

□ 请计算**M**的极小函数依赖集：

$$M = \{ ABD \rightarrow AC, C \rightarrow BE, AD \rightarrow BF, B \rightarrow E \}$$

□ 也可以按照以下步骤来计算极小函数依赖集：

- 第一遍检查：消除**M**中冗余的函数依赖；
- 再将**M**中的部分函数依赖转换为完全函数依赖；
- 第二遍检查：消除**M**中那些新的冗余函数依赖；
- 最后得到与**M**等价的极小函数依赖集。

输入函数依赖集 M

step 1

$G := M$

将 G 中每一个函数依赖替换为一组右边为单个属性的函数依赖

step 2

消除 G 中的冗余函数依赖

step 3

将 G 中的部分函数依赖化简为完全函数依赖

step 4

再次检查, G 中是否出现新的冗余函数依赖
如果有, 则消除那些新的冗余函数依赖

step 5

合并 G 中那些决定因素相同的函数依赖

返回计算结果 G

(G 就是 M 的一个极小函数依赖集)

[ch06_思考题13] step 1: 将每一个函数分解为右边只含单个属性

M = {

① **A B D \rightarrow A C**

② **C \rightarrow B E**

③ **A D \rightarrow B F**

④ **B \rightarrow E**

}



F₁ = {

① **A B D \rightarrow A**

② **A B D \rightarrow C**

③ **C \rightarrow B**

④ **C \rightarrow E**

⑤ **A D \rightarrow B**

⑥ **A D \rightarrow F**

⑦ **B \rightarrow E**

}

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_1 = \{$

① $ABD \rightarrow A$

② $ABD \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

④ $C \rightarrow E$

⑤ $AD \rightarrow B$

⑥ $AD \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_2 = \{$

① -----

② $ABD \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

④ $C \rightarrow E$

⑤ $AD \rightarrow B$

⑥ $AD \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_1^+ = F_2^+ ? \Rightarrow F_2 \models ABD \rightarrow A ? \Rightarrow A \in \{A, B, D\}_{F_2}^+ ? \Rightarrow F_1^+ = F_2^+$

$\therefore F_1$ 中的 $ABD \rightarrow A$ 是冗余的, 可以被删去, 从而将 F_1 简化成为 F_2

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_2 = \{$

② $ABD \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

④ $C \rightarrow E$

⑤ $AD \rightarrow B$

⑥ $AD \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_3 = \{$

② -----

③ $C \rightarrow B$

④ $C \rightarrow E$

⑤ $AD \rightarrow B$

⑥ $AD \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_2^+ = F_3^+ ? \rightarrow F_3 \models ABD \rightarrow C ? \rightarrow C \in \{A, B, D\}_{F_3}^+ ? \rightarrow F_2^+ \neq F_3^+$

\therefore 在 F_2 中, 无法从其他函数依赖中推导得到 $ABD \rightarrow C$

$\therefore ABD \rightarrow C$ 不是一个冗余的函数依赖, 不能从 F_2 中删除它.

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_2 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

④ $C \rightarrow E$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_3 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ -----

④ $C \rightarrow E$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_2^+ = F_3^+ ? \rightarrow F_3 \models C \rightarrow B ? \rightarrow B \in \{C\}_{F_3}^+ ? \rightarrow F_2^+ \neq F_3^+$

\therefore 在 F_2 中, 无法从其他函数依赖中推导得到 $C \rightarrow B$, 不能被删除.

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_2 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

④ $C \rightarrow E$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_3 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

④ -----

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_2^+ = F_3^+ ? \rightarrow F_3 \models C \rightarrow E ? \rightarrow E \in \{C\}_{F_3}^+ ? \rightarrow F_2^+ = F_3^+$

\therefore 在 F_2 中, 可以从其他函数依赖中推导得到 $C \rightarrow E$

\therefore 在 F_2 中, $C \rightarrow E$ 是一个冗余的函数依赖, 可以从 F_2 中删除它, 得到等价的函数依赖集 F_3

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_3 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_4 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

⑤ -----

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_3^+ = F_4^+ ? \rightarrow F_4 \models AD \rightarrow B ? \rightarrow B \in \{A, D\}_{F_4}^+ ? \rightarrow F_3^+ \neq F_4^+$

\therefore 在 F_3 中, 无法从其他函数依赖中推导得到 $AD \rightarrow B$, 不能被删除.

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_3 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_4 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ -----

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_3^+ = F_4^+ ? \rightarrow F_4 \models AD \rightarrow F ? \rightarrow F \in \{A, D\}_{F_4}^+ ? \rightarrow F_3^+ \neq F_4^+$

\therefore 在 F_3 中, 无法从其他函数依赖中推导得到 $AD \rightarrow F$, 不能被删除.

[ch06_思考题13] step 2: 消除多余的冗余函数依赖

$F_3 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ $B \rightarrow E$

$\}$

$F_4 = \{$

② $A B D \rightarrow C$

③ $C \rightarrow B$

⑤ $A D \rightarrow B$

⑥ $A D \rightarrow F$

⑦ -----

$\}$

$F_3^+ = F_4^+ ? \rightarrow F_4 \models B \rightarrow E ? \rightarrow E \in \{B\}_{F_4}^+ ? \rightarrow F_3^+ \neq F_4^+$

\therefore 在 F_3 中, 无法从其他函数依赖中推导得到 $B \rightarrow E$, 不能被删除.

□ 至此, 所有函数依赖都检查了一遍, F_3 就是step 2的计算结果.

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

□ 以 $ABD \rightarrow C$ 为例,

- 要判断 $ABD \rightarrow C$ 是不是部分函数依赖, 就要检查在左边的决定因素 ABD 中是不是存在多余的属性, 去掉这些多余的属性后, 该函数依赖是否依然成立?

$F_3 = \{$
② $ABD \rightarrow C$
③ $C \rightarrow B$
⑤ $AD \rightarrow B$
⑥ $AD \rightarrow F$
⑦ $B \rightarrow E$
 $\}$

- 以对属性 **A** 的检查为例 (next slide)
 - 去掉属性 **A**, 将 F_3 中的 $ABD \rightarrow C$ 用 $BD \rightarrow C$ 来代替, 构成新的函数依赖集 F_4 , 并检查 F_3 和 F_4 是否等价。
 - 如果 F_3 等价于 F_4 , 就表明 $ABD \rightarrow C$ 是一个部分函数依赖, 可以用 $BD \rightarrow C$ 来替换它; 否则至少表明, 在 $ABD \rightarrow C$ 中, 属性 **A** 是必不可少的。

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_3 = \{$$

- ② $ABD \rightarrow C$
- ③ $C \rightarrow B$
- ⑤ $AD \rightarrow B$
- ⑥ $AD \rightarrow F$
- ⑦ $B \rightarrow E$

$$\}$$

$$F_4 = \{$$

- ② $BD \rightarrow C$
- ③ $C \rightarrow B$
- ⑤ $AD \rightarrow B$
- ⑥ $AD \rightarrow F$
- ⑦ $B \rightarrow E$

$$\}$$

- ❑ 显然, F_4 蕴涵 F_3 中的所有函数依赖!
- ❑ 要检查 F_3 是否蕴涵 F_4 中的所有函数依赖, 只需要检查 F_3 是否蕴涵 $BD \rightarrow C$

$$F_3 \models BD \rightarrow C? \quad \longrightarrow \quad C \in \{B, D\}_{F_3}^+? \quad \longrightarrow \quad F_3^+ \neq F_4^+$$

\therefore 在 F_3 中无法推导得到函数依赖 $BD \rightarrow C$

\therefore 在 $ABD \rightarrow C$ 中, 决定因素 **A** 是必不可少的, 不能被删除。

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_3 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A B D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

$$F_4 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

□ 检查 F_3 是否蕴涵 $AD \rightarrow C$

$$F_3 \models AD \rightarrow C? \quad \longrightarrow \quad C \in \{A, D\}_{F_3}^+? \quad \longrightarrow \quad F_3^+ = F_4^+$$

$\therefore F_3$ 蕴涵函数依赖 $AD \rightarrow C$

\therefore 在 F_3 中, $ABD \rightarrow C$ 是部分函数依赖, 可以用 $AD \rightarrow C$ 来代替它, 得到等价的新函数依赖集 F_4

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_4 = \{$$

- ② $AD \rightarrow C$
- ③ $C \rightarrow B$
- ⑤ $AD \rightarrow B$
- ⑥ $AD \rightarrow F$
- ⑦ $B \rightarrow E$

$$\}$$

$$F_5 = \{$$

- ② $A \rightarrow C$
- ③ $C \rightarrow B$
- ⑤ $AD \rightarrow B$
- ⑥ $AD \rightarrow F$
- ⑦ $B \rightarrow E$

$$\}$$

□ 继续检查 $AD \rightarrow C$ 中的属性 D 是不是多余的, 即: 检查 F_4 是否蕴涵 $A \rightarrow C$

$$F_4 \models A \rightarrow C?$$



$$C \in \{A\}_{F_4}^+?$$



$$F_4^+ \neq F_5^+$$

∴ 在 F_4 中无法推导得到函数依赖 $A \rightarrow C$

∴ 在 $AD \rightarrow C$ 中, 决定因素 D 也是必不可少的, 不能被删除

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_4 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

$$F_5 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

□ 检查 F_4 是否蕴涵 $D \rightarrow B$

$$F_4 \models D \rightarrow B? \quad \longrightarrow \quad B \in \{D\}_{F_4}^+? \quad \longrightarrow \quad F_4^+ \neq F_5^+$$

∴ 在 F_4 中无法推导得到函数依赖 $D \rightarrow B$

∴ 在 $AD \rightarrow B$ 中，决定因素 A 是必不可少的，不能被删除。

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_4 = \{$$

- ② $AD \rightarrow C$
- ③ $C \rightarrow B$
- ⑤ $AD \rightarrow B$
- ⑥ $AD \rightarrow F$
- ⑦ $B \rightarrow E$

$$\}$$

$$F_5 = \{$$

- ② $AD \rightarrow C$
- ③ $C \rightarrow B$
- ⑤ $A \rightarrow B$
- ⑥ $AD \rightarrow F$
- ⑦ $B \rightarrow E$

$$\}$$

□ 继续检查 F_4 是否蕴涵 $A \rightarrow B$

$$F_4 \models A \rightarrow B?$$



$$B \in \{A\}_{F_4}^+?$$



$$F_4^+ \neq F_5^+$$

\therefore 在 F_4 中无法推导得到函数依赖 $A \rightarrow B$

\therefore 在 $AD \rightarrow B$ 中, 决定因素 D 也是必不可少的, 不能被删除。

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_4 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

$$F_5 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

□ 检查 F_4 是否蕴涵 $D \rightarrow F$

$$F_4 \models D \rightarrow F?$$



$$F \in \{D\}_{F_4}^+?$$



$$F_4^+ \neq F_5^+$$

∴ 在 F_4 中无法推导得到函数依赖 $D \rightarrow F$

∴ 在 $AD \rightarrow F$ 中, 决定因素 A 是必不可少的, 不能被删除。

[ch06_思考题13] step 3: 将部分函数依赖化简为完全函数依赖

$$F_4 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A D \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

$$F_5 = \{ \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad A D \rightarrow C \\ \textcircled{3} \quad C \rightarrow B \\ \textcircled{5} \quad A D \rightarrow B \\ \textcircled{6} \quad A \rightarrow F \\ \textcircled{7} \quad B \rightarrow E \end{array} \}$$

□ 继续检查 F_4 是否蕴涵 $A \rightarrow F$

$$F_4 \models A \rightarrow F?$$



$$F \in \{A\}_{F_4}^+?$$



$$F_4^+ \neq F_5^+$$

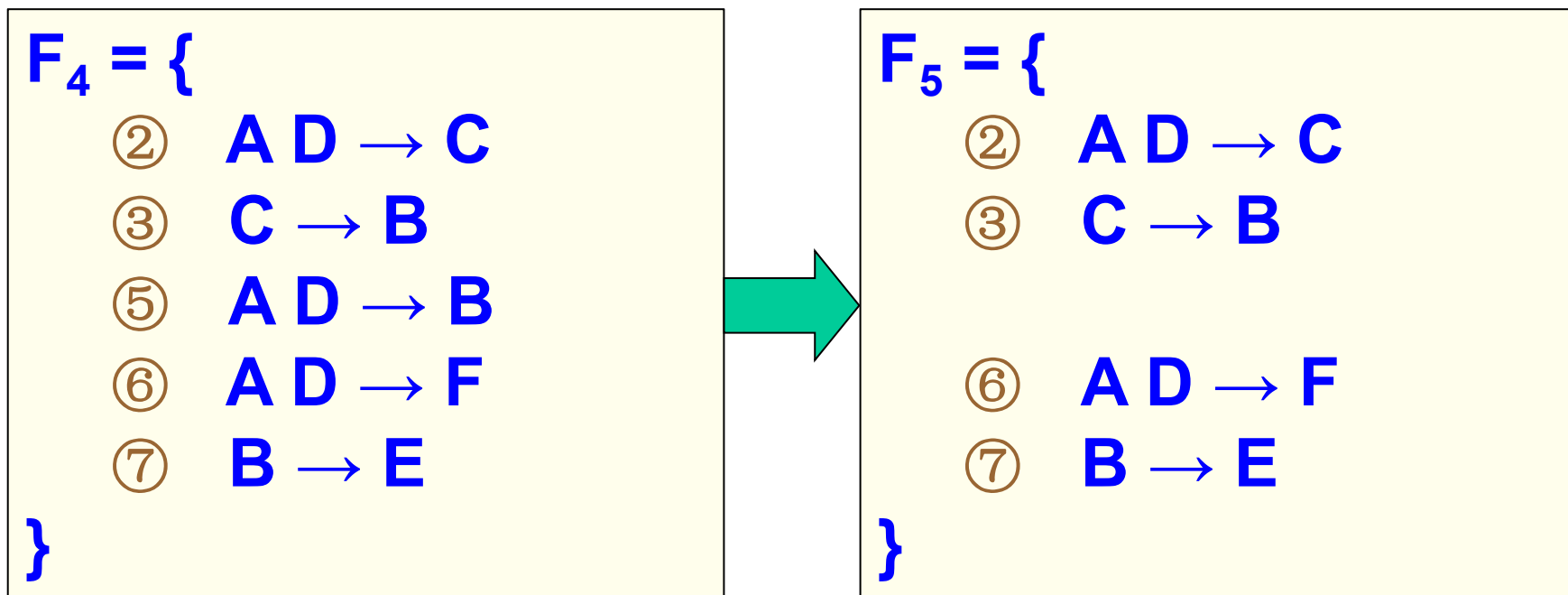
∴ 在 F_4 中无法推导得到函数依赖 $A \rightarrow F$

∴ 在 $AD \rightarrow F$ 中, 决定因素 D 也是必不可少的, 不能被删除。

□ 至此, 所有函数依赖都检查了一遍, F_4 就是step 3的计算结果。

[ch06_思考题13] step 4: 再次检查并删除新的冗余函数依赖

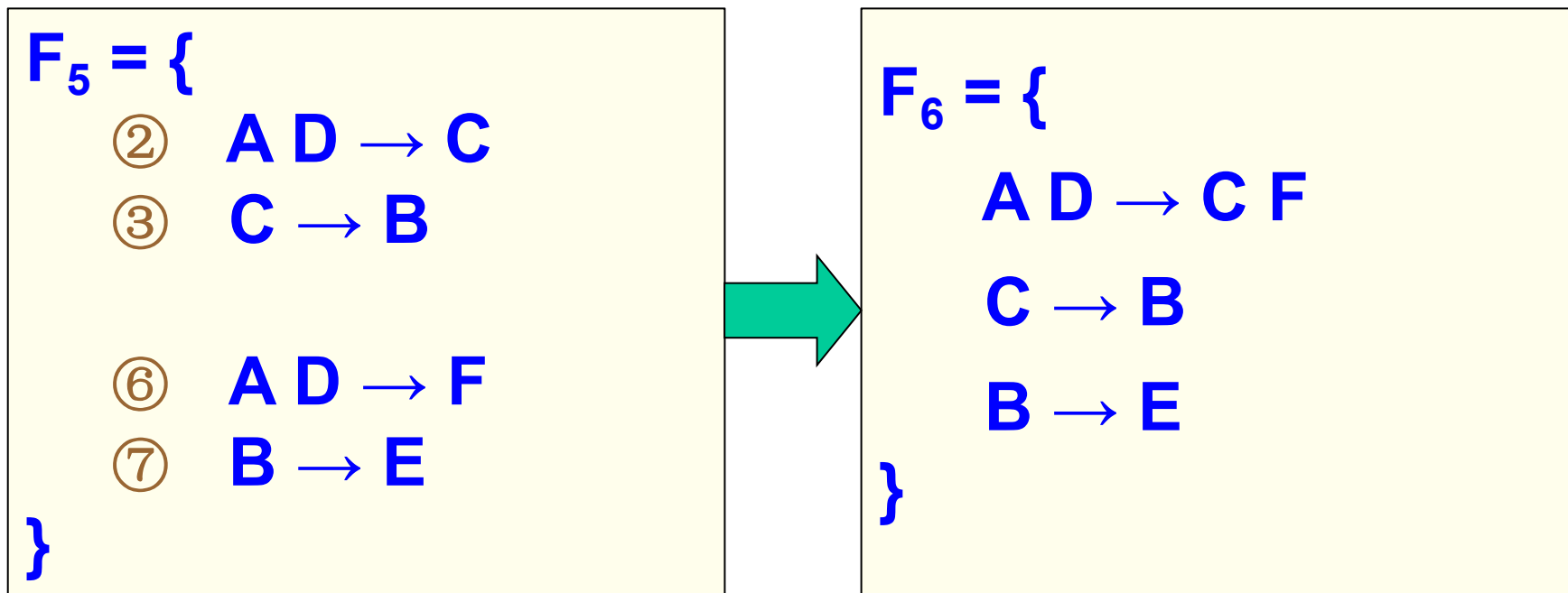
- 在step 3的计算过程中，函数依赖集发生了变化，需要按照step 2的流程再次检查函数依赖集 F_4 ，并消除其中可能出现的新的冗余函数依赖。



- 经检查，发现 F_4 中的 $AD \rightarrow B$ 是冗余的，可以将其删除，得到新的等价函数依赖集 F_5

[ch06_思考题13] step 5: 合并得到最终的计算结果

- F_5 和 F_6 是等价的，它们都是极小函数依赖集，合并是为了方便之后的模式分解的实现。



- F_6 就是本题的最终计算结果。

End of ch06_思考题13_参考答案