

67

离散数学第二十一一次作业

刘继元
221900391

2023 年 5 月 17 日

1 Problem 1

证明：

若各顶点度数均不同则为 $0, 1, \dots, n-1$,

有一个点度数为 $n-1$, 则其他点度数均至少为 1

然而有一个点度数为 0, 矛盾, 得证

2 Problem 2

— 10

3 Problem 3

可能我理解错了, 但是感觉都是否

— 3

4 Problem 4

— 10

5 Problem 5



6 Problem 6

当 n 为偶数时, 若是只每队比赛 1 场, 则已比赛 $n/2$ 场, 比赛 2 场, 则 $(n/2)*2=n$, 反推比赛 $n+1$ 场, 必有 2 个队赛 3 场

当 n 为奇数, 当每队比赛 1 场,

一种情况 A: 会有一个队没比赛对象 (赛 $n-1$ 场) 第二种情况 B: 有一个比赛了 2 场 (赛 n 场);

当每队比赛 2 场时, A 种情况要没对象的分别比赛两次, 最后还是 n 场, B 则比赛了两次, 这轮不比赛, 但最后还是 n 场, 总之最后还是会要 2 个队比赛一场, 也就是赛 3 场

7 Problem 7

设 x_1 是 G 中具有最大次数的顶点, 记 $d(x_1)=d$

, 并设与 x_1 相连的 d 个顶点为 $x_{\langle n \rangle}, x_{\langle n-1 \rangle}, \dots, x_{\langle n-d+1 \rangle}$. 因 G 中不含三角形,

故 $x_{\langle n \rangle}, x_{\langle n-1 \rangle}, \dots, x_{\langle n-d+1 \rangle}$ 中任意两点都不相连,

由此易知 G 的边数满足 $|E| \leq d(x_1) + d(x_2) + \dots + d(x_{\langle n-d \rangle})$.

而 $d(x_i) \leq d$ (其中 $i=1, 2, \dots, n-d$), 故 $|E| \leq (n-d)d \leq [(n-d+d)/2]^2 = n^2/4$