

# 离散数学 (2023) 作业 ghw2

221900329 任益驰

2023年5月17日

#### 1 Problem1

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 2.b 点上有两个自环, c 点上有一个自环, d 点上有两个自环
- a 指向 c 有两条有向线, 指向 b 有一条有向线
- b 指向 a,c 和 d 各有一条有向线段
- c 指向 b 有一条有向线
- d 指向 a 有一条有向线

## 2 Problem2

$$1(1).A: \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D: \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$1(2).A: \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D: \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 矩阵 D 的对角线是每个对应顶点的度数,是该图的度矩阵

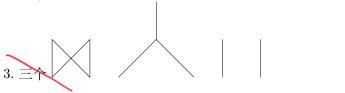
#### 3 Problem3

可以在下左图和下右图的补图中找到双射函数 f  $f(a,b,c,d,e,f,g,h) \rightarrow (A,F,D,G,C,H,B,E)$   $\forall x,y$  在左图相邻当且仅当 f(x),f(y) 在右图的补图中相邻 所以下左图和下右图的补图同构

#### 4 Problem4

1. 三个。一个含孤立点,第四个点与三角形一个顶点联系,第四个点与三角 形两个顶点联系





# 5 Problem5

简单图  $G \cup \overline{G} = K$ 

设 G 和  $\overline{G}$  的边数分别为  $m_1, m_2, G$  的顶点数 v

$$m[1] + m_2 = \frac{v(v-1)}{2}$$

图 G 是自补图,G 与  $\overline{G}$  同构,具有等量的边

$$m_[1]=m_2=\tfrac{v(v-1)}{4}$$

m[1] 是整数, v = 4k 或 v = 4k + 1

所以若 G 是自补图,则顶点数满足  $v \equiv 0,1 \pmod{4}$ 

### 6 Problem6

1.K3 的一个顶点上连着一个长度为 2 的路的图和 K3 的两个顶点上各连着一个悬挂点的图

2.C<sub>7</sub> 图和 C<sub>3</sub>,C<sub>4</sub> 并立的图

# 7 Problem7

任选图中一点,度数为 k, 有另外 k 个顶点与其相连 且这 k 个顶点之间不想连, 否则围长是 3 所以至少还需 k-1 个点与这 k 个点相联系形成 k 正则图 围长为 4 的 k 正则图至少有 2k 个顶点 当某个 k 正则图恰有 2k 个顶点 由上面所述可知与任一点相连的 k 个点之间不相连, 且这 k 个点与剩余的 k-1 个点均相连 所以每个点都是等价的, 不存在同构 恰有 2k 个顶点的这样的图在同构意义下只有一个