

基于序列凸优化算法的飞行器轨迹规划

李臻¹, 许冰青², 李庆波¹, 鄢雄伟¹, 李博雅¹

(1. 上海机电工程研究所, 上海 201109; 2. 陆军驻上海地区军事代表室, 上海 201109)

摘要: 针对滑翔式飞行器在无动力滑翔段的多约束轨迹规划问题, 基于凸优化方法, 提出了一种快速求解算法。算法通过引入控制量导数建立了扩维状态模型, 基于分段高斯伪谱法得到了离散的优化问题形式, 依靠设计的3种目标罚函数加速了收敛求解过程。仿真结果表明, 该算法能在任意不满足约束的初值下, 快速收敛到原问题的一组可行解, 计算效率高于传统的高斯伪谱法。

关键词: 滑翔式飞行器; 非线性规划; 序列凸优化; 分段高斯伪谱法; 罚函数

中图分类号: TJ765; V448 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-4641(2021)04-0050-07

Gliding Vehicle Trajectory Planning Based on Sequential Convex Optimization Algorithm

LI Zhen¹, XU Bingqing², LI Qingbo¹, YAN Xiongwei¹, LI Boya¹

(1. Shanghai Electro-Mechanical Engineering Institute, Shanghai 201109, China;

2. Military Representative Office in Shanghai, Shanghai 201109, China)

Abstract: For the problem of multi-constrained trajectory planning of gliding vehicle in the unpowered glide phase, a set of fast solving algorithms is presented based on convex optimization method. The algorithm establishes an extended dimension state model by introducing control derivative, obtains discrete optimization problems based on piecewise Gaussian pseudo-spectral method, and accelerates the convergence solving process by relying on three designed target penalty functions. The simulation results show that the algorithm can quickly converge to a set of feasible solutions of the original problem at any initial value that does not satisfy the constraint, and the computational efficiency is higher than that of the traditional Gaussian pseudo-spectral method.

Keywords: gliding vehicle; nonlinear programming; sequential convex optimization; piecewise Gaussian pseudo-spectral method; penalty function

0 引言

助推滑翔式飞行器在飞行时, 长时间处于稠密大气层内, 热力学环境复杂恶劣, 为了保证弹载设备及机身结构正常, 飞行器必须满足热流、动压、过载等多方面的约束^[1-2]。在工程优化领域, 针对这类非线性规划问题, 一般基于直接法求解, 如序列二次规划等方法。例如, 黄鲁豫等^[3]基于序列二次规划方法研究了飞行器复合控制技术; 李征等^[4]基于序列二次规划解决了伪谱法转换后的无人机集群规划问题; Cui等^[5]利

用高斯伪谱法求解了基于线性协方差的弹道优化方法, 解决火星再入问题。然而, 这类方法在使用中常存在初值敏感、收敛较慢的问题。

近年来, 凸优化方法以其独特的理论优势逐渐受到青睐。对于一个凸问题而言, 基本性质明确了其得到的局部最优解即为全局最优解, 算法解集的最优性得到了保证^[6]。然而, 凸优化方法在一般非线性问题中的应用存在一定限制, 要求原问题保持凸性, 而一般的非线性问题具有高度的非凸性^[7]。为此, 需要将原非线性规划问题转化为一组近似的线性规划子

收稿日期: 2021-09-27; 修订日期: 2021-11-12

作者简介: 李臻(1996—), 男, 硕士, 助理工程师, 主要研究方向为制导控制、弹道规划。Email: lizhen.hit@foxmail.com

问题,通过迭代逐步逼近原问题的解,这一过程称为序列凸优化^[8]。本文以助推滑翔式飞行器为应用背景,设计了在序列凸优化算法下的非线性规划方法,具有初值不敏感性、快速收敛性。

1 规划问题与模型

在半速度系下,建立无量纲的飞行器动力学模型,可表达为^[9]

$$\begin{cases} \dot{r} = v \sin \gamma \\ \dot{\theta} = v \cos \gamma \sin \psi \cdot \frac{1}{r \cos \phi} \\ \dot{\phi} = \frac{1}{r} v \cos \gamma \cos \psi \\ \dot{v} = -D - \frac{1}{r^2} \sin \gamma + \\ \quad \omega^2 r \cos \phi (\sin \gamma \cos \phi - \cos \gamma \sin \phi \cos \psi) \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{v} L \cos \sigma + \frac{1}{vr} \left(v^2 - \frac{1}{r} \right) \cos \gamma + 2\omega \cos \phi \sin \psi + \\ \quad \frac{1}{v} \omega^2 r \cos \phi (\cos \gamma \cos \phi + \sin \gamma \sin \phi \cos \psi) \\ \dot{\psi} = \frac{1}{v \cos \gamma} L \sin \sigma + \frac{1}{r} v \cos \gamma \sin \psi \tan \phi - \\ \quad 2\omega (\tan \gamma \cos \psi \cos \phi - \sin \phi) + \\ \quad \frac{1}{v \cos \gamma} \omega^2 r \sin \phi \cos \phi \sin \psi \end{cases} \quad (1)$$

式中: r 为单位地心距; θ 、 ϕ 分别为经度和纬度; v 为单位速度; γ 、 ψ 分别为航迹角和航向角; α 、 σ 分别为攻角与倾侧角; ω 为地球自转速度; D 、 L 为归一化后阻力和升力。

式(1)是关于6个状态变量与2个控制变量的强非线性方程,本文通过文献[10]所述方法,设计新的控制变量来对运动方程进行解耦处理,将原控制量攻角、倾侧角引入状态量中,扩维状态为

$$x = [r; \theta; \phi; v; \gamma; \psi; \alpha; \sigma] \quad (2)$$

取攻角导数、倾侧角导数为新的控制变量 u ,新的扩维动力学方程可表达为

$$\dot{x} = f(x) = f_p(x) + B \cdot u + f_w(x) \quad (3)$$

式中:动力学列向量 $f_p(x) \in \mathbb{R}^8$;控制量系数阵 $B \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$;角速度相关列向量 $f_w(x) \in \mathbb{R}^8$ 。解耦后动力学模型中控制系数阵 B 为一常量,独立于状态参数。

飞行器规划问题中还存在一系列约束,如:①禁飞区约束,用 N_f 表示;②热流 \dot{Q} 、动压 q 、过载 n 过程约束;③控制系统性能约束;④初末值约束等常见过程

约束形式。可以记为

$$\begin{cases} N_f = f_1(\theta, \phi) = r_n^2 - [(\theta - \theta_n)^2 + (\phi - \phi_n)^2] \leq 0 \\ \dot{Q} = f_2(r, v) = k_Q \sqrt{\rho} v^{3.15} - \dot{Q}_{\max} \leq 0 \\ q = f_3(r, v) = 0.5 \rho v^2 - q_{\max} \leq 0 \\ n = f_4(r, v, \alpha) = \sqrt{L^2 + D^2} - n_{\max} \leq 0 \\ x \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad |u| \leq u_{\max} \\ x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f \end{cases} \quad (4)$$

式中: r_n 、 θ_n 、 ϕ_n 为禁飞区的半径、中心点经纬度; ρ 为大气密度; \dot{Q}_{\max} 、 q_{\max} 、 n_{\max} 分别为热流、动压、过载的约束极值; u_{\max} 为控制的约束极值; x_f 为末状态。

基于上述分析,轨迹优化问题可以表述为:确定容许控制 $u(t) \in \mathbb{R}^2$ 以及容许状态 $x(t) \in \mathbb{R}^8$,使得由一个微分方程组(式(3))确定的系统,从给定的初始状态过渡到给定的终端状态,在满足规定约束(式(4))的同时,使性能指标函数 J 达到最小。轨迹优化问题P1的数学形式可表达为

Problem 1:

$$\begin{aligned} \min_{x, u} \quad & J \\ \text{s.t.} \quad & \text{eqs. (3), (4)} \end{aligned}$$

2 参数化方法

轨迹优化问题P1具有连续非线性非凸的形式,本文采用分段高斯伪谱法,将上述非凸问题离散。将原问题时域均分为 N 个区间,每段区间上选择 N_1 个高斯点。原动力学方程在每段区间上可以离散为式(5)所示形式,其推导参见文献[11]。

$$\sum_{k=0}^{N_1} D_{jk} x(\tau_k) - \frac{t_{i+1} - t_i}{2} f(x(\tau_j), u(\tau_j)) = 0 \quad (5)$$

式中: τ 为 $[-1, 1]$ 区间上的时间变量; t_i 为第 i 段区间的时间起点;由 D_{jk} 构成的系数矩阵称为微分近似阵, $j = 1, \dots, N_1$, $k = 0, \dots, N_1$, 可用 D 来表示, $D \in \mathbb{R}^{N_1 \times (N_1+1)}$ 。 D_{jk} 的形式为

$$D_{jk} = \dot{L}_k(\tau_j) = \sum_{l=0, l \neq k}^{N_1} \frac{\prod_{i=0, i \neq k, l}^{N_1} (\tau_j - \tau_i)}{\prod_{i=0, i \neq k}^{N_1} (\tau_k - \tau_i)} \quad (6)$$

式(5)对应的是一个区间段上的微分等式约束,而该问题在全区间段 $[t_0, t_f]$ 上共分为了 N 段,因此在整个规划问题中需要同时考虑这 N 个微分等式约束。为简化表达,以式(7)代表这一系列的等式约束。

$$2D \cdot x(\tau) - \Delta t \cdot f(x(\tau), u(\tau)) = 0 \quad (7)$$

高斯伪谱法下系统微分方程只在高斯点处进行了离散近似,对于区间端点还需利用高斯求积公式约束,用 $x(\tau_{N_1+1})$ 、 $x(\tau_0)$ 表示 $[t_i, t_{i+1}]$ 区间端点状态

$$x(\tau_{N_1+1}) = x(\tau_0) + \frac{1}{2} \Delta t \cdot \sum_{j=1}^{N_1} w_j f(x(\tau_j), u(\tau_j)) \quad (8)$$

式中: w_j 为每一节点处的高斯权重,可表达为

$$w_j = \int_{-1}^1 \prod_{k=1, k \neq j}^{N_1} \frac{\tau - \tau_k}{\tau_j - \tau_k} dt \quad (9)$$

同样,在全区间上需考虑 N 次端点约束,采用相同方式,式(8)简记为

$$2x_1 - 2x_{-1} - \Delta t \cdot w \cdot f(x(\tau), u(\tau)) = 0 \quad (10)$$

新的非线性规划问题P2形式为

Problem 2:

$$\begin{aligned} \min_{x, u} \quad & J \\ \text{s.t.} \quad & \text{eqs. (4), (7), (10)} \end{aligned}$$

3 约束转化

对于扩维动力学方程(式(3)),以 x^* 表示上一步子问题解,一阶线性展开后新的动力学方程可表达为

$$\dot{x} = f(x) \approx f_p(x^*) + A(x^*)(x - x^*) + B \cdot u + f_w(x^*) \quad (11)$$

式中: $A(x^*)$ 为动力学项 $f_p(x)$ 的偏导系数阵。

Problem 3: $\min_{x, u} J$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & 2D \cdot x - \Delta t \cdot (f_p^* + A^* \cdot \Delta x + B \cdot u + f_w^*) = 0 \\ & 2(x_1 - x_{-1}) - \Delta t \cdot w \cdot (f_p^* + A^* \cdot \Delta x + B \cdot u + f_w^*) = 0 \\ & f_1^* + f_1'(\theta^*, \phi^*) \cdot [\theta - \theta^*; \phi - \phi^*] \leq 0 \\ & f_i^* + f_i'(r^*, v^*) \cdot [r - r^*; v - v^*] \leq 0, \quad i = 2, 3 \\ & f_4^* + f_4'(r^*, v^*, \alpha^*) \cdot f_4'(r^*, v^*, \alpha^*) \cdot [r - r^*; v - v^*; \alpha - \alpha^*] \leq 0 \\ & x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f \\ & x \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad |u| \leq u_{\max}, \quad |x - x^*| \leq \delta_x \\ & \Delta v \leq 0, \quad \Delta r \leq 0, \quad \delta_\gamma \leq \gamma \leq 0 \end{aligned}$$

4 带罚函数的序列凸优化算法

在一般性初值下,直接迭代求解问题P3是不可行的^[12]。为了使算法具有初值不敏感性,并能以较快速度收敛到可行解。本文给出一种带罚函数的序列凸优化算法。设计如下:

1) 第一步,在原问题P3中对所有转化后的非线性约束项引入松弛变量 ξ 与 ζ ,并放弃置信域约束,该

动力学方程中未展开地球自转项,原因在于该项在动力学方程中量级较小,近似处理不会产生较大误差。

采用相似的方式处理式(4)中的禁飞区约束、热流约束、动压约束、过载约束,形式为

$$\begin{cases} N_f \approx f_1(\theta^*, \phi^*) + f_1'(\theta^*, \phi^*) \cdot [\theta - \theta^*; \phi - \phi^*] \leq 0 \\ f_i(r, v) \approx f_i(r^*, v^*) + f_i'(r^*, v^*) \cdot [r - r^*; v - v^*], \quad i = 2, 3 \\ f_4(r, v, \alpha) \approx f_4(r^*, v^*, \alpha^*) + f_4'(r^*, v^*, \alpha^*) \cdot [r - r^*; v - v^*; \alpha - \alpha^*] \end{cases} \quad (12)$$

线性化只有在基准值附近才能保证近似精度,因此需要在原问题中附加一个置信域约束

$$|x - x^*| \leq \delta_x \quad (13)$$

式中: δ_x 表示各归一化后状态量的极限偏差取值范围。

该问题中还存在以下约束:①对无动力滑翔飞行器而言,飞行过程伴随着能量耗散,因而速度曲线呈现出递减的趋势,满足 $\Delta v \leq 0$;②飞行器作平衡滑翔飞行,满足 $\delta_\gamma \leq \gamma \leq 0$;③飞行器高度会一直下降,满足 $\Delta r \leq 0$ 。

至此,已完成了对问题P2中所有非线性约束的转化,非线性规划问题已经转化为有限维的线性规划问题P3。

部分目标函数设置为式(14)所述形式,式中 c_1 、 c_2 、 p 为各项的常系数。

$$J_1 = c_1 \cdot (\xi_1^k)^T \xi_1^k + c_2 \cdot (\xi_2^k)^T \xi_2^k + p \cdot \sum_i |\zeta_i^k| \quad (14)$$

以第 $(k-1)$ 次迭代值为基准,第 k 次迭代求解子问题SP1。子问题中用 $(\cdot)^{k-1}$ 的形式代替前文 $(\cdot)^*$,作为展开基值。 $(\cdot)^k$ 元素为第 k 次迭代时待规划量。

SP1: $\min J_1$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & 2D \cdot x^k - \Delta t \cdot (f_p^{k-1} + A^{k-1} \cdot (x^k - x^{k-1}) + B \cdot u^k + f_w^{k-1}) = \xi_1^k \\ & 2(x_1^k - x_{-1}^k) - \Delta t \cdot w \cdot (f_p^{k-1} + A^{k-1} \cdot (x^k - x^{k-1}) + B \cdot u^k + f_w^{k-1}) = \xi_2^k \\ & f_1^k + f_1'(\theta^{k-1}, \phi^{k-1}) \cdot [\theta^k - \theta^{k-1}; \phi^k - \phi^{k-1}] \leq \zeta_1^k, \quad \zeta_1^k \geq 0 \\ & f_i^k + f_i'(r^{k-1}, v^{k-1}) \cdot [r^k - r^{k-1}; v^k - v^{k-1}] \leq \zeta_i^k, \quad \zeta_i^k \geq 0, i=2,3 \\ & f_4^k + f_4'(r^{k-1}, v^{k-1}, \alpha^{k-1}) \cdot [r^k - r^{k-1}; v^k - v^{k-1}; \alpha^k - \alpha^{k-1}] \leq \zeta_4^k, \quad \zeta_4^k \geq 0 \\ & x^k(t_0) = x_0, \quad x^k(t_f) = x_f \\ & x^k \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad |u^k| \leq u_{\max}, \quad |x^k - x^{k-1}| \leq \delta_x \\ & \Delta v \leq 0, \quad \Delta r \leq 0, \delta_\gamma \leq \gamma \leq 0 \end{aligned}$$

式中: ξ_1^k, ξ_2^k 为微分等式约束对应的松弛变量; ζ_i^k 为不等式约束下的松弛变量。所有松弛变量趋于0时, 第一步规划子问题 SP1 与问题 P3 在约束上是相同的。该步目的在于, 在一个较差的初值下能寻找到合适可行域以初步满足约束条件。

由于子问题 SP1 中不等式约束比微分约束更容

易满足, 令 $e_0 = \sum_i |\zeta_i^k|$, 不等式约束判断条件为: 若 $e_0 < 10^{-5}$, 认为当前解在不等式约束上已经足够完备, 转入下一步规划。

2) 第二步, 舍弃不等式约束相应的松弛因子, 求解新的过渡子问题 SP2, 该部分目标函数设置为

$$J_2 = c_1 \cdot (\xi_1^k)^T \xi_1^k + c_2 \cdot (\xi_2^k)^T \xi_2^k \quad (15)$$

SP2: $\min J_2$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & 2D \cdot x^k - \Delta t \cdot (f_p^{k-1} + A^{k-1} \cdot (x^k - x^{k-1}) + B \cdot u^k + f_w^{k-1}) = \xi_1^k \\ & 2(x_1^k - x_{-1}^k) - \Delta t \cdot w \cdot (f_p^{k-1} + A^{k-1} \cdot (x^k - x^{k-1}) + B \cdot u^k + f_w^{k-1}) = \xi_2^k \\ & f_1^k + f_1'(\theta^k, \phi^k) \cdot [\theta^k - \theta^{k-1}; \phi^k - \phi^{k-1}] \leq 0 \\ & f_i^k + f_i'(r^k, v^k) \cdot [r^k - r^{k-1}; v^k - v^{k-1}] \leq 0, \quad i=2,3 \\ & f_4^k + f_4'(r^k, v^k, \alpha^k) \cdot [r^k - r^{k-1}; v^k - v^{k-1}; \alpha^k - \alpha^{k-1}] \leq 0 \\ & x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f \\ & x \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad |u| \leq u_{\max}, \\ & |x^k - x^{k-1}| \leq \delta_x \\ & \Delta v \leq 0, \quad \Delta r \leq 0, \delta_\gamma \leq \gamma \leq 0 \end{aligned}$$

该步规划采用严格不等式约束, 保留松弛微分约束, 加速寻找初值过程。

从第二步规划过渡到第三步规划时, 需考虑微分误差的求解情况。令 $\bar{e} = 0.5((\xi_1^k)^T \xi_1^k + (\xi_2^k)^T \xi_2^k)$, 微分约束判别条件为: 当 $\bar{e} \leq 10^{-8}$ 时, 认为当前解对应的子问题 SP2 与问题 P3 在约束意义上足够接近, 过渡到

SP3: $\min J_3$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & 2D \cdot x^k - \Delta t \cdot (f_p^{k-1} + A^{k-1} \cdot (x^k - x^{k-1}) + B \cdot u^k + f_w^{k-1}) = 0 \\ & 2(x_1^k - x_{-1}^k) - \Delta t \cdot w \cdot (f_p^{k-1} + A^{k-1} \cdot (x^k - x^{k-1}) + B \cdot u^k + f_w^{k-1}) = 0 \\ & f_1^k + f_1'(\theta^k, \phi^k) \cdot [\theta^k - \theta^{k-1}; \phi^k - \phi^{k-1}] \leq 0 \\ & f_i^k + f_i'(r^k, v^k) \cdot [r^k - r^{k-1}; v^k - v^{k-1}] \leq 0, \quad i=2,3 \\ & f_4^k + f_4'(r^k, v^k, \alpha^k) \cdot [r^k - r^{k-1}; v^k - v^{k-1}; \alpha^k - \alpha^{k-1}] \leq 0 \\ & x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f \\ & x \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad |u| \leq u_{\max}, \quad \delta_\gamma \leq \gamma \leq 0 \end{aligned}$$

下一步。

3) 第三步, 回归问题 P3, 子问题 SP3 目标函数重设为最小化置信域误差

$$J_3 = 0.5q \cdot (\Delta x_p^k)^T \Delta x_p^k \quad (16)$$

式中: q 为置信域系数; Δx_p^k 由 k 次迭代时原控制变量 $\Delta \alpha^k$ 与 $\Delta \sigma^k$ 构成。

求解子问题 SP3 时,若某一次计算结果使 $|\Delta x^k| \leq \epsilon$ 成立,则认为当前规划结果是满足原非线性规划问题 P1 的一组可行解。

带罚函数的序列凸优化算法流程如图 1 所示。

5 仿真实验

对于求解单个凸优化问题的过程,本文采用的是 SDTP3 工具包。在应用时,要求输入的所有等式约束是仿射的,所有的不等式约束是凸的,即只解决数学意义上满足凸性的问题。因此,在配合本文所设计算法的情况下,可以应用于非线性规划问题求解。

该部分设计了一个仿真算例来验证上述序列凸优化算法的可行性。某型飞行器启滑段状态参数固

定,根据飞行任务,要求在 1 500s 后抵达西南方向 1 500 km 外的固定目标点,飞行中途存在一个禁飞区。控制约束与路径约束见表 1。

表 1 控制约束与路径约束

Tab. 1 Control constraint and path constraint

控制约束	取值	路径约束	取值
攻角极值 $\alpha_{\max}/(^{\circ})$	20	热流极值 $\dot{Q}_{\max}/(\text{kW} \cdot \text{m}^2)$	800
攻角变化率极值 $\dot{\alpha}_{\max}/((^{\circ}) \cdot \text{s}^{-1})$	0.1	动压极值 q_{\max}/kPa	45
倾侧角极值 $\sigma_{\max}/(^{\circ})$	60	过载极值 n_{\max}/g	2.5
倾侧角变化率极值 $\dot{\sigma}_{\max}/((^{\circ}) \cdot \text{s}^{-1})$	2	平衡滑翔约束 $\delta_{\gamma}/(^{\circ})$	-0.8

算法中置信域约束与收敛条件取值为

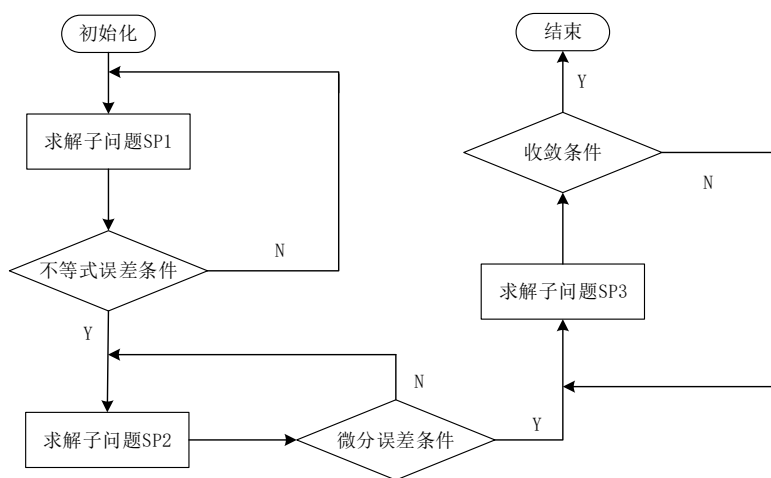


图 1 带罚函数的序列凸优化算法流程

Fig. 1 The flow of sequential convex optimization with penalty function

$$\delta_x = [\Delta r \quad \Delta \theta \quad \Delta \phi \quad \Delta v \quad \Delta \gamma \quad \Delta \psi \quad \Delta \alpha \quad \Delta \sigma] =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{10\,000}{R_0} & \frac{20\pi}{180} & \frac{20\pi}{180} & \frac{1\,000}{v_0} & \frac{20\pi}{180} & \frac{20\pi}{180} & \frac{20\pi}{180} & \frac{20\pi}{180} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon = [\Delta r \quad \Delta \theta \quad \Delta \phi \quad \Delta v \quad \Delta \gamma \quad \Delta \psi \quad \Delta \alpha \quad \Delta \sigma] =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{200}{R_0} & \frac{0.2\pi}{180} & \frac{0.2\pi}{180} & \frac{2}{v_0} & \frac{0.2\pi}{180} & \frac{0.2\pi}{180} & \frac{0.2\pi}{180} & \frac{0.2\pi}{180} \end{bmatrix}$$

松弛因子与置信域误差的常系数分别取 $c_1 = 100, c_2 = 200, p = 10, q = 0.2$ 。

为了更好展现本节算法的性能,将其与非线性规划领域已广泛应用的求解工具包 GPOPS-2 进行对比。在数值仿真阶段, GPOPS 软件与序列凸优化方法输入的原问题相同,为 P1 的形式。并且求解动力学模型均采用式(3)所述的扩维模型。伪谱法参数如表

2 所示。

表 2 伪谱法参数

Tab. 2 The parameters in the pseudo-spectral method

方法名称	配点数*/个	区间数/个	总离散点数/个
GPOPS	5	60	301
序列凸优化	4	60	301

注: *配点数差异是由于伪谱方法不同所造成的

仿真结果如图2~11所示。为体现算法的初值不敏感性,迭代的初值弹道直接按常值攻角、常值倾侧角的控制规律提供,不满足绝大部分约束条件。

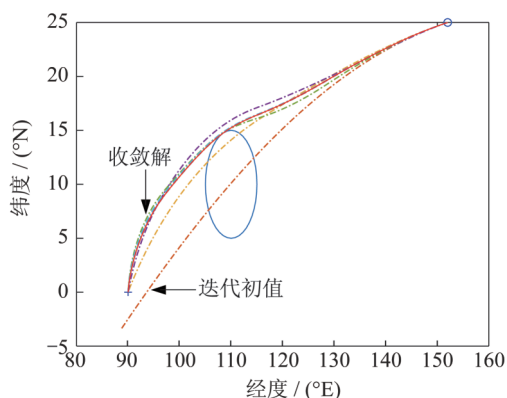


图2 迭代中水平面轨迹变化

Fig. 2 The trajectories during iteration

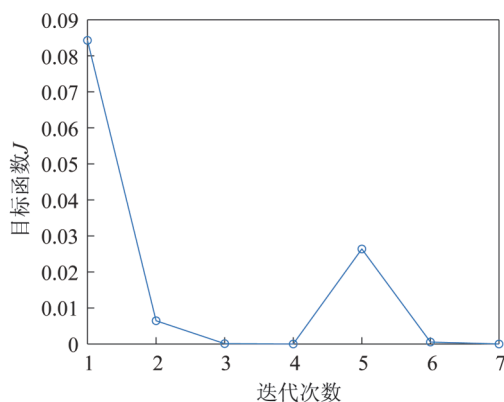


图3 迭代中目标函数值变化

Fig. 3 Objective function values during iteration

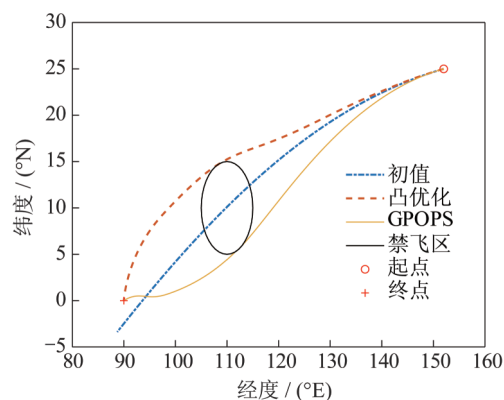


图4 两种规划水平面轨迹

Fig. 4 The horizontal trajectory using two methods

在该初值下,序列凸优化算法经过7次迭代运算解收敛,耗时142.2 s。迭代中每次运算的轨迹变化如图2所示,其中红色加粗实线段代表最后收敛的轨迹,初值轨迹则是图中最下方穿过禁飞区的那一条曲线。可以明显看出,求解过程中,解对应的轨迹不断向禁

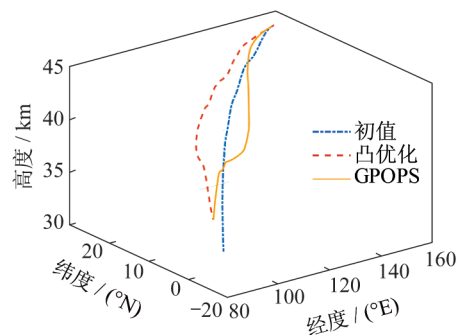


图5 两种规划空间轨迹

Fig. 5 The space trajectory using two methods

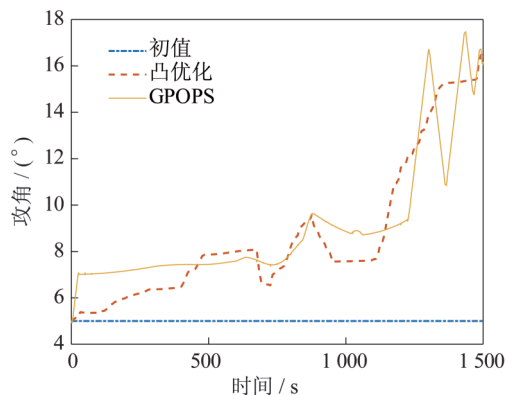


图6 两种规划攻角规律

Fig. 6 The profile of attack angle using two methods

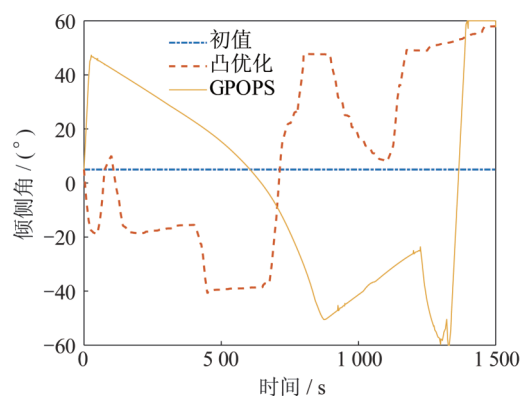


图7 两种规划倾侧角规律

Fig. 7 The profile of bank angle using two methods

飞区左侧挪动,最后收敛。运算中目标函数变化如图3所示,随迭代进行趋于0,因此最后得到的解是可信的。

两种优化方法下的可行解结果对比见图4~11,其中红色虚线代表凸优化仿真结果,蓝色点划线代表凸优化初值,黄色实线代表GPOPS方法仿真结果。

由于未额外约束可行解过程参数,因此从结果上看二者有差异,但均满足了所有约束要求。凸优化方

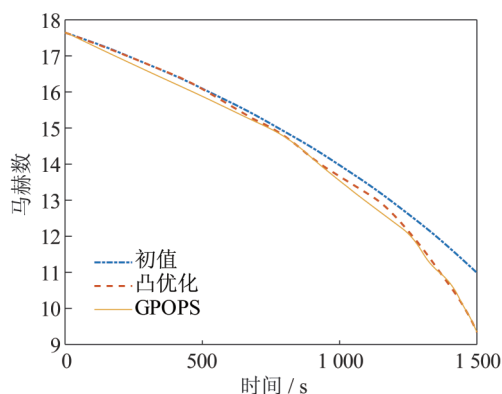


图8 两种规划速度变化

Fig. 8 The profile of velocity using two methods

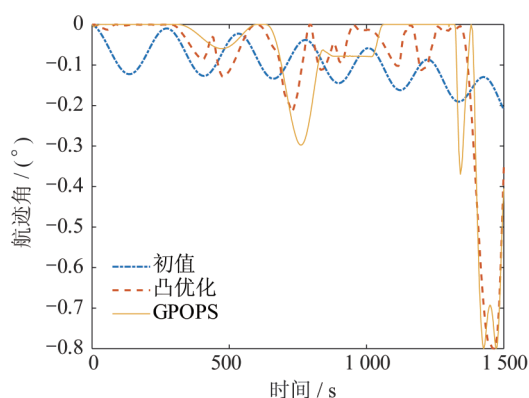


图9 两种规划航迹角变化

Fig. 9 The profile of flight path angle using two methods

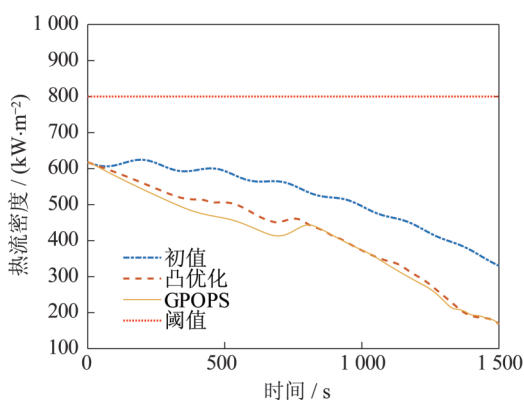


图10 两种规划热流密度变化

Fig. 10 The density of heat flow using two methods

法找到的可行解是从禁飞区左侧绕飞后抵达目标,而GPOPS方法的解是从禁飞区右侧绕飞后抵达目标,因此控制量规律也会产生相应变化。

总体而言,序列凸优化方法与GPOPS软件均找到了合适可行解,结果对比如表3所示。在相同仿真环境下,GPOPS方法经过了6次迭代,耗时465.5 s,慢于本文设计的序列凸优化算法的速度;求解精度为

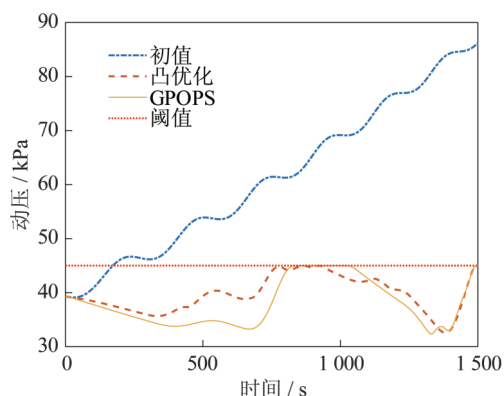


图11 两种规划动压变化

Fig. 11 The dynamic pressure using two methods

10^{-3} ,也不及本文设计的算法。

表3 方法结果对比

Tab. 3 Comparison of Results

方法名称	是否满足约束	迭代次数	CPU时间/s	容许误差
GPOPS	是	6	465.5	10^{-3}
序列凸优化	是	7	142.2	10^{-8}

6 结束语

本文以助推滑翔式飞行器在多约束条件下轨迹规划为应用背景,设计了针对一般非线性规划问题寻找可行解的序列凸优化算法。通过算例仿真,验证了设计算法可行性,能克服初值敏感并以较快速度收敛,满足多约束要求。

参考文献

- [1] 王彦广,李健全,李勇,等. 近空间飞行器的特点及其应用场景[J]. 航天器工程, 2007, 16(1): 50-57.
- [2] 王鹏飞,王光明,蒋坤,等. 临近空间高超声速飞行器发展及关键技术研究[J]. 飞航导弹, 2019(8): 22-28. [知网]
- [3] 黄鲁豫,徐胜利,张明环. 基于序列二次规划法的导弹鸭舵/尾舵复合控制技术研究[J]. 空天防御, 2019, 2(3): 38-43.
- [4] 李征,陈建伟,彭博. 基于伪谱法的无人机集群飞行路径规划[J]. 空天防御, 2021, 4(1): 52-59.
- [5] CUI P Y, ZHAO Z D, YU Z S, et al. Terminal altitude maximization for Mars entry considering uncertainties[J]. Acta Astronautica, 2018, 145: 446-455.
- [6] MAO Y Q, SZMUK M, ACIKMESE B. Successive convexification of non-convex optimal control problems and its convergence properties [C]//2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC). Las Vegas, NV. IEEE, 2016: 3636-3641.

(下转第79页)

4 结束语

本研究关注轨道角动量光束经过流场后发生的现象。使用相位光学元件对携带有轨道角动量的光束进行了有效的分筛测量,并利用自制的瑞利-贝纳尔流场生成装置,观察到了轨道角动量光束经过流场后其轨道角动量的变化。研究结果表明:当光束传播的路径上有流场产生时,会影响到光束的波前,从而使原始的轨道角动量模式退化,并向其他轨道角动量模式串扰。

参 考 文 献

- [1] 郜春宇. 自由空间光通信系统中OAM光束尺寸变换和检测技术研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2019.
- [2] 王超峰, 杨博, 程思航, 等. 大容量轨道角动量复用光通信[EB/OL]. (2018-09-03) [2020-09-25]. <http://www.paper.edu.cn/releasepaper/content/201809-3>.
- [3] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [4] OHTAKE Y, ANDO T, FUKUCHI N, et al. Universal generation of higher-order multiringed Laguerre-Gaussian beams by using a spatial light modulator[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(11): 1411.
- [5] MATSUMOTO N, ANDO T, INOUE T, et al. Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2008, 25(7): 1642.
- [6] RUFFATO G, MASSARI M, ROMANATO F. Generation of high-order Laguerre-Gaussian modes by means of spiral phase plates[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(17): 5094-5097.
- [7] 柯熙政, 谢炎辰, 张颖. 涡旋光束轨道角动量检测及其性能改善[J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 258-264.
- [8] HICKMANN J M, FONSECA E J S, SOARES W C, et al. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5): 053904.
- [9] CLARK T W, OFFER R F, FRANKE-ARNOLD S, et al. Comparison of beam generation techniques using a phase only spatial light modulator[J]. *Optics Express*, 2016, 24(6): 6249.
- [10] 宁川. 轨道角动量复用及其在大气湍流下的串扰分析[D]. 西安: 西安理工大学, 2018.
- [11] FRIED D L. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1965, 55(11): 1427-1435.
- [12] RODENBURG B, LAVERY M P, MALIK M, et al. Influence of atmospheric turbulence on states of light carrying orbital angular momentum[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(17): 3735-3737.
- [13] TYLER G A, BOYD R W. Influence of atmospheric turbulence on the propagation of quantum states of light carrying orbital angular momentum[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(2): 142-144.
- [14] LAVERY M P J, PEUNTINGER C, GUNTHER K, et al. Free-space propagation of high-dimensional structured optical fields in an urban environment[J]. *Science Advances*, 2017, 3(10): e1700552. DOI:10.1126/sciadv.1700552.
- [15] 吴振森, 韦宏艳, 杨瑞科, 等. 关于斜程湍流大气中激光波束闪烁指数研究的综述[J]. *大气与环境光学学报*, 2007, 2(5): 321-330.
- [16] DAVIDSON N, FRIESEM A A, HASMAN E. Optical coordinate transformations[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(8): 1067-1073.
- [7] LIU X F, LU P. Solving nonconvex optimal control problems by convex optimization[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(3): 750-765.
- [8] LIU X F, SHEN Z J, LU P. Solving the maximum-crossrange problem via successive second-order cone programming with a line search[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 47: 10-20.
- [9] LIANG Z X, LI Q D, REN Z, et al. Optimal bank reversal for high-lifting reentry vehicles [C]//53rd IEEE Conference on Decision and Control. Los Angeles, CA. IEEE, 2014: 965-969.
- [10] WANG Z B, GRANT M J. Constrained trajectory optimization for planetary entry via sequential convex programming [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(10): 2603-2615.
- [11] 周亮, 王昊宇, 尚海滨, 等. 基于高斯伪谱法的天基再入飞行器滑翔轨迹优化设计研究[J]. *空天防御*, 2020, 3(3): 89-95.
- [12] CHEN Y F, CUTLER M, HOW J P. Decoupled multiagent path planning via incremental sequential convex programming[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Seattle, WA. IEEE, 2015: 5954-5961.

(上接第56页)