

97

离散数学 (2023) 作业 ghw2

221900329 任益驰

2023 年 5 月 17 日

1 Problem1

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.b 点上有两个自环, c 点上有一个自环, d 点上有两个自环

a 指向 c 有两条有向线, 指向 b 有一条有向线

b 指向 a,c 和 d 各有一条有向线段

c 指向 b 有一条有向线

d 指向 a 有一条有向线

2 Problem2

$$\begin{array}{lll} 1(1).A: \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & D: \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\ 1(2).A: \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & B: \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & D: \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

2. 矩阵 D 的对角线是每个对应顶点的度数，是该图的度矩阵

3 Problem3

可以在下左图和下右图的补图中找到双射函数 f

$$f(a, b, c, d, e, f, g, h) \rightarrow (A, F, D, G, C, H, B, E)$$

$\forall x, y$ 在左图相邻当且仅当 $f(x), f(y)$ 在右图的补图中相邻

所以下左图和下右图的补图同构

4 Problem4

1. 三个。一个含孤立点，第四个点与三角形一个顶点联系，第四个点与三角形两个顶点联系

2. 七个



5 Problem5

简单图 $G \cup \overline{G} = K$

设 G 和 \overline{G} 的边数分别为 m_1, m_2 , G 的顶点数 v

$$m_1 + m_2 = \frac{v(v-1)}{2}$$

图 G 是自补图， G 与 \overline{G} 同构，具有等量的边

$$m_1 = m_2 = \frac{v(v-1)}{4}$$

m_1 是整数， $v = 4k$ 或 $v = 4k + 1$

所以若 G 是自补图，则顶点数满足 $v \equiv 0, 1 \pmod{4}$

6 Problem6

1. K_3 的一个顶点上连着一个长度为 2 的路的图和 K_3 的两个顶点上各连着一个悬挂点的图

2. C_7 图和 C_3, C_4 并立的图

7 Problem7

任选图中一点，度数为 k ，有另外 k 个顶点与其相连

且这 k 个顶点之间不想连，否则围长是 3

所以至少还需 $k-1$ 个点与这 k 个点相联系形成 k 正则图

围长为 4 的 k 正则图至少有 $2k$ 个顶点

当某个 k 正则图恰有 $2k$ 个顶点

由上面所述可知与任一点相连的 k 个点之间不相连，且这 k 个点与剩余的 $k-1$ 个点均相连

所以每个点都是等价的，不存在同构

恰有 $2k$ 个顶点的这样的图在同构意义下只有一个