



Département Électronique

## TP de Commande Avancée

#### Boubekeur BOUKHEZZAR

Laboratoire d'Automatique et de Robotique de Constantine (LARC)

Département électronique, Université des frères Mentouri, Constantine, Campus Ahmed Hamani, Route de Aïn-El-Bey, 25017 Constantine, Algérie boubekeur.boukhezzar@umc.edu.dz

3 février 2019

## Table des matières

1	Command	le Numériqued'un Servomoteur	1	
	1.0.1	Partie électronique	3	
	1.0.2	Compte rendu	3	
2	Command	le Adaptative par Modèle de Référence : Méthode MIT	5	
	2.0.1	Partie électronique	7	
	2.0.2	Compte-rendu	7	
3	Command	le Adaptative par Modèle de Référence : Méthode de Lyapur	iov	9
3		le Adaptative par Modèle de Référence : Méthode de Lyapur Partie électronique		9
3		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	10	9
	3.0.1 3.0.2	Partie électronique	10	9

# Commande Numérique d'un Servomoteur

#### Objectifs du TP

- 1. Rappels sur l'analyse et la synthèse de commandes numériques.
- 2. Répondre à un cahier des charges de spécifications fréquentielles.
- 3. Correcteurs par avance de phase.

#### Travail préparatoire

Soit le système à temps continu décrit par sa fonction transfert  $G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$  La période d'échantillonnage est Te=0.2 s.

- 1. Calculer la fonction de transfert échantillonnée G(z) de G(s) précédé par le bloqueur d'ordre zéro  $B_0(s)$ . La période d'échantillonnage est  $T_e = 0.2s$ .
- 2. A partir de G(z), déduire la transmitance G(w) en utilisant la transformation bilinéaire. Vérifier votre résultat en utilisant Matlab.

# Partie 1 : Commande par méthodes fréquentielles d'un servomoteur

Soit le système de commande numérique d'un servomoteur représenté sur la figure 1.1

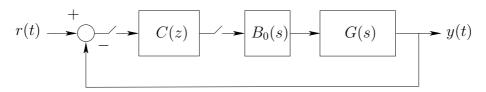


Figure 1.1 – Système de commande numérique

avec

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

La période d'échantillonnage est  $T_e = 0.2s$ . On souhaite synthétiser dans le plan w un correcteur qui assure une marge de phase de  $55\,\text{\'r}$  et une marge de gain au moins égale à  $10\,\text{dB}$  et une erreur statique  $\epsilon_v = 0.5s^{-1}$  pour une consigne en rampe.

#### Travail demandé

1. Pour satisfaire les spécifications mentionnées précédemment, on utilise un correcteur numérique par avance de phase

$$C(w) = \frac{1 + \tau w}{1 + \alpha \tau w}, \quad 0 < \alpha < 1$$

- 2. En calculant la fonction de transfert échantillonnée en boucle ouverte, déduire le gain K qui permet de satisfaire la condition sur l'erreur en vitesse  $\epsilon_v$ .
- 3. Tracer avec Matlab le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte. Calculer les marges de phase et de gain en boucle ouverte. Conclure.
- 4. Calculer la valeur de  $\alpha$  pour assurer la marge de phase désirée. Pour tenir compte du décalage du diagramme de module, rajouter entre 5 $\check{r}$  et 20 $\check{r}$  à la marge spécifiée.
- 5. Calculer la fréquence pour laquelle le gain du système non compensé est égal à  $-20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right)$ .
- 6. Déduire la valeur de  $\tau$ .
- 7. Déduire l'expression du correcteur par avance de phase C(z) dans le plan z par la transformation bilinéaire.
- 8. Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé.
- 9. Implementer le correcteur sous Matlab et visualiser la réponse du système commandé à un échelon et à une rampe. Commenter les courbes et conclure.

# Partie 2 : Commande par méthodes fréquentielles d'un double intégrateur

On suppose maintenant que  $G(s) = \frac{1}{s^2}$ . La période d'échantillonnage est de  $T_e = 0.1s$ .

#### Travail demandé

- 1. Synthétiser un correcteur par avance de phase qui assure une marge de phase de  $55\,\mathrm{\check{r}}$  et une marge de gain au moins égale à  $10\,\mathrm{dB}$ .
- 2. Calculer pour le système corrigé l'erreur statique  $\epsilon_v$  en poursuite pour une rampe. Commenter le résultat.
- 3. Implémenter le système de commande sous Matlab et visualise la réponse pour un échelon. Commenter la courbe et les résultats.

#### Travail à Remettre

#### 1.0.1 Partie électronique

- 1. Mettre tout les fichiers dans un répertoire portant les noms du monôme (ou binôme) et le compresser.
- 2. Envoyer le fichier compressé par e-mail à l'adresse b\_boukhezzar@hotmail.com en précisant dans le contenu du mail les noms, prénom, groupe et numéro de TP.
- 3. Tous les programmes doivent êtres fonctionnels à leur remise.

#### 1.0.2 Compte rendu

- 1. Répondre aux questions posées.
- 2. Joindre les graphes et les résultats de simulation.
- 3. Une partie importante de la note sera accordée à l'analyse des résultats et aux commentaires. Il est toujours demandé d'analyser et de commenter vos résultats même si ce n'est pas explicitement mentionné dans la question.

# Commande Adaptative par Modèle de Référence : Méthode MIT

#### Objectifs du TP

- Implémenter des correcteurs adaptatifs sous Matlab/Simulink,
- Evaluer l'influence des signaux de réference sur la convergence des algorithmes,
- Evaluer l'influence des paramètres de réglage sur l'algorithme de commande adaptative.

# Partie I : Commande adaptative par adaptation de gain en boucle ouverte

On reprend l'exemple vu en cours de la commande adaptative en boucle ouverte par adaptation de gain d'un système décrit par une fonction de transfert kG(s), k étant une constante réelle inconnue et G(s) une fonction de transfert connue. On souhaite réaliser la poursuite d'un modèle de référence donné par

$$G_m(s) = k_0 G(s) \tag{2.1}$$

en utilisant un gain  $\theta$  en boucle ouverte tel que

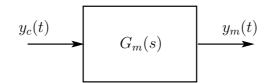
$$u(t) = \theta y_c(t) \tag{2.2}$$

représenté sur la Figure

- 1. Rappeler la règle d'adaptation du paramètre  $\theta$  en utilisant la règle du MIT.
- 2. Implémenter l'algorithme de commande adaptative avec les données suivantes :

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$
 ;  $k = 1$  ;  $k_0 = 2$ .  
 $y_c(t) = \sin(t)$  ;  $\gamma = 1$ 

3. Faire varier le gain *gamma* et étudier son influence sur la convergence du paramètre et de l'erreur de poursuite.



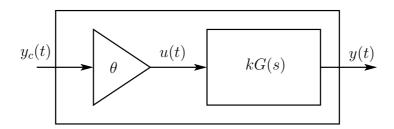


Figure 2.1 – Commande adaptative en boucle ouverte.

#### Partie II : Commande adaptative d'un système du premier ordre

On souhaite maintenant commande un système du premier ordre dont les paramètres sont inconnus

$$G(s) = \frac{b}{s+a}. (2.3)$$

On souhaite poursuivre un modèle de réference du premier ordre également

$$G_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m}. (2.4)$$

La loi de commande utilisée est de la forme suivante

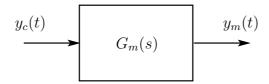
$$u(t) = \theta_1 y_c(t) - \theta_2 y(t). \tag{2.5}$$

- 1. Rappeler la loi de commande adaptative incluant la règle de mise à jour des paramètres de la commande  $\theta_1$  et  $\theta_2$
- 2. Implémenter cette commande en choisissant :

$$a = 1$$
 ;  $b = 0.5$  ;  $a_m = 2$  ;  $b_m = 2$  ;  $\gamma = 1$  ;

On choisira comme signal de référence un signal carré d'amplitude maximale 1 et minimale -1 et de période égale à 20 s.

- 3. Et udier l'influence du paramètre  $\gamma$  en prenant des valeurs inférieures et supérieures à 1. Conclure.
- 4. Visualiser la variation de la commande en fonction de gamma. Conclure.



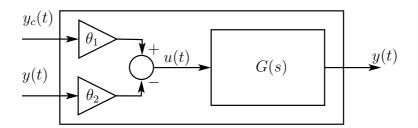


Figure 2.2 – Commande adaptative en boucle fermée.

#### Travail à Remettre

#### 2.0.1 Partie électronique

- 1. Mettre tout les fichiers dans un répertoire portant les noms du monôme (ou binôme) et le compresser.
- 2. Envoyer le fichier compressé par e-mail à l'adresse b\_boukhezzar@hotmail.com en précisant dans le contenu du mail les noms, prénom, groupe et numéro de TP.
- 3. Tous les programmes doivent êtres fonctionnels à leur remise.

#### 2.0.2 Compte-rendu

- 1. Répondre aux questions posées.
- 2. Joindre les graphes et les résultats de simulation.
- 3. Une partie importante de la note sera accordée à l'analyse des résultats et aux commentaires. Il est toujours demandé d'analyser et de commenter vos résultats même si ce n'est pas explicitement mentionné dans la question.

# Commande Adaptative par Modèle de Référence : Méthode de Lyapunov

#### Objectifs du TP

- 1. Simuler des correcteurs adaptatifs basés sur les théorèmes de la stabilité.
- 2. Évaluer l'influence des paramètres sur l'algorithme.
- 3. Comparer avec la règle du MIT

# Partie I : Commande adaptative d'un système du premier ordre par la méthode de Lyapunov

On considère un système du premier ordre dont les paramètres sont inconnus

$$G(s) = \frac{b}{s+a}$$

On souhaite poursuivre un modèle de référence du premier ordre également

$$G_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m}$$

La loi de commande utilisée est de la forme suivante

$$u(t) = \theta_1 y_c(t) - \theta_2 y(t)$$

- 1. Rappeler la loi de commande adaptative incluant la règle de mise à jour des paramètres de la commande  $\theta_1$  et  $\theta_2$  en utilisant la théorie de stabilité de Lyapunov. Quelle est la différence avec les régles d'adaptation de la règle MIT?
- 2. Implementer cette commande en choisissant:

$$a = 1$$
 ;  $b = 0.5$ 

$$a_m = b_m = 2 \quad ; \quad \gamma = 1$$

On choisira comme signal de référence un signal carré d'amplitude maximale 1 et minimale -1 et de période égale à 20 s.

- 3. Étudier l'influence du paramètre en prenant des valeurs inférieures et supérieures à 1. Conclure.
- 4. Visualiser la variation de la commande en fonction de  $\gamma$ . Conclure.
- 5. Comparer les résultats obtenus avec ceux de l'approche MIT.

### Partie II : Commande adaptative par adaptation de gain en boucle ouverte par approche de Lyapunov

Soit le système commandé en boucle ouverte par adaptation de gain d'un système décrit par une fonction de transfert kG(s), k étant une constante réelle inconnue et G(s) une fonction de transfert connue. On souhaite réaliser la poursuite d'un modèle de référence donné par

$$G_m(s) = k_0 G(s)$$

En utilisant un gain  $\theta$  en boucle ouverte tel que

$$u(t) = \theta y_c(t)$$

- 1. Rappeler la règle d'adaptation du paramètre  $\theta$  en utilisant la règle du MIT.
- 2. En se basant sur une forme d'état, proposer une loi de commande adaptative en utilisant la théorie de la stabilité de Lyapunov. Quelle est la différence avec l'approche MIT?
- 3. Implémenter l'algorithme de commande adaptative avec les données suivantes :

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$
 ;  $k = 1$  ;  $k_0 = 2$ .  
 $y_c(t) = \sin(t)$  ;  $\gamma = 1$ 

4. Faire varier le gain  $\gamma$  et étudier son influence sur la convergence du paramètre et de l'erreur de poursuite.

#### Travail à Remettre

#### 3.0.1 Partie électronique

- 1. Mettre tout les fichiers dans un répertoire portant les noms du monôme (ou binôme) et le compresser.
- 2. Envoyer le fichier compressé par e-mail à l'adresse b\_boukhezzar@hotmail.com en précisant dans le contenu du mail les noms, prénom, groupe et numéro de TP.
- 3. Tous les programmes doivent êtres fonctionnels à leur remise.

#### 3.0.2 Compte-rendu

- 1. Répondre aux questions posées.
- 2. Joindre les graphes et les résultats de simulation.

3. Une partie importante de la note sera accordée à l'analyse des résultats et aux commentaires. Il est toujours demandé d'analyser et de commenter vos résultats même si ce n'est pas explicitement mentionné dans la question.

### Commande STR d'un servomoteur

#### Objectifs du TP

– Démarche de synthèses de correcteurs auto-ajustables numériques.

## Poursuite de modèle de référence avec compensation des zéros

Soit le système du premier ordre avec intégrateur

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \tag{4.1}$$

Il s'agit du modèle normalisé (en pu) d'un moteur à courant continu. On souhaite synthétiser un correcteur STR en simplifiant tous les zéros du système

1. Calculer la transmittance échantillonnée

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 z + b_1}{z^2 + a_1 z + a_2}$$
(4.2)

pour une période d'échantillonnage  $T_e = 0.5 \,\mathrm{s}$ ,

- 2. Déduire les degrés des polynômes A(q) et B(q),
- 3. Calculer les poles et les zéros du système échantillonné,
- 4. Choisir le modèle de référence

$$H_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} = \frac{b_{m0}z}{z^2 + a_{m1}z + a_{m2}}$$
(4.3)

pour avoir un gain statique unitaire, un amortissement  $\xi = 0.7$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 1 \, rad. s^{-1}$ ,

- 5. Est-ce que le modèle de référence vérifie les conditions de compatibilité? Justifier.
- 6. Factoriser le polynôme B(q) comme

$$B(q) = B^{+}(q) \cdot B^{-}(q). \tag{4.4}$$

avec  $B^+(q)$  un polynôme ayant les mêmes zéros que le processus,

- 7. Quels sont les degrés des polynômes R, S et T,
- 8. Quel est l'expression du polynôme R',
- 9. Faire un choix pour le polynôme  $A_0$ ,
- 10. Écrire l'équation simplifiée de Bézout et la résoudre,
- 11. Déduire le polynôme R et S,
- 12. Donner le polynôme  $B'_m$  puis le polynôme T,
- 13. Implementer les correcteur sous Simulink et vérifier le fonctionnement du correcteur. Utiliser le bloc discret filter.

# Poursuite de modèle de référence sans compensation des zéros

On reprend le même modèle échantillonné de la partie précédente. Le modèle de référence est donné par

$$H_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} = \frac{b_{m0}z + b_{m1}}{z^2 + a_{m1}z + a_{m2}}$$
(4.5)

On souhaite maintenant n'éliminer aucun zéro du processus

1. Factoriser le polynôme B(q) comme

$$B(q) = B^{+}(q) \cdot B^{-}(q). \tag{4.6}$$

avec  $B^+(q) = 1$ ,

- 2. Calculer l'expression du modèle de référence pour avoir un gain statique unitaire,
- 3. Après avoir déterminer les degrés de R et S, écrire l'équation de Bézout et la résoudre,
- 4. Calcule le polynôme  $A_0$  et le polynôme T,
- 5. Implementer les correcteur sous Simulink et vérifier le fonctionnement du correcteur. Utiliser le bloc discret filter.

# Commande Prédictive par Approche d'État

#### Objectifs du TP

- Mettre en œuvre la commande prédictive selon une approche d'état.
- Mettre en œuvre du principe de l'horizon glissant.
- Caractériser et choisir les paramètres de réglage de cette commande.

#### Partie I: Commande prédictive Généralisée

On considère le système du premier ordre décrit pat l'équation d'état suivante :

$$x_m(k+1) = ax_m(k) + bu(k)$$
  
 $y(k) = x_m(k)$  (5.1)

avec a = 0.8 et b = 0.1.

- 1. Ecrire un programme Matlab qui crée un modèle d'état pour ce système et déduit le modèle augmenté ayant pour vecteur d'état  $x(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_m(k)^T & y(k) \end{bmatrix}^T$  et comme entrée  $\Delta u(k)$  et comme sortie y(k).
- 2. En choisissant comme horizon de prédiction  $N_p = 10$  et horizon de commande  $N_c = 4$ , calculer la séquence de commandes optimales  $\Delta U$  en partant de l'instant k = 10 avec  $x(k) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}^T$ , r(k) = 1 et pour  $r_w = 0$  puis  $r_w = 10$ . Implémentez cette commande sous Simulink et comparer les résultats. Refaire la simulation pour  $N_c = 9$  avec les deux valeurs de  $r_w$

#### Partie II : Commande à Horizon Fuyant

Le principe de la commande prédictive à horizon fuyant consiste à calculer la séquence d'incréments de commande  $\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) & \Delta u(k+1) & \Delta u(k+2) & \dots & \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}^T$  qui minimise un critère donné mais à n'appliquer que la première composante  $\Delta u(k)$  de cette séquence.

A la prochaine période d'échantillonnage, les mesures récentes sont prises en considération pour former le vecteur d'état x(k+1) pour le calcul de la nouvelle séquence

de commandes. Cette opération est répétée en temps réelle à chaque nouvelle période d'échantillonnage pour donner la commande à horizon glissant.

1. Montrer qu'à partir de la séquence de commandes optimales

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T (R_s - Fx(k))$$
(5.2)

le premier élément de cette séquence s'écrit

$$\Delta u(k) = [10...0] (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} (\Phi^T \bar{R}_s r(k) - \Phi^T F x(k))$$
  
=  $K_y r(k) - K_{mpc} x(k)$ 

avec  $K_y$  le premier élément de  $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{R}_s$  et  $K_{mpc}$  la première colonne de  $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T F$ .

2. Montrer que l'équation d'état augmentée en considérant comme commande l'expression précédent s'écrit sous la forme suivante

$$x(k+1) = (A - BK_{mpc})x(k) + BK_{\nu}r(k). \tag{5.3}$$

3. Implémenter la commande prédictive à horizon glissant sur le système suivant

$$x_m(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_m(k) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$
  

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_m(k)$$
(5.4)

pour  $N_c = 4$  et  $N_p = 20$ .