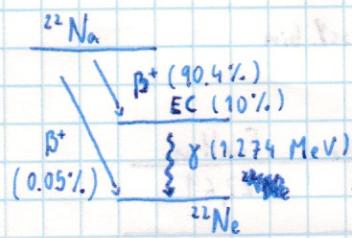
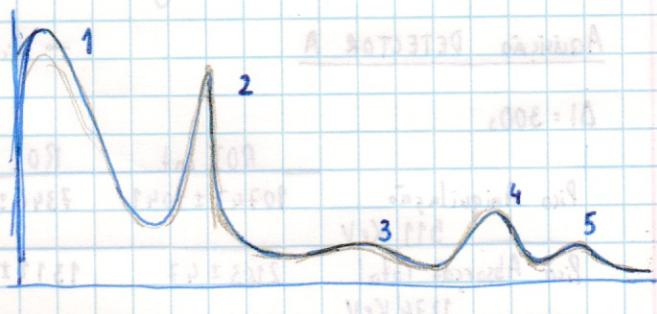


Caracterização das coincidências $\gamma\gamma$ do Decaimento β^+ do nuclídeo ^{22}Na , Estudo das correlações angulares e obtenção de um Sinograma PET
→ tomografia por emissão de positrões

ESQUEMA DECAIMENTO



ESPECTRO



- 1 corrente negra
- 2 pico da radiação dos γ de aniquilação ($E\gamma = 511\text{ KeV}$)
- 3 Joelho de compton do fotão de $E = 1.274\text{ MeV}$ emitido no decaimento do nuclídeo.
- 4 Pico de absorção total do fotão referido em 3 ($E\gamma = 1.274\text{ MeV}$)
- 5 Pico de absorção total do ^{40}K , nuclídeo presente na radiação ambiente.

^{22}Na realiza decaimento β^+ transformando um protão num neutrão, positrão e neutrino.
Esta reacção é-lhe benéfica dado tratar-se de um núcleo rico em protões.

$$p \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}$$

$$(Z, A) \rightarrow (Z-1, A) + e^+ + \bar{\nu}$$

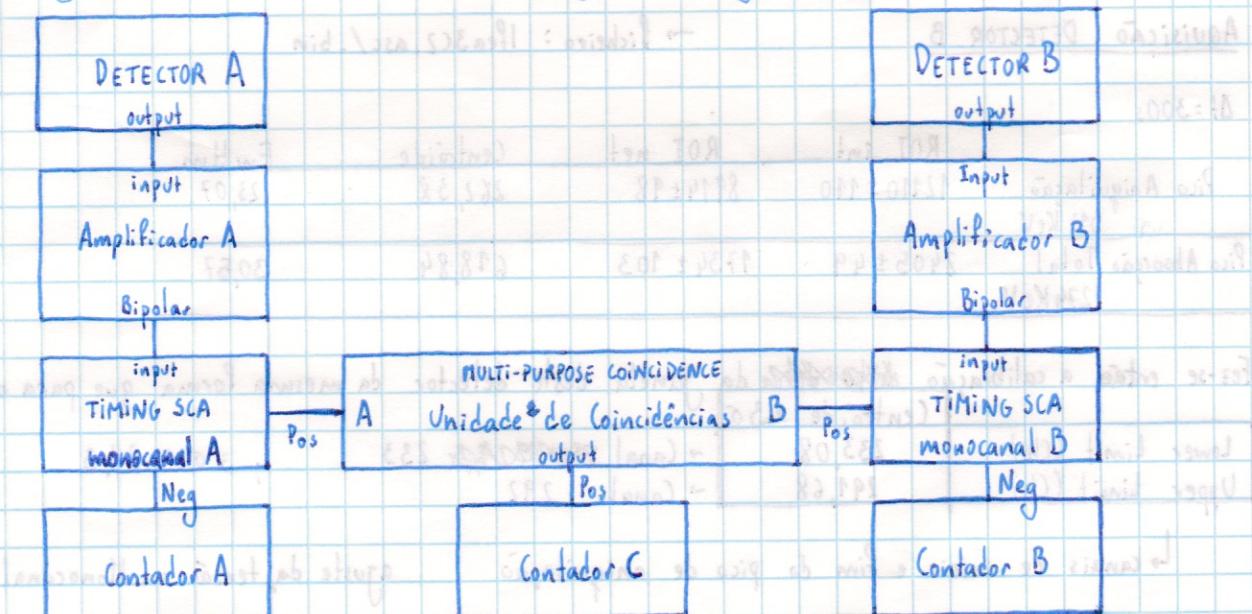
positrão

Após perder a maior parte da sua energia, o positrão junta-se a um electrão - positrónio - aniquilando-se, processo que dá origem a dois γ 's de 511 KeV cada. $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$

Uma coincidência ocorre quando dois γ 's são emitidos em sentidos diametralmente opostos $\rightarrow \theta = 180^\circ$ → única correlação que garante conservação do momento linear dos 2 fotões.

SESSÃO 1 - PET e Coincidências $\gamma\gamma$

As ligações dos módulos foram feitas segundo o seguinte esquema:



Onde a ligação do V Pulser alternava com a ligação dos detectores.

Calibraram-se os braços, garantindo que se encontravam à mesma distância da fonte $d = 21$ cm. *

Aplicou-se a tensão nos dois detectores, tendo em conta o offset dos botões. Aplicaram-se $T = 900$ V (6 voltas completas), ficando o ponteiro do botão no 3.00.

Os valores de Coarse e fine gain foram 10 e 0.10, respectivamente.

Aquisição DETECTOR A

→ ficheiro : lfea3c1.asc/.bin

$\Delta t = 300$ s

	ROI int	ROI net	Centróide	FwHM
Pico Aniquilação 511 KeV	10747 ± 1041	7346 ± 202	264,49	22,61
Pico Absorção Total 1274 KeV	2163 ± 47	1311 ± 112	623,23	20,74

De seguida prosseguiu-se a calibração da janela de trabalho do monocanal, recorrendo ao pulser.

Considerou-se que o início e fim do pico de aniquilação são os canais a $\pm 3\sigma$ do canal do centróide.

	Centróide $\pm 3\sigma$	
Lower Limit (ch)	235,78	$3\sigma \approx 1,27$ FwHM → Canal 236
Upper Limit (ch)	293,2	$3\sigma \approx 28,71$ → Canal 293

Agostou-se a tensão no pulser até este estar a incrementar as contagens dos canais em questão (um de cada vez).

	Pulser
Lower Limit (V)	2,48
Upper Limit (V)	3,20

Por fim ajustou-se a tensão superior e inferior no monocanal até o detector parar de registar as contagens do Pulser. Está assim definida a janela de trabalho.

	Monocanal
Lower Limit (V)	2,05
Upper Limit (V)	2,55

→ Efectuou-se uma aquisição de teste durante $\Delta t = 10$ s tendo-se obtido 365 coincidências.

Aquisição DETECTOR B

→ ficheiro : lfea3c2.asc/.bin

$\Delta t = 300$ s

	ROI int	ROI net	Centróide	FwHM
Pico Aniquilação 511 KeV	12110 ± 110	8914 ± 98	262,38	23,07
Pico Absorção Total 1274 KeV	2405 ± 49	1734 ± 103	618,84	30,57

Fez-se então a calibração da janela deste detector da mesma forma que para o A:

	Centróide $\pm 3\sigma$	
Lower Limit (ch)	233,08	$3\sigma \approx 29,3$ → Canal 233
Upper Limit (ch)	291,68	→ Canal 292

→ canais de início e fim do pico de aniquilação → ajuste da tensão no Monocanal

	Pulser	→ ajuste da tensão no pulser
Lower Limit (V)	2,46	
Upper Limit (V)	3,12	

	Monocanal
Lower Limit (V)	2,05
Upper Limit (V)	2,55

→ Efectuou-se uma aquisição de teste durante $\Delta t = 10$ s tendo-se obtido 384 coincidências.

De forma a estudar posteriormente a eficiência do protótipo, efectuaram-se as seguintes aquisições:

$Df(n)$	N_A	N_B	N_C
40	1532	1483	434
50	1801	1808	510
60	2229	2165	654

★ → Os cálculos relativos ao tratamento de dados encontram-se na folha "eficiências" do excel. Os valores finais dos efeitos destes na tabela 2.

As longas de tratamento de dados definem-se:

$N_A = \text{m}^{\circ}$ de contagens no detector A

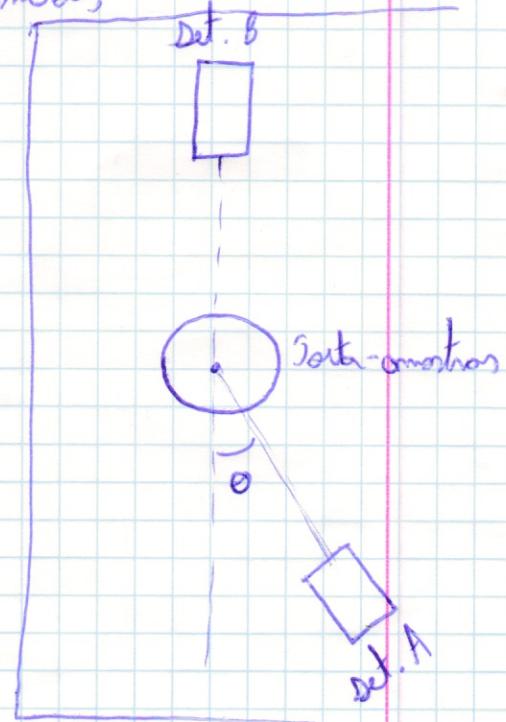
$N_B = \text{m}^{\circ}$ de contagens no detector B

$N_C = \text{m}^{\circ}$ de coincidências

De seguida, varia-se o ângulo do detector A (θ), obtendo-se os dados de combinação angular das coincidências

$\Delta\theta^{\circ}$	θ°	N_A	N_B	N_C
30	0	1126	1127	314
	1	1076	1094	284
	2	1074	1164	278
	3	1088	1082	212
	4	1080	1123	203
	5	1091	1128	168
	6	1116	1109	155
	7	1133	1125	114
	8	1122	1126	75
	9	1075	1145	49
200	10	1095	1072	39
	12	7351	7317	28
	15	7277	7336	14
	20	7351	7317	10

①



$\theta ({}^\circ)$	$\Delta t (s)$	N_A	N_B	N_c
-1	30	1696	1100	328
-2	30	1058	1096	270
-3	30	1118	1105	233
-4	30	1065	1225	227
-5	30	1074	1103	164
-6	30	1169	1112	145
-7	30	1083	1162	110
-8	30	1063	1109	91
-9	30	1086	1113	50
-10	30	1117	1079	43
-12	200	7356	7334	53
-15	200	7428	7669	9
-20	200	7302	7562	11

Repetição da sincronização. $\Delta t = 300s$

N_A	N_B	N_c	Δt
11128	11296	3152	300

* \Rightarrow Os dados tratados da tabela de θ a variar de 20° a -20° encontram-se na tabela 1 da folha "sessao1" do excel.

A explicação do tratamento feito aos dados, que será aplicado ao longo das quatro sessões, encontra-se na página seguinte.

Para o tratamento estatístico, recorrem-se às expressões seguintes, que dizem respeito aos vários momentos de uma distribuição:

$$\theta_{\text{med.}} = \frac{\sum_{i=1}^N \theta_i R_c(\theta_i)}{\sum_{i=1}^N R_c(\theta_i)} ; \quad R_c \text{ é a taxa de contagens das coincidências.}$$

$$\text{Var} = \frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{\text{med.}})^2 R_c(\theta_i)}{\sum_{i=1}^N R_c(\theta_i)} ; \quad \sigma = \sqrt{\text{Var}}$$

$$\text{ASSIMETRIA} = \frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{\text{med.}})^3 R_c(\theta_i)}{\sum_{i=1}^N R_c(\theta_i)} \frac{1}{\sigma^3}$$

$$\text{CURTOSE} = \frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{\text{med.}})^4 R_c(\theta_i)}{\sum_{i=1}^N R_c(\theta_i)} \frac{1}{\sigma^4}$$

Correção às contagens dos detectores A e B:

Para efectuar correções aos n^o de contagens medidas que tenham em conta o ruído (eventos na região de interesse que não são de factos devidos à aniquilação de β^+ , mas que podem ser por exemplo eventos de pôntos de Cossor de γ de 1274 keV), é necessário considerar o seguinte factor:

$$f = \% \text{ conts. nl ruído} = \frac{\text{ROI net}}{\text{ROI int}}$$

O factor f será diferente para cada detector, sendo que para o seu cálculo serão usadas as medições de ROI net e ROI int efectuadas para cada detector através do software. O erro de f é dado por:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\sigma_{\text{ROI net}}}{\text{ROI int}} \right)^2 + \left(\frac{\text{ROI net}}{\text{ROI int}^2} \right)^2 \sigma_{\text{ROI int}}^2$$

Assim, o n^o de contagens corrigidas é dado por:

$$N_{\text{cor}} = f N_i \quad \sigma_{N_{\text{cor}}}^2 = (\sigma_f N_i)^2 + (\sigma_{N_i} f)^2$$

em que $\sigma_{N_i} = \sqrt{N_i}$

Coincidências furtivas:

Para as coincidências, há que efectuar uma correção que desconte as coincidências furtivas dadas por:

$$N_{\text{c furt}} = 2 N_A N_B \frac{Z}{\Delta t} \quad \sigma_{N_{\text{c furt}}}^2 = \left(\frac{2Z}{\Delta t} \right)^2 (N_A^2 \sigma_{N_B}^2 + N_B^2 \sigma_{N_A}^2)$$

Sendo N_A e N_B os n^o de contagens corrigidas, definidas anteriormente.

As contagens relativas às contagens de fonte, não estão dadas

por:

$$N_{c_{\text{corr}}} = N_c - N_{c_{\text{font}}} \quad \sigma_{N_{c_{\text{corr}}}^2} = \sigma_{N_c^2} + \sigma_{N_{c_{\text{font}}}}^2$$

Sendo assim, futuramente, é necessário manipular os contagens os tempos devido aos diferentes intervalos de tempo utilizados, sendo a taxa de contagem dada por:

$$R = \frac{N}{Dt} \quad \sigma_R = \frac{\sigma_N}{Dt}$$

Eficiências

As contagens N_A e N_B são distintas diferentes de N_c e isso é resultado pela eficiência intrínseca do detector, que não é 100%, significa que o n.º de eventos detectados é menor que o n.º de eventos que chega ao detector. A partir dos n.ºs de contagens, é então possível obter as eficiências intrínsecas de ambos os detectores:

$$R_A = A \epsilon_{T_A} = A \epsilon_G \epsilon_{iA}$$

$$R_B = A \epsilon_G \epsilon_{iB}$$

$$R_c = A \epsilon_G \epsilon_{iA} \epsilon_{iB}$$

Legenda

$A \rightarrow$ actividade da fonte

$\epsilon_T \rightarrow$ eficiência total

$\epsilon_G \rightarrow$ eficiência geométrica

$\epsilon_i \rightarrow$ eficiência intrínseca

$$\text{Assim, } \epsilon_{iA} = \frac{R_c}{A \epsilon_G \epsilon_{iB}} = \frac{R_c}{R_B} \left(\text{ou } \frac{N_c}{N_B} \right)$$

$$\text{e da mesma forma, } \epsilon_{iB} = \frac{R_c}{R_A}$$

$$\text{Com respetivas uns: } \sigma_{\epsilon_i}^2 = \frac{\sigma^2 N_c}{N_c^2} + \left(\frac{N_c}{N_B^2} \right)^2 \sigma^2 N_B$$

Nota: ϵ_G é a mesma para ambos os detectores, pois estes recebem a mesma distribuição de fonte.

Sendo os R utilizados, os corrigidos.

~~Os cálculos relativos às referências encontram-se na Tabela 2.~~

Lessão 2

Inscreuem-se à montagem real para como anteriormente de forma a obter meramente os efeitos da fonte de ^{22}Na de forma a obter os dados relativos ao eixo de aniquilação com energia de 511 keV.

Detector A

Resolvendo de 307,

ROI int	ROI net	Centroide	FWHM
10401 ± 102	7147 ± 201	262,76	23,28

Detector B

ROI int	ROI net	Centroide	FWHM
10439 ± 102	7657 ± 182	260,59	22,08

Detector A

Estimam os limites para obter a função de f(x)

$$262,76 \pm 30$$

$$30 = 1,27 \text{ FWHM} = \\ = 29,5656$$

Canal

Límite inferior(V)	Límite superior(V)
233	292

$$262,76 - 29,5656 = \\ = 233,194$$

Límite inferior	Límite superior(V)	Límite superior(V)
2,44	2,04	2,50
3,80		

$$262,76 + 29,5656 = \\ = 292,33$$

Detector B

limites

$$260,59 \pm 35 = 260,59 \pm 28,04 \quad 232,85 \quad 288,63$$

Escolha limites

limite superior 289

limite inferior 232

	Tensão Pulse(v)	Tensão Monostável(v)
limite inferior	2,45	2,06
limite superior	3,80	2,48

Verificou-se de para o detector A obtém cerca de 350 contagens em cada detector. Para o detector A obtém 373 e para o detector B 364.

Procedeu-se à verificação experimental da Lei das coincidências permitidas. Primeiro estabeleceram-se de 2 medindo $D \Delta t$ constante. $D \Delta t = 5 \text{ min}$
Faz-se os medições para $\theta = 90^\circ$, para garantir

$$Z = 250 \text{ ms}$$

NA	NB	NC
10231	10073	2

$$Z = 6,25 \text{ ms}$$

NA	NB	NC
10446	10246	6

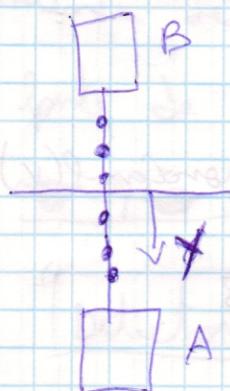
$$Z = 7,25 \text{ ms}$$

NA	NB	NC
10472	10024	5

Na medição se fazem no mais medições com 2 contadores e $D \Delta t$ a mesma.

(Nota) De regrada registram as considerações para a montagem da fonte. Segundo o texto os detectores ($\theta = 0^\circ$). O ângulo do aquifero foi sempre $\Delta\theta = 50^\circ$, de forma a manter um erro aberto de 4% para montar o.

Referencial

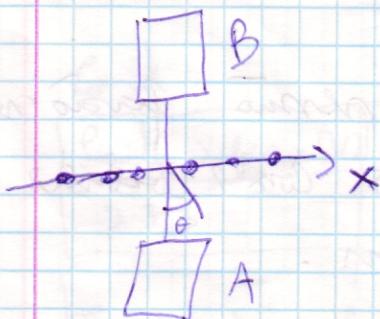


Posição (cm)	NA	NB	NC
-3	1307	2483	397
-2	1456	2282	436
-1	1552	1999	453
0	1753	1780	502
1	1876	1627	464
2	2161	1504	474
3	2124	1269	409

* → Os dados correspondentes a esta tabela, corrigidos e transformados em taxas, encontram-se na folha "fonte descentrada" do excel, na tabela 3.3.

Procedem-se, de regrada, a obter-se a distribuição angular para diferentes montagens da fonte no grande ângulo dos detectores. Utilizam-se um intervalo angular de 5° para cada uma das 5 montagens da fonte.

Referencial



As aquisições feitas foram de 50s, cada unidade de distância corresponde a 1.27 cm. Posteriormente procurou-se os máximos para cada posição, fazendo aquisições de ângulos próximos ao valor θ de contagem mais elevado, com $\Delta\theta = 1^\circ$.

Ângulo, ($^\circ$)	Distância	N_A	N_B	N_C
-30	-3	1699	1472	1
	-3	1697	2092	5
	-3	1690	1630	0
	-2	1734	1648	0
	1	1714	1665	0
-25	0	1825	1890	1
	-1	1697	1697	2
	-2	1975	1975	4
	-3	1696	2003	158
	3	1770	1523	1
	2	1754	1606	1
	1	1721	1695	1
-20	0	1702	1835	3
	-1	1780	1851	7
	-2	1680	1918	116
	-3	1690	1970	423
	3	1683	1618	0
	2	1704	1647	0
	1	1746	1650	2
-15	0	1857	1844	2
	-1	1720	1875	87
	-2	1704	1854	395
	-3	1615	1848	358
	3	1688	1645	1
	2	1694	1678	2
	1	1602	1732	1
-10	0	1860	1798	72
	-1	1682	1824	294
	-2	1671	1799	408
	-3	1738	1822	121
	3	1712	1754	0
	2	1641	1722	2
	1	1765	1792	11
-5	0	1834	1823	273
	-1	1732	1810	461
	-2	1681	1737	132
	-3	1688	1828	1
	3	1632	1876	4
	2	1679	1754	7
	1	1739	1775	209
0	0	1764	1794	519
	-1	1693	1764	208
	-2	1714	1777	5
	-3	1630	1663	0

Máximo Posição $n = -2$			
$\theta (^\circ)$	N_A	N_B	N_C
-11	1675	1807	419
-12	1682	1819	427
-13	1693	1837	419
-14	1697	1842	407

Máximo Posição $n = -1$			
$\theta (^\circ)$	N_A	N_B	N_C
-3	1699	1785	356
-4	1714	1797	425
-6	1712	1813	467
-7	1701	1818	458
-8	1693	1826	431

Máximo Posição $n = 0$			
$\theta (^\circ)$	N_A	N_B	N_C
-2	1802	1808	450
-1	1789	1802	489
1	1776	1800	484
2	1782	1821	463

máximo é em $\theta = 0^\circ$

Ángulo (°)	Posição	N _A	N _B	N _C
5	3	1621	1714	3
	2	1707	1774	170
	1	1707	1783	447
	0	1818	1880	280
	-1	1769	1696	9
	-2	1732	1697	1
10	-3	1653	1706	2
	3	1673	1822	117
	2	1734	1766	415
	1	1784	1725	317
	0	1853	1843	65
	-1	1697	1703	3
15	-2	1739	1705	0
	-3	1660	1565	1
	3	1688	1887	428
	2	1686	1805	397
	1	1716	1772	67
	0	1832	1832	23
20	-1	1841	1673	3
	-2	1680	1631	2
	-3	1702	1579	2
	3	1703	1967	411
	2	1676	1876	126
	1	1670	1814	5
25	0	1640	1649	3
	-1	1676	1702	0
	-2	1609	1714	0
	-3	1632	1588	52
	3	1760	1938	149
	2	1682	1923	2
30	1	1738	1757	2
	0	1643	1653	1
	-1	1603	1724	0
	-2	1579	1734	0
	-3	1764	1517	0
	3	1667	1944	8
-3	1723	1496	0	

θ (°)	N _A	N _B	N _C
3	1721	1778	370
4	1714	1786	421
6	1732	1761	456
7	1758	1748	446
8	1771	1732	421

Máximo	Posição	n=1
θ (°)	N _A	N _B
11	1717	1772
12	1709	1781
13	1702	1789
14	1693	1795

* → Os dados tratados desta tabela encontram-se na folha "fonte descentrada" do excel, na tabela 4.

O tratamento dos dados relativos à procura dos máximos (coluna da direita) encontra-se na mesma folha de excel. (Podem ser encontradas onde diz "ângulos extra (P1 determinação precisa do centroíde)")

3^a Sessão

Aquisição PARA CALIBRAÇÃO :

Detector A	ROI int	ROI net	Centroíde	FwHM
$\Delta t = 200s$	7517 ± 87	5361 ± 167	266,04	23,8

Limits (centroíde $\pm 1,27$ FwHM)

Canal limite superior : 296,27 → 296
 Canal limite inferior : 235,81 → 236

Detector B

<u>ROI int</u>	<u>ROI net</u>	<u>Centroid</u>	<u>Fwhm (nm)</u>
7960 ± 89	5965 ± 170	262,54	22,08

words $\text{Centroid} \pm 1,27 \text{ Fwhm}$

Central limit Superior : 290,58 \rightarrow 291

Central limit Inferior : 234,50 \rightarrow 234

Detector A

	Tensão liberar (v)	Tensão monoval (v)
Superior	3,10	2,58
Inferior	2,52	2,10

Detector B

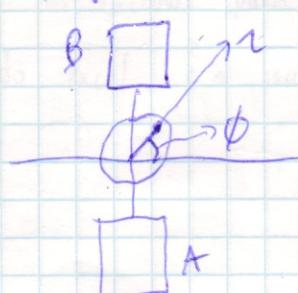
	Tensão liberar (v)	Tensão monoval (v)
Superior	3,06	2,52
Inferior	2,44	2,05

Final do Setup Experimental

Objetivos desta Sessão

Neste laboratório vamos fazer aquisições alterando o ângulo que a fonte tem com a posição central (ϕ)

referencial



Para cada ϕ fazer-se aquisições para 3 posições da fonte 1 (320° de diferença entre elas)

e uma posição da fonte 2.

Fonte 1: fonte Na^{22} de maior actividade

Fonte 2: fonte Na^{22} de menor actividade

Tabela dos
dados para
a 1^a e 2^a
posições

$\Delta t = 40s$

FONTE 1

Posição	Angulo	1			2		
		N _A	N _B	N _C	N _A	N _B	N _C
0	1440	1432	193	1408	1518	1	
10	1388	1470	218	1365	1454	1	
20	1333	1531	217	1345	1590	12	
30	1307	1543	235	1241	1643	30	
40	1305	1568	234	1267	1657	62	
50	1254	1542	269	1210	1750	116	
60	1258	1569	302	1138	1829	163	
70	1256	1669	352	1194	1781	270	
80	1309	1708	391	1174	1838	326	
90	1288	1692	410	1125	1793	369	
100	1253	1668	371	1110	1855	300	
110	1328	1700	374	1145	1787	257	
120	1271	1583	332	1185	1848	178	
130	1315	1575	275	1133	1756	100	
140	1287	1557	243	1258	1723	38	
150	1319	1596	209	1230	1616	20	
160	1338	1522	194	1318	1563	9	
170	1335	1501	185	1288	1516	6	
180	1328	1493	173	1266	1494	4	
190	1343	1479	181	1450	1411	8	
200	1419	1439	173	1457	1397	4	
210	1404	1424	203	1568	1299	17	
220	1474	1386	231	1588	1285	43	
230	1477	1378	271	1599	1299	105	
240	1593	1415	328	1703	1231	173	
250	1467	1283	329	1666	1174	245	
260	1517	1300	382	1725	1172	320	
270	1547	1290	362	1731	1178	359	
280	1542	1325	376	1746	1256	366	
290	1543	1396	411	1730	1224	280	
300	1591	1368	358	1713	1226	183	
310	1510	1268	283	1631	1294	111	
320	1479	1338	245	1587	1287	65	
330	1507	1348	238	1551	1331	29	
340	1462	1377	218	1453	1350	12	
350	1458	1434	201	1442	1342	7	
360	1390	1514	198	1341	1467	4	

Tabelas de dados

Posição → 3

3 ^a posição	Ángulo (θ°)	N_A	N_B	N_C
$\Delta t = 40s$	0	1347	1443	1
	10	1298	1559	3
	20	1229	1670	5
	30	1138	1642	2
	40	1113	1704	1
	50	1112	1876	10
	60	1099	2014	68
	70	1047	1944	163
	80	1083	2049	302
	90	1055	2029	325
	100	1020	1987	276
	110	1003	2073	169
	120	1082	1928	50
	130	1129	1843	4
	140	1103	1731	2
	150	1209	1793	0
	160	1163	1564	1
	170	1257	1537	2
	180	1367	1377	3
	190	1389	1361	2
	200	1474	1262	0
	210	1511	1240	1
	220	1668	1187	6
	230	1756	1167	4
	240	1837	1127	53
	250	1879	1119	167
	260	1951	1065	283
	270	1850	1104	311
	280	1928	1108	277
	290	1929	1041	151
	300	1812	1151	59
	310	1812	1154	8
	320	1693	1188	3
	330	1610	1231	3
	340	1534	1216	0
	350	1450	1372	1
	360	1371	1404	1

* → A análise da área detectável encontra-se no ficheiro "mathematica"

"area-detectavel.nb" e a explicação do mesmo no relatório.

Os cálculos para estudo das assimetrias encontram-se na folha "assimetrias"

do excel, e a sua análise no relatório.

2^a fonte

N_{a22} c/
menor
actividade

$\Delta t = 90s$



Posição → 2

Posição → N_A N_B N_C

0°

843 845 0

10°

821 892 0

20°

827 877 1

30°

824 923 4

40°

790 984 9

50

779 982 23

60

785 1038 31

70

721 1004 64

80

783 984 103

90

815 1059 118

100

790 1027 102

110

781 991 83

120

783 1025 76

130

803 1025 43

140

801 970 29

150

775 901 25

160

768 910 3

170

813 947 1

180

863 894 1

190

827 863 0

200

936 873 1

210

943 830 1

220

953 812 7

230

999 799 2

240

933 850 32

250

993 793 67

260

1012 842 86

270

1022 732 102

280

1033 779 136

290

1006 815 107

300

939 764 68

310

951 798 31

320

939 766 17

330

940 833 6

340

852 809 0

350

887 809 3

360

897 798 0

N_A N_B N_C

N_A N_B N_C

1066 801 123

★ → O tratamento dos dados referentes às tabelas da fonte 1 para posições 1, 2 e 3 e da fonte 2 para a posição 2 encontram-se nas tabelas 5, 6, 7 e 8, respectivamente, da folha de cálculo "Variação de Φ " do excel.

4º Sessão

Objectivos desta Sessão:

→ Aquisição de dados para as duas fontes (menor e maior actividade), variando o ângulo θ de -25° a 25° e o ϕ de 0° a 360° .

Nomenclatura { → Fonte de maior actividade → Fonte 1
→ Fonte de menor actividade → Fonte 2

Dados Para Calibração

Fonte 1: ^{22}Na

Detector A

ROI int	ROI net	Fwhm	Centroide
9464 ± 97	6638 ± 195	24.08	262.59
Canal Limite Superior	293.1716	→ 293	
Canal Limite Inferior	232.0084	→ 232	

Detector A

Tensão no pulser (V)

Tensão no monocanal (V)

Inferior	2.41	2,04
Superior	3.06	2,52

Detector B

ROI int	ROI net	Fwhm	Centroide
5443 ± 74	3844 ± 140	21.85	263.48

Canal Limite Superior	291
Canal Limite Inferior	236

	Tensão no Pulser (V)	Tensão no monocanal (V)
Inferior	2.48	2.09
Superior	3.06	2.54

Fonte 2 : ^{22}Na $\Delta t = 250\text{ s}$

Detector A

ROI int

2370 ± 49

2540 ± 51

Dados c/ as duas fontes

ROI net

900 ± 120

847 ± 118

Fw Hm

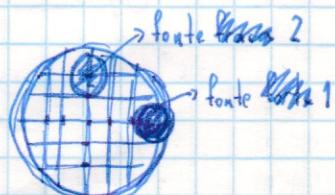
14.44

13.81

Centroide

263.02 \rightarrow Detector A

264.23 \rightarrow Detector B



Disposição das fontes:

Fonte 1 \rightarrow posição 3

Fonte 2 \rightarrow posição 2

ângulo de 90° entre as 2 duas:

$\Delta t = 50\text{ s}$

$\theta = 0^\circ$				$\theta = 15^\circ$			$\theta = 30^\circ$			$\theta = 45^\circ$		
$\theta (^\circ)$	N_A	N_B	N_C	N_A	N_B	N_C	N_A	N_B	N_C	N_A	N_B	N_C
0	1893	1980	57	1745	2198	62	1550	2334	28	1581	2316	12
5	1853	2013	54	1764	2143	15	1641	2340	26	1573	2433	112
10	1927	2069	109	1741	2226	129	1629	2348	232	1518	2471	350
15	1899	2135	336	1737	2262	363	1611	2314	378	1498	2499	269
20	1865	2136	391	1726	2292	315	1628	2471	200	1544	2505	47
25	1888	2245	165	1735	2190	77	1655	2439	9	1549	2598	3
-5	1896	1932	26	1720	2689	2117	1632	2280	69	1485	2349	47
-10	1763	1917	1	1737	2100	16	1556	2170	39	1535	2294	57
-15	1817	1877	0	1648	2041	3	1642	2140	5	1569	2224	24
-20	1858	1821	2	1633	2074	1	1591	2101	2	1607	2218	3
-25	1888	1781	1	1612	2111	0	1512	2088	0	1556	2152	1
30	1899	2318	12	1750	2393	3	1567	2513	4	1528	2595	2
-30	1902	1712	0	1598	2159	1	1542	2065	1	1522	2121	1
$\theta = 60^\circ$				$\theta = 75^\circ$			$\theta = 90^\circ$			$\theta = 105^\circ$		
$\theta (^\circ)$	N_A	N_B	N_C	N_A	N_B	N_C	N_A	N_B	N_C	N_A	N_B	N_C
0	1530	2500	30	1526	2624	220	1522	2657	375	1541	2548	229
5	1537	2412	282	1567	2652	375	1487	2620	159	1547	2520	23
10	1472	2630	347	1429	2556	139	1448	2658	9	1570	2519	5
15	1499	2643	102	1475	2568	4	1571	2587	5	1474	2333	1
20	1553	2641	1	1528	2653	3	1549	2474	1	1522	2341	1
25	1642	2645	1	1516	2565	3	1517	2346	0	1401	2288	0
30	1679	2686	0	1484	2565	2	1485	2319	1	1388	2258	1
-5	1517	2392	41	1498	2562	52	1437	2592	180	1579	2576	367
-10	1547	2505	68	1492	2557	58	1534	2566	71	1522	2595	172
-15	1544	2457	51	1545	2563	39	1495	2557	47	1540	2649	59
-20	1508	2350	8	1528	2504	15	1487	2681	21	1520	2594	20
-25	1504	2390	1	1514	2482	4	1457	2591	4	1563	2567	4
-30	1489	2360	1	1489	2412	1	1425	2542	2	1598	2516	0

Aquisições feitas incrementando o θ de 5° de 30° a -30° .
 θ de 15° de 0° a 345° .

$\theta(^\circ)$	$\phi = 120^\circ$			$\phi = 135^\circ$			$\phi = 150^\circ$			$\phi = 165^\circ$		
	N_A	N_B	N_C									
0	1427	2437	62	1541	2300	15	1784	2158	33	1893	1980	57
5	1438	2426	10	1439	2284	3	1808	2046	2	1892	1983	54
10	1432	2239	4	1516	2209	4	1677	2027	2	1885	2030	24
15	1458	2253	9	1462	2106	1	1626	2074	4	1845	1806	2
20	1497	2287	1	1428	2158	0	1595	2123	2	1826	1827	1
25	1527	2303	1	1402	2203	3	1606	2155	1	1877	1733	0
30	1529	2258	1	1389	2225	1	1669	2186	0	1904	1721	0
-5	1419	2489	296	1545	2319	151	1685	2194	91	1914	1979	69
-10	1458	2608	335	1465	2441	353	1703	2254	289	1848	2006	151
-15	1461	2589	142	1490	2434	245	1680	2307	388	1881	2231	404
-20	1447	2591	24	1472	2534	52	1695	2350	170	1833	2137	260
-25	1456	2717	2	1496	2447	4	1652	2414	9	1890	2289	62
-30	1472	2799	9	1508	2418	1	1693	2393	10	1837	2332	2

$\theta(^\circ)$	$\phi = 180^\circ$			$\phi = 195^\circ$			$\phi = 210^\circ$			$\phi = 225^\circ$		
	N_A	N_B	N_C									
0	1990	1798	63	2135	1670	49	2309	1632	45	2385	1471	21
5	2002	1796	45	2090	1671	72	2221	1618	61	2484	1560	51
10	1958	1860	9	2080	1651	37	2147	1588	58	2460	1530	67
15	1996	1690	1	2152	1679	6	2203	1606	21	2432	1545	40
20	2021	20673	681	2141	1636	1	2308	1541	4	2328	1535	8
25	2089	1643	1	2186	1612	0	2357	1527	1	2309	1521	4
30	2147	1618	0	2205	1597	1	2389	1504	1	2297	1503	2
-5	2052	1949	65	2075	1775	32	2209	1643	27	2432	1564	86
-10	2029	1969	126	2094	1808	111	2263	1656	162	2425	1605	282
-15	1901	2015	321	2096	1831	300	2297	1725	362	2415	1589	388
-20	2006	2014	349	2065	1853	333	2210	1770	306	2378	1668	239
-25	1946	2112	116	2097	1876	133	2215	1719	119	2388	1743	54
-30	2024	2124	6	2090	1950	9	2277	1826	13	2362	1648	3

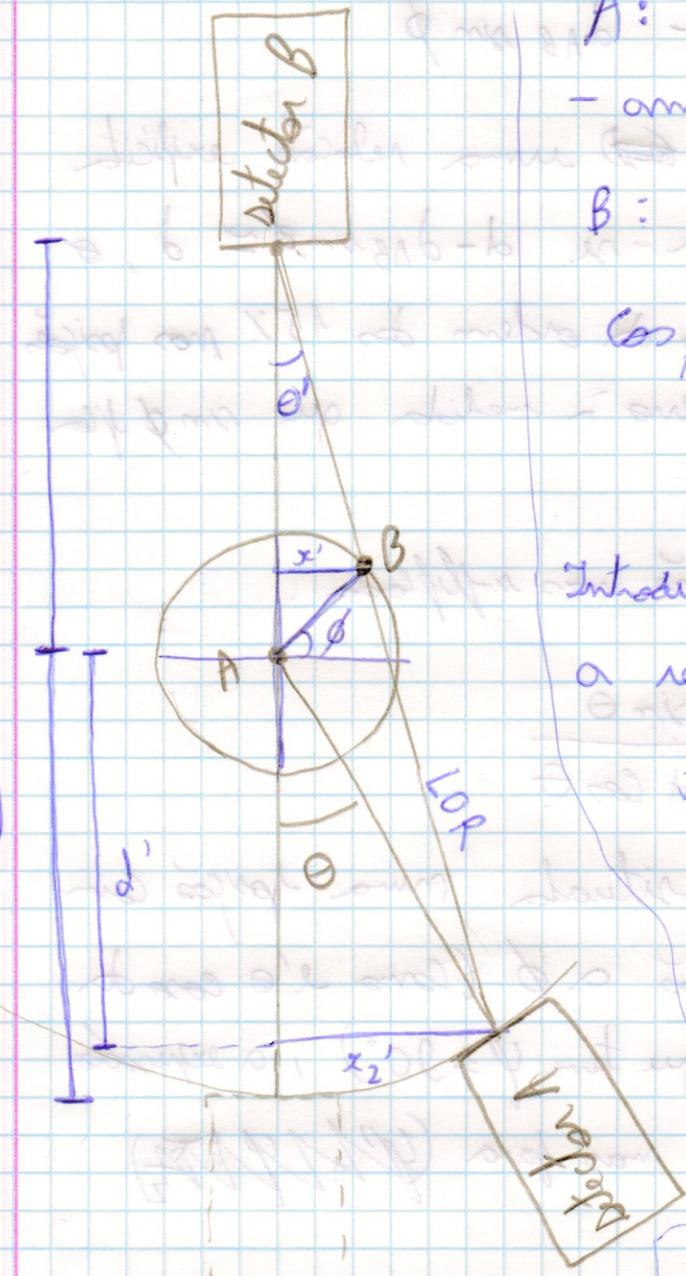
$\theta(^\circ)$	$\phi = 240^\circ$			$\phi = 255^\circ$			$\phi = 270^\circ$			$\phi = 285^\circ$		
	N_A	N_B	N_C									
0	2022	1235	49	2082	1161	194	2150	1222	322	1554	955	165
5	2041	1244	27	2094	1195	62	2131	1224	218	1597	890	209
10	2077	1211	47	2089	1157	34	2168	1170	99	1632	922	203
15	2106	1177	51	2044	1179	34	2104	1259	60	1445	810	71
20	1975	1114	11	2182	1260	17	2124	1183	17	1533	861	7
25	1963	1164	3	2203	1293	5	2147	1153	5	1587	882	3
30	1942	1678	4	2221	1304	2	2173	1132	1	1621	903	1
-5	2013	1234	213	2216	1213	345	2089	1147	246	1467	904	42
-10	1985	1233	317	2135	1254	228	2215	1241	92	1589	901	3
-15	2058	1235	224	2110	1227	96	2087	1219	8	1617	907	1
-20	2003	1286	73	2108	1216	6	2023	11203	4	1636	9141	1
-25	2075	1242	3	2087	1202	3	2011	1192	3	1668	929	0
-30	2106	1307	1	2062	1178	1	1998	1184	2	1692	943	1

$\Delta t = 40s$

$\theta (^\circ)$	$\phi = 300^\circ$			$\phi = 315^\circ$			$\phi = 330^\circ$			$\phi = 345^\circ$		
	N_A	N_B	N_c									
0	1497	817	40	1397	850	7	1259	1017	21	1166	1086	27
5	1454	862	149	1365	901	72	1303	1051	61	1188	1095	39
10	1417	824	201	1395	931	192	1354	1114	155	1236	1162	84
15	1476	874	172	1429	1005	227	1297	1061	232	1170	1171	178
20	1479	871	51	1448	1031	147	1236	1074	179	1181	1233	246
25	1477	958	3	1333	1030	16	1282	1122	69	1155	1181	94
30	1469	1011	1	1278	1028	3	1326	1164	5	1184	1208	9
-55	1469	865	2	1465	854	2	1260	973	1	1286	1101	10
-10	1451	841	7	1478	831	1	1284	951	0	1158	1126	5
-15	1447	823	0	1496	816	1	1295	937	0	1127	1135	1
-20	1489	810	3	1504	802	2	1305	919	1	1108	1158	3
-25	1427	801	1	1517	794	1	1321	901	0	1096	1172	1
-30	1418	794	1	1531	785	1	1354	886	1	1084	1193	0

* Os dados relativos a N_c retirados destas tabelas (para construção do sinograma) encontram-se tratados na tabela 9 da folha "4a sessão" do excel.

Dedução da expressão teórica para a desviação das coincidências



A: Representa o Centro de path-amplificadores

B: Representa a posição da fonte

$$\cos \phi = \frac{x'}{d_{AB}} \quad (1), \text{ em que } d_{AB} \text{ é a distância da fonte ao centro de path-amplificadores}$$

Introduzindo o ângulo θ' de forma a relacionar os ângulos θ e ϕ , temos:

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\cos \phi \, d_{AB}}{d - d_{AB} \operatorname{sin} \phi} \quad (2)$$

Substituindo em (1):

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\cos \phi \, d_{AB}}{d - d_{AB} \operatorname{sin} \phi}$$

Do outro lado,

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{x_2'}{d + d'}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{x_2'}{d'}$$

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{d'}{d + d'} \operatorname{tg} \theta$$

e ainda $d' = d \operatorname{cos} \theta$ e assim

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{\operatorname{sin} \theta}{1 + \operatorname{cos} \theta} \quad (3)$$

LOR - Linha de resposta que liga o detector B e a fonte.

As contagens de coincidências não são máximas quando o detector A se encontra segundo essa LOR, sendo que esta geometria corresponde à revisão de uma coincidência.

Substituindo (3) em (2), tem que

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{\cos \phi \cdot d_{AB}}{d - d_{AB} \sin \phi}$$

De forma a representar ~~o~~ uma relação explícita entre θ e ϕ , aproximam-se $d - d_{AB} \sin \phi \approx d$, o que tem um erro máximo da ordem dos 15% nos ângulos estudados, diminuindo este erro à medida que $\sin \phi$ fizer menor.

Assim, obtém-se a expressão mais simplificada:

$$\cos \phi = \frac{d}{d_{AB}} \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

Se uma fonte estiver situada numa posição com uma fase de φ em relação a ϕ (como é o caso da fonte para estudada que tem $\varphi = 90^\circ$), a expressão continua a ser válida mas para (θ', ϕ')

$$\phi' = \phi + \varphi$$

e portanto $\phi = \arccos \left(\frac{d}{d_{AB}} \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \right) - \varphi$

Resta limitar para verificar a validade da expressão obtida:

Por exemplo, para a fonte fonte, $d_{AB} = 3,81\text{ cm}$ e $\varphi = 0$

Sendo $\theta = 0^\circ$, temos por definição do sinograma $\phi = 90^\circ$ $\cos \phi = 0$ e $\sin(0) = 0$ $\Rightarrow \phi = 90^\circ$

Sendo $\theta = 20^\circ$, $\phi \approx 0$ ~~$\cos \phi = \frac{20,8}{3,81} \frac{\sin(20^\circ)}{1 + \cos(20^\circ)} \approx 0,96 \Rightarrow$~~ erro de 4%