

# 离散数学 (2023) 作业 02 - 谓词逻辑

周帛岑

221900309

2023 年 3 月 16 日

## 1 Problem 1

解:

令  $P(x)$  为存在,  $x$  的论域为鬼

$$1. \exists x(P(x)) \rightarrow \forall xP(x)$$

$$2. \forall P(x)(P(P(x)))$$

$$3. \forall xP(x)$$

有错误, 第一个命题中有错误

订正: 第二个命题有错误, 应该为  $\exists x(P(x))$  且结论中加上, 由特殊不能推出一般

## 2 Problem 2

解:

1. 对于任意数  $x$ , 如果存在一个数  $m$ , 使得  $x = 2 \cdot m + 1$ , 则存在一个数  $n$ , 使得  $x \cdot x = 2 \cdot n + 1$

订正: 应该为: 若一个数为奇数, 则它的平方也为奇数

$$2. \forall x(\neg(\exists m(x = 4m + 3) \wedge \exists p \exists q(x = p \cdot p + q \cdot q)))$$

## 3 Problem 3

解:

$$\forall \epsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x(0 < |x - a| < \delta \wedge |f(x) - l| \geq \epsilon)$$

订正: 表达式出现笔误, 应为:  $\forall \epsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x(0 < |x - a| < \delta \wedge |f(x) - l| \geq \epsilon)$

## 4 Problem 4

解:  $(\forall c_1 \in \mathbb{R})(\forall c_2 \in \mathbb{R}) \dots (\forall c_n \in \mathbb{R}) [(c_i \text{ 不全为零}) \wedge (\sum_{i=1}^n c_i x_i \neq 0)]$

## 5 Problem 5

解: 当  $x, y, z$  的论域都为 0 的时候, 该语句为真, 当  $x, y, z$  的论域为 0, 1, 2 时, 该语句为假

## 6 Problem 6

解: 1.  $\exists x \exists y (P(x) \vee Q(y) \vee A)$

2.  $\exists x \exists y (\neg P(x) \wedge \neg Q(y))$

3.  $\forall x \exists y (\neg P(x) \vee Q(y))$

## 7 Problem 7

证: 由题意可知, 根据量词的德摩根定律:

$$\neg \exists x (\forall y P(x, y)) \equiv \forall x \neg \forall (y P(x, y)) \equiv \forall x \exists y \neg P(x, y)$$

订正: 括号位置有误:  $\neg \exists x (\forall y P(x, y)) \equiv \forall x (\neg \forall y P(x, y)) \equiv \forall x \exists y \neg P(x, y)$

## 8 Problem 8

解:

1. T

2. T

3. F

订正: 若  $x$  的论域中只有一个元素, 则 T, 若  $x$  的论域中不止一个元素, 则 F

## 9 Problem 9

证:

1. 设  $a$  为  $\forall x P(x)$  的一个满足值, 故  $(\forall x P(x) \vee A) \equiv (\forall x (T \vee A)) \equiv T$ . 同理可得,  $\forall x (P(x) \vee A) \equiv T$ . 则此时有左侧与右侧等价. 设  $b$  为  $\forall x P(x)$  的一个不满足值, 故  $\forall x P(x) \vee A \equiv (\forall x (F \vee A))$

) $\equiv A$ . 同理可得,  $\forall x (P(x) \vee A) \equiv A$ . 此时左侧与右侧等价。故无论  $x$  取何值, 均有左侧与右侧等价

2. 设  $a$  为  $\exists x P(x)$  的一个满足值, 故  $(\exists x P(x) \vee A) \equiv (\exists x (T \vee A)) \equiv T$ . 同理可得,  $\exists x (P(x) \vee A) \equiv T$ . 则此时有左侧与右侧等价。设  $b$  为  $\exists x P(x)$  的一个不满足值, 故  $\exists x P(x) \vee A \equiv (\exists x (F \vee A)) \equiv A$ . 同理可得,  $\exists x (P(x) \vee A) \equiv A$ . 此时有左侧与右侧等价。故无论  $x$  取何值, 均有左侧与右侧等价

## 10 Problem 10

解:

1.T

2.F

3.T

4.F