南京大学
NANJING UNIVERSITY

运算方法和运算部件

殷亚凤
智能软件与工程学院
苏州校区南雍楼东区225
yafeng@nju.edu.cn，https://yafengnju.github.io/

运算方法和运算部件

- 高级语言和机器指令中的运算
- 基本运算部件
- 定点数运算
- 整数乘除运算
- 浮点数运算

高级语言和机器指令中的运算

- **C语言程序中涉及的运算**
- **算术运算（最基本的运算）**
  - 无符号数、带符号整数、浮点数的运算
- **按位运算**
  - 用途
    - 对一个**位串**实现“掩码”（mask）操作或相应的其他处理

    （主要用于对**多媒体数据**或**控制信息**进行处理）
  - 操作
    - **按位或：“|”**
    - **按位与：“&”**
    - **按位取反：“~”**
    - **按位异或：“^”**

    问题：如何从一个16位采样数据y中提取高位字节，并使低字节为0？

    可用“&”实现“掩码”操作：y & 0xFF00

    例如，当y=0x2C0B时，通过掩码操作得到结果为：0x2C00

高级语言和机器指令中的运算

- **C语言程序中涉及的运算**
  - **逻辑运算**
    - 用途
      - 用于关系表达式的运算

      例如，if （x>y and i<100）then ……中的“and”运算
    - 操作
      - **“||”表示“或”运算**
      - **“&&”表示“与”运算**

        例如， if ((x>y) && (i<100)) then ……
      - **“!”表示“非”运算**
    - **与按位运算的差别**
      - 符号表示不同：& ~ && ；| ~ ||； ……
      - 运算过程不同：按位 ~ 整体
      - 结果类型不同：位串 ~ 逻辑值

高级语言和机器指令中的运算

- **C语言程序中涉及的运算**
  - **移位运算**
    - 用途
      - 提取部分信息
      - 扩大或缩小数值的2、4、8…倍
    - 操作
      - 左移:：x<<k;　右移：　x>>k
      - 不区分是逻辑移位还是算术移位，由x的类型确定
      - **无符号数**：逻辑左移、逻辑右移

        高（低）位移出，低（高）位补0

        问题：何时可能发生溢出？如何判断溢出？（**若高位移出的是1，则左移时发生溢出**）
      - **带符号整数**：算术左移、算术右移

        左移：高位移出，低位补0。（溢出判断：若移出的位不等于新的符号位，则溢出）

        右移：低位移出，高位补符，可能发生数据丢失。

高级语言和机器指令中的运算

- **C语言程序中涉及的运算**

- **位扩展和位截断运算**
  - 用途
    - 在进行类型转换时，可能需要数据的扩展或截断
  - 操作
    - 没有专门的操作运算符，根据类型转换前后数据长短来确定是扩展还是截断
    - “扩展”：短数转为长数；“截断”，长数转为短数
    - **扩展**

      无符号数：0扩展，即：前面补0

      带符号整数：符号扩展，即：前面补符号
    - **截断**

      强行将一个长数的高位丢弃，故可能会发生“溢出”

例1：在大端机上输出si, usi, i, ui的十进制和十六进制值是什么？

```
short si = -12345;
unsigned short usi = si;
int i = si;
unsigned ui = usi ;
```

si = -12345　　CF C7
usi = 53191　　CF C7
i = -12345　　FF FF CF C7
ui = 53191　　00 00 CF C7

高级语言和机器指令中的运算

- **C语言程序中涉及的运算**

- **位扩展和位截断运算**
  - 用途
    - 在进行类型转换时，可能需要数据的扩展或截断
  - 操作
    - 没有专门的操作运算符，根据类型转换前后数据长短来确定是扩展还是截断
    - “扩展”：短数转为长数；“截断”，长数转为短数
    - **扩展**

      无符号数：0扩展，即：前面补0

      带符号整数：符号扩展，即：前面补符号
    - **截断**

      强行将一个长数的高位丢弃，故可能会发生“溢出”

例2：在大端机上执行后，i和j是否相等？

```
int i = 53191;
short si = (short)i;
int j = si;
```

不相等！

```
i = 53191     00 00 CF C7
si = -12345         CF C7
j = -12345    FF FF CF C7
```

原因：**对i截断时发生了“溢出”**，即：53191截断为16位数时，无法正确表示！

高级语言和机器指令中的运算

- **MIPS指令中涉及的运算**

表 3.1　MIPS 指令系统中涉及运算的部分指令

指令类型	指令名称	汇编形式举例	含　义	所需运算
逻辑运算	and	and $1,$2,$3	$1=$2 & $3	按位与
	or	or $1,$2,$3	$1=$2|$3	按位或
	nor	nor $1,$2,$3	$1=~($2|$3)	按位或非
	and immediate	andi $1,$2,100	$1=$2&100	按位与
	or immediate	ori $1,$2,100	$1=$2|100	按位或
	shift left logical	sll $1,$2,10	$1=$2<<10	逻辑左移
	shift right logical	srl $1,$2,10	$1=$2>>10	逻辑右移

涉及到的操作数：32/16位 逻辑数

涉及到的操作：按位与 / 按位或 / 按位或非 / 左移 / 右移

高级语言和机器指令中的运算

- **MIPS指令中涉及的运算**

定点算术运算*	shift right arithmetic	sra $1,$2,10	$1=$2>>10	算术右移
	add	add $1,$2,$3	$1=$2+$3	整数加(判溢出)
	subtract	sub $1,$2,$3	$1=$2−$3	整数减(判溢出)
	add immediate	addi $1,$2,100	$1=$2+100	符号扩展、整数加(判溢出)
	sub immediate	subi $1,$2,100	$1=$2−100	符号扩展、整数减(判溢出)
	add unsigned	addu $1,$2,$3	$1=$2+$3	整数加(不判溢出)
	subtract unsigned	subu $1,$2,$3	$1=$2−$3	整数减(不判溢出)
	add immediate unsigned	addiu $1,$2,100	$1=$2+100	0扩展、整数加(不判溢出)
	multiply	mult $2,$3	Hi, Lo=$2×$3	带符号整数乘
	multiply unsigned	multu $2,$3	Hi, Lo=$2×$3	无符号整数乘
	divide	div $2,$3	Lo=$2÷$3	带符号整数除
			Hi=$2 mod $3	Lo=商，Hi=余数
	divide unsigned	divu $2,$3	Lo=$2÷$3	无符号整数除
			Hi=$2 mod $3	Lo=商，Hi=余数

涉及到的操作数：32/16位 无符号数， 32/16位带符号数；

涉及到的操作：加 / 减 / 乘 / 除（有符号 / 无符号）。

高级语言和机器指令中的运算

- **MIPS指令中涉及的运算**

定点数据传送	load word	lw $1,100($2)	$1=mem[$2+100]	符号扩展并整数加
	store word	sw $1,100($2)	mem[$2+100]=$1	符号扩展并整数加
	load half unsigned	lhu $1,100($2)	$1=mem[$2+100]	符号扩展并整数加,0 扩展
	store half	sh $1,100($2)	mem[$2+100]=$1	符号扩展并整数加,符号扩展
	load byte unsigned	lbu $1,100($2)	$1=mem[$2+100]	符号扩展并整数加,0 扩展
	store byte	sb $1,100($2)	mem[$2+100]=$1	符号扩展并整数加,符号扩展
	load upper immediate	lui $1,100	$1=100×$2^{16}$	逻辑左移 16 位

涉及到的操作数： 32/16位带符号数（偏移量可以是负数）

涉及到的操作：加 / 减 / 符号扩展 / 0扩展

高级语言和机器指令中的运算

- **MIPS指令中涉及的运算**

指令类型	指令名称	汇编形式举例	含义	所需运算
浮点算术运算	FP add single	add.s $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 + $f6	单精度浮点加
	FP subtract single	sub.s $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 − $f6	单精度浮点减
	FP multiply single	mul.s $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 × $f6	单精度浮点乘
	FP divide single	div.s $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 ÷ $f6	单精度浮点除
	FP add double	add.d $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 + $f6	双精度浮点加
	FP subtract double	sub.d $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 − $f6	双精度浮点减
	FP multiply double	mul.d $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 × $f6	双精度浮点乘
	FP divide double	div.d $f2, $f4, $f6	$f2 = $f4 ÷ $f6	双精度浮点除

- **涉及到的浮点操作数**： 32位单精度 / 64位双精度浮点数
- **涉及到的浮点操作**：加 / 减 / 乘 / 除

- **MIPS提供专门的浮点数寄存器**：

32个32位单精度浮点数寄存器：$f0, $f1, ……, $f31

连续两个寄存器（一偶一奇）存放一个双精度浮点数

高级语言和机器指令中的运算

- **MIPS指令中涉及的运算**

浮点数据传送	load word corp.1 store word corp.1	lwcl $f1,100($2) swcl $f1,100($2)	$f1=mem[$2+100] mem[$2+100]=$f1	符号扩展并整数加 符号扩展并整数加

涉及到的浮点操作数： 32位单精度浮点数

涉及到的浮点操作：传送操作（与定点传送一样）

涉及到定点操作：加 / 减（用于地址运算）

例：实现将两个浮点数从内存取出相加后再存回到内存的指令序列为：

```
lwcl    $f1,  x($s1)
lwcl    $f2,  y($s2)
add.s   $f4,  $f1,  $f2
swlc    $f4,  z(s3)
```

高级语言和机器指令中的运算

- **MIPS指令中涉及的运算**

  - **涉及到的操作数**：
    - 无符号整数、带符号整数
    - 逻辑数
    - 浮点数
  - **涉及到的运算**
    - 定点数运算
      - 带符号整数运算：取负 / 符号扩展 / 加 / 减 / 乘 / 除 / 算术移位
      - 无符号整数运算：0扩展 / 加 / 减 / 乘 / 除
    - 逻辑运算
      - 逻辑操作：与 / 或 / 非 / …
      - 移位操作：逻辑左移 / 逻辑右移
    - 浮点数运算：加、减、乘、除

实现MIPS定点运算指令的思路：

首先实现一个能进行基本算术运算（加/减）和基本逻辑运算（与/或/或非）、并能生成基本条件码（ZF/VF/CF/NF）的**ALU**，再由ALU和移位器实现乘除运算器。

运算方法和运算部件

- 高级语言和机器指令中的运算
- **基本运算部件**
- 定点数运算
- 整数乘除运算
- 浮点数运算

基本运算部件

- **全加器**：输入为加数、被加数和低位进位C_{in}，输出为和F、进位C_{out}

X_i	Y_i	C_{i-1}	F_i	C_i
A	B	Cin	F	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

真值表

$$F=\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet Cin+\overline{A}\bullet B\bullet\overline{Cin}+A\bullet\overline{B}\bullet\overline{Cin}+A\bullet B\bullet Cin$$

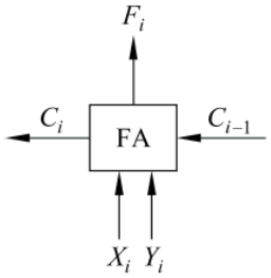
$$Cout=\overline{A}\bullet B\bullet Cin+A\bullet\overline{B}\bullet Cin+A\bullet B\bullet\overline{Cin}+A\bullet B\bullet Cin$$

化简后：

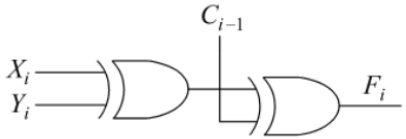
$$F=A\oplus B\oplus Cin$$

$$Cout=A\bullet B+A\bullet Cin+B\bullet Cin$$

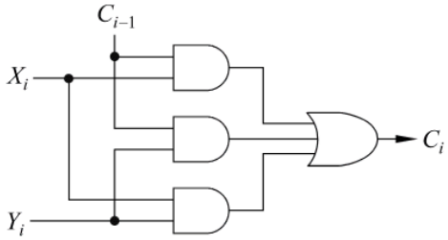
逻辑符号



全加和Fi的生成



全加进位Ci的生成



基本运算部件

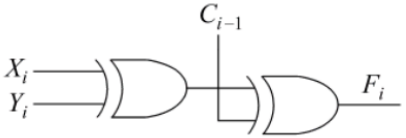
- **串行进位加法器**

全加和、全加进位：

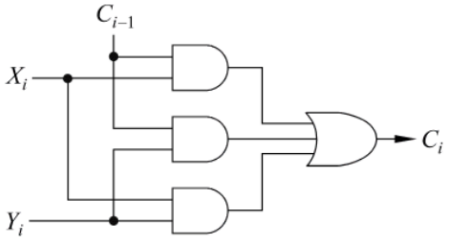
$F=A\oplus B\oplus \mathrm{Cin}$

$\mathrm{Cout}=A\bullet B+A\bullet \mathrm{Cin}+B\bullet \mathrm{Cin}$

全加和Fi的生成



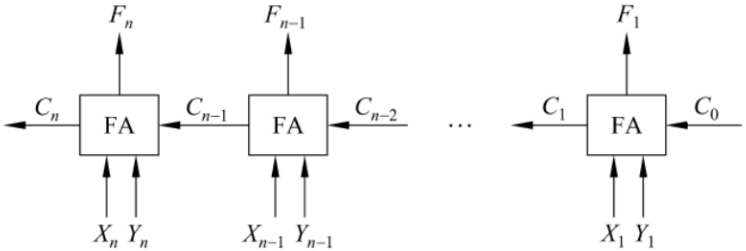
全加进位Ci的生成



- 求和Sum延迟为6ty；进位Carryout延迟为 2 ty

  (假定一个与门/或门延迟为1ty，异或门的延迟则为 3 ty)

n位串行进位加法器



串行加法器的缺点：

进位按串行方式传递，速度慢！

问题：n位串行加法器从C0到Cn的延迟时间为多少？ **2n级门延迟！**

最后一位和数的延迟时间为多少？ **2n+1级门延迟！**

基本运算部件

- **并行进位加法器**
- **为什么用先行进位方式？**

串行进位加法器采用串行逐级传递进位，电路延迟与位数成正比关系。因此，现代计算机采用一种**先行进位(Carry look ahead)方式**。

- **如何产生先行进位？**

定义辅助函数：$G_i=X_iY_i$...进位生成函数

$P_i=X_i+Y_i$...进位传递函数

通常把实现上述逻辑的电路称为进位生成/传递部件

- **全加逻辑方程：$F_i=X_i\oplus Y_i\oplus C_i$　$C_{i+1}=X_iY_i+(X_{i-1}+Y_{i-1})C_{i-1}=G_i+P_iC_i$ $(i=0,1,...n)$**

设n=4,则：$C_1=G_0+P_0C_0$

$C_2=G_1+P_1C_1=G_1+P_1G_0+P_1P_0C_0$

$C_3=G_2+P_2C_2=G_2+P_2G_1+P_2P_1G_0+P_2P_1P_0C_0$

$C_4=G_3+P_3C_3=G_3+P_3G_2+P_3P_2G_1+P_3P_2P_1G_0+P_3P_2P_1P_0C_0$

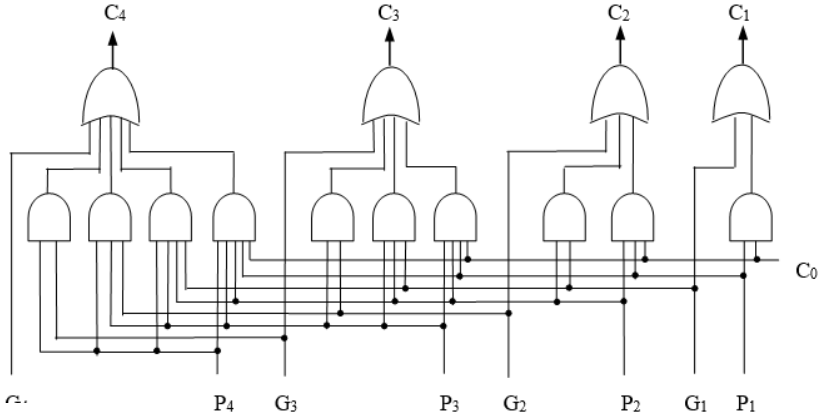
由上式可知: **各进位之间无等待**，相互独立并同时产生。通常把实现上述逻辑的电路称为4位先行进位部件（4位CLU）

基本运算部件

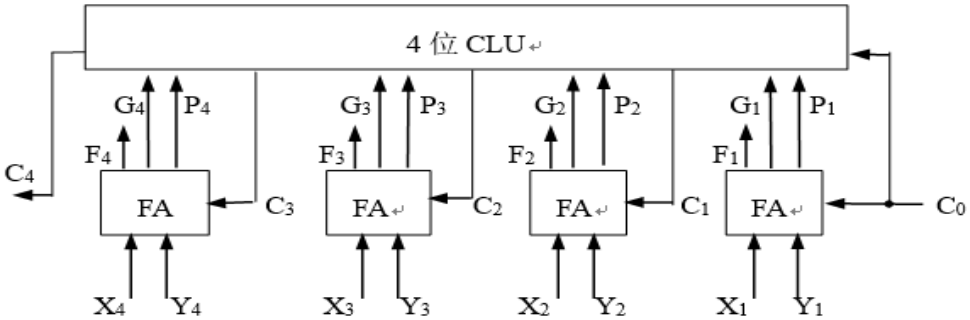
- **并行进位加法器**

全先行进位加法器(CLA)：
所有进位独立并同时生成

$C_1=G_1+P_1C_0$
$C_2=G_2+P_2C_1=G_2+P_2G_1+P_2P_1C_0$
$C_3=G_3+P_3C_2=G_3+P_3G_2+P_3P_2G_1+P_3P_2P_1C_0$
$C_4=G_4+P_4C_3=G_4+P_4G_3+P_4P_3G_2+P_4P_3P_2G_1+P_4P_3P_2P_1C_0$



4位先行进位部件(CLU)

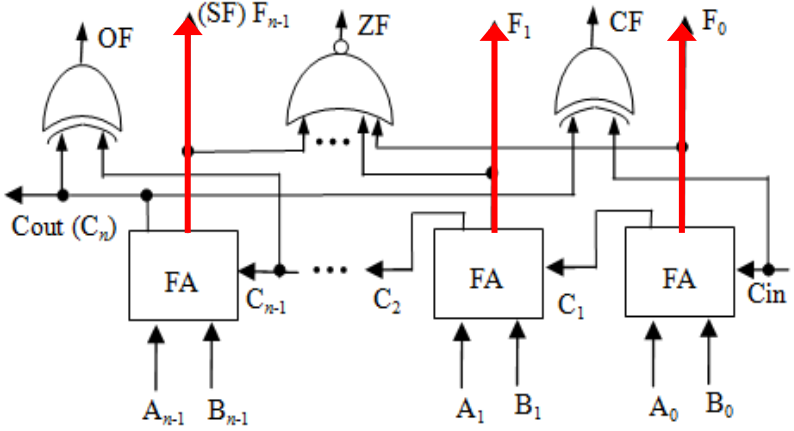


4位全先行进位加法器CLA

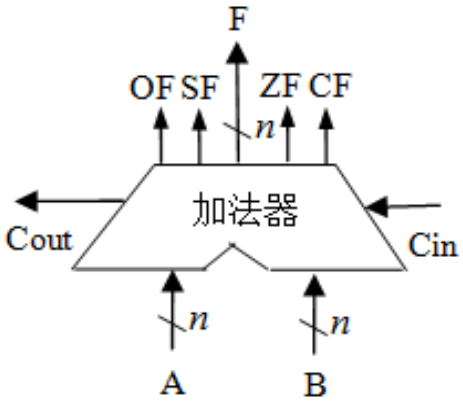
$G_i=X_iY_i$
$P_i=X_i+Y_i$（或 $P_i=X_i\oplus Y_i$ ）
$F_i=X_i\oplus Y_i\oplus C_{i-1}$

基本运算部件

- **带标志加法器**
  - n位加法器无法用于两个n位带符号整数（补码）相加，无法判断是否溢出
  - 程序中经常需要比较大小，通过（在加法器中）做减法得到的标志信息来判断



带标志加法器的逻辑电路



带标志加法器符号

溢出标志OF：$OF=C_n \oplus C_{n-1}$

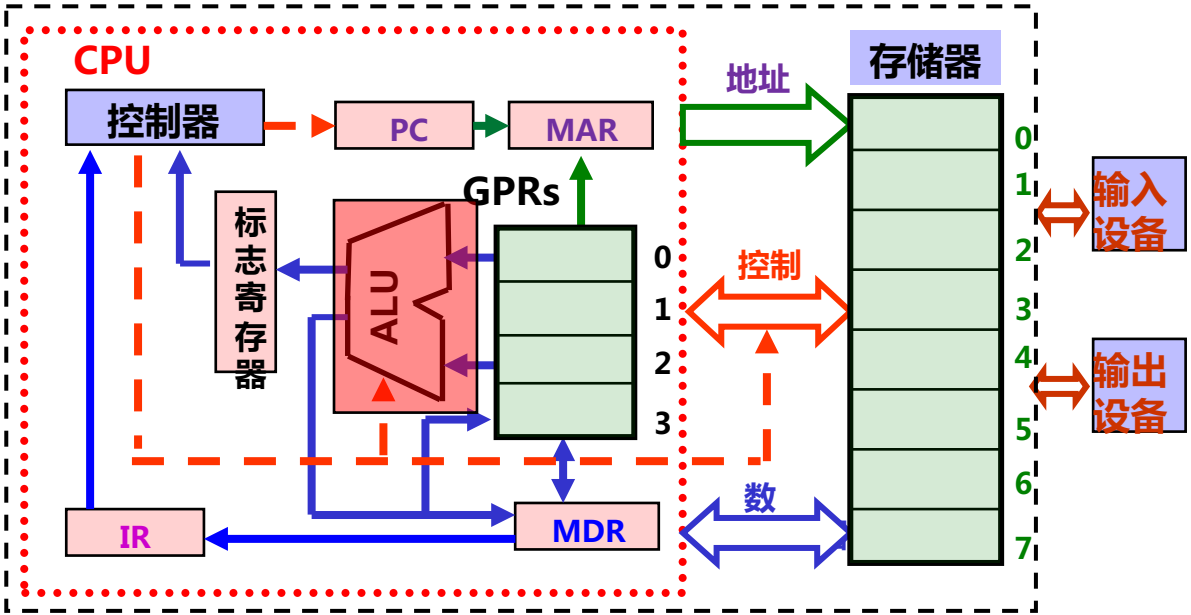
符号标志SF：$SF=F_{n-1}$

零标志ZF=1，当且仅当F=0；

进位/借位标志CF：$CF=C_{out} \oplus C_{in}$

基本运算部件

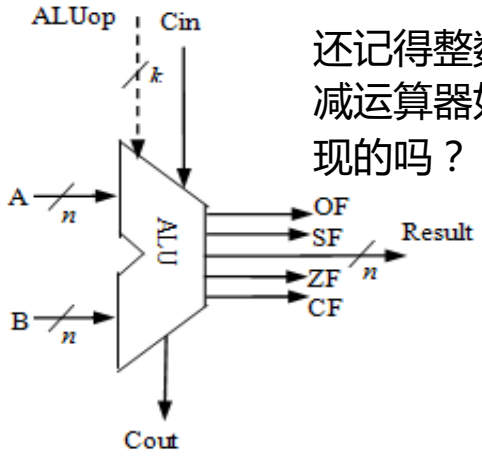
- **算术逻辑部件**



CPU：中央处理器；
PC：程序计数器；
MAR：存储器地址寄存器
ALU：算术逻辑部件；
IR：指令寄存器；
MDR：存储器数据寄存器
GPRs：通用寄存器组
（由若干通用寄存器组成）

基本运算部件

- **算术逻辑部件**
- 进行**基本算术运算与逻辑运算**
  - 无符号整数加、减
  - 带符号整数加、减
  - 与、或、非、异或等逻辑运算
- 核心电路是整数加/减运算部件
- 输出除和/差等，还有标志信息
- 有一个操作控制端（ALUop），用来决定ALU所执行的处理功能。ALUop的位数k决定了操作的种类例如，当位数k为3时，ALU最多只有2^3=8种操作。



ALU 符号

还记得整数加/减运算器如何实现的吗？

ALUop	Result	ALUop	Result	ALUop	Result	ALUop	Result
0 0 0	A加B	0 1 0	A与B	1 0 0	A取反	1 1 0	A
0 0 1	A减B	0 1 1	A或B	1 0 1	A⊕B	1 1 1	未用

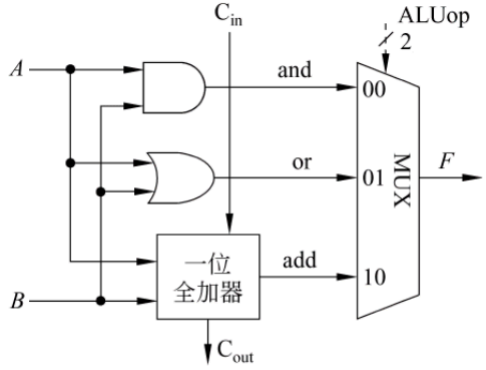


图 3.8　一位 ALU 结构

运算方法和运算部件

- 高级语言和机器指令中的运算
- 基本运算部件
- 定点数运算
- 整数乘除运算
- 浮点数运算

提问

Q & A

殷亚凤
智能软件与工程学院
苏州校区南雍楼东区225
yafeng@nju.edu.cn，https://yafengnju.github.io/

南京大學 NANJING UNIVERSITY