Exame Final de Mecânica dos Fluidos (MEAer)

2ª Época 29/01/2013

Notas Importantes:
– A duração total do exame é de 3 horas
– Justifique devidamente todas as respostas
– Identifique de forma clara todas as folhas que entregar
– **Não é permitida** a consulta de coletâneas de problemas resolvidos

I

Considere o escoamento estacionário, laminar, incompressível e axissimétrico de um fluido newtoniano escoando-se entre dois cilindros verticais infinitos. O escoamento é completamente desenvolvido, sem gradiente de pressão nas direção axial e tangencial. O cilindro interior de raio R roda com velocidade angular constante de módulo ω tal como representado na figura 1. Considere o caso no qual $R >> h$ onde h é a distância entre os cilindros, no qual o escoamento entre os cilindros pode ser aproximado pelo escoamento entre duas placas planas verticais, como representado na figura 2. A massa específica e a viscosidade dinâmica do fluido são ρ e μ, respetivamente. A origem do sistema de eixos na figura 2 está coincidente com a placa móvel.

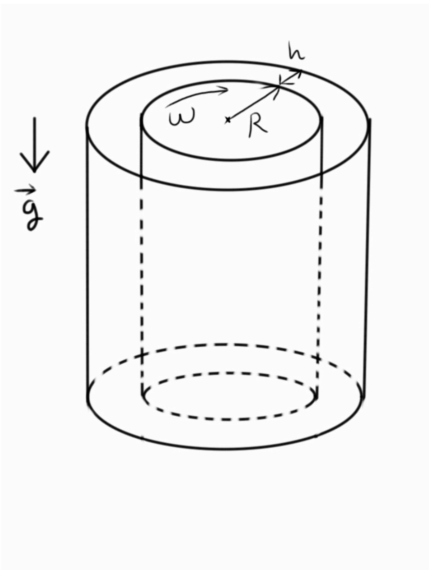


Figura 1.

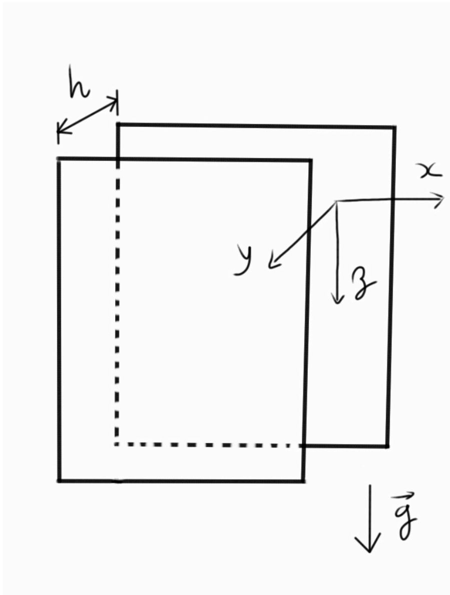


Figura 2.

a) Mostre que a velocidade normal às paredes da conduta é nula em todos os pontos do escoamento. [0,5 val.]
b) Calcule o perfil de velocidades na direção correspondente à da rotação da conduta interior. [1,0 val.]
c) Calcule o perfil de velocidades na direção vertical. [1,0 val.]
d) Esboce as linhas de corrente do escoamento num plano localizado a meia distância entre as duas paredes, e calcule a variação do ângulo que elas fazem com a direção vertical. [1,0 val.]
e) Calcule as componentes segundo x e z da tensão de corte parietal na placa fixa. [1,5 val.]

II

Considere o escoamento laminar, incompressível e bidimensional de um fluido newtoniano na vizinhança de um ponto de estagnação. Duas camadas limites de espessura $\delta(x)$ desenvolvem-se sobre uma placa em duas direções opostas a partir do ponto de estagnação. A massa específica e a viscosidade dinâmica do fluido são ρ e μ, respetivamente.

a) Calcule a derivada da pressão imposta à camada limite na direção longitudinal, sabendo que a velocidade no exterior da camada limite é dada por $U_e(x) = Kx$, onde K é uma constante. [0,5 val.]

b) Calcule o fator de forma, H, do perfil de velocidades da camada limite, usando a seguinte aproximação para o perfil de velocidades:

$$\frac{u(x,y)}{U_e(x)} = a \sin\left[b\left(\frac{y}{\delta(x)}\right)\right],$$

onde a e b são constantes a determinar. [1,5 val.]

c) Usando a equação integral de Von-Kármán estabeleça uma equação diferencial que permita obter a espessura da camada limite ao longo da coordenada longitudinal, em função dos parâmetros do problema $\delta(x)$, K, μ, e ρ. Em seguida, mostre que a função $\delta(x) = c$ (em que c é uma constante) é solução da equação diferencial obtida. Determine também o valor da constante c, em função das variáveis do problema. [2,5 val.]

d) Calcule as componentes na direção normal e tangencial da força aerodinâmica de natureza viscosa e invíscida que atuam na superfície da placa, desde o ponto de estagnação até uma distância horizontal de L (considere que se pode usar a aproximação de camada limite em toda a extensão da placa). Considere que no ponto de estagnação a pressão absoluta é p_0. [1,5 val.]

Nota: Considere o escoamento apenas de um dos lados da placa.

Formulário: $\int \sin^2(ax)dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4a}\sin(2ax)$ $\qquad \int \sin(ax)dx = -\frac{\cos(ax)}{a}$

III

Considere o escoamento permanente, plano, irrotacional e incompressível resultante da sobreposição das seguintes singularidades:

— uma fonte de intensidade Q, localizada no ponto $(x = 0;\ \ y = -i)$;
— um poço de intensidade –Q, localizado no ponto $(x = 0;\ \ y = i)$.

a) Escreva a expressão do potencial complexo do escoamento resultante, em função da variável complexa $z = x + iy$. [0,5 val.]

b) Este escoamento apresenta algum ponto de estagnação? Justifique. [1,0 val.]

c) Partindo da expressão para a velocidade complexa em função da variável complexa z, mostre que a reta que passa pelas duas singularidades é uma linha de corrente.

d) Mostre que a linha de corrente que passa pelo ponto genérico $(x = a;\ \ y = 0)$(com a uma constante genérica), é uma circunferência que contém as singularidades. Qual é o diâmetro da circunferência e a localização do seu centro? [1,5 val.]

e) Determine a diferença de pressões entre um ponto muito afastado das singularidades e o ponto $(x = 1;\ \ y = 0)$. [1,0 val.]

MECÂNICA DOS FLUIDOS I

Engenharia Aeroespacial

Repescagem do 1º Teste

1/Fevereiro/2014

Duração total (partes teórica e prática): 2 horas

Esta parte realiza-se com consulta de 1 ou 2 livros de texto, as folhas da disciplina e transparências das aulas teóricas.
Apresente um nível adequado de justificação e a fonte bibliográfica das expressões que utilizou se diferentes das utilizadas nas aulas teóricas.

PARTE PRÁTICA

I

(7 valores)

Considere o escoamento plano (2D), estacionário, incompressível, invíscido ($\mu = 0$), de massa volúmica $\rho = 1.2\ kg/m^3$, que se escoa numa conduta de forma cónica, com um ângulo de abertura $\theta = \pi/6$ como representado na figura 1. O fluido entra na conduta na secção 1 ($r_1 = 1\ m$) e sai da conduta na secção 2 ($r_2 = 3\ m$), com velocidade radial e uniforme em cada secção i.e. $\overrightarrow{v_1} = (v_{1r}, v_{1\theta}, v_{1z}) = (v_{1r}, 0{,}0)$ e $\overrightarrow{v_2} = (v_{2r}, 0{,}0)$, onde v_{1r} e v_{2r} são constantes em cada secção. Despreze as forças mássicas.

a) Sabendo que $v_{1r} = 10\ m/s$ calcule o caudal mássico escoado na conduta e a velocidade radial média na secção 2, $v_{2r} =?$ (1,0 val.)

b) Calcule pressão média na secção 2, sabendo que a pressão na secção r_1 vale $p_1 = 10^5$ Pa. (1,0 val.)

c) Sabendo que a velocidade radial dentro da conduta varia apenas com o raio calcule a velocidade radial $v_r = v_r(r)$, e a pressão $p = p(r)$ em cada ponto da conduta. (2,0 val.)

d) Calcule a resultante das forças que o fluido exerce na parede AB. (1,5 val.)

e) Calcule a variação do fluxo de energia cinética entre as secções 1 e 2. (1,5 val.)

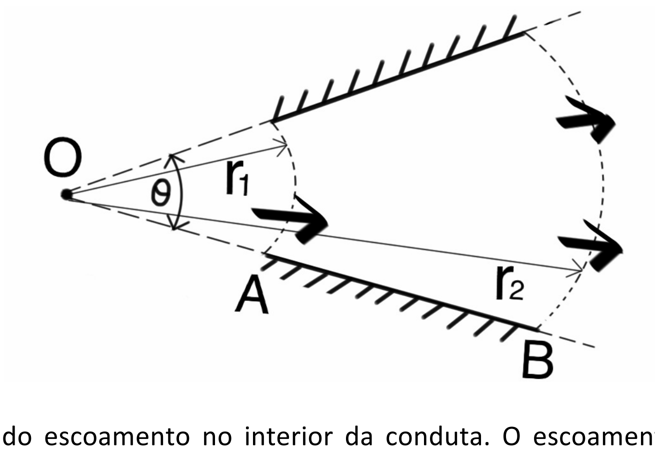


Figura 1: esquema do escoamento no interior da conduta. O escoamento é plano (2D) e a velocidade nas secções de entrada e saída é uniforme e apenas radial $\vec{v} = (v_r, v_\theta, v_z) = (v_r(r), 0{,}0)$

II

(7 valores)

O escoamento gerado num fluido semi-infinito por um grande disco rodando com velocidade angular constante Ω é conhecido por *Bomba viscosa de Von-Kármán*. A figura 1 mostra o disco e o sistema de eixos usado para representar as 3 componentes da velocidade: axial v_z, radial v_r e tangencial v_θ. O escoamento é causado pela condição de não escorregamento entre o disco e o fluido, e não apresenta gradiente radial de pressão. Consequentemente o fluido é empurrado para fora do disco na direção radial ($v_r > 0$) o que causa uma corrente de fluido descendente na direção do disco ($v_z < 0$). O escoamento é laminar, estacionário, incompressível e axissimétrico e o fluido é Newtoniano, com viscosidade cinemática ν, e massa volúmica ρ. Despreze as forças mássicas.

A solução analítica das equações de Navier-Stokes para este problema supõe que as componentes da velocidade normalizadas são função apenas da coordenada axial normalizada $z^* = z/\sqrt{\nu/\Omega}$. As velocidades radial, tangencial e axial são normalizadas do seguinte modo:

$F(z^*) = v_r/(r\Omega)$,

$G(z^*) = v_\theta/(r\Omega)$,

$H(z^*) = v_z/\sqrt{\nu\Omega}$,

respectivamente, e a pressão p é normalizada por ρ, ν e por Ω:

$P(z^*) = p/(\rho\nu\Omega)$.

Apresente todos os resultados apenas em função das velocidades normalizadas i.e. $F(z^*)$, $G(z^*)$ e $H(z^*)$, e das suas derivadas e.g. $H' = \partial H/\partial z^*$ e $\partial/\partial z\ = \left(\sqrt{\Omega/\nu}\right)\partial/\partial z$.

a) Mostre que para este problema a equação da continuidade se reduz a $2F + H' = 0$. (1,0 val.)

b) Simplifique a equação de transporte de quantidade de movimento segundo a direção radial. (2,0 val.)

c) Escreva as condições de fronteira para as velocidades radial, tangencial e axial sobre o disco ($z^* = 0$) e muito longe do disco ($z^* \longrightarrow \infty$). (1,5 val.)

d) Esboce de forma qualitativamente correta os perfis de velocidade normalizados $F(z^*)$, $G(z^*)$ e $H(z^*)$, em função da coordenada axial z^*. (1,5 val.)

e) Sabendo que o gradiente axial das componentes da velocidade sobre o disco é $F'(0) = F_0$, $H'(0) = H_0$ e $G'(0) = G_0$, respectivamente, calcule o momento que o fluido aplica no disco entre $0 \le r \le R$. (1,0 val.)

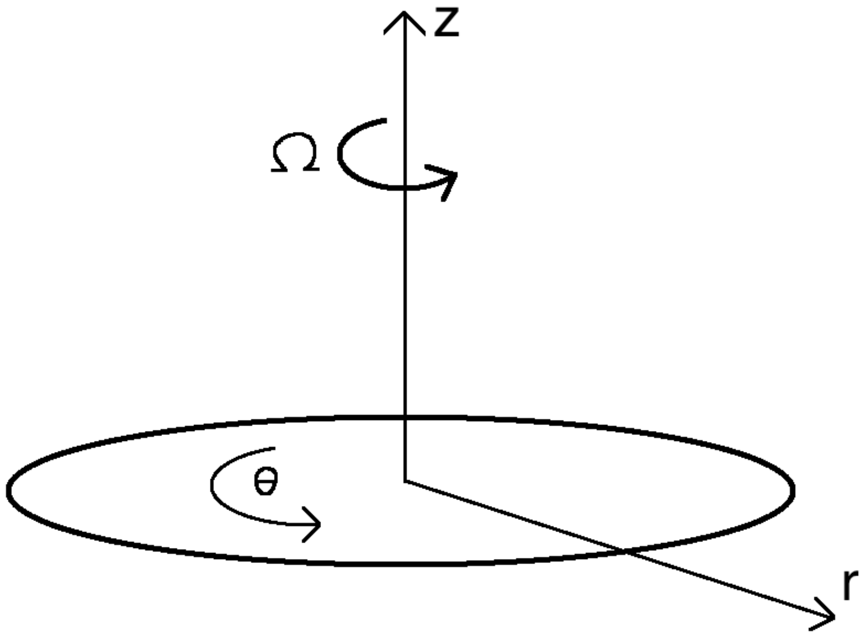


Figura 2: Sistema de coordenadas sobre o disco em rotação com velocidade angular constante Ω, no seio de um fluido semi-infinito. A solução analítica refere-se apenas ao fluido que se encontra num dos lados do disco: $0 \leq z \leq \infty$; $0 \leq r \leq \infty$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

MECÂNICA DOS FLUIDOS I

Engenharia Aeroespacial

1º Teste

31/Outubro/2013

Duração total (partes teórica e prática): 2 horas

Esta parte realiza-se com consulta de 1 ou 2 livros de texto, as folhas da disciplina e transparências das aulas teóricas.
Apresente um nível adequado de justificação e a fonte bibliográfica das expressões que utilizou se diferentes das utilizadas nas aulas teóricas.

PARTE PRÁTICA

I

(7 valores)

Considere o escoamento laminar, estacionário e incompressível de massa volúmica ρ, de um fluido newtoniano de viscosidade dinâmica μ, no qual um injector com dimensão vertical h_j descarrega fluido para dentro de uma conduta de geometria rectangular com altura h, tal como representado na figura 1. À entrada da conduta, na secção 1, o perfil de velocidade à saída do injector é uniforme com velocidade V_j e arrasta consigo fluido do exterior com uma velocidade igualmente uniforme e igual a V_1.

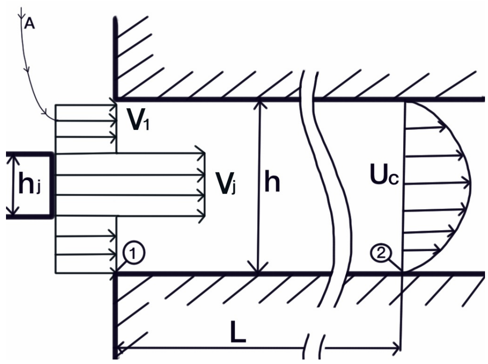


Figura 1: esquema do escoamento gerado pelo injector.

1. A uma distância grande do injector (ponto A) o fluido está praticamente em repouso a uma pressão igual a P_0. Qual a pressão estática na secção de entrada da conduta? Despreze os efeitos da gravidade. (1,0 val.)
2. Calcule a resistência aerodinâmica de natureza viscosa na conduta entre as secções 1 e 2, sabendo que a tensão de corte nas paredes da conduta pode ser aproximada por $\tau_w(x) = \tau_0 e^{(-x/L)}$, onde τ_0 é a tensão de corte na secção 1. (1,5 val.)
3. Sabendo que a uma distância bastante grande L da entrada na conduta o perfil de velocidade média pode ser descrito por um polinómio de grau 2, calcule a velocidade máxima nessa estação U_c (secção 2). (2,0 val.)

4. Qual a pressão estática na secção 2? (1,5 val.)
5. Calcule a dissipação total de energia mecânica entre as secções 1 e 2, por unidade de peso. (1,0 val.)

II

(7 valores)

Um corpo sólido de geometria cilíndrica e raio R roda com velocidade angular constante ω no meio de um fluido Newtoniano de massa volúmica ρ e viscosidade dinâmica μ, ambas constantes, como representado na figura 2. O escoamento é estacionário e bidimensional.

1. Sabendo que o escoamento é axissimétrico calcule a velocidade radial no campo do escoamento. (1,0 val.)
2. Simplifique a equação de transporte de quantidade de movimento segundo a direção radial. (1,0 val.)
3. Simplifique a equação de transporte de quantidade de movimento na direção tangencial. (1,5 val.)
4. Escreva 2 condições de fronteira para este escoamento. (1,0 val.)
5. Obtenha o perfil da velocidade tangencial. (1,5 val.)
6. Calcule o momento que tem de ser aplicado ao cilindro, por unidade de comprimento na direção axial, para que este se mantenha a rodar com velocidade angular constante. (1,0 val.)

NOTA: Justifique cuidadosamente todas as simplificações efectuadas.

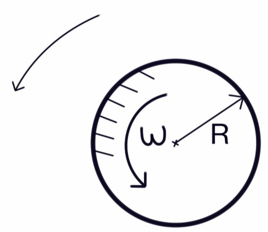


Figura 2: cilindro em rotação no seio de um fluido inicialmente em repouso.

MECÂNICA DOS FLUIDOS I

Engenharia Aeroespacial

Repescagem do 2º Teste

1/Fevereiro/2014

Duração total (partes teórica e prática): 2 horas

Esta parte realiza-se com consulta de 1 ou 2 livros de texto, as folhas da disciplina e transparências das aulas teóricas.
Apresente um nível adequado de justificação e a fonte bibliográfica das expressões que utilizou se diferentes das utilizadas nas aulas teóricas.

PARTE PRÁTICA

I

(7 valores)

Para número de Reynolds elevado e em 3 dimensões o escoamento na vizinhança do ponto de estagnação pode calcular-se usando a aproximação de camada limite axissimétrica porque a espessura da camada limite axissimétrica δ, é muito menor do que a distancia radial percorrida pelo escoamento na placa R, com $\delta/R \ll 1$. Considere que o escoamento é laminar, estacionário, incompressível e Newtoniano, e despreze as forças mássicas. A massa volúmica é ρ, e a viscosidade cinemática ν.

A figura 1 esboça a placa e o sistema de eixos usado para analisar as equações de camada limite. Fora da camada limite o escoamento tem velocidade axial em direção à placa $V_z = -2az$, e velocidade radial $V_r = ar$, onde a é uma constante. As componentes da velocidade axial e radial dentro da camada limite são v_z e v_r, respectivamente. A velocidade tangencial é nula, dentro e fora da camada limite, $V_\theta = v_\theta = 0$.

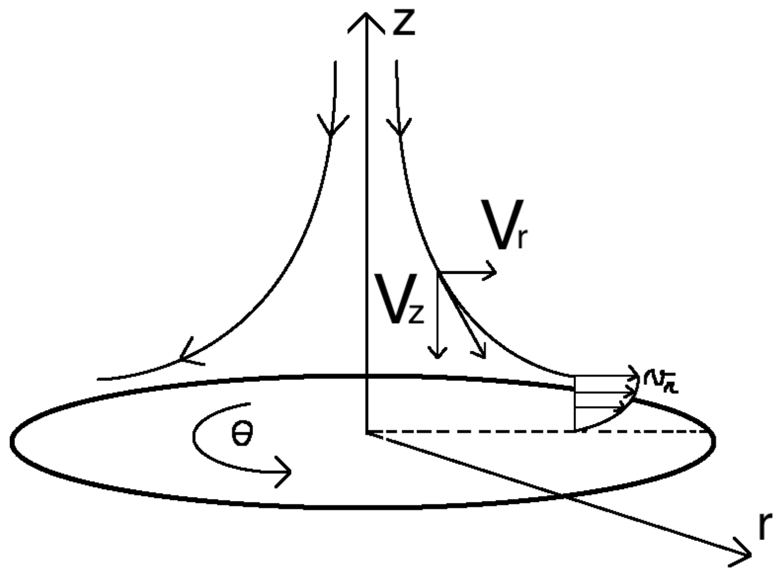


Figura 1: Esquema da placa na vizinhança do ponto de estagnação, com o sistema de referencia usado na analise do escoamento.

a) Sabendo que a pressão de estagnação fora da camada limite é P_0, calcule a pressão em qualquer ponto fora da camada limite $P(r, \theta, z)$. (1,0 val.)

b) Sabendo que a velocidade radial característica dentro da camada limite é da ordem da velocidade radial fora da camada limite $v_r \sim V_r$, que distancia axial é da ordem de $z \sim \delta$, e que a distancia radial percorrida é $r \sim R$, mostre que a velocidade axial característica na camada limite é da ordem de $v_z \sim v_r(\delta/R)$. (1,5 val.)

c) Mostre que o gradiente de pressão na direção tangencial é nulo $\partial p/\partial \theta \approx 0$. (0,5 val.)

d) Mostre que $\delta/R \sim 1/\sqrt{Re}$ onde $Re = V_r R/\nu$ é o número de Reynolds do escoamento. (1,0 val.)

e) Estime a ordem de grandeza do gradiente de pressão na direção axial $\partial p/\partial z \sim ?$ (1,0 val.)

f) Para este escoamento obtenha a equação de quantidade de movimento na direção radial usando a aproximação de camada limite (axissimétrica). (2,0 val.)

Este problema realiza-se no verso desta folha. Não se esqueça de a identificar. Testes não identificados não serão classificados.

Nome:
Número:

II

(7 valores)

Considere um reservatório de ar comprimido ($\gamma = 1{,}4; R = 287\ \mathrm{J/kgK}$) ligado a uma instalação com duas gargantas em série ligadas por um tubo curto de secção constante, conforme representado na figura 2. Assuma que o escoamento é isentrópico excepto na onda de choque que ocorre na secção de área $\mathrm{A_s}$. O número de Mach na segunda garganta é de $\mathrm{Ma_3} = 0{,}9$. As condições à saída da segunda tubeira são: temperatura estática de $\mathrm{T_4} = 289\ \mathrm{K}$, pressão estática de $\mathrm{p_4} = 101325\ \mathrm{Pa}$ e número de Mach de $\mathrm{Ma_4} = 0{,}77$. Nestas condições, o caudal mássico que atravessa a instalação é de $\dot{\mathrm{m}} = 0{,}3188\ \mathrm{kg/s}$.

a) Represente qualitativamente no gráfico $(\mathrm{x}, \mathrm{Ma})$ da figura abaixo, a variação do número de Mach ao longo de x, desde a secção 1 até à secção 4. (1.0 val.)

b) Calcule a temperatura de estagnação na secção 4. (1.0 val.)

c) Calcule a pressão de estagnação e a área crítica na secção 4. (1.0 val.)

d) Determine a área $\mathrm{A_3}$. (1.5 val.)

e) Sabendo a área da garganta é de $\mathrm{A_1} = 500\ \mathrm{mm^2}$, calcule o número de Mach a montante e a jusante da onda de choque, $\mathrm{Ma_{s1}}$ e $\mathrm{Ma_{s2}}$. (1.5 val.)

f) Determine a pressão de estagnação $\mathrm{p_0}$ e a temperatura de estagnação $\mathrm{T_0}$ no reservatório. Se não resolveu alguma das alíneas anteriores, indique pelo menos a forma de resolver esta alínea. (1.0 val.)

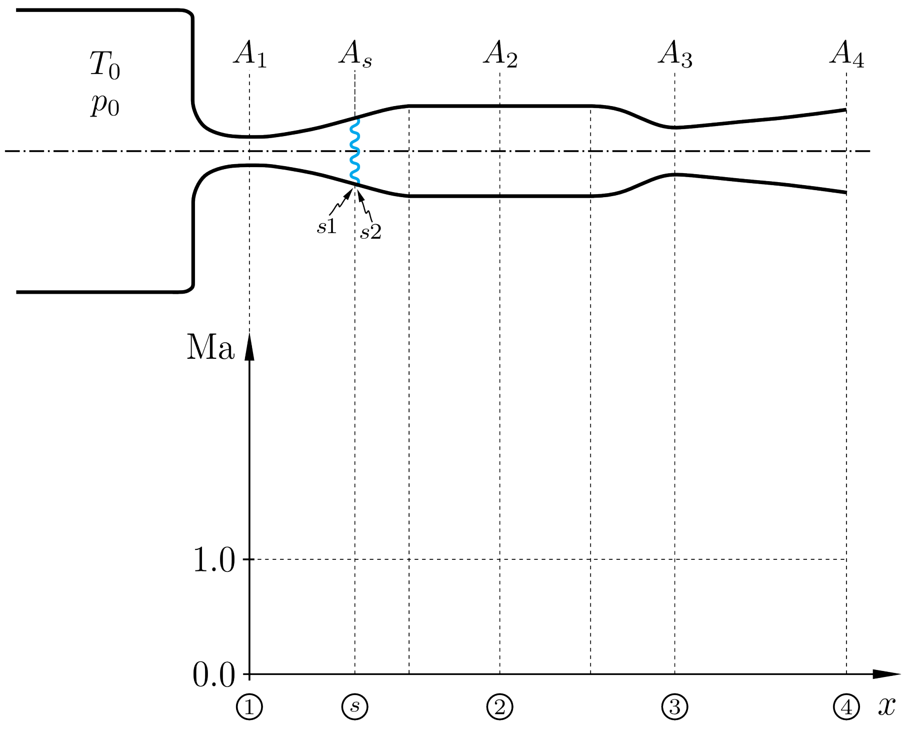


Figura 2: Esquema do reservatório de ar comprimido ligado a uma conduta com duas gargantas.

MECÂNICA DOS FLUIDOS I

Engenharia Aeroespacial

2º Teste

20/Dezembro/2013

Duração total (partes teórica e prática): 2 horas

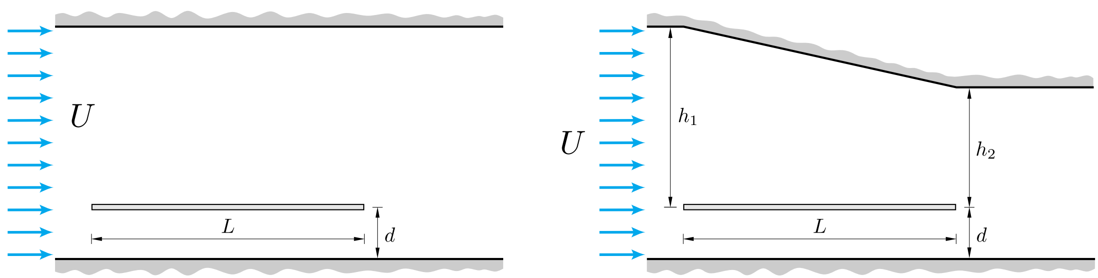
Esta parte realiza-se com consulta de 1 ou 2 livros de texto, as folhas da disciplina e transparências das aulas teóricas.
Apresente um nível adequado de justificação e a fonte bibliográfica das expressões que utilizou se diferentes das utilizadas nas aulas teóricas.

PARTE PRÁTICA

I

(7 valores)

Ar ($\rho = 1{,}26\ kg/m^3$; $\nu = 1{,}5 \times 10^{-5} m^2/s$) à pressão atmosférica ($P_\infty = 101{,}3\ kPa$) entra na secção de teste de um túnel de vento onde se pretende estudar o desenvolvimento de camadas limites. Para esse efeito coloca-se uma placa lisa de comprimento $L = 1\ m$ e largura $b = 0.2\ m$ na secção de teste tal como representado na figuras 1a e 1b. A placa está colocada a uma distancia d suficientemente grande para que não existam efeitos das camadas limites sobre as paredes da secção de teste.



a) b)

Figura 1: Esquema do túnel de vento para estudo da camada limite nas duas configurações de estudo. a) escoamento sem gradiente de pressão, b) escoamento com gradiente de pressão.

Na primeira configuração de estudo a geometria do túnel de vento é ajustada para produzir uma camada limite sem gradiente de pressão, e a velocidade de aproximação é uniforme e igual a $U = 20\ m/s$ (figura 1a).

a) Calcule a distância, contada a partir do inicio do bordo de ataque da placa, a partir da qual a camada limite é turbulenta x_T. Para número de Reynolds de transição tome $Re_T = 5{,}5 \times 10^5$. (0,5 val.)

b) Para a estação da alínea anterior x_T, calcule o caudal volúmico escoado dentro da camada limite (entre $y = 0$ e $y = \delta(x_T)$), por unidade de comprimento na direção transversal. (1,0 val.)

c) Para a estação da alínea anterior x_T, calcule a velocidade e a tensão de corte a meio da camada limite $y = \delta(x_T)/2$. (1,0 val.)

d) Calcule a espessura da camada limite no fim das placas i.e. para $x = L$, e a resistência aerodinâmica. (1,5 val.)

Considere agora uma nova configuração da secção de teste onde a geometria foi ajustada por forma a impor um gradiente de pressão não nulo, e a velocidade de aproximação é uniforme e igual a $U = 1\ m/s$ (figura 1b). As alturas representadas na figura são $h_1 = 0.5\ m$ e $h_2 = 0.1\ m$, respectivamente.

e) Obtenha uma expressão para a velocidade e o gradiente de pressão fora da camada limite em função da espessura de deslocamento e da coordenada longitudinal $U_e(x)$ e $P_e(x)$. *Nota: Despreze a espessura da camada limite no tecto da secção de teste.* (1,0 val.)

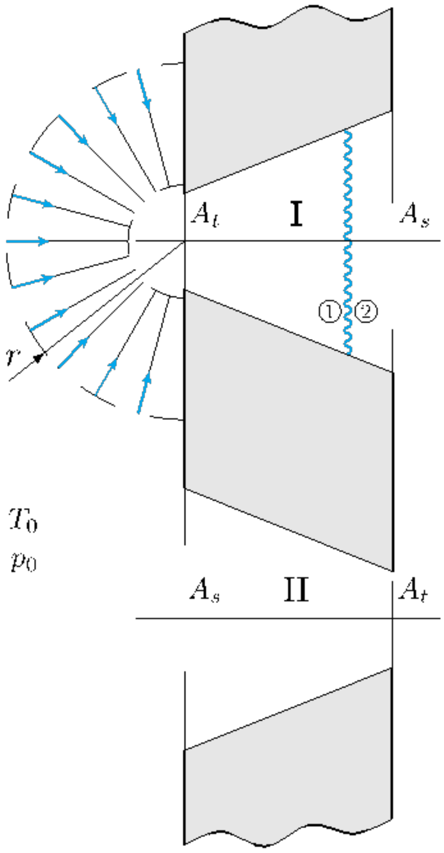
f) Usando a equação de von-Kármán escreva uma equação diferencial para a espessura de deslocamento em função da coordenada longitudinal, e de outros parâmetros constantes na camada limite. Use os resultados da alínea anterior e aproxime o perfil de velocidades dentro da camada limite por um polinómio do 2º grau. Não resolva a equação. *Nota: se não resolveu a alínea anterior use* $U_e(x) = 1/[a - b\delta(x)^*]$. (2,0 val.)

II

(7 valores)

Um reservatório de grandes dimensões contém ar comprimido ($\gamma = 1{,}4; R = 287$ J/kgK) em condições de pressão e temperatura de estagnação de $p_0 = 1{,}6\times10^5$ Pa e $T_0 = 333$ K, respectivamente. Num dado momento ocorre um pequeno furo de geometria cónica através do qual o ar se começa a escoar. Considere que o escoamento através do furo é unidimensional, isentrópico, sem atrito e sem separação. A figura 2 mostra as duas possíveis configurações para o furo: I) com onda de choque e II) sem onda de choque. Em ambos os casos a área da secção transversal dos furos varia de modo suave tal como representado na figura 2, com $A_t = 3\ \mathrm{cm}^2$ e $A_s = 6\ \mathrm{cm}^2$, e na vizinhança dos furos as linhas de corrente são concêntricas.

Considere primeiro a configuração I. Neste caso existe uma onda de choque dentro do furo e a razão das pressões estáticas através do choque é igual a $\frac{p_2}{p_1} = 4{,}5$. Para esta configuração calcule:



a) A temperatura e a velocidade do escoamento à entrada do furo. (1,0 val.)

b) A velocidade média do escoamento numa semi-esfera de raio $r = 2{,}5$ cm da entrada do furo. (1,5 val.)

c) A razão de pressões de estagnação e a razão entre as áreas críticas antes e depois do choque. (0,5val.)

d) A pressão estática e a temperatura à saída. (1,5 val.)

e) O caudal mássico escoado. (1,0 val.)

Considere agora a configuração II).

f) Para esta configuração determine o caudal mássico com base na pressão estática de saída calculada para o caso a). *Nota: Se não fez o cálculo em d), assuma o valor de* $p_e = 10^5$ Pa. (1,0 val.)

g) Compare o caudal mássico nas duas configurações e comente a diferença.

(0,5 val.)

Figura 2: Geometria e condições na vizinhança do furo no reservatório. I) com onda de choque e II) sem onda de choque.