

98

# 离散数学（2023）作业图论作业 2-图的表示与图同构

黄海锋

221900374

2023 年 5 月 17 日

## 1 Problem 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## 2 Problem 2

1)

a)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

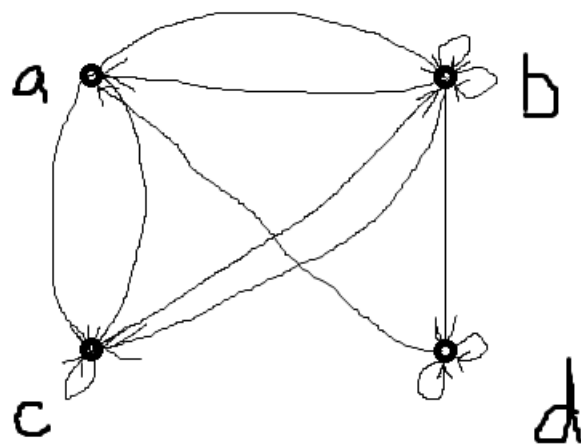


图 1: Problem 1

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

度矩阵 -2

2) D 反应了各点的度数。  $BB^T$  表示两点是否连接，减去 A 表示去除自身相连的情况，所以 D 表示该点与其他点的连接的数量，即度数

### 3 Problem 3

不太想说

显然两个图都和  $Q_3$  同构，由于同构关系是等价关系，所以有传递性，所以两个图同构。

### 4 Problem 4

(1)4

(2)7

(3)7

### 5 Problem 5

含有  $v$  个顶点的完全图有  $\frac{v(v-1)}{2}$  条边，假设  $G$  有  $x$  条边，则  $\bar{G}$  有  $\frac{v(v-1)}{2} - x$  条边。两者同构，所以边数应该相等，即  $x = \frac{v(v-1)}{4}$ 。又因为边数是整数，所以  $x \equiv 0, 1 \pmod{4}$

## 6 Problem 6

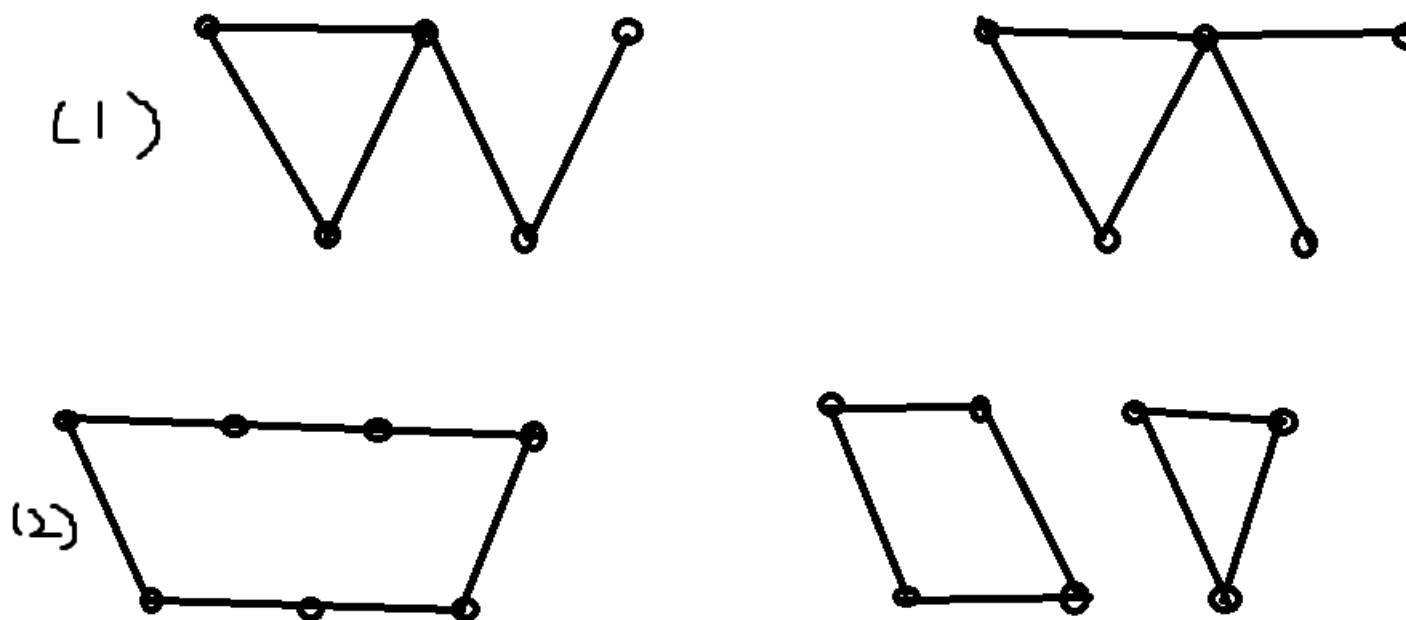


图 2: Problem 6

## 7 Problem 7

当  $k=2$  时, 围长为 4 的图有两个, 分别是  $C_4$  和一个与它同构的图。假设  $k=n$  时, 成立  
 当  $k=n+1$  时, 任意取一点  $a$ , 它的度数为  $k$ , 所以将他取出之后原来的图为  $k$  阶。由于是任取的  $a$ , 所以原来的图都是同构的。