# 改进Prim算法在无人机巡航系统中的应用

**摘要**：无人机（Unmanned Aerial Vehicle，UAV）是一种具备自主飞行和独立执行任务能力的新型作战平台，能够执行军事侦察、监视、搜索、目标指向等任务。使用无人机对指定的多目标点执行侦察任务时，为保证无人机的巡航时间最少，就需要为无人机侦察任务拟制最佳的巡航路线。将无人机执行任务的航迹代价模型转化为受约束的最小生成树问题，采用改进后的普里姆（Prim）算法实现航迹规划。在规划巡航路径之前需要将指定点的坐标进行转换，将大地坐标系下的目标点坐标A（L,B,H）（经度、纬度、高度）转换为空间直角坐标系下的坐标A（X,Y,Z），求出各目标点间的权值矩阵，然后利用改进的普里姆算法进行航迹规划，得到目标点的最优巡航次序。通过GPS模块得到飞行器自身的坐标，利用PID（Proportion Integration Differentiation）算法控制飞行器使其按照目标点的指定次序进行巡航。将上述算法内嵌入飞行器中，使飞行器能够自主规划飞行路线并完成无人机对指定的多目标点的巡航任务。

**关键词**：无人机；路径优化；Prim算法；坐标转换； PID算法

**Application of Improved Prim Algorithm in Unmanned Aerial Vehicle Cruise System**

**Abstract:** Unmanned Aerial Vehicle (UAV) is a kind of new combat platform with the capability of autonomous flight and independent execution. It can perform tasks such as military reconnaissance, surveillance, search and target pointing. When performing unmanned aerial reconnaissance missions on a specified multi-target point, the optimal cruise route for UAV reconnaissance missions is created to ensure that the cruise time of the UAV is minimal. The trajectory cost model is transformed into the constrained minimum spanning tree problem, and the improved Prim algorithm is used to realize the trajectory planning. Coordinates A (L, B, H) (longitude, latitude, altitude) in the coordinate system of the earth coordinate system are transformed into coordinate A (X (X, B, H)) in the space rectangular coordinate system before the cruise path is planned. , Y, Z), and then projected onto the two-dimensional space, and then used to improve the Preim algorithm for flight path planning. The algorithm used in the above process is embedded in the aircraft so that the aircraft can complete the reconnaissance task by self-planning the flight route. The aircraft's flight control adopts the classical PID (Proportion Integration Differentiation) control algorithm. The accelerometer and the three-axis gyro sensor are used to acquire the acceleration of the three axes of the aircraft and the rotational angular velocity along the three axes. Using the collected sensors Data, the three attitude variables of the aircraft are taken as the control variables of the PID algorithm and output to the actuator of the aircraft through the PID operation to realize the flight control of the aircraft and finally complete the UAV Cruise mission with multi - target points.

**Key words:** UAV; path optimization; Primus algorithm; attitude angle solution; PID algorithm

## 1引 言

随着科技的不断发展，无人机的应用领域越来越多，执行侦察任务是无人机一个重要的应用。一个好的巡航路线不仅能够减少执行任务的成本，而且还能降低执行任务的风险。无人机航迹规划可分为静态规划和动态规划[[[1]](#endnote-2)]，静态规划是指无人机起飞之前就已经制定好其巡航路线了，动态规划是指在巡航的过程中根据需要动态的修改路线。动态规划是以静态规划为基础的，因此静态规划问题是本文的一个主要研究内容。

在航迹规划问题中，常用的规划算法有A-Star搜索算法[[[2]](#endnote-3)]、遗传算法[[[3]](#endnote-4)]、动态规划[[[4]](#endnote-5)]、Dijkstra算法[[[5]](#endnote-6)]、粒子群算法[[[6]](#endnote-7)]等。A-Star算法通过比较当前路径栅格的8个邻居的启发式函数值F来逐步确定下一个路径栅格，当存在多个最小值时A\*算法不能保证搜索的路径最优。遗传算法在适应度函数选择不当的情况下有可能收敛于局部最优，而不能达到全局最优。本文所提到的无人机路径优化算法是以Prim算法为原型的，Prim算法本身是一种构造最小生成树的算法，它是按逐个将顶点连通的方式来构造最小生成树的，解决的是最优路径问题。本文提出了一种改进Prim算法的路径优化算法，该算法的时间复杂度较低，计算简单，易于实现，并且通过大量实验数据的验证，该算法所得到的解和遍历所有解后得到的全局最优解保持一致。

实际中最常见且最容易得到的是以经纬度表示的大地坐标系下的目标点坐标数据，所以系统的输入数据为各个指定点在大地坐标系下的坐标A（L,B,H），也即用经纬度和高度表示的坐标[7]，所以当数据进入系统之后，必须先对各个坐标点数据进行转换，将其转换到空间直角坐标系下的坐标值A（X,Y,Z）。由空间直角坐标系下的坐标值能得到所有点间的距离权值矩阵

飞行器飞行控制采用的是经典的PID控制算法，通过加速度计和三轴陀螺仪传感器获取飞行器的加速度值和旋转角速度，对数据进行三维姿态解算，得到其仰角pitch，横滚角roll和偏航角yaw。这三个姿态角变量作为PID算法的控制变量，经过运算后将结果输出到飞行器的执行器上，从而来实现飞行器的平衡控制。用GPS模块可以获取飞行器自身坐标，通过PID算法控制飞行器，使其按路径规划后的巡航次序对目标点进行巡航，最终实现无人机自主规划侦查路径并完成侦查任务。

## 2 Prim算法

普里姆算法是一种构造图的最小生成树的算法，它是按逐个将顶点连通的方式来构造最小生成树的[8]。普里姆算法的基本思想描述如下：

从连通图G=（V,{E}）中的某一顶点u0出发，选择与它关联的具有最小权值的边(u0,v)，将其顶点加入到生成树的顶点集合U中。以后每一步从一个顶点在U中，而另一个顶点不在U中的各条边中选择权值最小的边(u,v)，把该边加入到最小生成树的边集TE中，把它的顶点加入到集合U中。如此重复执行，直到网络中的所有顶点都加入到生成树顶点集合U中为止[9]。

对于具有n个顶点的无向连通带权图G=（V,{E}）,在产生的包含n-1条边且各个顶点相互连通的众多生成树中，找到一颗各边权值之和最小的树的过程，即为构造最小生成树的过程[10]。应用Prim算法构造最小生成树的过程如图1所示:



图1 普里姆算法构造最小生成树的过程

其中V1-V6为各个目标点，两目标点之间的数字为两个目标点之间的权值。图（a）为连通网络G, 图（b）至图（f）为构造最小生成树的过程图示。构造最小生成树的步骤如下：

*Step*1：初始化：；

*Step*2：对于任意的所构成的边C:\Users\hupo\Desktop\无人机\mathtype\7.wmf,找一条权重最小的边

C:\Users\hupo\Desktop\无人机\mathtype\8.wmf，并将其加入到,同时将加入到；

*Step*3：假如，则转Step4，否则转到Step2；

*Step*4：因此，在生成树中，一定具有条边构成边的集合，则为连通图的最小生成树。

## 3 改进Prim算法

针对本文所涉及到的无人机航迹规划问题[11,12]，有两个方面的内容需要改进。其一，由前面所讲述的Prim算法可知，初始点选取的不确定性将导致利用Prim算法搜索得到的生成树不是唯一的。而实际中我们想要得到的生成树是唯一最优的。因此必须对Prim算法进行一定的改进，设置必要的搜索起点，搜索限定条件和搜索顺序，把原来不确定的过程变为一个确定的过程，同时保留Prim算法的优点[10]。其二，虽然可以直接用最小生成树的路径来构造无人机的巡航路线，但是实际中希望无人机的巡航路经是一条非往复的路线，而最小生成树形成的是一颗树，则必将导致某些边关联顶点的度大于2，这就会形成往复式路径，增加了巡航代价。对这两个方面的改进需求，将改进后的算法描述如下：

*Step*1：遍历所有边，找到权值最小的边(,)，将该边所关联的两个顶点,加入

已找到的顶点集U中，U={,}(, V)，TE={(,)}；

*Step*2：以集合U={,}中顶点，为搜索起点，用Prim算法求出最小生成树T。

*Step*3：在最小生成树T中，寻找度大于2的顶点，只保留与该点相连的权值最小的两个边，删除与该点相连的其余边，使该顶点的度为。

*Step*4：在度小于2的所有顶点相连的边中找到权值最小的边，将这个边加入已找到边的集合U之前检验该边的加入是否会产生回路，若集合中产生了回路，则舍去该边，继续寻找除该边外下一个权值最小的边，否则执行步骤5。

*Step*5：将该边加入已找到的边的集合中。如果此时边的数小于n-1(n为顶点数)，继续执行步骤4。若此时边的数等于n-1,则完成了最短路径的规划。

下面以10个目标点为例进行说明，目标点在平面直角坐标系下的坐标如表1所示。

表1 目标点坐标

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| （42,83） | （85,104） | （96,78） | （73,47） | （52,72） |
|  |  |  |  |  |
| （69,70） | （40,23） | （105,38） | （55,103） | （70,21） |

由表1所示十个点计算出任意两个目标点之间的权值矩阵，也即目标点之间的距离矩阵，如表2所示。

表2 目标点间的权值矩阵

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0.00 | 47.85 | 54.23 | 47.51 | 14.87 | 29.97 | 60.03 | 77.42 | 23.85 | 68.03 |
|  | 47.85 | 0.00 | 28.23 | 58.25 | 45.97 | 37.58 | 92.66 | 68.96 | 30.02 | 84.34 |
|  | 54.23 | 28.23 | 0.00 | 38.60 | 44.41 | 28.16 | 78.49 | 41.00 | 48.02 | 62.65 |
|  | 47.51 | 58.25 | 38.60 | 0.00 | 32.65 | 23.35 | 40.80 | 33.24 | 58.82 | 26.17 |
|  | 14.87 | 45.97 | 44.41 | 32.65 | 0.00 | 17.12 | 50.45 | 62.97 | 31.14 | 54.08 |
|  | 29.97 | 37.58 | 28.16 | 23.35 | 17.12 | 0.00 | 55.23 | 48.17 | 35.85 | 49.01 |
|  | 60.03 | 92.66 | 78.49 | 40.80 | 50.45 | 55.23 | 0.00 | 66.71 | 81.39 | 30.07 |
|  | 77.42 | 68.96 | 41.00 | 33.24 | 62.97 | 48.17 | 66.71 | 0.00 | 82.01 | 38.91 |
|  | 23.85 | 30.02 | 48.02 | 58.82 | 31.14 | 35.85 | 81.39 | 82.01 | 0.00 | 83.36 |
|  | 68.03 | 84.34 | 62.65 | 26.17 | 54.08 | 49.01 | 30.07 | 38.91 | 83.36 | 0.00 |

以表1中的十个目标点的坐标数据和表2中目标点两两之间的距离矩阵数据为例，采用改进Prim算法得到最优解的步骤描述如下：

步骤1：遍历所有边，找到权值最小的边（,），将，加入集合U中。

步骤2：以集合U={,}为搜索起点，利用Prim算法得到最小生成树如图2中（a）所示。

步骤3：顶点度大于2的点为，，对于度大于2的点，每个点只保留权值最小的两条边，其余边删除，即删除生成树中边（，）（，）。处理结果如图2中（b）所示。

步骤4：在度小于2的所有顶点中（即，，），找到任意两个顶点所形成的边中权值最小的边（），此时应验证边（）的加入是否会产生回路，因为没有产生回路，所以将该边加入TE中，如图2中（c）所示。然后继续寻找度小于2的顶点中边权值最小的边（），将其加入边集TE，此边的加入也未产生回路，并且此时边数等于n-1,所以路径规划完成。

即最优路为7-10-4-6-5-1-9-2-3-8，总路径长度为：234.68为了验证算法的有效性，通过遍历所有解找到全局最优解为234.68，说明此算法所得解为全局最优解。最优路径如图2中（d）所示。



图2 改进后的Prim算法实现过程

## 4 改进Prim算法在无人机航迹规划中的应用

### 4.1 无人机实验平台描述

本文以四旋翼飞行器为实验平台，该平台的主控制器是以STM32f104芯片为主控MCU的电路板，上面集成有STM32最小系统、无线数据传输模块、MPU6050传感器模块、GPS模块、电机驱动电路等。在四旋翼控制板上采用OLED显示屏作为人机交互界面，控制板通过NRF24L01无线模块将数据输入到主控MCU中。采用无刷电机作为执行器，测试模块用于检验飞行器是否到达指定地点。实验平台如图3所示。

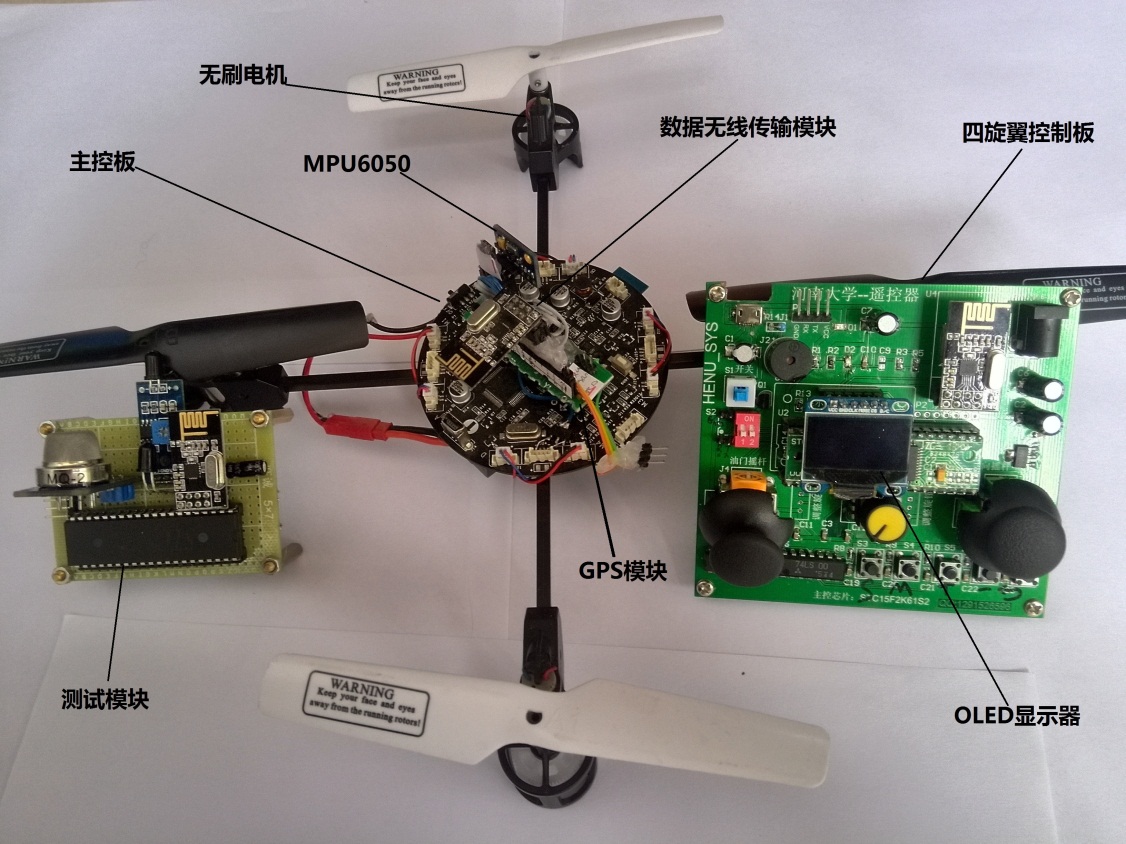


图3 实验平台

在无人机巡航之前将指点目标点的大地坐标系下的坐标数据，也即待巡航的目标点在大地坐标系下的坐标，输入到主控制器MCU中。首先将大地坐标系下的坐标转换为空间直角坐标系下的坐标，并且将坐标点投影到二维平面直角坐标系中得到 。然后将所有目标点的坐标向量输入到路径优化算法中，经过该算法后输出一个无人机巡航的最优路线。最后无人机按照该路线执行侦查任务。



图4 飞行器工作框图

本文第3部分给出的算法是在空间直角坐标系下给出的，作者所在实验室在如图3所示飞行器硬件框架的基础上，自主开发了无人机巡航的实验平台，无人机系统工作框图如图4所示。采用PID控制算法对无人机进行姿态稳定控制，通过GPS模块获取飞行器自身的坐标数据。要把改进的Prim算法用做无人机巡航的路径规划算法，必须把大地坐标系转换成空间直角坐标系。

### 4.2大地坐标系与空间直角坐标系的转化

对于需要巡航的各个目标点，以经纬度表示的坐标数据是最容易得到的。因此，在进行路径规划之前，为了得到目标点的空间直角坐标系下的坐标，就需要对大地坐标系下的坐标进行转化。

空间直角坐标系的坐标系原点位于参考椭球的中心，Z轴指向参考椭球的北极，X轴指向起始子午面与赤道的交点，Y轴位于赤道面上且按右手系与X轴呈90°夹角。某点在空间中的坐标可用该点在此坐标系的各个坐标轴上的投影来表示。空间直角坐标系可用图5来表示：



图5空间直角坐标系

空间大地坐标系是采用经纬度和大地高度来描述空间位置的。维度是空间的点与参考椭球面的法线与赤道面的夹角；经度是空间中的点与参考椭球的自转轴所在的面与参考椭球的起始子午面的夹角；大地高是空间点沿参考椭球的法线方向到参考椭球面的距离。空间大地坐标系可以用图6表示：



图6空间大地坐标系

在相同的基准下空间大地坐标系向空间直角坐标系的转换为公式**（1）**

 **（1）**

其中， ，，为椭球的卯酉圈曲率半径，为离心率，为椭球体的长轴， 为椭球体的短轴。以2000国家大地坐标系为准[1]，其中,,的值如表3所示。

表3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 6378.137km | 6356.7523141km | 0.081819191042811 |

以河南大学为例，在河南大学中选取十一个目标点，假定目标点距离地面高度均为0，通过上述公式运算得出每个目标点的大地坐标系 与空间直角坐标系 的坐标的对应情况，其坐标转换结果如表4所示。

表4 坐标转换结果

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 地点 | 经度L | 纬度B | 坐标X | 坐标Y | 坐标Z |
| 志义体育场 | 114.319441 | 34.82488 | -2185.5907 | 4836.1710 | 3667.2371 |
| 教科院 | 114.319127 | 34.825387 | -2185.5515 | 4836.1549 | 3667.2850 |
| 七号教学楼 | 114.319113 | 34.825706 | -2185.5424 | 4836.1377 | 3667.3151 |
| 北苑餐厅 | 114.319306 | 34.82701 | -2185.5260 | 4836.0581 | 3667.4384 |
| 生科院 | 114.319809 | 34.827721 | -2185.5507 | 4835.9996 | 3667.5056 |
| 特种功能实验室 | 114.31689 | 34.827387 | -2185.3126 | 4836.1294 | 3667.4740 |
| 经济学院 | 114.317721 | 34.825958 | -2185.4186 | 4836.1769 | 3667.3390 |
| 软件学院 | 114.316288 | 34.824613 | -2185.3313 | 4836.3060 | 3667.2118 |
| 计算机学院 | 114.315753 | 34.824639 | -2185.2855 | 4836.3250 | 3667.2143 |
| 下沉广场 | 114.315511 | 34.823639 | -2185.2901 | 4836.3896 | 3667.1198 |
| 一号教学楼 | 114.316782 | 34.823017 | -2185.4129 | 4836.3756 | 3667.0610 |

通过公式（2）可以计算出各个目标点两两之间的距离

 （2）

由于小范围内各个目标点的空间直角坐标系下的坐标近似相等，都为地心到地表的高度，因此可以将三维立体空间 中的点投影到二维平面中，这样更有利于进行路径的规划研究。将得到的结果与实际距离进行比对，得到定位精度在99%以上。

### 4.3 路径规划算法仿真分析

选取10个不同的城市，每个城市随机选取多个目标点进行试验分析以测试本文算法的有效性。表4列出了城市A(开封市)的待巡航目标点的大地坐标和转化后的空间直角坐标，基于本文所提出的改进Prim算法，将其转化成C语言程序，并下载到图4所示的无人机实验平台上，使得无人机按照本文给出的方法所规划的巡视路径进行巡航。

其他城市的N个待巡视点坐标仅用于巡航路径规划的MATLAB仿真，旨在测试带巡视目标点变化时本文所给出路径规划方法的有效性，算法的有效性是根据其所规划出的路径总长度为依据的，仿真实验结果如表5所示。

表5 算法仿真结果

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 测试点所在城市 | 目标点个数N | 改进算法  （km） | 原始算法  （km） | 实际最优解  （km） | 改进算法误差率（%） | 原算法误差率（%） |
| A 开封 | 11 | 1.3250 | 1.4304 | 1.2934 | 2.44% | 10.59% |
| B 大同 | 12 | 8.0990 | 8.8335 | 8.0990 | 0% | 9.07% |
| C南京 | 12 | 9.1389 | 9.53994 | 8.8748 | 2.97% | 7.45% |
| D商丘 | 11 | 6.5667 | 7.9601 | 6.5667 | 0% | 21.22% |
| E上海 | 8 | 7.4576 | 8.6559 | 7.4576 | 0% | 16.07% |
| F苏州 | 8 | 10.2125 | 12.5889 | 10.0249 | 1.87% | 25.58% |
| G无锡 | 11 | 8.9443 | 9.49764 | 8.9443 | 0 | 6.19% |
| H西安 | 13 | 10.8802 | 11.6238 | 10.4092 | 1.1% | 11.67% |
| I郑州 | 9 | 5.6563 | 6.1724 | 5.6563 | 0% | 9.12% |
| J重庆 | 9 | 6.3968 | 7.8972 | 6.1072 | 4.74% | 29.31% |

试验算法效果对比情况如表6所示：

表6 算法效果比对

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 算法名称 | 算法时间复杂度 | 算法平均执行时间(s) | 算法误差率均值（%） |
| Prim算法 | O() | 1.2694s | 14.627% |
| 改进Prim算法 | O() | 1.3685s | 1.312% |

从表6中可以看出改进后的算法，改进后的算法的在时间复杂度上和原算法一致，在算法执行时间上稍微增加一些、但是在算法解的精度上比原算法有很大的提高，可以认为改进后的算法是一种更为有效的算法。

## 5 结论

本文对无人机巡航路径的规划问题进行了研究，通过引入约束限制条件来改进Prim算法，以提高无人机的航迹规划效果，并将本文所提出的路径规划方法在 此框架基础上开发的无人机实验平台上进行测试。基于本文所提出的方法对10个城市的不同待巡视点进行路径规划的MATLAB仿真结果表明该改进后的算法具有较好的全局优化能力，并能在航迹规划中运用和实现。

## 参考文献：（尽量多引用英文参考文献）

1. []胡中华,赵敏. 无人飞行器在线航迹规划技术研究[J]. 航天电子对抗,2010,04:11-14. [↑](#endnote-ref-2)
2. []李季,孙秀霞. 基于改进A-Star算法的无人机航迹规划算法研究[J]. 兵工学报,2008,07:788-792. [↑](#endnote-ref-3)
3. []张延松. 基于遗传算法的无人机航迹规划研究[D].中南大学,2010. [↑](#endnote-ref-4)
4. []周坦胜,李斌,何万宇. 最优飞行参考轨迹的线性规划算法与仿真[J]. 系统仿真学报,2004,12:2718-2720. [↑](#endnote-ref-5)
5. [5]符小卫,高晓光. 一种无人机路径规划算法研究[J]. 系统仿真学报,2004,01:20-21+34. [↑](#endnote-ref-6)
6. [6]唐强,王建元,朱志强. 基于粒子群优化的三维突防航迹规划仿真研究[J]. 系统仿真学报,2004,09:

   [7] 刘永涛,张月华,董卫平. 2000大地坐标系大地坐标与空间直角坐标转换程序的开发[A]. 测绘出版社.第二届“测绘科学前沿技术论坛”论文精选[C].测绘出版社:,2010:4

   [8]江波,张黎. 基于Prim算法的最小生成树优化研究[J]. 计算机工程与设计,2009,13:3244-3247.

   [9]虎治勤. 普里姆(Prim)算法的实现与分析[J]. 电脑知识与技术,2011,27:6711-6712.

   [10]董晓峰,陆于平. 基于改进Prim算法的分布式发电孤岛划分方法[J]. 电网技术,2010,09:195-201.

   |  |
   | --- |
   |  |
   | [11]屈耀红. 小型无人机航迹规划及组合导航关键技术研究[D].西北工业大学,2006.  [12]魏潇龙,姚登凯,戴喆,韩其松. 基于路径规划的无人机飞行冲突解脱技术[J]. 火力与指挥控制,2016,10:48-54+58.  [13]聂博文,马宏绪,王剑,王建文. 微小型四旋翼飞行器的研究现状与关键技术[J]. 电光与控制,2007,06:113-117.  [14]张洪涛. 四旋翼微型飞行器位姿及控制策略的研究[D].哈尔滨工业大学,2014. |
   | [15]李俊,李运堂. 四旋翼飞行器的动力学建模及PID控制[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2012,01:114-117. |
   | [16]廖懿华,张铁民,廖贻泳. 基于模糊-比例积分偏差修正的多旋翼飞行器姿态测算系统[J]. 农业工程学报,2014,20:19-27. |
   |  |
   |  |
   |  |

   [↑](#endnote-ref-7)