2. 一阶谓词逻辑 (2-predicate-logic)

姓名： 鲁权锋　　**学号：** 201830168

评分： 10　　**评阅：** 戴若石

2021 年 3 月 18 日

请独立完成作业，不得抄袭。 若得到他人帮助, 请致谢。 若参考了其它资料，请给出引用。 鼓励讨论，但需独立书写解题过程。

1 作业 (必做部分)

题目 1 (命题逻辑: 形式化描述与推理 [3 分] ⋆⋆)
张三说李四在说谎, 李四说王五在说谎, 王五说张三、李四都在说谎。请问, 这三人到底谁在说真话, 谁在说谎? (要求: 需给出关键的推理步骤或理由)

解答：
设张三为 Z，李四为 L，王五为 W。

则题目表述可以化为判断

$$(1)\quad Z \leftrightarrow \neg L \qquad (2)\quad L \leftrightarrow \neg W \qquad (3)\quad W \leftrightarrow (\neg Z \wedge \neg L)$$

三个式子是否同时成立。

首先（3）可以化为

$$W \leftrightarrow \neg(Z \vee L) \qquad (3+)$$

(i) 假设 Z 为真。

由 (1)(2) 即得

$$\frac{Z \leftrightarrow \neg L \qquad L \leftrightarrow \neg W \qquad Z}{W}$$

但由上式和 (3) 有

$$\frac{W \leftrightarrow (\neg Z \wedge \neg L) \qquad W}{\neg Z}$$

即推出 Z 为假，矛盾。

(ii) 假设 L 为真。

由 (1)(2) 即得

$$\frac{L \leftrightarrow \neg W \qquad L}{\neg W}$$

$$\frac{Z \leftrightarrow \neg L \qquad L}{\neg Z}$$

结合（3+）得

$$\frac{W \leftrightarrow \neg(Z \vee L) \qquad \neg W}{Z \vee L}$$

$$\frac{Z \lor L \qquad \neg Z}{L}$$

是自洽的。再讨论王五说真话的情形：

(*iii*) 由（3）：

$$\frac{W \leftrightarrow (\neg Z \land \neg L) \qquad W}{\neg Z \land \neg L}$$ 3

$$\frac{\neg Z \land \neg L}{\neg Z} \qquad (*)$$

$$\frac{\neg Z \land \neg L}{\neg L}$$

但由（1）

$$\frac{Z \leftrightarrow \neg L \qquad \neg L}{Z}$$

与 $(*)$ 式矛盾。

综上可知，只有情形（*ii*）是成立的。故李四说真话，张三和王五在说谎。

题目 2 (一阶谓词逻辑: 形式化描述与推理 [3 分] ⋆⋆)

给定如下 “前提”, 请判断 “结论” 是否有效, 并说明理由。请使用一阶谓词逻辑的知识解答。(要求: 需给出关键的推理步骤或理由)

前提:

(1) 每个人或者喜欢美剧, 或者喜欢韩剧 (可以同时喜欢二者);

(2) 任何人如果他喜欢抗日神剧, 他就不喜欢美剧;

(3) 有的人不喜欢韩剧。

结论: 有的人不喜欢抗日神剧 (幸亏如此)。

解答:

设一元谓语符号 A 表示喜欢美剧，一元谓语符号 K 表示喜欢韩剧，一元谓语符号 J 表示喜欢抗日神剧, 变元符号 x 表示人。

因此前提（1）（2）（3）和结论可以表示为：

(1) $\forall x.A(x) \lor K(x)$

(2) $\forall x.J(x) \to \neg A(x)$

(3) $\exists x.\neg K(x)$

结论：$\exists x.\neg J(x)$

下面进行推理：

由（3），知

$$\frac{\exists x.\neg K(x)}{\neg K(c)[c/x]}$$

由（1），知

$$\frac{\forall x.A(x) \lor K(x)}{A(c) \lor K(c)[c/x]}$$

又

$$\frac{\neg K(c) \qquad A(c) \lor K(c)}{A(c)}$$

由（2），知

$$\frac{\forall x.J(x) \to \neg A(x)}{J(c) \to \neg A(c)[c/x]}$$

因此，有

$$\frac{A(c) \qquad J(c) \to \neg A(c)}{\neg J(c)}$$ 3

最后有

$$\frac{\neg J(c)[c/x]}{\exists x.\neg J(x)}$$

综上可得：有的人不喜欢抗日神剧。

题目 3 (一阶谓词逻辑：形式化描述与推理 [4 分] ⋆⋆)
请使用一阶谓词逻辑公式描述以下两个定义，并从逻辑推理的角度说明这两种定义之间是否有强弱之分。(要求：需给出关键的推理步骤或理由)

A function f from $\mathbb{R}$ to $\mathbb{R}$ is called

(1) *pointwise continuous* (连续的) if for every $x \in \mathbb{R}$ and every real number $\epsilon > 0$, there exists real $\delta > 0$ such that for every $y \in \mathbb{R}$ with $|x - y| < \delta$, we have that $|f(x) - f(y)| < \epsilon$.

(2) *uniformly continuous* (一致连续的) if for every real number $\epsilon > 0$, there exists real $\delta > 0$ such that for every $x, y \in \mathbb{R}$ with $|x-y| < \delta$, we have that $|f(x)-f(y)| < \epsilon$.

解答：
(1)

$$\forall x \forall \epsilon.(x \in R \land \epsilon > 0 \to (\exists \delta > 0.\forall y \in R.(|x - y| < \delta \to |f(x) - f(y)| < \epsilon)))$$

(2)

$$\forall \epsilon > 0.\exists \delta > 0.\forall x \forall y.(x \in R \land y \in R \land |x - y| < \delta \to |f(x) - f(y)| < \epsilon)$$

一致连续的（定义二）要比连续的（定义一）更强。即公式 (2) 比公式 (1) 更强。由

$$\forall x \forall y.\alpha \leftrightarrow \forall y \forall x.\alpha$$ 4

$$\exists x \forall y.\alpha \to \forall y \exists x.\alpha$$

设 A 表示公式（1），B 表示公式（2）.
故可知 $B \to A$，即 $B \vdash A$.
因此第二种定义比第一种定义更强。

---

2 订正

3 反馈

你可以写 (也可以发邮件或者使用 “教学立方”)

- 对课程及教师的建议与意见
- 教材中不理解的内容
- 希望深入了解的内容
- ···