

离散数学（2023）作业 22 - 图的表示与图同构

万鹏举
221900342

2023 年 5 月 12 日

1 Problem1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

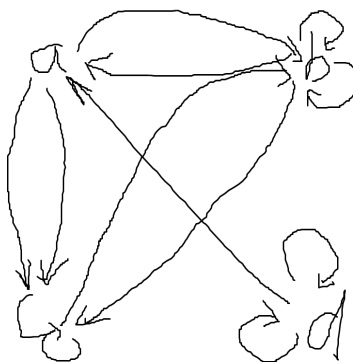


图 1: problem1

2 Problem2

$$(1)(a)A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(b)A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(2) 对角矩阵，表示的是原图中各点的度，

原因是减矩阵的结果 b_{ij} 表示的是 $a_i a_j$ 之间是否有边 e 经过，

当 $i=j$ 时，则表示为通过即可，

所以在减去 A 后，只留下 $i=j$ 的情况，表示的是有多少条边过该点，即该点的度。

度矩阵

3 Problem3

由图，可知左图与右图的补图都同构于 Q_3 ，则两者也是同构的。

具体映射方法为：a-A,b-C,c-E,d-G,e-F,f-H,g-B,h-D.

4 Problem4

(1)4

(2)7

(3)7

5 Problem5

对于 v 阶图来说，顶点之间互相连线共有 $v(v-1)/2$ 条边

又由于 G 与其补图同构，可知两者边的数量相等，即均为 $v(v-1)/4$ 条边

要保证该数字为整数，必须要有 $v \equiv 0,1 \pmod{4}$ ，证毕。

6 Problem6

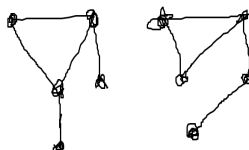


图 2: problem6(1)

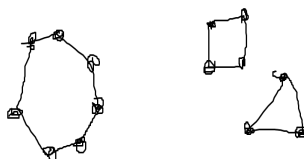


图 3: problem6(2)

7 Problem7

先找到两个相连顶点 a, b ，除 b 外有 $k-1$ 个点与 a 相连，故除 a 外有 $k-1$ 个点与 b 相连，由与最小正则图为 4，与该两点相连的点必然不重合。

故至少有 $2+(k-1)+(k-1)=2k$ 个顶点。

而当恰好为 $2k$ 个顶点时，则上述方法唯一，其他均为同构，证毕。