TD n° 3

Commande par régulateur auto-ajustable (STR)

Exercice 3.1

Soit le modèle normalisé à temps continu d'un moteur à courant continu

$$G_c(s) = \frac{1}{s(s+1)} \tag{3.1}$$

1. Calculer le modèle échantillonné $G(z)$ associé à un bloqueur d'ordre zéro (BOZ) avec une période d'échantillonnage $T_s = 0.5\,\mathrm{s}$

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z + b_1}{z^2 + a_1 z + a_2} \tag{3.2}$$

   déduire les expressions de $B(z), A(z)$ et les valeurs de b_0, b_1, a_1 et a_2,

2. Calculer les pôles et les zéros du modèle échantillonnés. Que peut-on conclure ?
3. On souhaite concevoir un régulateur auto-ajustable (STR) pour la poursuite d'un modèle de référence. Ce dernier correspond en temps continu à un système du second ordre, avec un dépassement $D(\%) = 5\%$ pour sa réponse indicielle et une pulsation propre $\omega_0 = 1\,\mathrm{rad/s}$. Calculer la fonction de transfert en continu du modèle de référence et déduire sa fonction de transfert échantillonnée sous la forme

$$G_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} = \frac{b_m z}{z^2 + a_{m1} z + a_{m2}} \tag{3.3}$$

   Est-ce que ce modèle de référence vérifie les conditions de compatibilité ?

4. On va concevoir un correcteur STR en éliminant tous les zéros du système (on considère qu'ils sont stables et bien amortis). Déduire alors les expressions de $B^+(q)$ et $B^-(q)$,
5. Calculer les degrés des polynômes $R(q), S(q)$ et $T(q)$ pour avoir une solution minimale. Quel est alors le choix de $A_0(q)$?
6. Écrire l'équation de Bézout complète puis la simplifier. Résoudre cette équation pour obtenir $S(q)$. Donner les expressions de $S(q)$ et $R(q)$,
7. Donner l'expression de $T(q)$.

Exercice 3.2

On reprend le même modèle échantillonné de l'exercice précédent

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \tag{3.4}$$

On souhaite cette fois synthétiser un STR sans compensation de zéros

1. Donner dans ce cas les expressions de $B^+(q)$ et $B^-(q)$,
2. On souhaite cette fois poursuivre un modèle de référence du second ordre sous la forme
$$G_m(q) = \frac{b_{m0}q + b_{m1}}{q^2 + a_{m1}q + a_{m2}} = \frac{B_m(q)}{A_m(q)} \tag{3.5}$$
avec un dépassement dépassement $D(\%) = 5\%$ pour sa réponse indicielle et une pulsation propre $\omega_0 = 1\,\mathrm{rad/s}$. Donnee l'équivalent continu $A_{mc}(s)$ et déduire les pôles équivalents continus $p_{1,2}$ puis discrets $z_{1,2}$. Déduire $A_m(q)$ et $B_m(q)$,
3. En compensant tous les zéros, donner les expressions de $B^+(q)$ et $B^-(q)$,
4. Calculer le degré de $A_0(q)$. Proposer une expression pour celui-ci,
5. Calculer les degrés de $S(q)$ et $R(q)$ pour avoir une solution minimale. Donner leur forme générale,
6. Écrire l'équation de Bézout et la résoudre,
7. Calculer l'expression de $T(z)$.

Exercice 3.3

Soit le système échantillonné suivant

$$G_d(z) = \frac{z + 1.2}{z^2 - z + 0.25}$$

On souhaite faire une commande adaptative par régulateur auto-ajustable avec un modèle de référence. Les pôles du système discret en boucle fermée doivent correspondre au polynôme caractéristique continu suivant

$$s^2 + 2s + 1, \quad T_s = 1\,\mathrm{s}$$

1. Déduire le polynôme caractéristique $A_m(q)$ du modèle de référence,
2. Le correcteur STR doit avoir une action intégrale et avoir un gain statique unité. Que doit vérifier le correcteur et le modèle de référence dans ce cas ?
3. Déduire le choix les plus simple possible pour $B_m(q)$ et $B'_m(q)$?
4. Calculer le degré et donner l'expression générale des polynômes $R'(q), S(q)$ et $A_0(q)$,
5. Écrire l'équation de Bézout et la mettre sous forme matricielle
$$\Phi\Psi = \Sigma$$
avec Ψ le vecteurs des paramètres du correcteur à déterminer (préciser son contenu) et Φ et Σ des matrices à déterminer. On ne demande pas de résoudre cette équation.