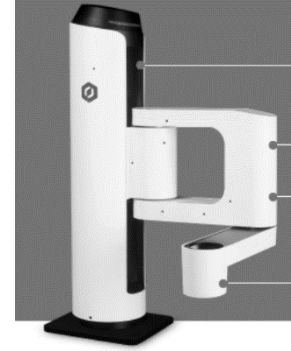
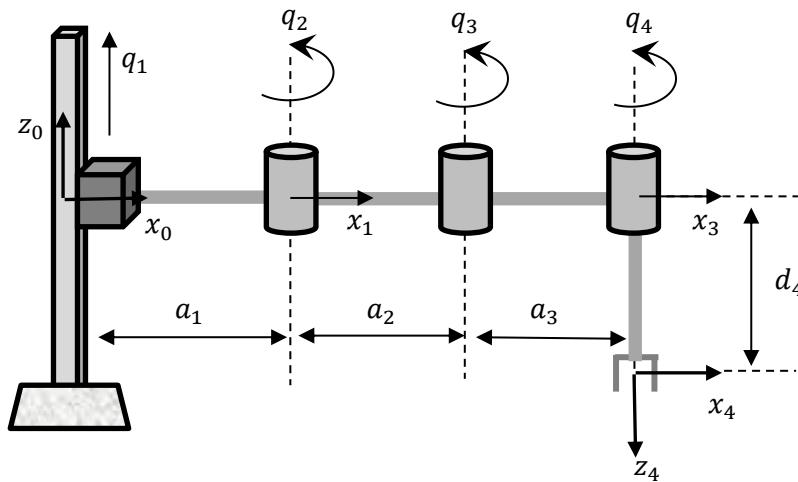


## Contrôle : Modélisation et commande des robots de manipulation

Durée : 2H00

**Exercice 1 :** Soit le robot PRRR suivant représenté dans sa position de référence où le vecteur des variables articulaire est nul  $[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ .



1. Rajouter les repères manquants sur la figure en respectant la convention de DH.
2. Remplir la table de DH.
3. Donner l'expression des matrices de transformation  $T_0^1, T_1^2, T_2^3, T_3^4$ , et en déduire le modèle géométrique direct du robot.
4. Vérifier la validité du modèle géométrique sur ces deux cas particuliers :
  - a.  $[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
  - b.  $[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [0 \ \pi/2 \ 0 \ 0]^T$
5. Soit  $V_4^0$  le vecteur des vitesses linéaires de l'extrémité de l'effecteur par rapport au repère de référence  $R_0$  et  $\omega$  la vitesse de rotation de l'effecteur autour de l'axe  $Z_0$ .
  - Calculer le Jacobien  $J$  sachant que :

$$\begin{bmatrix} V_{4,x}^0 \\ V_{4,y}^0 \\ V_{4,z}^0 \\ \omega \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix}$$

- Vérifier la validité du Jacobien (modèle cinématique) pour le cas  $[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ .

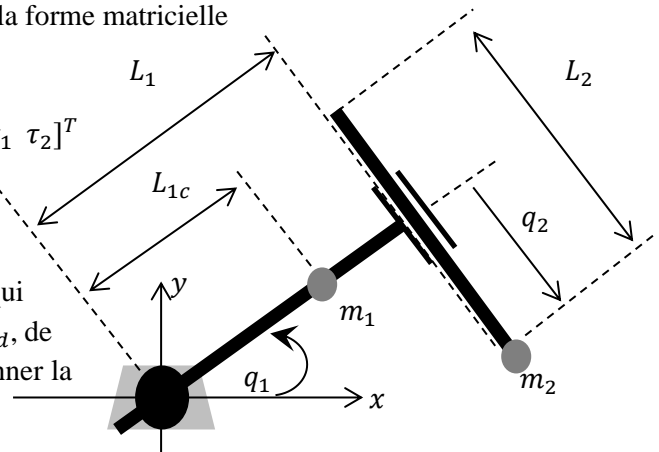
**Exercice 2 :** Soit le robot RP suivant.  $m_1$  et  $m_2$  sont les masses des segments  $l_1$  et  $l_2$  respectivement.

1. Calculer l'énergie cinétique du robot.
2. Calculer l'énergie potentielle du robot.
3. Calculer le modèle dynamique du robot et exprimer-le sous la forme matricielle suivante

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau$$

Avec  $q = [q_1 \ q_2]^T$  le vecteur des variables articulaires,  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$  les couples des moteurs montés sur les articulations,  $M(q)$  la matrice des masses,  $C(q, \dot{q})$  la matrice de Coriolis déterminée par les symboles de Christoffel,  $G(q)$  le vecteur de gravité.

4. Concevoir un contrôleur basé sur le modèle dynamique qui assure la poursuite des trajectoires de référence ; de position  $q_d$ , de vitesse  $\dot{q}_d$  et d'accélération  $\ddot{q}_d$  ; dans l'espace articulaire. Donner la représentation complète du système en boucle fermée.



**Bon courage**