

考试科目名称 离散数学期末测验

2018—2019 学年第 一 学期 考试方式： 闭 卷

院系 学号 姓名 成绩

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九
分数									

得分 一、(本题满分 12 分)

试符号化以下各命题，并根据前提推证结论是否有效。

前提：(1) “有的病人喜欢所有的医生。”

(2) “没有一个病人喜欢庸医。”

结论：“没有医生是庸医。”

得分 二、(本题满分 10 分)

证明或反驳：对于集合  $A, B, C$ ，如果  $\forall x, x \in A \rightarrow (x \in B \rightarrow x \in C)$  永真，则有  $A \cap B \subseteq C$ 。

得分	
----	--

 三、(本题满分 10 分)

若已知  $p = 2^{24036583} - 1$  是梅森素数，试证明： $\frac{9^{2^{24036582}} - 9}{2^{24036583} - 1}$  是整数。

得分	
----	--

 四、(本题满分 12 分)

证明或证伪：

- (1) 若集合  $S$  关于偏序关系  $\leq$  构成格，则如果  $x$  是  $S$  的极小元，则  $x$  一定是  $S$  的最小元。
- (2) 若偏序集  $(S, \leq)$  中集合  $S$  的任意子集均有最小元，则  $S$  是全序。

得分	
----	--

### 五、(本题满分 12 分)

试证明:

- (1) 若群  $G$  的阶为素数, 则  $G$  为循环群。
- (2) 实数上的加法群与正实数上的乘法群同构。

得分	
----	--

### 六、(本题满分 12 分)

如果对于一个简单图  $G$  中的任意简单通路  $a_0a_1a_2a_3$ , 均有  $a_3a_0$  也是图  $G$  中的边, 则称图  $G$  是 **四边形闭合图**。如果图  $G$  是四边形闭合图  $H$  的子图 ( $H$  是  $G$  的母图), 并且对于  $G$  的任意四边形闭合母图  $H'$  均有  $H$  是  $H'$  的子图, 则称图  $H$  是  $G$  的 **四边形闭包图**。试证明:

- (1) 每一个简单图  $G$  都有唯一的四边形闭包图。
- (2) 二部图的四边形闭包图依然是二部图。

得分	
----	--

七、(本题满分 10 分)

往 $2n$ 个孤立的顶点间加入 $n$ 条边, 试求总共能得到多少种不同的包含这 $2n$ 个顶点的完美匹配?

得分	
----	--

八、(本题满分 10 分)

某通信系统有 a, e, h, m, p, s, t, x 共 8 种字符, 其出现的相对频率分别为 2, 4, 6, 8, 9, 11, 15, 20。试设计传输效率最高编码方案。

得分	
----	--

九、(本题满分 12 分)

简单图  $G$  满足  $|G| > 2$ , 令  $m$  为  $G$  的边数,  $n$  为  $G$  的点数。试证明: 如果  $m > C_{n-1}^2 + 1$ , 则  $G$  一定存在哈密顿回路。(提示: 可使用数学归纳法证明)