

离散数学（2023）作业 02 - 谓词逻辑

周帛岑

221900309

2023 年 3 月 1 日

1 Problem 1

解:

令 $P(x)$ 为存在, x 的论域为鬼

$$1. \exists x(P(x)) \rightarrow \forall xP(x)$$

$$2. \forall P(x)(P(P(x)))$$

$$3. \forall xP(x)$$

有错误, 第一个命题中有错误

2 Problem 2

解:

1. 对于任意数 x , 如果存在一个数 m , 使得 $x = 2 \cdot m + 1$, 则存在一个数 n , 使得 $x \cdot x = 2 \cdot n + 1$

$$2. \forall x(\neg(\exists m(x = 4m + 3) \wedge \exists p \exists q(x = p \cdot p + q \cdot q)))$$

3 Problem 3

解:

$$\forall l \exists \epsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x(0 < |x - a| < \delta \wedge |f(x) - l| \geq \epsilon)$$

4 Problem 4

解: $(\forall c_1 \in \mathbb{R})(\forall c_2 \in \mathbb{R}) \dots (\forall c_n \in \mathbb{R}) [(c_i \text{ 不全为零}) \wedge (\sum_{i=1}^n c_i x_i \neq 0)]$

5 Problem 5

解: 当 x, y, z 的论域都为 0 的时候, 该语句为真, 当 x, y, z 的论域为 0, 1, 2 时, 该语句为假

6 Problem 6

解: 1. $\exists x \exists y (P(x) \vee Q(y) \vee A)$

2. $\exists x \exists y (\neg P(x) \wedge \neg Q(y))$

3. $\forall x \exists y (\neg P(x) \vee Q(y))$

7 Problem 7

证: 由题意可知, 根据量词的德摩根定律:

$$\neg \exists x (\forall y P(x, y)) \equiv \forall x \neg \forall (y P(x, y)) \equiv \forall x \exists y \neg P(x, y)$$

8 Problem 8

解:

1. T

2. T

3. F

9 Problem 9

证:

1. 设 a 为 $\forall x P(x)$ 的一个满足值, 故 $(\forall x P(x) \vee A) \equiv (\forall x (T \vee A)) \equiv T$. 同理可得, $\forall x (P(x) \vee A) \equiv T$. 则此时有左侧与右侧等价. 设 b 为 $\forall x P(x)$ 的一个不满足值, 故 $\forall x P(x) \vee A \equiv (\forall x (F \vee A)) \equiv A$. 同理可得, $\forall x (P(x) \vee A) \equiv A$. 此时左侧与右侧等价. 故无论 x 取何值, 均有左侧与右侧等价

2. 设 a 为 $\exists xP(x)$ 的一个满足值, 故 $(\exists xP(x) \vee A) \equiv (\exists x(T \vee A)) \equiv T$. 同理可得, $\exists x(P(x) \vee A) \equiv T$. 则此时有左侧与右侧等价。设 b 为 $\exists xP(x)$ 的一个不满足值, 故 $\exists xP(x) \vee A \equiv (\exists x(F \vee A)) \equiv A$. 同理可得, $\exists x(P(x) \vee A) \equiv A$. 此时有左侧与右侧等价。故无论 x 取何值, 均有左侧与右侧等价

10 Problem 10

解:

1.T

2.F

3.T

4.F