

60

# 离散数学 (2023) 作业 15

蹇齐睿

221900319

2023 年 5 月 3 日

## 1 Problem 1

- (1)False (2)True  
(3)False (4)False

## 2 Problem 2

由题,  $N(a)$  为可结合的  
对任意  $x, y$  属于  $N(a)$ , 有  $xay = axy = xya$ ,  $N(a)$  是封闭的  
 $e$  为  $G$  的单位元,  $ea = ae = a$ , 所以  $e$  属于  $N(a)$ ,  $e$  也是  $N(a)$  的单位元  
又有  $xx^{-1} = e$ ,  $x^{-1}$  属于  $N(a)$ ,  $N(a)$  为可逆的  
综上  $N(a)$  为  $G$  的子群

✓

## 3 Problem 4

若  $H$  和  $K$  交集不止单位元, 则至少存在一个元素  $a$  同时属于  $H, K$ , 则有  
 $a^r = a^s = e$  不妨设  $r \leq s$ , 则  $r|s$ , 矛盾  
故  $H$  和  $K$  交集只有  $e$

## 4 Problem 5

设  $x$  为一个二阶元, 对任意  $y$  属于  $G$ , 有  $(xyx^{-1})(xyx^{-1})^{-1} = e$ , 故  $(xyx^{-1})$  是一个一阶元或二阶元  $xyx^{-1} = e, xy = x$ , 推出  $a = e$  矛盾 所以它是个二阶元  $x = (xyx^{-1}), xy = yx$

— } 0