92

离散数学（2023）作业 0

邵宇轩
221900406

2023 年 5 月 13 日

1 Problem 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) a: 指向 b 1 条，c2 条
b: 两个环，指向 a1 条，c1 条，d 一条
c: 一个环，指向 b1 条
d: 两个环，指向 a1 条

2 Problem 2

(1) a)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

b)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(2) 与某点相邻接的点的个数

3 Problem 3

将两个图用邻接矩阵表示：分别为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将左图的 cd 两列互换后进行行变换可得到相同的矩阵

$\therefore$ 存在一个双射 f：

f(a) = A , f(b) = B , f(c) = D , f(d) = C, f(e) = E, f(f) = F, f(g) = G,f(h) = H

两个图同构

4 Problem 4

(1) 4 (2) 7 (3) 6 −3

5 Problem 5

G 与 $\overline{G}$ 同构

而 G 与 $\overline{G}$ 构成完全图

$\therefore$ deg(G) = deg($\overline{G}$) = $\frac{deg(K)}{2}$

deg(K) = n(n-1)

$\therefore$ deg(G) = $\frac{n(n-1)}{2}$

$\therefore$ G 的边数为 $\frac{n(n-1)}{4}$

假设边数为 m，则 n(n-1) = 4m

$\because$ n 与 n-1 互素

$\therefore$ 4|n 或 4|n-1

6 Problem 6

(1) 一个三角形，顶点处链接两个分开的点

一个三角形，顶点处链接两个互相连接的点

(2) 正六边形，两个三角形

−5 七个点,

7 Problem 7

∵ k 正则图
∴ 每个顶点的度均为 k
设总共 v 个顶点
则总度 deg(G) = vk
边数为 vk/2
∵ 圈长为 4
∴ 一定含有正方形作为子图
∵ k 正则图
G 由若干正方形组成
与每一个顶点相邻的顶点数 = k
∴ vk >= $2k^2$
v >= 2k
唯一性:
v = 2k , 圈长为 4 的 k 正则图:
假设存在两个满足条件的非同构图 M，N
取 M,N 中圈长最小的点 m,n
分别存在回路：m,$m_1, m_2....m_t, m$
n,$n_1, n_2, ...n_p, n$
∵ M,N 不同构且 M，N 均为正则图
∴ 不存在从 m 的回路到 n 的回路的双射
p $\neq$ t
不满足圈长均为 4
假设不成立
∴ 唯一