

离散数学 (2023) 作业 XX

周帛岑
221900309

2023 年 5 月 23 日

1 Problem 1

证: 由 Dijkstra 的定义可知, 每次选取时, 都要选取与已有通路连通的长度最小的点作为新点加入, 即为从 u 点到已形成图的最短距离。

又由于之前的选取使每一个点到初始点的距离均为最短, 此时 u 到初始点的距离也为最短。

2 Problem 2

(1): 解:

将三重循环里面的加号改为乘号即可

(2): 解:

下面的三重循环改为:

```
for i := 1 to n do 9: for j := 1 to n do 10: for k := 1 to n do 11: if  $d(v_j, v_i) < d(v_j, v_k)$  then  
12:  $d(v_j, v_k) := d(v_j, v_i)$  13: else if  $d(v_i, v_k) < d(v_j, v_k)$  then 12:  $d(v_j, v_k) := d(v_i, v_k)$ 
```

3 Problem 3

可以, 证: 我们不妨设最小的一条边的权为 $-n$, 其中 $n > 0$, 此时我们将所有边的权增加 $n+1$ 此时所有边的权均为正数, 此时利用 Dijkstra 算法, 求出来的通路即为我们所需的最短路径

4 Problem 4

解: 从 a 开始, 回路为 $abedca$, 长度为 $3 + 2 + 1 + 6 + 8 = 20$

从 b 开始, 回路为 bedacb, 长度为 $2 + 1 + 4 + 8 + 10 = 25$

从 c 开始, 回路为 cedabc, 长度为 $5 + 1 + 4 + 3 + 10 = 23$

从 d 开始, 回路为 debacd, 长度为 $1 + 2 + 3 + 8 + 6 = 20$

从 e 开始, 回路为 edabce, 长度为 $1 + 2 + 3 + 10 + 6 = 22$

故最短路径为从 a 开始或从 c 开始的这两条路径

5 Problem 5

这个命题是正确的

证: 我们不妨将所有点列在图上, 根据最小距离将这一对点对以权重为这个最短路径相连, 于是这样我们便构成了一个完全图。

回看每一个点, 若存在一条非直通的路径, 与这条最短路径相同, 则我们删去这一条直通的路径, 如此操作每一个点, 我们便构造出了 G

6 Problem 6

(a): 将问题分为两部分, 从 v_i 到 v_k 的最短路径, 从 v_k 到 v_j 的最短路径。分别调用已知的求两点间最短通路长度的算法解决, 求和记为 l_1

再计算 v_i 到 v_j 的最短路径从 v_j 到 v_k 的最短路径 $\times 2$, 求和记为 l_2

取 $\min(l_1, l_2)$ 即可

(b): 将 v_k 从这张图上去除, 再调用已知的求两点间最短通路长度的算法解决即可

(c): 将问题分为两部分, 从 v_i 到 v_k 的最短路径, 从 v_k 到 v_j 的最短路径。分别调用已知的求两点间最短通路长度的算法解决即可

7 Problem 7

AB:9

AC:10

AD:AF + FG + GD = 9

AE:AF + FG + GE = 21

AF:2

AG:AF + FG = 6