

55

作业十七 221900353 方志轩

221900353

May 2023

1 problem1

- A. 是
- B. 是
- C. 不是
- D. 不是

5

2 problem2

证明:

$$ea=ae, e \in N(a) \neq \emptyset$$

$$\forall x, y \in N(a), \text{ 则有 } ax=xa, ay=ya$$

$$a(xy) = (ax)y = (xa)y = x(ay) = x(ya) = (xy)a$$

所以可知 $xy \in N(a)$

$$\text{可得 } x^{-1}axx^{-1} = x^{-1}xax^{-1}, eax^{-1} = x^{-1}ae$$

$$\text{即 } x^{-1}a = ax^{-1}$$

所以 $x^{-1} \in N(a)$

所以可知 $N(a)$ 是 G 的子群

3 problem3

证明:

由 H 非空可知, xHx^{-1} 非空

设 $a, b \in xHx^{-1}$ 即 $\exists h_1, h_2 \in H$, 使得 $a = xh_1x^{-1}, b = xh_2x^{-1}$

有 $ab^{-1} = (xh_1x^{-1})(x^{-1}h_2^{-1}x) = x(h_1h_2^{-1})x^{-1}$

因为 H 是 G 的子群

所以可知有 $h_1h_2^{-1} = h_3 \in H$ 从而 $ab^{-1} = xh_3x^{-1} \in xHx^{-1}$

所以 xHx^{-1} 为子群

4 problem4

证明:

由于 H, K 分别为 G 的子群, 显然 $e \in H \cap K$

假设 $x \in H \cap K, x \neq e, x \in K \wedge x \in H$ 则 $\leq H, \leq K$

由拉格朗日定理可知 $|x|$ 整除 H 和 K 的阶, 而其阶分别为 r, s 且 r 和 s 互素,

所以 $|x|$ 为 1, 所以 $x=e$, 与假设矛盾

所以可知 $H \cap K = \{e\}$

所以证明成立

— 40