

60

# 离散数学 (2023) 作业 17-子群与群的分解

汤易凡

221900354

2023 年 5 月 3 日

## 1 Problem 1

~~CD~~ 是子群, ~~AB~~ 不是

— 10

## 2 Problem 2

设  $ax=b$ , 且  $x$  在  $N(a)$  内,  $b$  在  $N(a)$  外

$$ab=a(ax)=a^2x$$

$$ba=(xa)a=xa^2$$

因为  $a^2$  和  $x$  都在  $N(a)$  内, 所以可以交换

所以  $ab=ba$ , 即  $N(a)$  封闭

因为  $N(a)$  中元素可交换, 所以单位元素必在其中

结合律显然可见

$$(ab^{-1})b = ae = a$$

$$(b^{-1}a)b = b^{-1}ab = b^{-1}ba = a$$

$$\text{所以 } ab^{-1} = b^{-1}a$$

所以  $b$  也属于  $N(a)$

综上,  $N(a)$  是  $G$  的子群

### 3 Problem 3

$$a = xh_1x^{-1}$$

$$b = xh_2x^{-1}$$

$$ab = xh_1x^{-1}xh_2x^{-1} = xh_1h_2x^{-1}$$

所以  $xHx^{-1}$  是  $G$  的子群

### 4 Problem 4

因为  $r$  和  $s$  互素, 所以  $r$  和  $s$  的公因数只有 1  
故  $H$  和  $K$  的交集只有  $\{e\}$

### 5 Problem 5

取  $b$ , 则  $bab^{-1} * bab^{-1} = e$

则  $bab^{-1}$  也是二阶元, 与题设矛盾

所以  $a = bab^{-1}$

即  $ab = ba$

### 6 Problem 6

— 30