89

离散数学（2023）作业

王奕凯
221900395

2023 年 5 月 16 日

1 Problem 1

1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2
实在不好画，请见附件

latex可以插入图片

2 Problem 2

1
a
A=

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

B=

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

D=

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

b

A=

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

B=

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

D=

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2

D 在 i=j 处体现了每个点的度，是图的度矩阵

BB^T 在 i=j 处反映了点的度，在其他处反映了点之间的相邻情况，所以 BB^T-A 体现了每个点的度

3 Problem 3

把左图的邻接矩阵 Aa,b 列换一下顺序，g,h 列换一下顺序，得到的矩阵 $A^{'}$=

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

右图的补图的邻接矩阵 B=

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

易得，B 每一行都可以在 $A^{'}$ 中找到相等的一行，所以两个图同构

4 Problem 4

设边数为 m

1

C3 的边数为 3，又因为最大边数为 2*3=6，对于边固定，只有一种包含 C3，所以一共有 4 个

2

m=0,0 个;m=1,0 个;m=2,1 个;m=3,3 个;m=4,2 个;m=5,1 个;m=6,1 个

所以总共有 8 个

3

−6

m=1,1 个;m=2,2 个;m=3,2 个;m=4,1 个。所以总共有 6 个

5 Problem 5

不妨设 G 的顶点为 n, 因为完全图的边数为 $\frac{n(n-1)}{2}$, 且 G 和 $\overline{G}$ 同构，所以 $|G|=|\overline{G}|=\frac{n(n-1)}{4}$

采用反证法，如果 n 不满足 n≡0,1(mod 4), 则 n≡2(mod 4) 或 n≡3(mod 4)

当 n≡2(mod 4) 时，可以得到 4|(n-2), 则 n 和 n-1 都无法被 4 整除，所以得到 |G| 不是整数，不成立

同理可得：n≡3(mod 4) 同样不成立

所以综上所述，n≡0,1(mod 4) 成立

6 Problem 6

请见附件

插图一下

7 Problem 7

最短围长为 4，说明 k 正则图不含有 C3(三角形)

不妨假设该正则图的顶点数 n, 则顶点度的总和 nk, 所以边数 m=$\frac{nk}{2}$, 又由作业一第七题的结论可得，$\frac{nk}{2} \le \frac{n^2}{4}$, 解得 n $\ge$ 2k

-5

当 n=2k 时，假设有两个 n=2k 个不同构的图 G1,G2

修一些