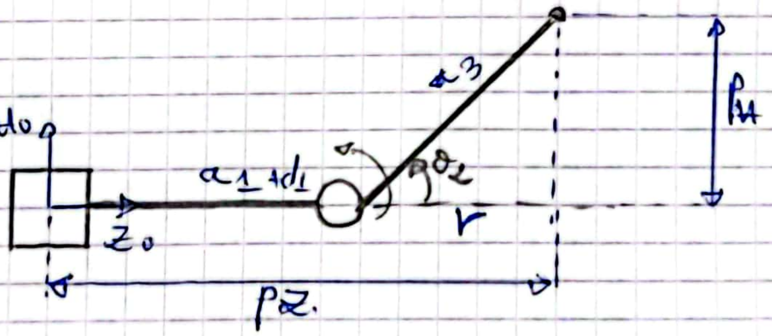
$P_y = L2\,S1\cancel{C2}^{0} + L3\,S1\,\cancel{C23}^{0} = 0$, $P_z = L2\cancel{S2}^{1} + L3\cancel{S23}^{1} = L2 + L3$.

Exercice 2 :



le calcul du modèle géométrique inverse consiste à calculer les variables articulaires en fonction de la position cartésienne $p(p_x, p_y, p_z)$. (θ_2 et d_1)

On fait une projection du robot dans le plan ox_0z_0 avec un angle $\theta_2 \neq 0$.



de la figure on peut écrire

$$\sin\theta_2 = \frac{p_x}{a_3} \Rightarrow \boxed{\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{p_x}{a_3}\right)}$$

On a aussi $p_z = a_1 + d_1 + r$

$$\Rightarrow d_1 = p_z - a_1 - r \qquad \text{avec } r = \frac{p_x}{\tan(\theta_2)}$$

car $\tan g(\theta_2) = \frac{p_x}{r}$

$$\Rightarrow \boxed{d_1 = p_z - a_1 - \frac{p_x}{\tan(\theta_2)}}$$

N.B il existe plusieurs méthodes pour calculer le MGI de ce robot