离散数学（2023）作业 04

周帛岑
221900309

2023 年 3 月 20 日

1 Problem 1

证：

a) 中，左侧集合有三个元素，右侧集合有四个元素，故不相等

b) 中，左侧集合中存在相同元素，消去后与右侧想通过，故相等。

c) 中，左侧集合有二个元素，右侧集合有一个元素，故不相等

d) 中，左侧集合中有四个元素，右侧集合中有三个元素，故不相等。

2 Problem 2

解：

a) 为 $\emptyset$ 的幂集

b) 为 a 的幂集

c) 中元素只有三个，而幂集元素个数，为 ^{n}，n 为原集合元素个数，故不为某个集合的幂集

d) 为 a,b 的幂集

订正：a),b),d) 中出现错误

a) 不为某集合的幂集

b) 为 {a} 的幂集

d) 为 {a,b} 的幂集

3 Problem 3

解：

a)：{x|x≠0}

b):∅

a)：{x|x≠0 且 x≠1}

订正：a),c) 中出现错误

a):{x∈ℤ|x≥ 1}

c):{x∈ℤ|x≠ 1 且 x ≠ 0}

4 Problem 4

不妨令 A={a$_1, a_2$, …… $a_n\}, B = \{a_1, a_2$, …… a_n …… $a_m\}$ 则 A 中所有元素均在 B 中，即有 A⊆B

(1) 证：∀a$_i$(i = 1,2⋯⋯,n),a_i 均在 B 中，故两者的并集为 B

(2) 证：∀a$_i$(i = 1,2⋯⋯,n),a_i 均在 B 中，，且 ∀a$_j$(j = n,n+1⋯⋯,m)，j 均不在 A 中, 故两者的交集为 A

5 Problem 5

解：

a)：不能，令 C 为一不为空集的集合，取 A,B 为 C 的两不同子集，则 A∪C = C,B∪C = C, 两者相等，但 A≠B

b) 不能，令 C 为 ∅，任取 A,B，则 A∪C = ∅,B∪C = ∅, 两者相等，但 A≠B

c) 可以:

A = A∩(A∪C)

= A∩(B∪C)

= (A∩B)∪(A∩C)

= (A∩B)∪(B∩C)

= B∩(A∪C)

= B∩(B∪C)

= B

6 Problem 6

证:

对于 A⊆B

根据子集的定义,有 A = A∩B,取补集,并应用德·摩根定律得,$\overline{A}$ = $\overline{A}$∪$\overline{B}$ 根据并集的定义，我们有 $\overline{B}$⊆$\overline{A}$

对于 $\overline{B}$⊆$\overline{A}$，我们同理可证得有 A⊆B，即原命题得证

7 Problem 7

证:

a):

由对称差的定义，A⊕A 为属于 A 或属于 A 但是不属于 A∩A 的元素，又 A∩A = A，故 A⊕A 中的元素既属于 A 但又不属于 A, 只有 ∅ 满足条件

订正：无错误，但是可以用更加符号化的语言:

A⊕A = A∪A - A∩A = A - A = ∅

b):

由对称差的定义, A⊕U 为属于 A 或属于 U 但是不属于 A∩U 的元素. 又 A∩U = A, 故 A⊕U 为全集 U 中去除 A 以外的部分，根据补集的定义，即$\overline{A}$

8 Problem 8

a):

由并集的定义，$A_i \cup A_{i+1} = A_{i+1}$, 则原式等于 $A_n = \{..., -2, -1, 0, 1, ...n\}$

b):

由交集的定义，$A_i \cap A_{i+1} = A_i$, 则原式等于 $A_1 = \{..., -2, -1, 0, 1\}$

9 Problem 9

证:

根据有限集的定义，我们可以数出 A，B 中的元素个数，不妨设 A 中有 m 个元素，B 中有 n 个元素，A 与 B 中有 a 个相同元素，则 A∪B 中有 m+n-a 个元素，根据有限集的定义，我们可以数出 A∪B 中的元素个数，并且这个结果为一个非负整数，故 A∪B 为有限集

10 Problem 10

解:

a): $\{1,2,3,\{1,2,3\}\}$

b):$\{\emptyset\}$

c):$\{\{\emptyset\},\{\{\emptyset\}\}\}$

d):$\{\emptyset,\{\emptyset\},\{\{\emptyset,\{\emptyset\}\}\}$

订正：c) 中出现错误

应该为：$\{\emptyset,\{\emptyset\}\}$