

第九章 电磁感应 电磁场理论

- §9-0 那段历史
- §9-1 电磁感应定律
- §9-2 动生电动势
- §9-3 感生电动势 感生电场
- §9-4 自感应和互感应
- §9-5 磁场的能量
- §9-6 位移电流 电磁场理论

那段历史

- 1822年，阿拉果用磁针测量地磁时，将导体放在磁针下，发现磁针振荡会受到阻碍。
1824年，他将磁针作为单摆，在铜盘上面摆动时发现摆动会很快衰减；如果转动铜盘，磁针也会跟着转动
- 1825年，科拉顿做了将磁铁插入线圈的实验，只是为了避免干扰，他将电流计和磁铁线圈分放在两个房间了。
- 同年塞贝克证明磁雾存在的磁摆衰减已经发现了电磁感应的现象。

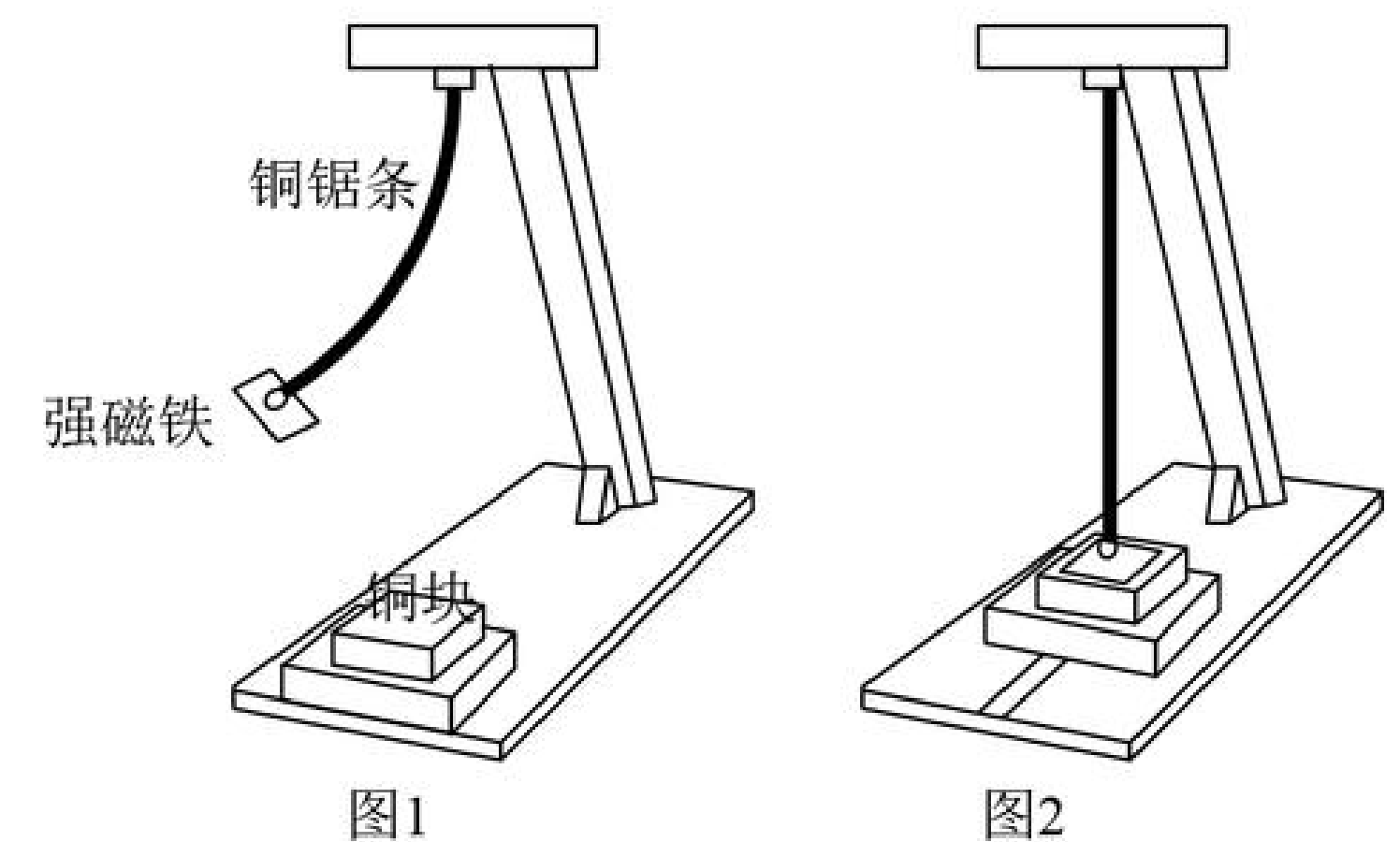


图 3.1-6 跑来跑去的科拉顿

“跑失良机”的科拉顿



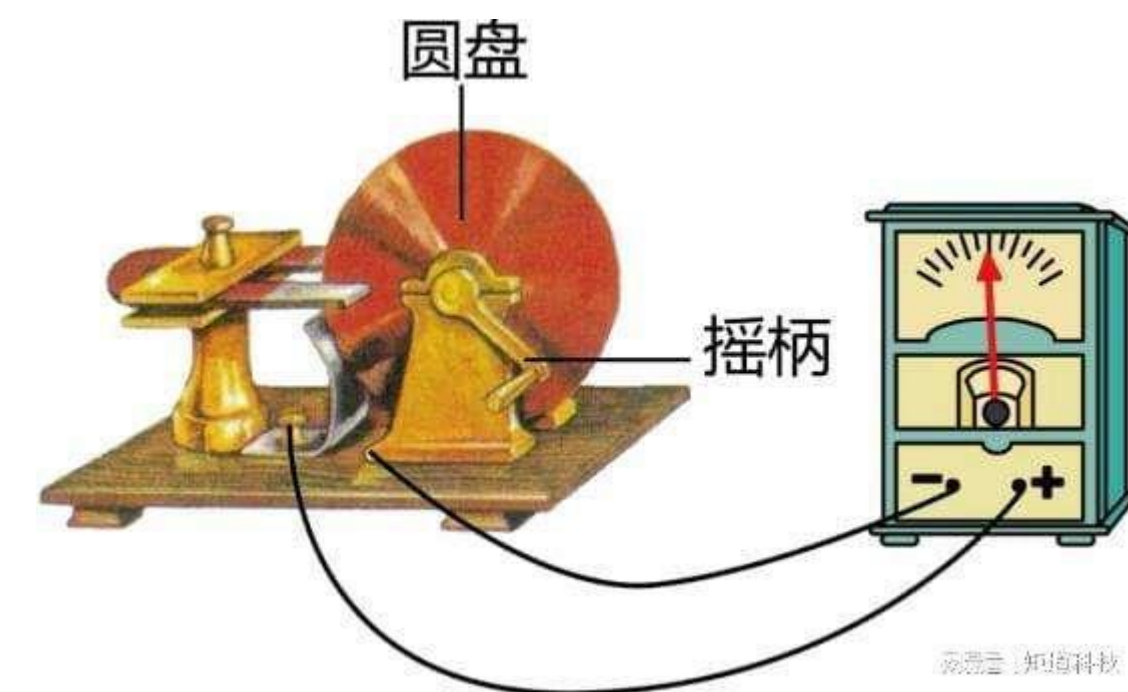
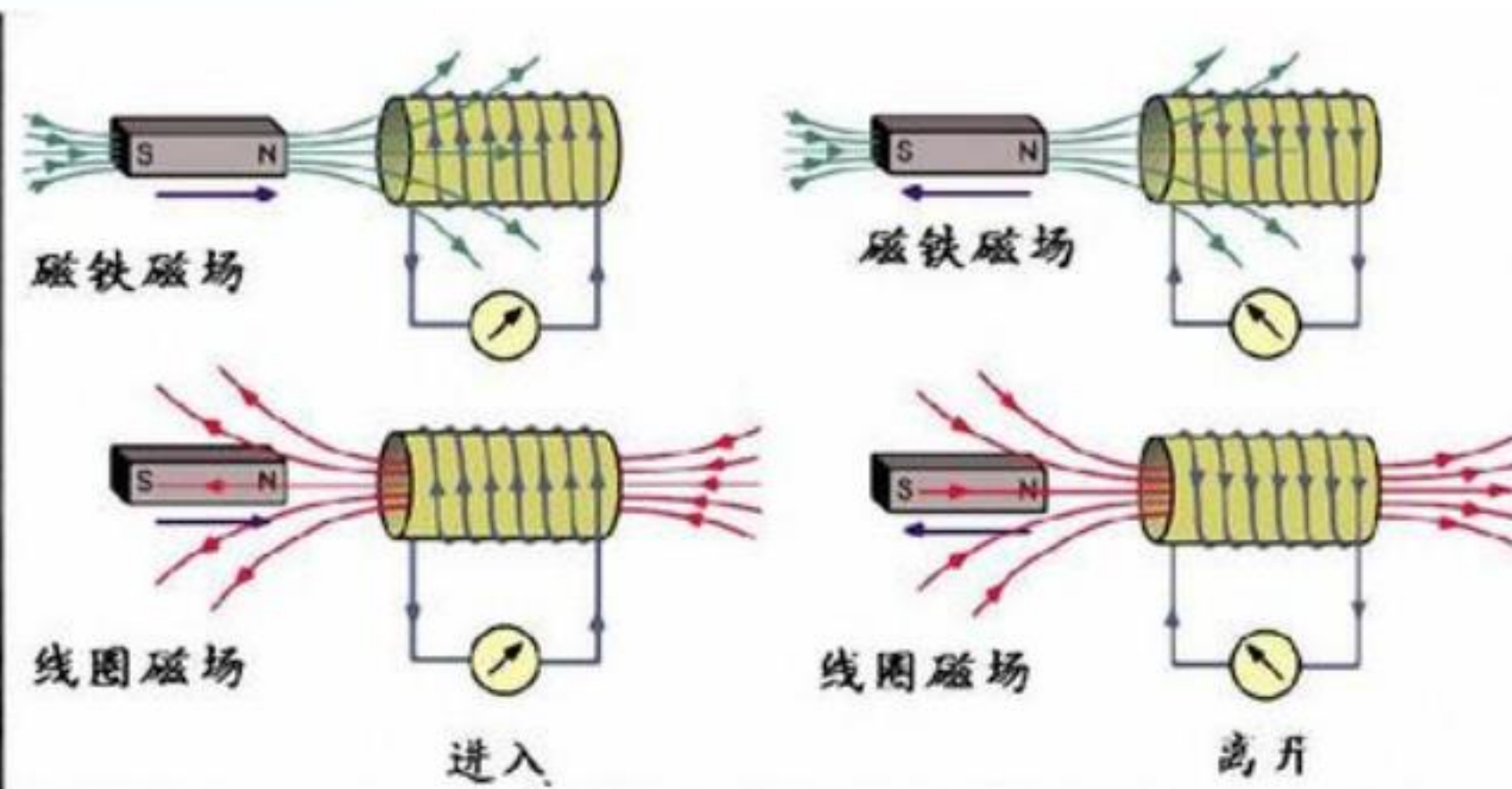
塞贝克认为的磁雾



塞贝克“磁雾”阻尼

那段历史

- 法拉第重复了以上实验，并在1831年发现了电磁感应现象（**电流磁效应的对称问题**）。8.29日他利用软铁圆环，环上绕两个互相绝缘的线圈A和B，线圈A通电流，线圈B导线下边放一个小磁针。看到现象，但没发现是**变化**引起了磁针的响应。他将两端放磁铁的铁棒插入到线圈，拉进拉出，发现电流计会动。10.7日，将条形磁铁插入线圈，发现插入瞬间线圈会产生感应电流，他把铁棒运动和磁铁运动产生的感应叫“磁电感应”。10月28日，他将铜盘放置于马蹄形磁铁磁极之间，从铜盘边缘和轴心引两条导线接上电流计，发现会产生持续电流，这是世界上第一个之流发电机。由此，他知道了电磁感应现象的**瞬时性**。（**解释了阿拉果和塞贝克的铜盘实验**）。
- 1831年11月24日，他在向皇家学会的报告中，将产生感应电流的情况分为五类：变化中的电流、变化中的磁场、运动的稳恒电流、运动的磁铁、运动中的导线。



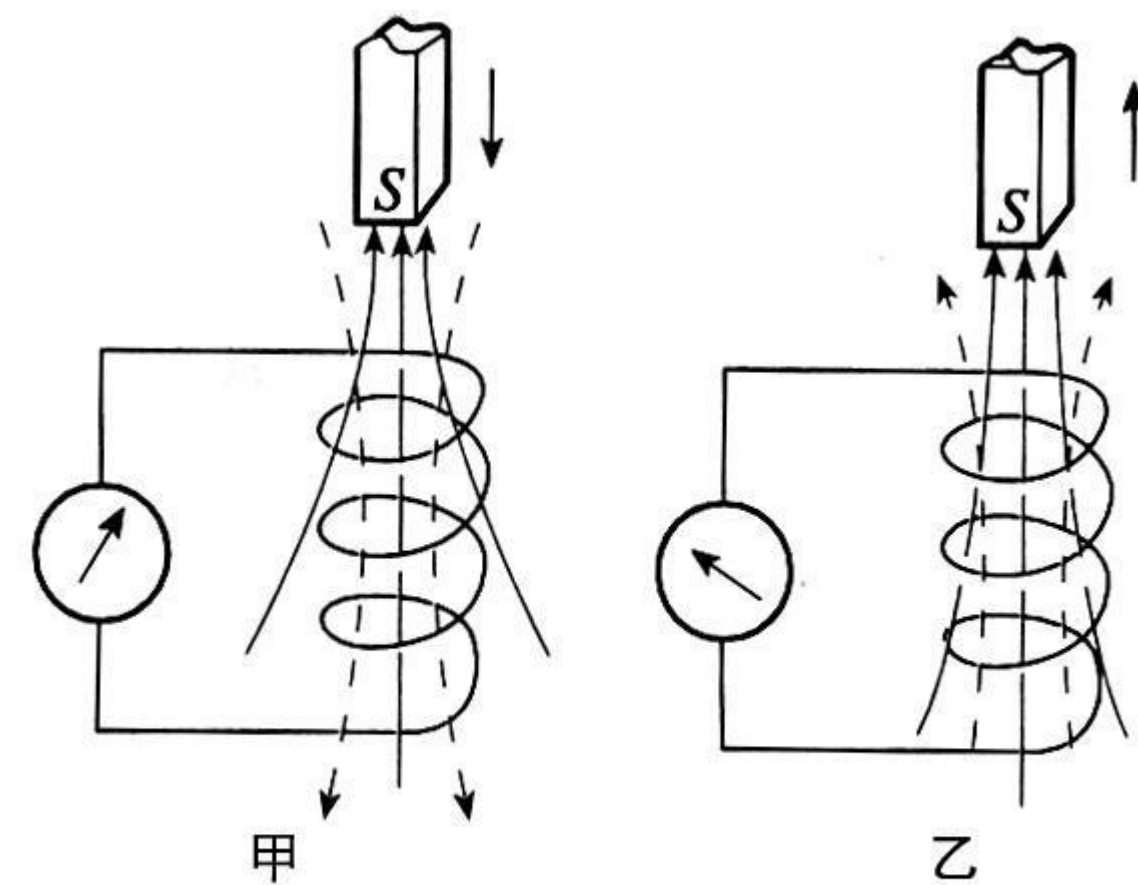
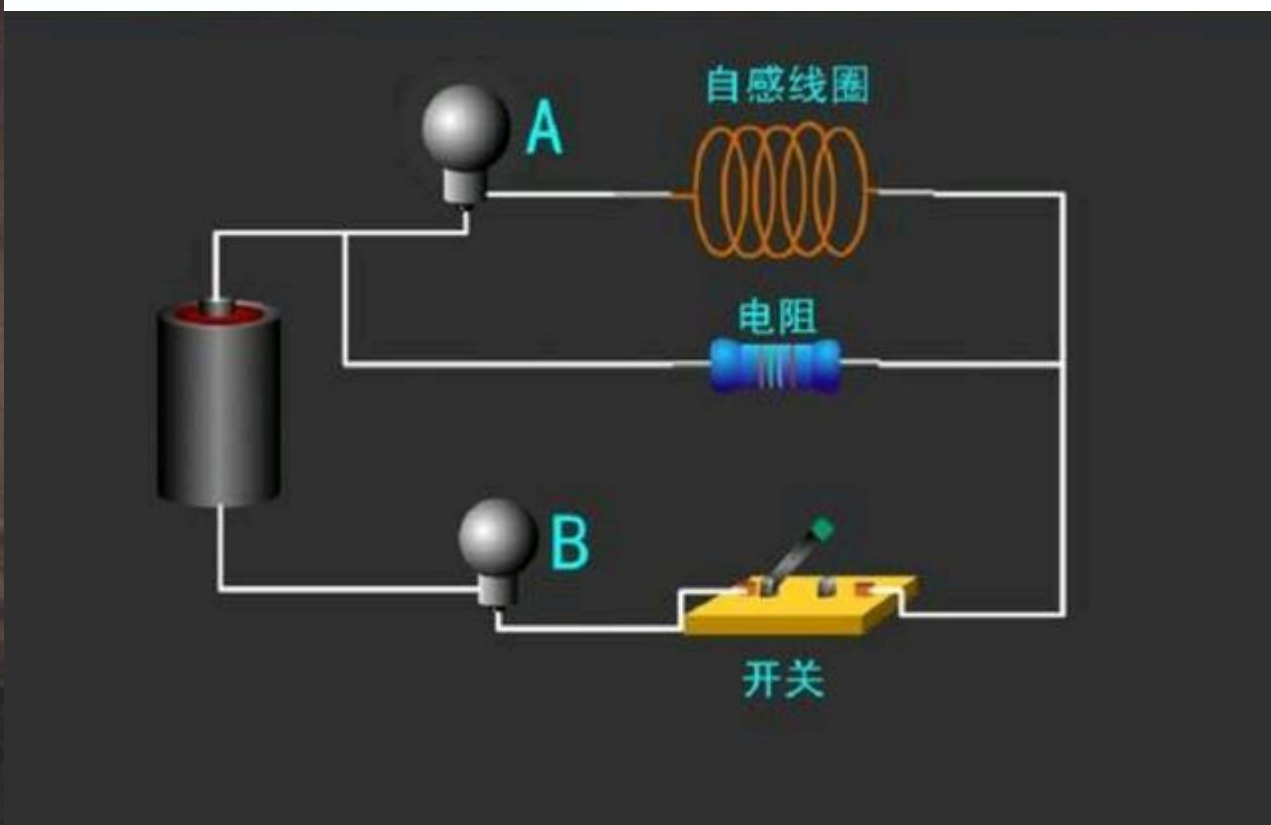
那段历史

- 1832年，亨利发布了自感现象（从法拉第电磁感应现象得到启发）
- 1833年，楞次提出楞次定律，确定感生电流方向
- 法拉第、亨利和楞次都是用**文字定性**描述电磁感应的。1845年才由纽曼（F. E. Neumann）以定律的形式提出电磁感应的定量规律，即感应电动势为：

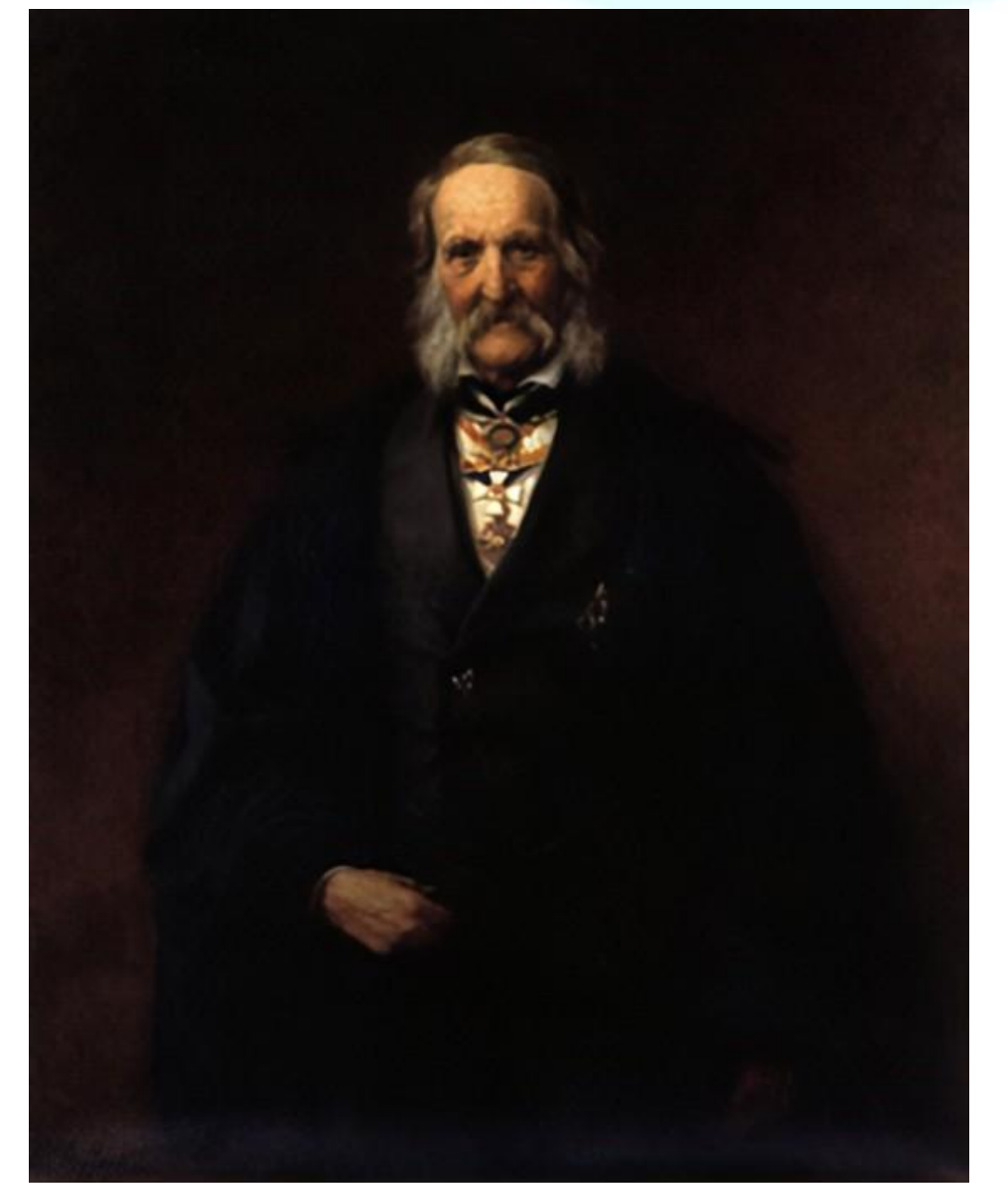
$$\varepsilon = - \int \frac{\partial A}{\partial t} \cdot dl, A \text{ 是纽曼引入的电流的位置函数}$$



亨利



实线表示磁铁的磁感线，虚线表示感应电流的磁感线。



F. Neumann

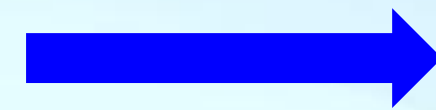
纽曼

那段历史

- 1846年，韦伯继纽曼（**超距**）的电磁感应**定律**之后发展了安培的理论，提出更一般的电作用力公式，成了当时电动力学的基础（虽然**赫姆霍兹认为这不遵守能量守恒**）。
- 1853年，黎曼以**弹性以太模型**说明电磁现象，提出电力传递方程。

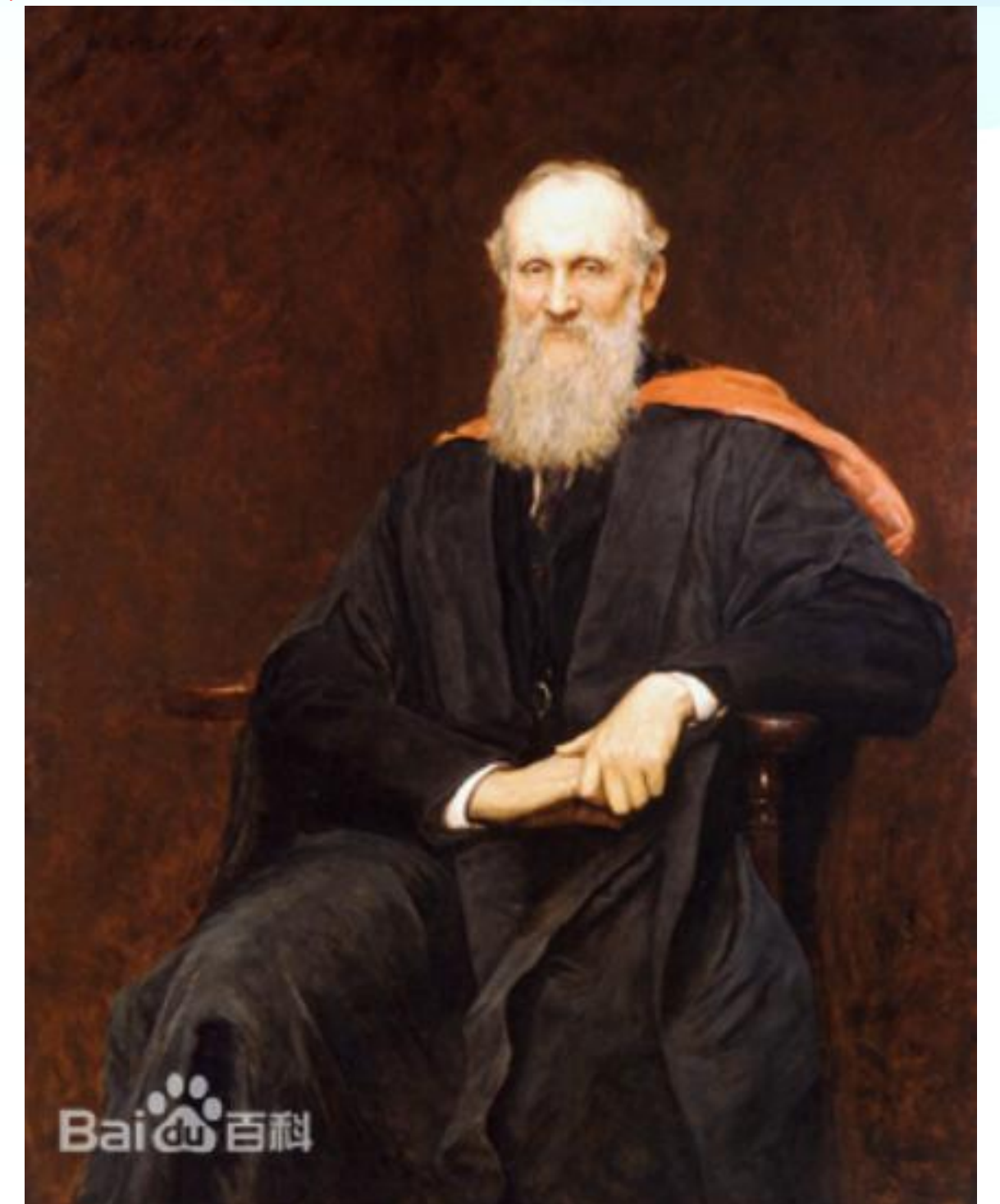
这些都为电磁学的发展在奠定基础。

目标就是建立一个统一的理论



麦克斯韦电磁理论

- 1842年，W. 汤姆逊发表了第一篇关于热和电的数学论文，利用傅立叶的热分析方法，把法拉第的力线思想和拉普拉斯、泊松等人已经建立的完整的静电理论结合在一起，**初步形成了电磁作用的统一理论**。
- 1847年，W. 汤姆逊进一步研究了电磁现象与弹性现象的相似性，以不可压缩流体的流线连续性为基础，论述了**电磁现象和流体力学**现象的共性。
- 1851年，他给出磁场的定义
- 1856年，他根据磁致旋光效应提出磁具有旋转的特性，为进一步借用**流体力学**中关于**涡旋运动**的理论做了准备。

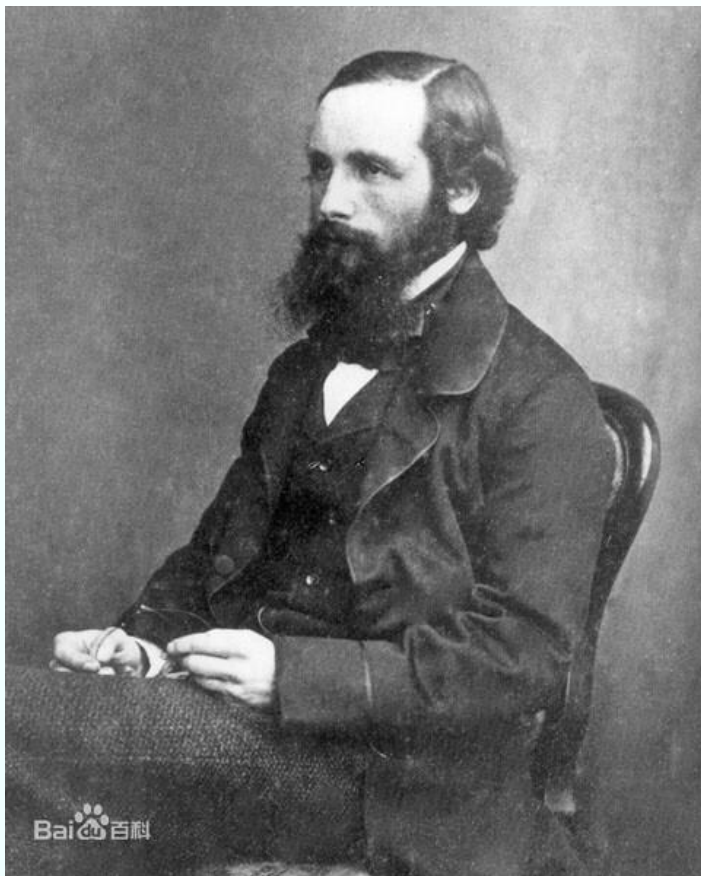


W 汤姆逊

那段历史

- 1856年，麦克斯韦发表了第一篇关于电磁理论的文章《论法拉第力线》，用不可压缩流体的流线类比法拉第力线
- 1861年，第二篇论文《论物理力线》。目的是“研究介质中的应力和运动的某些状态的力学效果，并将它们与观察到的电磁现象加以比较，从而为了解力线的实质做准备”。在这篇文章里，他提出了“**位移电流**”的假设（**基于电介质**）。
- 1865年，第三篇论文《电磁场的动力学理论》，坚持**近距**相互作用，全面论述了电磁场理论。他坚持认为空间中存在运动的物质，观察到的电磁现象正是**这一运动物质引起的**。他全面阐述了电磁场的定义：**电磁场是包含和围绕着处于电或磁状态的物体的那部分空间，它可能充有任何一种物质**。他提出了电磁场的普遍方程组，共20个方程，实际相当于8个方程。

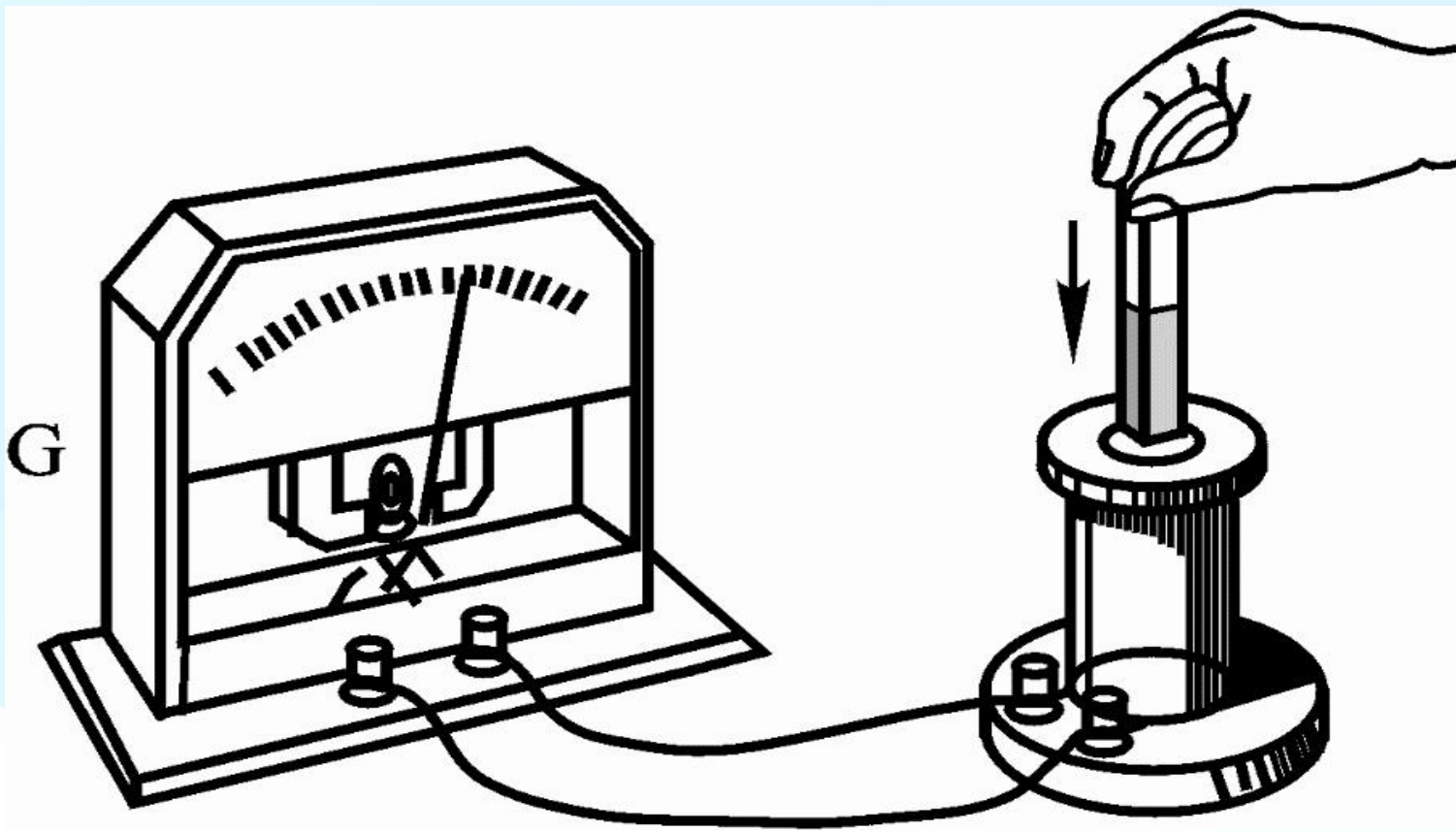
麦克斯韦



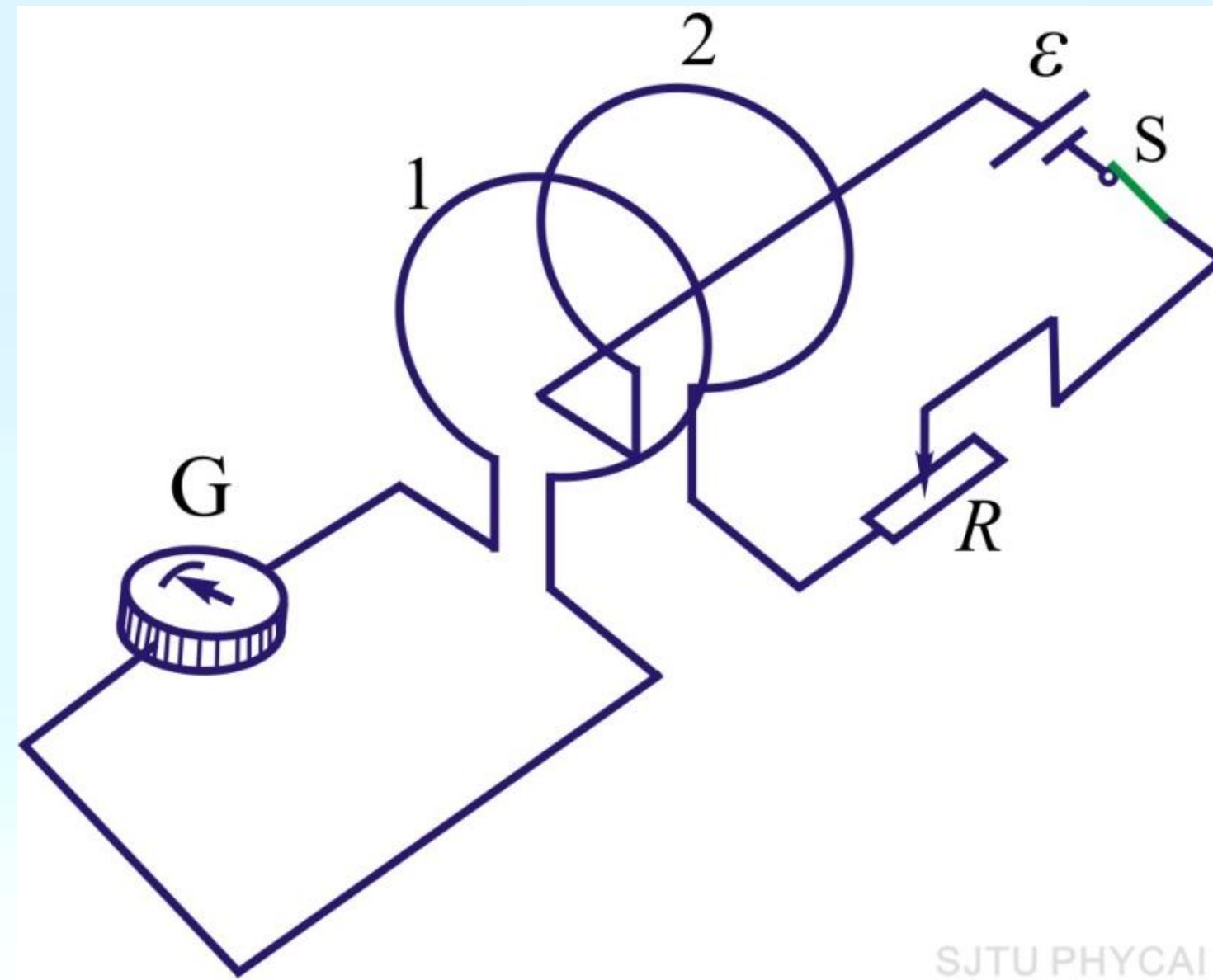
爱因斯坦的评价：自从牛顿奠定理论物理学的基础以来，物理学的公理基础的最伟大的变革，是由法拉第和麦克斯韦在电磁现象方面的工作所引起的。

§ 9-1 电磁感应定律

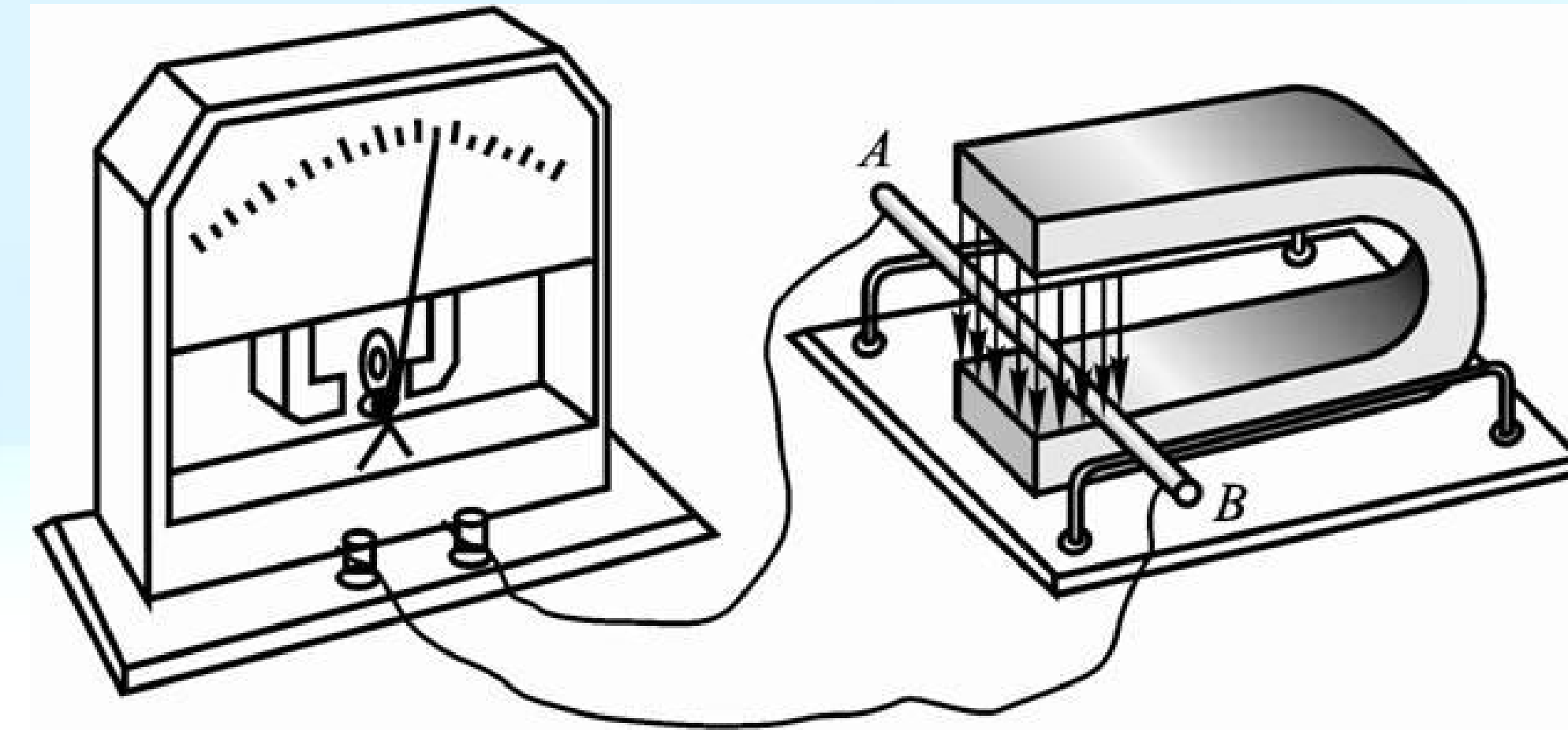
一、电磁感应现象



磁铁棒相对线圈运动



线圈2的电流改变

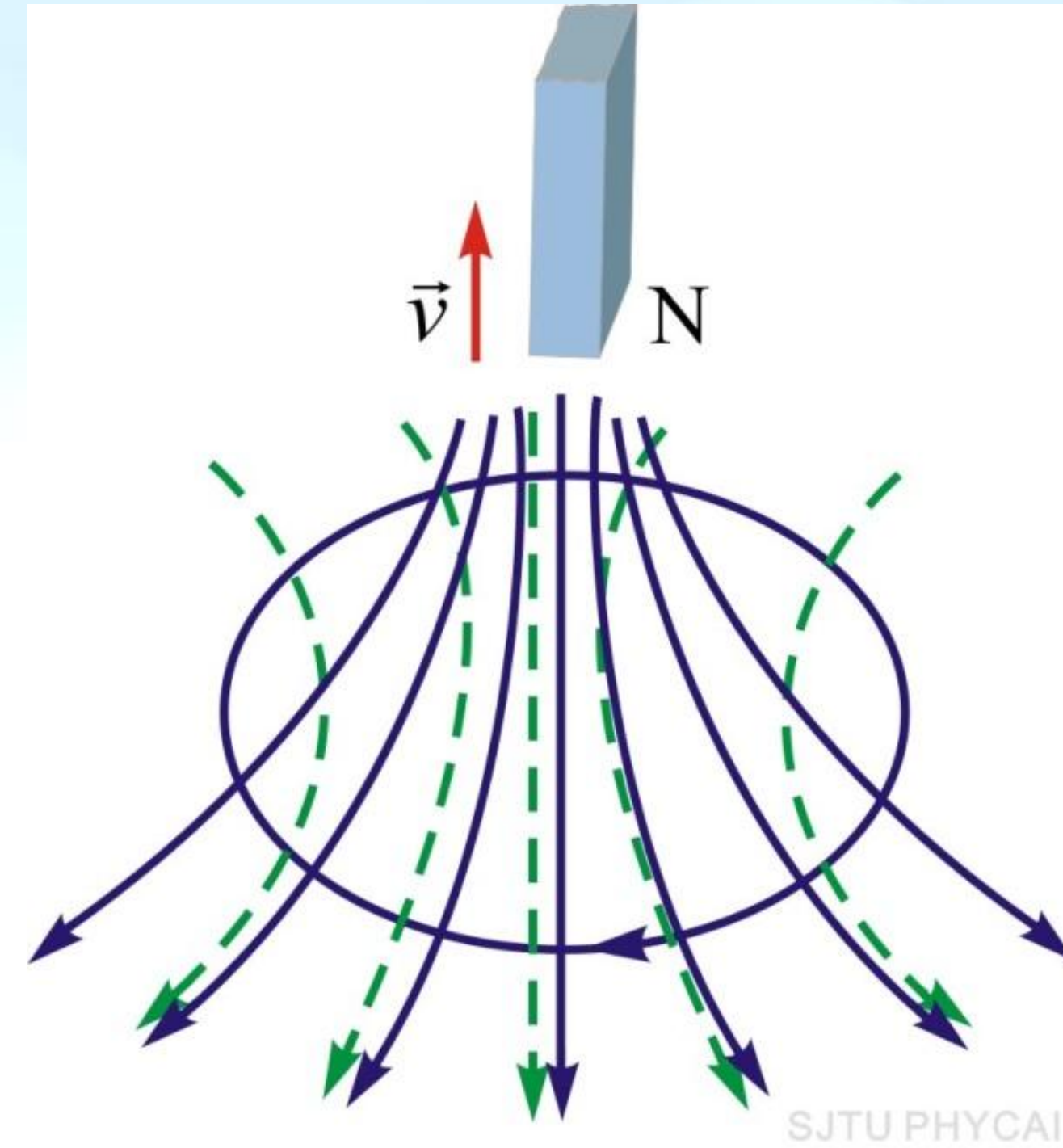
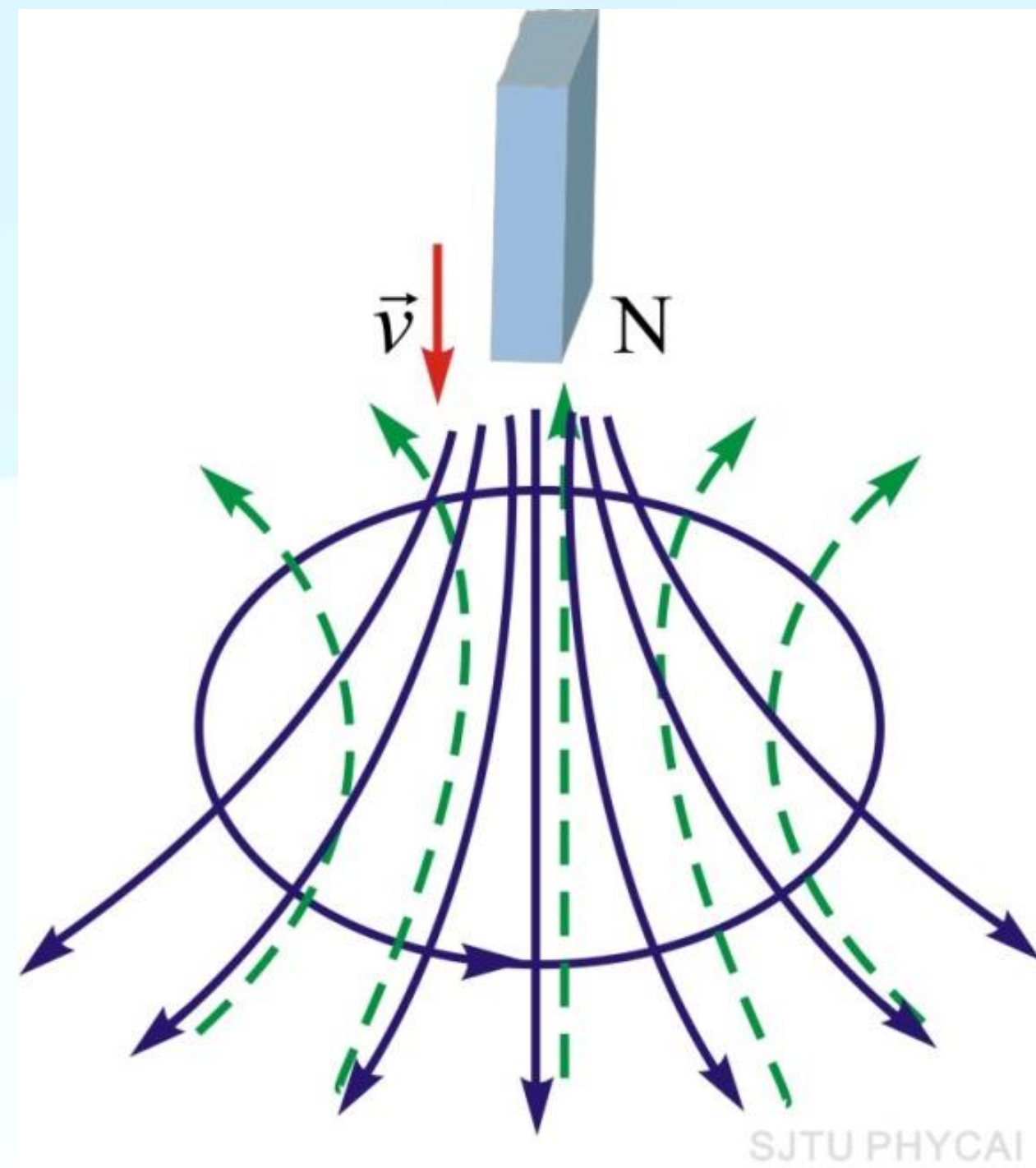


金属棒在磁场中运动

- 当穿过闭合回路的磁通量发生变化时，不管这种变化是由什么原因引起的，回路中有电流产生。称为**电磁感应现象**。
- 电磁感应现象中产生的电流称为**感应电流**，相应的电动势称为**感应电动势**。

二、楞次定律

楞次定律： 闭合回路中感应电流的方向，总是使得它所激发的磁场来**阻止**引起感应电流的磁通量的变化。



绿线为感应电流的磁场

三、法拉第电磁感应定律

当穿过回路所包围面积的磁通量发生变化时，回路中产生的感应电动势的大小与穿过回路的磁通量对时间的变化率成正比。

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

式中的负号反映了感应电动势的方向，是楞次定律的数学表现。

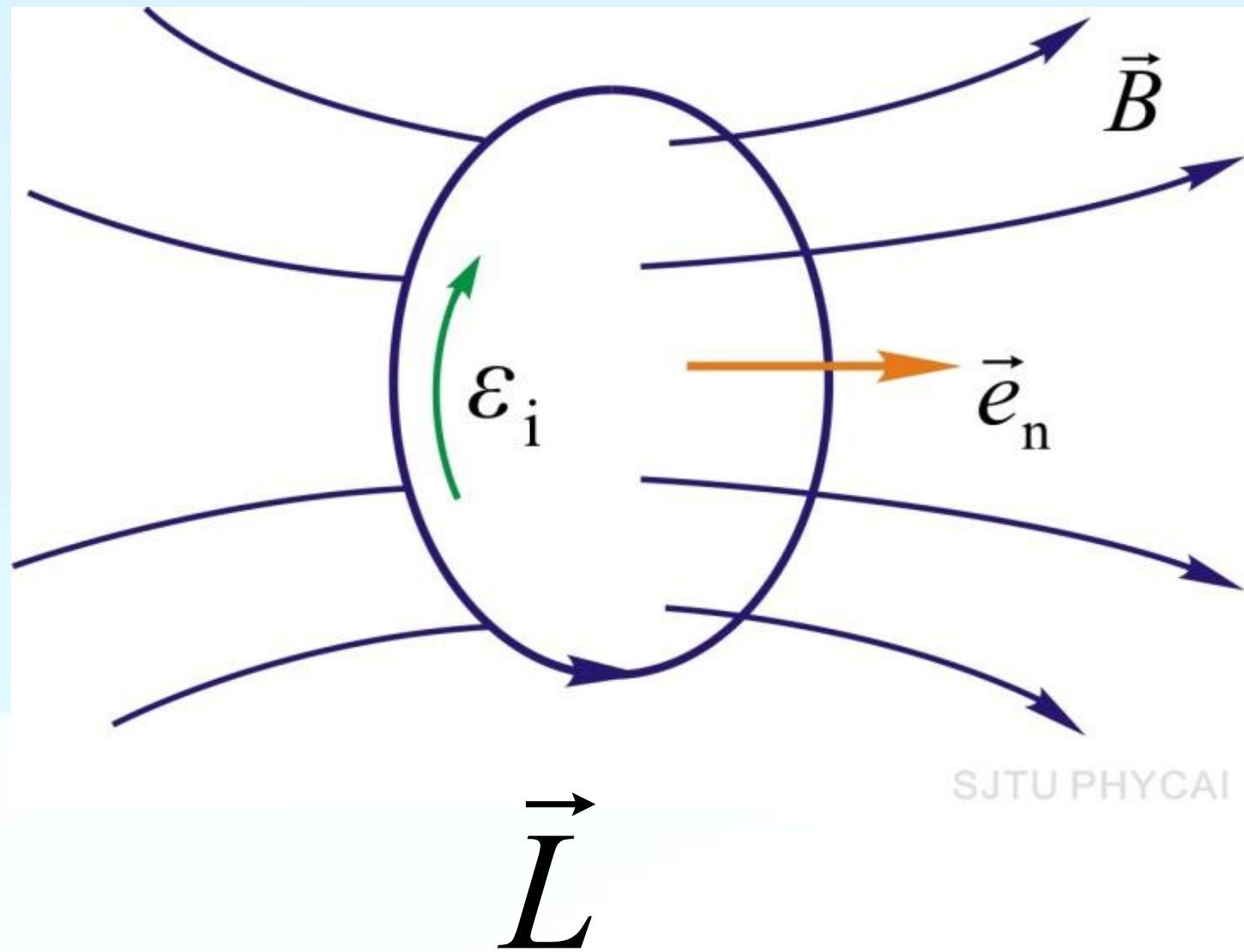
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$\begin{cases} \varepsilon > 0 & \text{表示}\varepsilon\text{与}\vec{L}\text{绕向相同} \\ \varepsilon < 0 & \text{表示}\varepsilon\text{与}\vec{L}\text{绕向相反} \end{cases}$

$$\Phi > 0$$

$$\frac{d\Phi}{dt} > 0$$

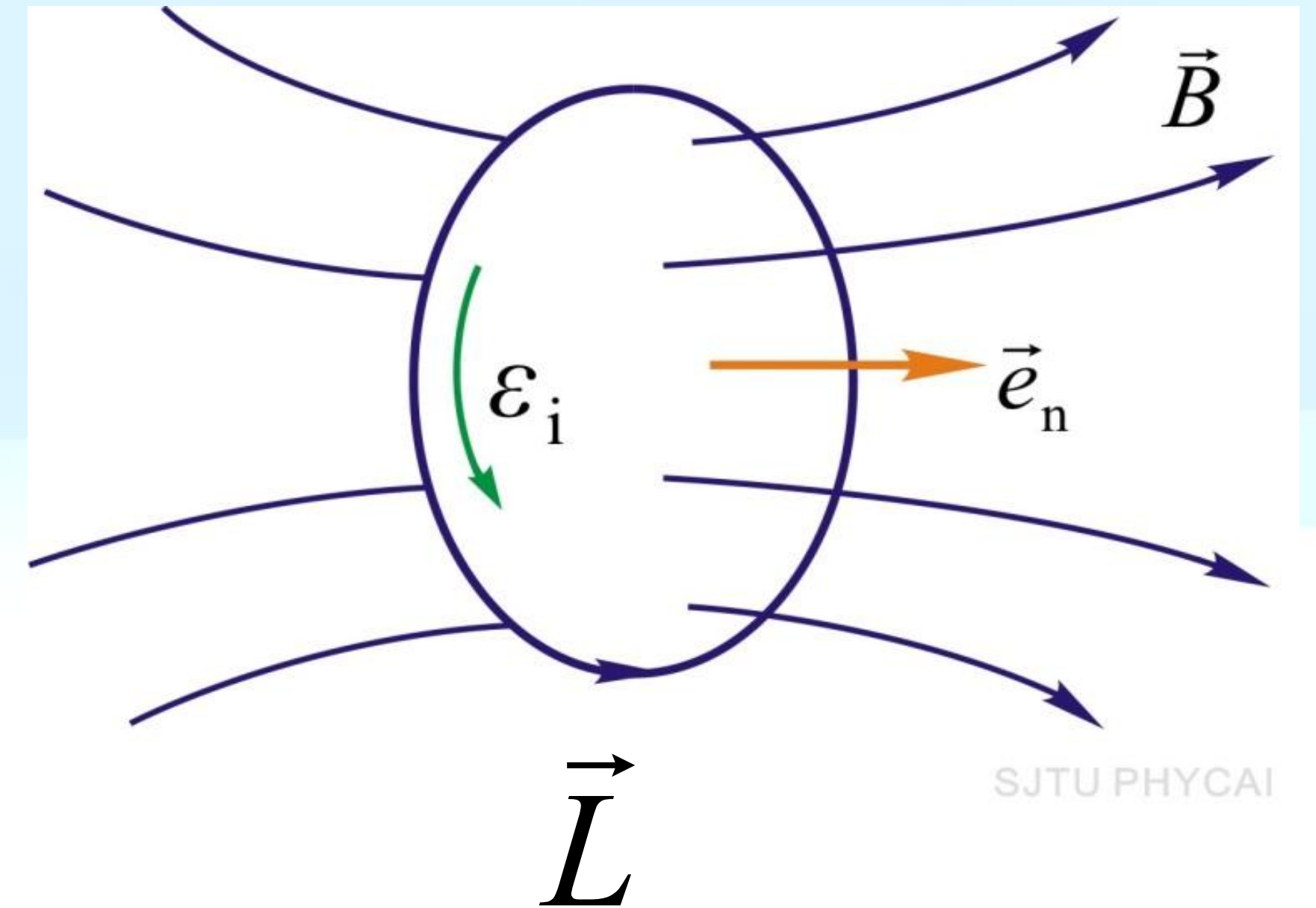
$$\varepsilon_i < 0$$



$$\Phi > 0$$

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0$$

$$\varepsilon_i > 0$$



判断 ε_i 的方向： 先规定回路正向，从而确定磁通量(及变化率)的正负，再得感应电动势的正负。若 ε 为正，则与规定的回路方向相同。若 ε 为负，则相反。

磁通链数： $\Psi = N\Phi$

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

感应电流： $I_i = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Psi}{dt}$

感应电荷：

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = -\frac{1}{R} \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} d\Psi = -\frac{1}{R} (\Psi_2 - \Psi_1)$$

感应电荷与磁通量的变化成正比，与磁通量变化的快慢无关。在实验中，可以通过测量感应电荷和电阻来确定磁通量的变化。

磁通计原理

如果用 \vec{E}_k 表示等效的非静电性场强，则感应电动势可表为 \mathcal{E}_i

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$\because \Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

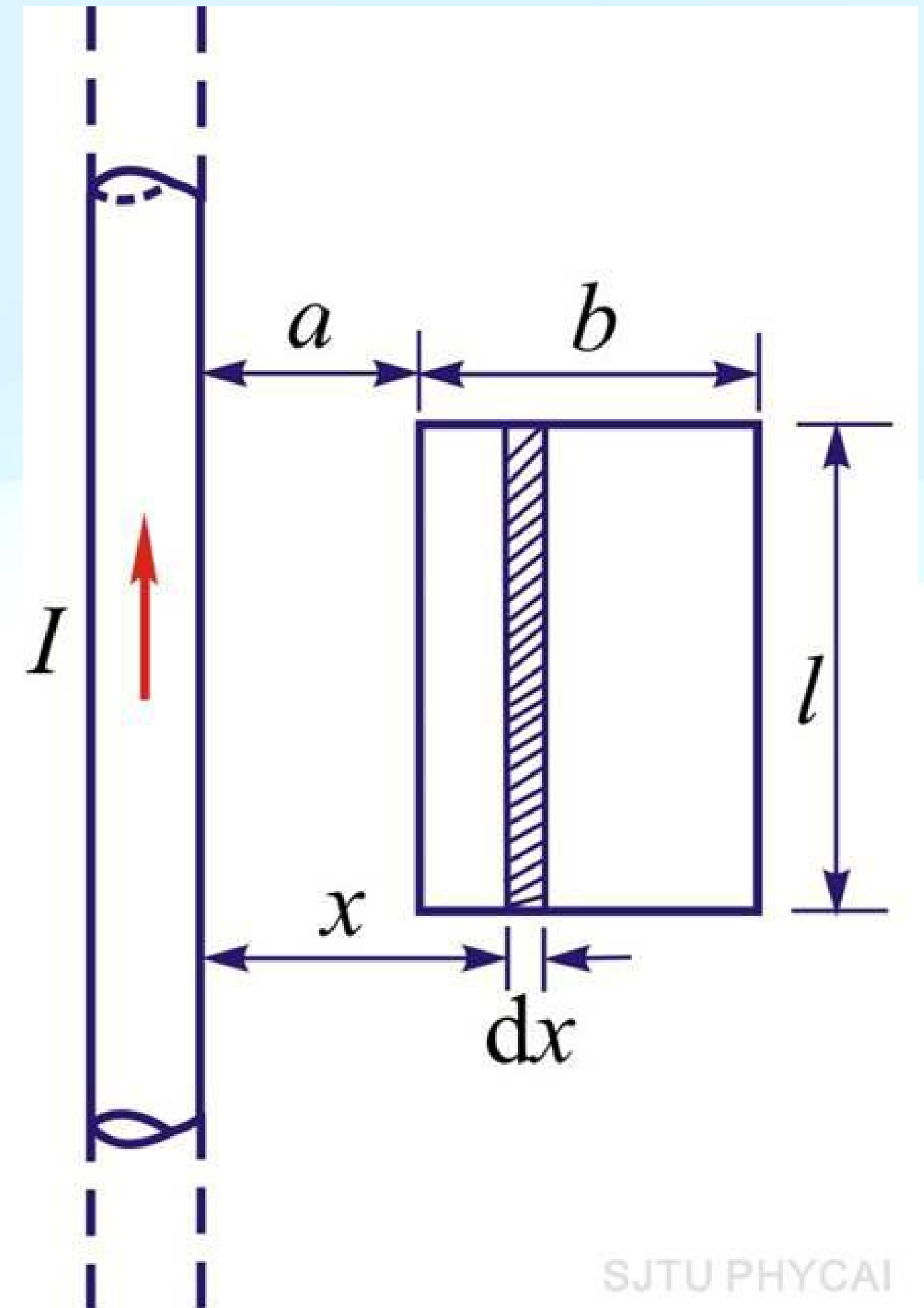
$$\Rightarrow \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

例9-1 一长直导线通以电流 $I = I_0 \sin \omega t$ ，旁边有一个共面的矩形线圈abcd。求：线圈中的感应电动势。

解：选顺时针为绕行方向

$$\begin{aligned}\Phi &= \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l_2 dx \\ &= \frac{\mu_0 I_0 l_2}{2\pi} \sin \omega t \ln \frac{a+b}{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} l_2 \omega \cos \omega t \ln \frac{a+b}{a}\end{aligned}$$



SJTU PHYCAI

§ 9-2 动生电动势

根据磁通量变化的不同原因，把感应电动势分为两种情况加以讨论。

动生电动势：在恒定磁场中运动着的导体内产生的感应电动势。

感生电动势：导体不动，因磁场的变化产生的感应电动势。

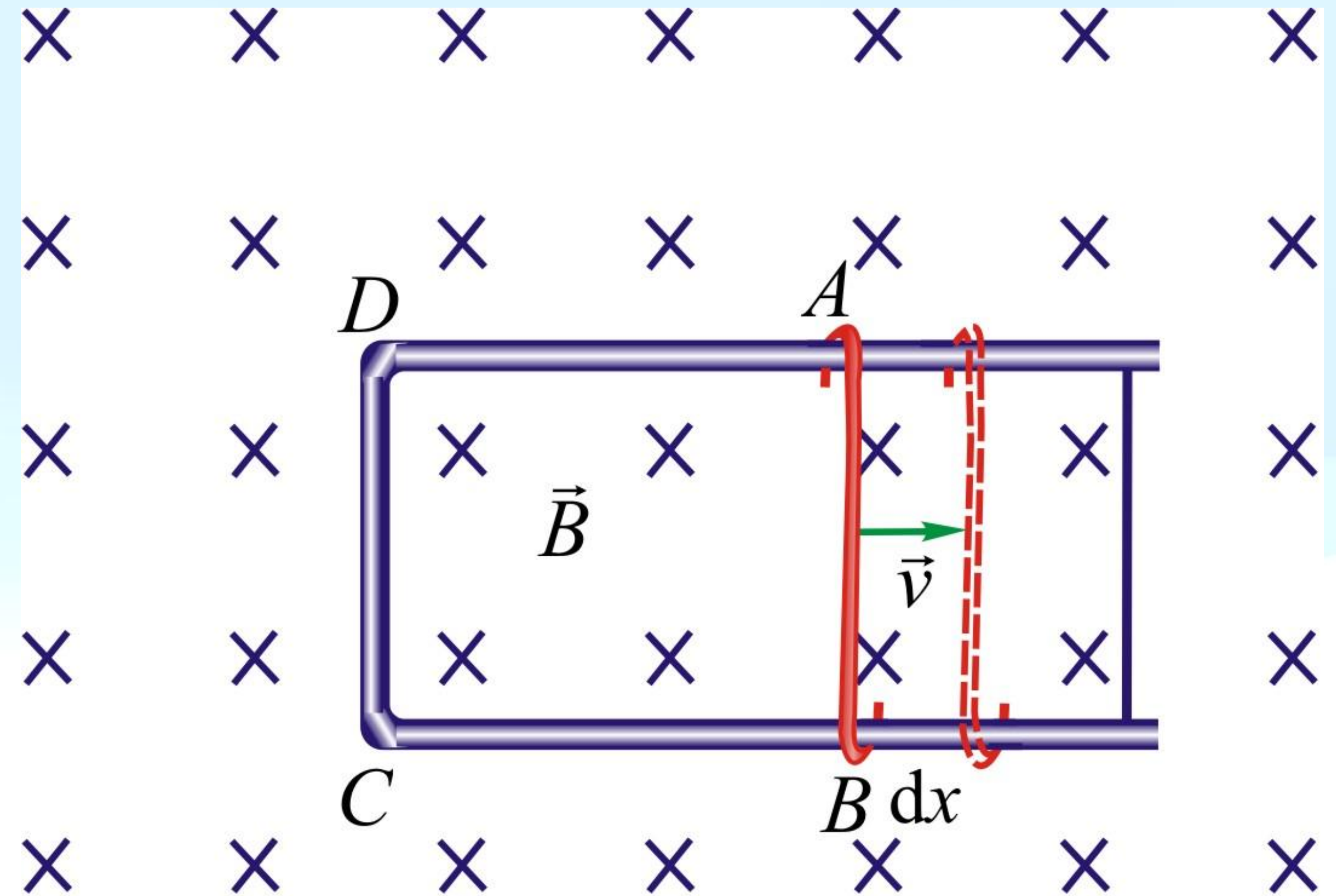
一、在磁场中运动的导线内的感应电动势

如图：

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = Bl dx$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$= -Bl \frac{dx}{dt} = -Blv$$



SJTU PHYCAI

解释：运动导体内电子受到洛伦兹力的作用

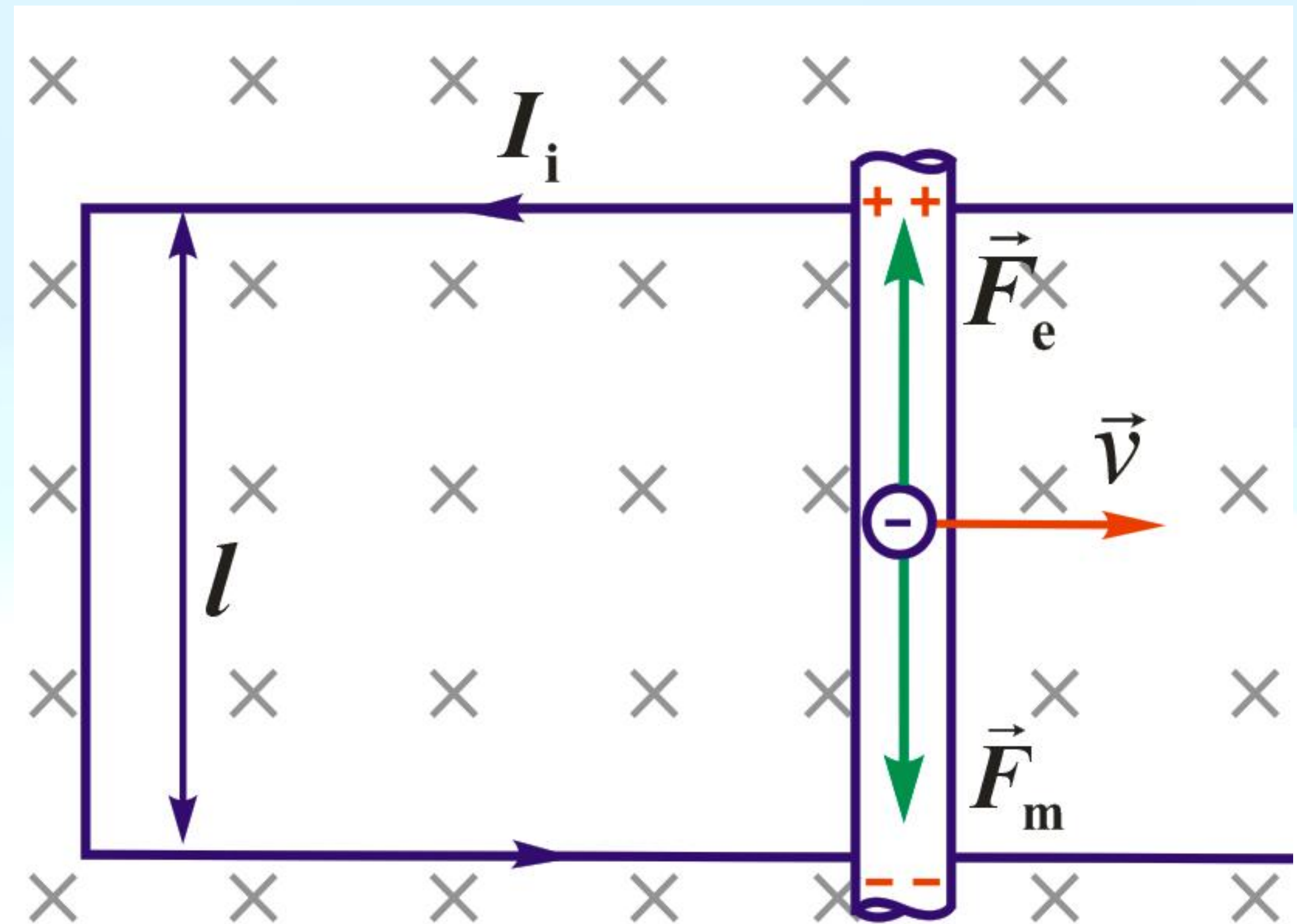
$$\vec{F}_m = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

非静电场：

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_m}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

动生电动势：

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$



SJTU I

讨论 $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

1. 一般情况磁场可以不均匀。
2. 式中 $d\vec{l}$ 的方向任意取定，当 $\varepsilon > 0$ 时，表明的方向顺着 $d\vec{l}$ 的方向，当 $\varepsilon < 0$ 时，表明的方向逆着 $d\vec{l}$ 的方向。
3. 与应用法拉第定律结果一致。

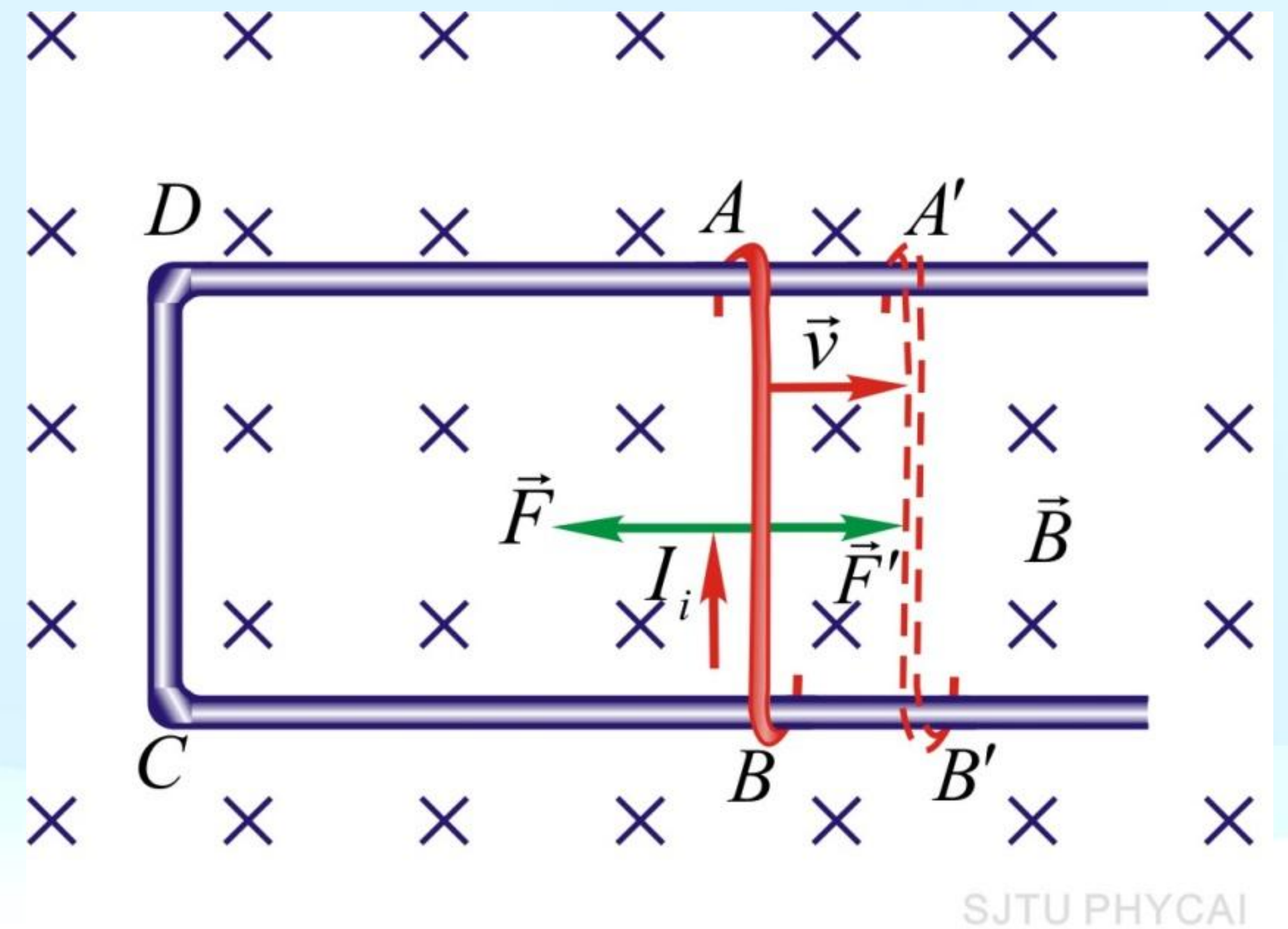
dt时间内扫过
面积的磁通量

非闭合回路: $\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$

4. 动生电动势过程中的能量转化关系。
如图所示，设电路中感应电流为 I_i ，则
感应电动势做功的功率为

$$P_e = I_i \varepsilon_i = I_i B l v$$

通电导体棒AB在磁场中受到向左的安培力，大小为： $F = I_i l B$



导体棒匀速向右运动，外力 ($F' = F$) 的功率为

$$P = F' v = I_i l B v = P_e$$

外力做正功输入机械能，安培力做负功吸收它，同时感应电动势(非静电场力)在回路中做正功又以电能形式输出这个份额的能量。

——发电机

动生电动势的计算

(1) 对于导体回路

a. $\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

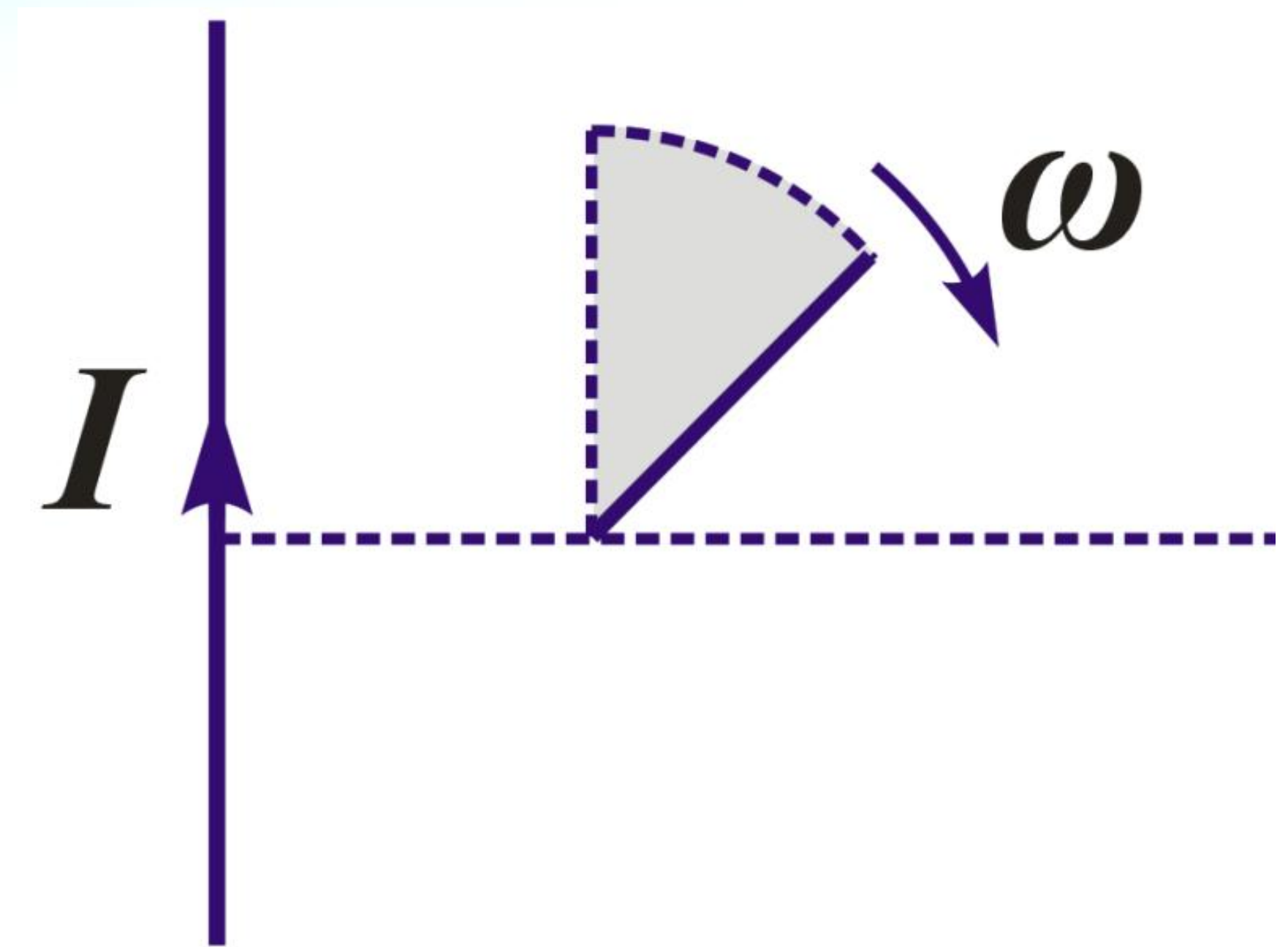
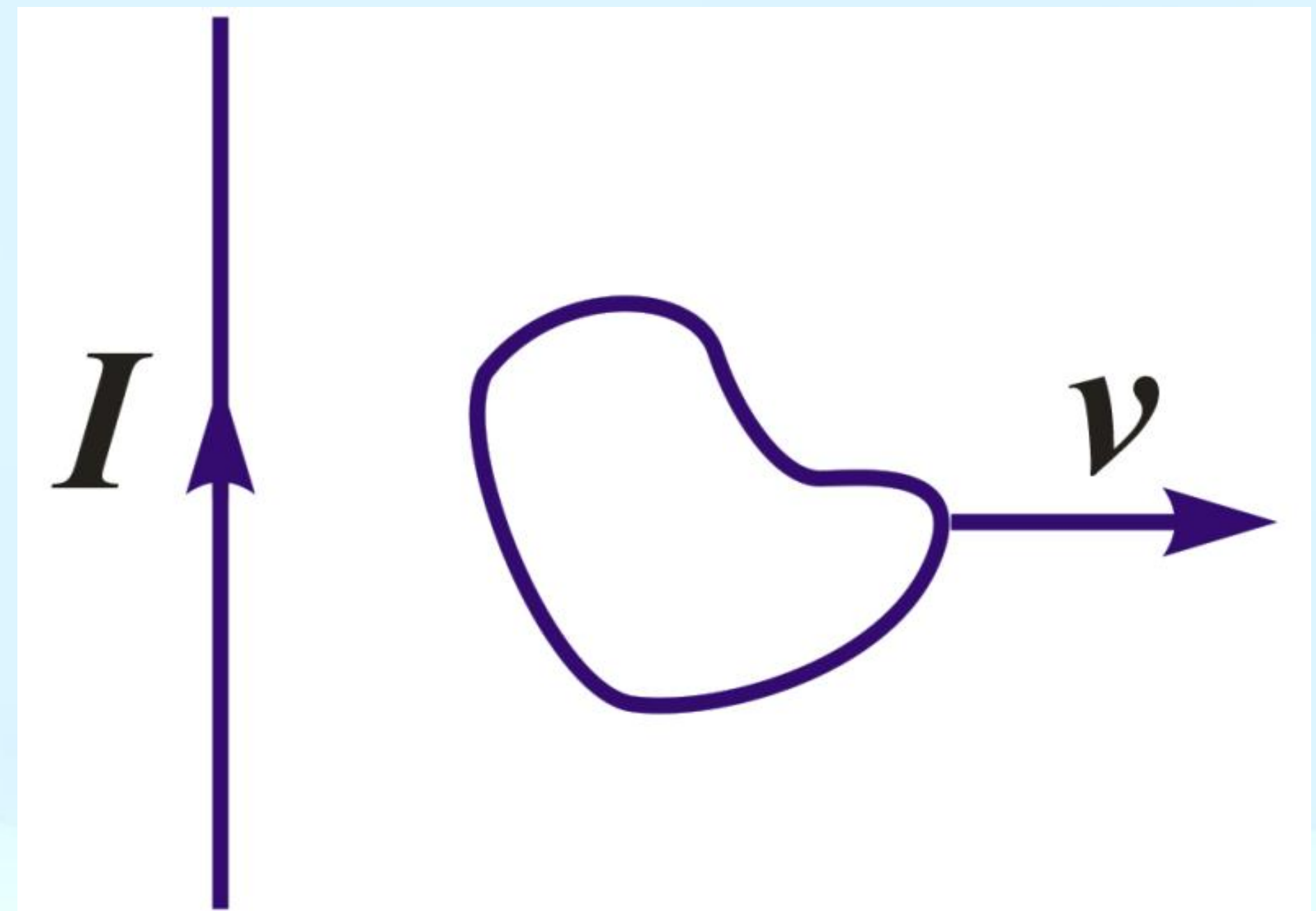
b. $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

(2) 对于一段导体

a. $\mathcal{E}_{ab} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

b. 设想构成一个回路，则

$$\mathcal{E}_{ab} = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



例9-2 长为 L 的铜棒，在磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面内绕棒的一端 O 匀速转动，求棒中的动生电动势。

解：取线元 $d\vec{l}$ ，方向沿 O 指向 A

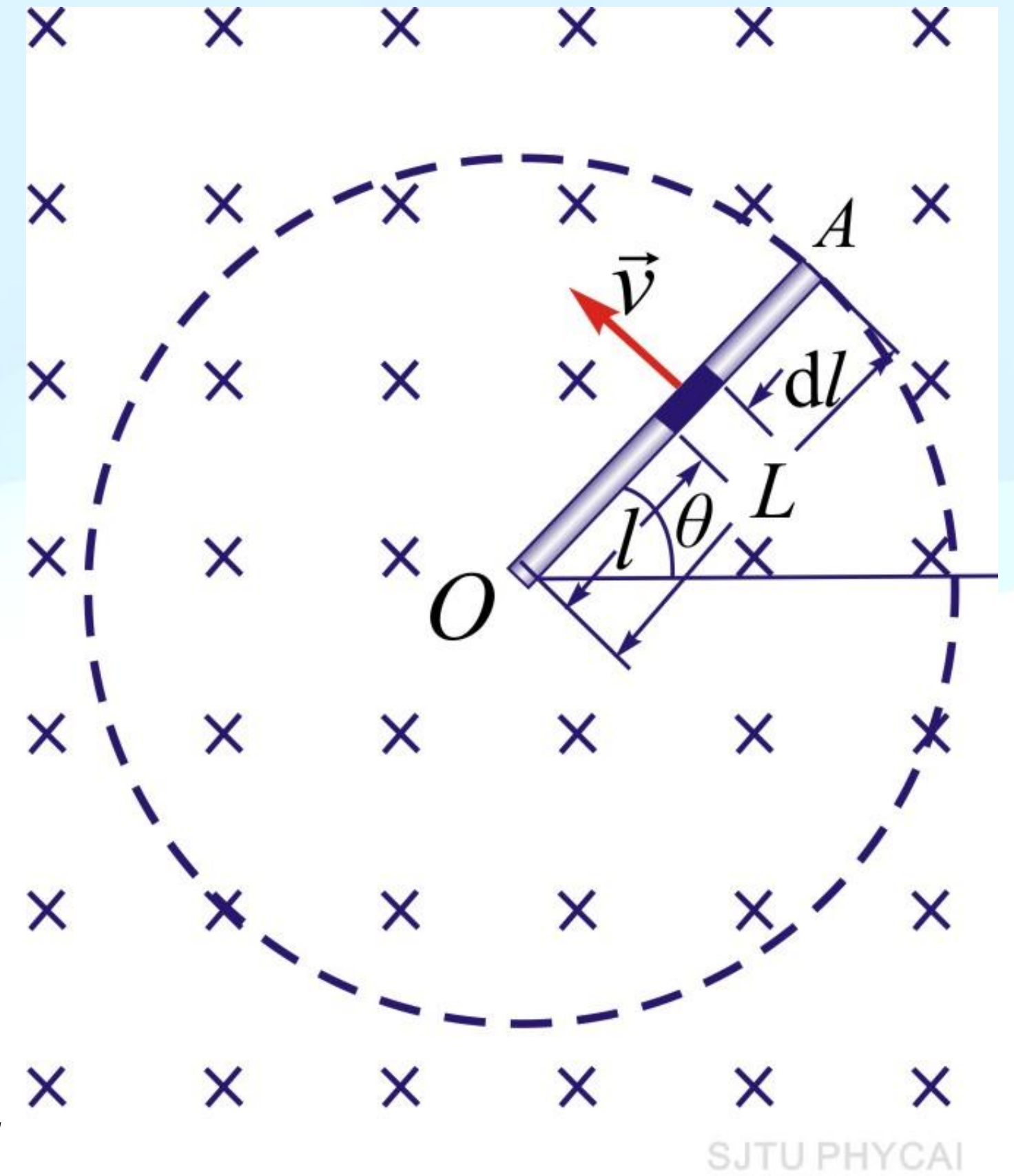
$$v = \omega l$$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = -vB dl$$

金属棒上总电动势为

$$\varepsilon_i = -\int_0^L Bv dl = -\int_0^L B\omega l dl = -\frac{1}{2}B\omega L^2$$

方向为 $A \rightarrow O$ ，即 O 点电势较高。

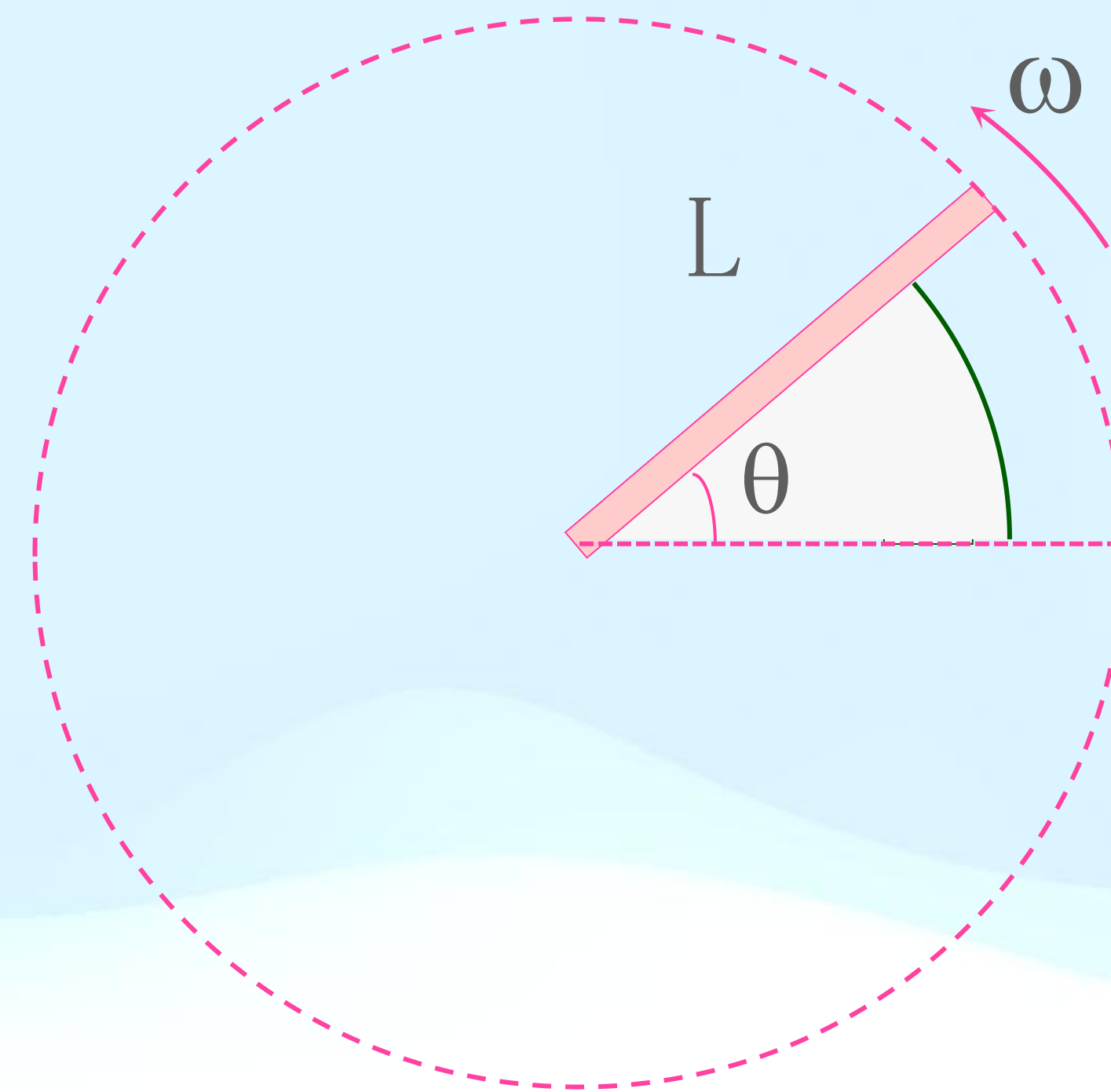


另解:

$$dS = \frac{1}{2} L^2 d\theta$$

$$d\Phi = B dS$$

$$\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} B L^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B L^2 \omega$$

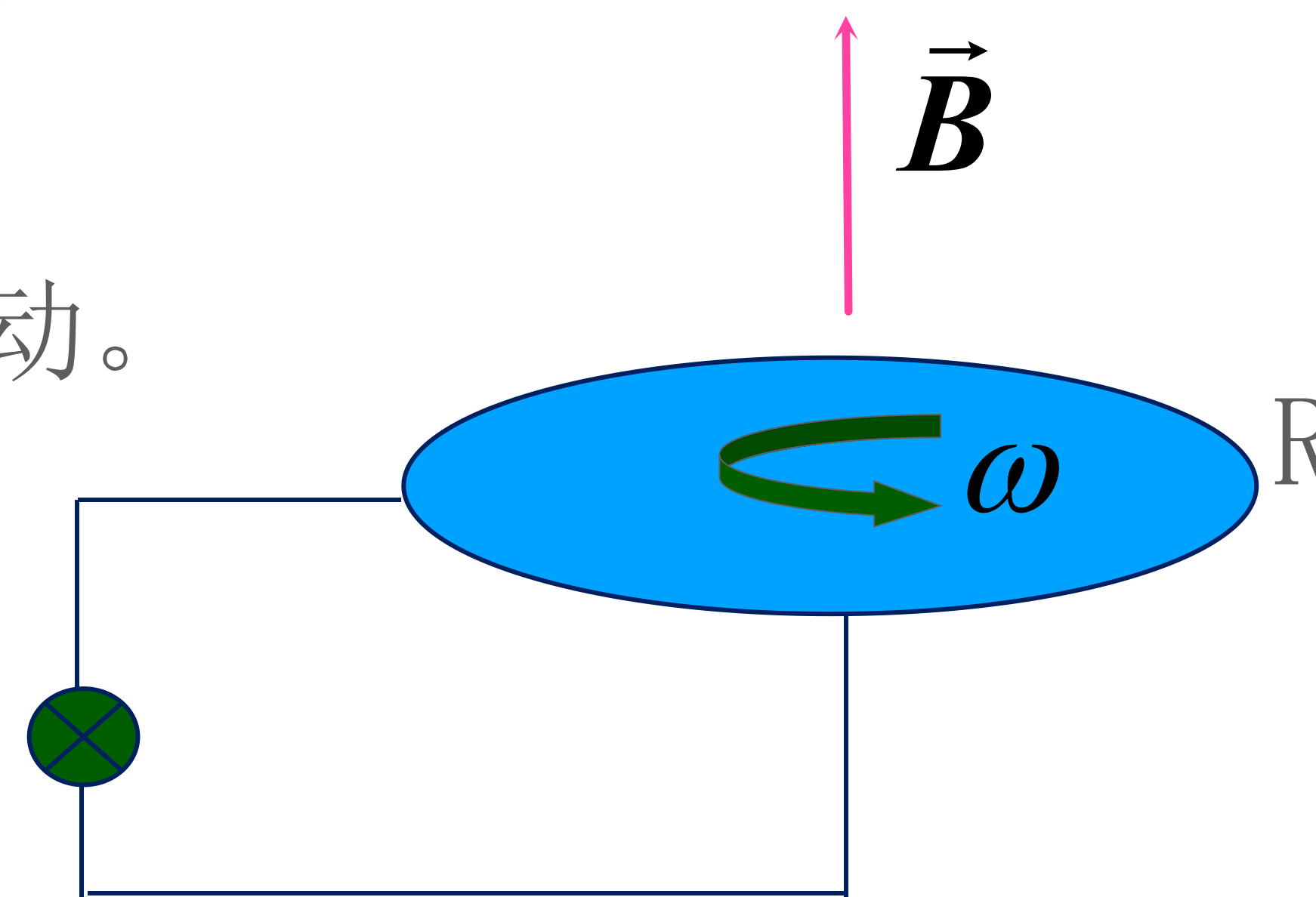


讨论

法拉第圆盘发电机

——铜盘在磁场中转动。

铜棒并联 $\varepsilon = \frac{1}{2} R^2 \omega B$



例9-3 一长直导线中通电流 I ，有一长为 l 的金属棒与导线垂直共面(左端相距为 a)。当棒以速度 v 平行与长直导线匀速运动时，求棒产生的动生电动势。

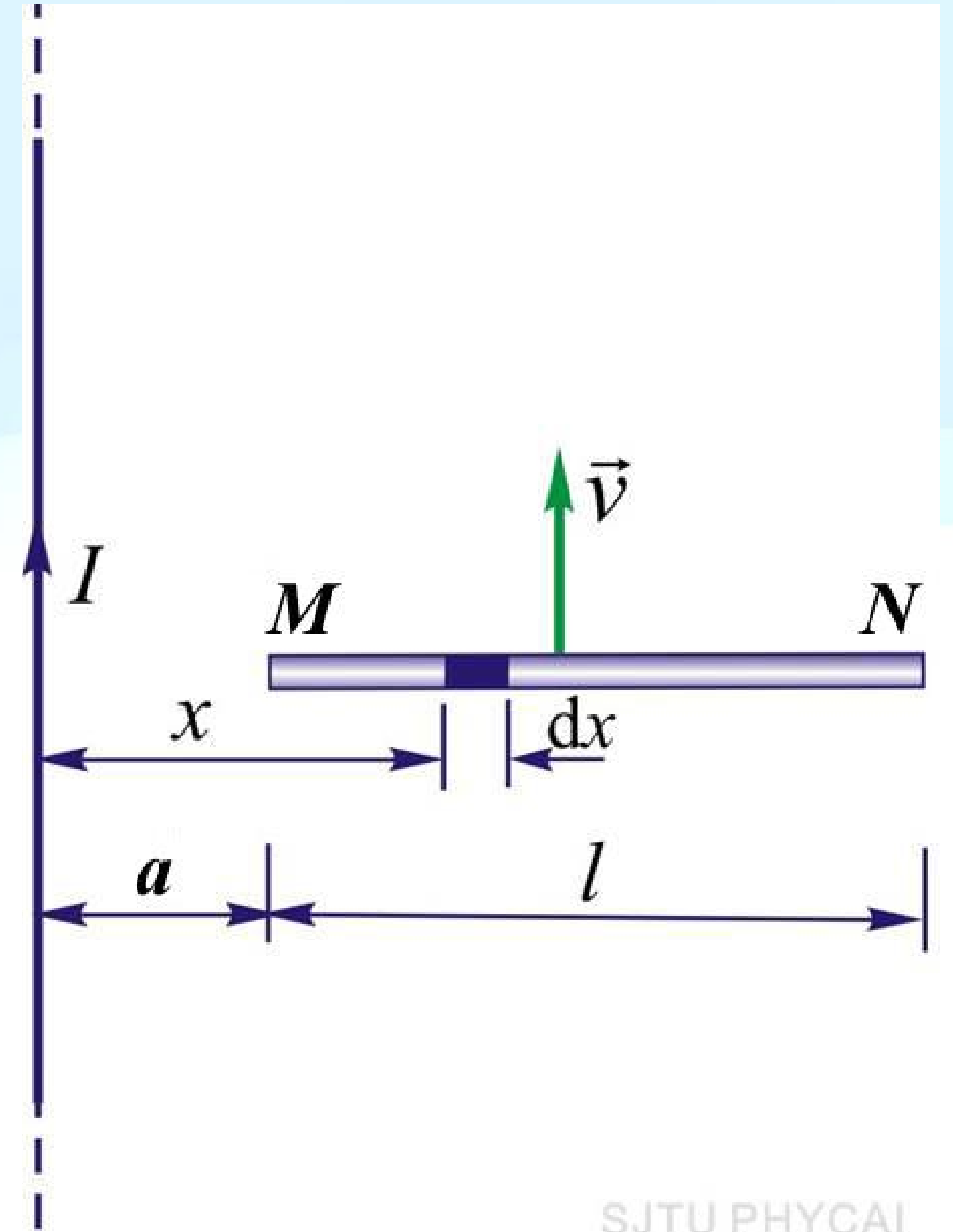
解: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{x} = -Bvdx$$

$$\varepsilon_i = -\int_a^{a+l} \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$= -\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$$

方向: $N \rightarrow M$
M端电势较高



SJTU PHYCAI

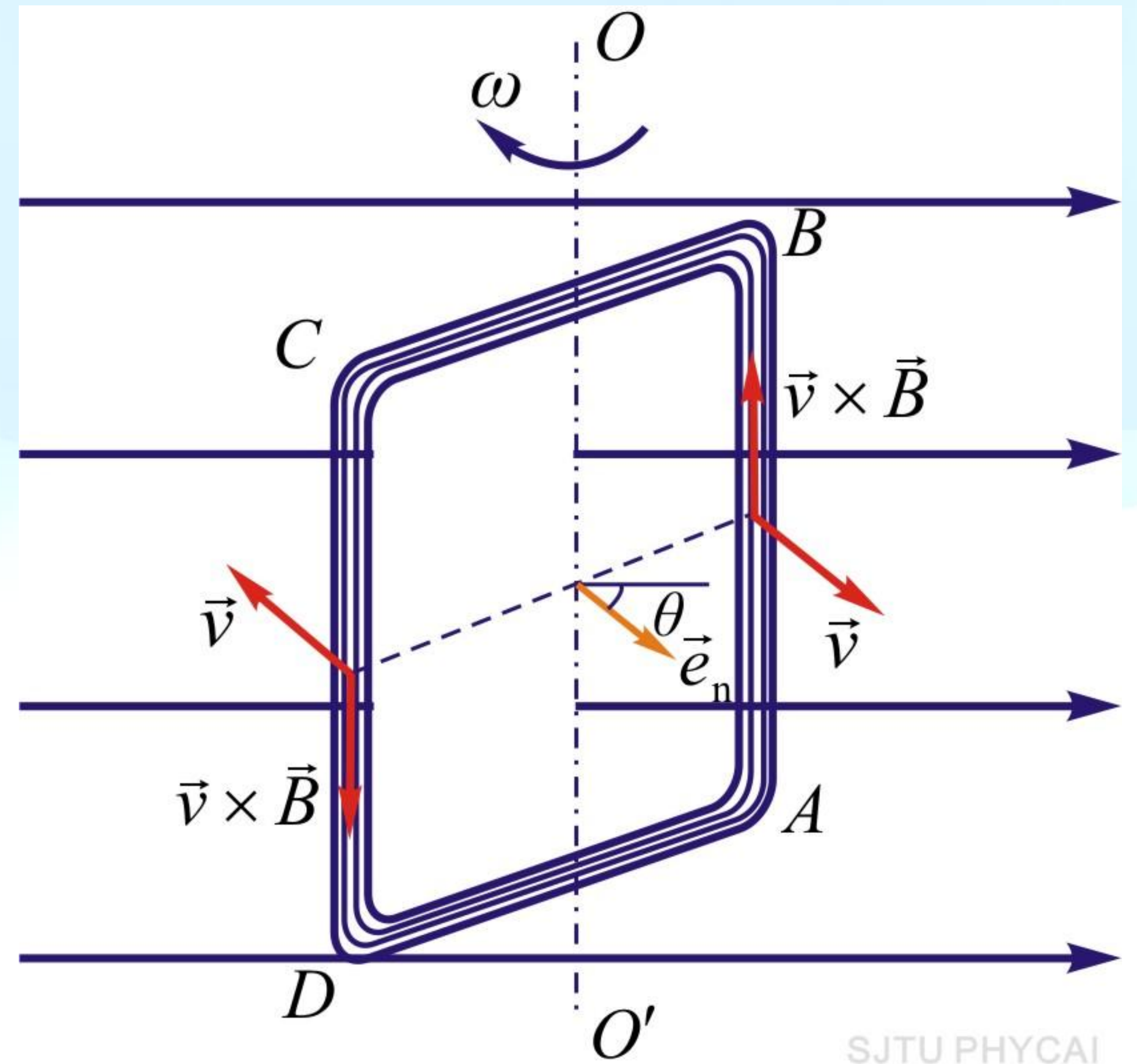
二、在磁场中转动的线圈内的感应电动势

矩形线圈为N匝, 面积S, 在匀强磁场中绕固定的轴线OO'转动, 磁感应强度与轴垂直。

任一位置时:

$$\Phi = BS \cos \theta$$

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = NBS \sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$



$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = NBS \sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$\because \theta = \omega t$$

$$\therefore \varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t$$

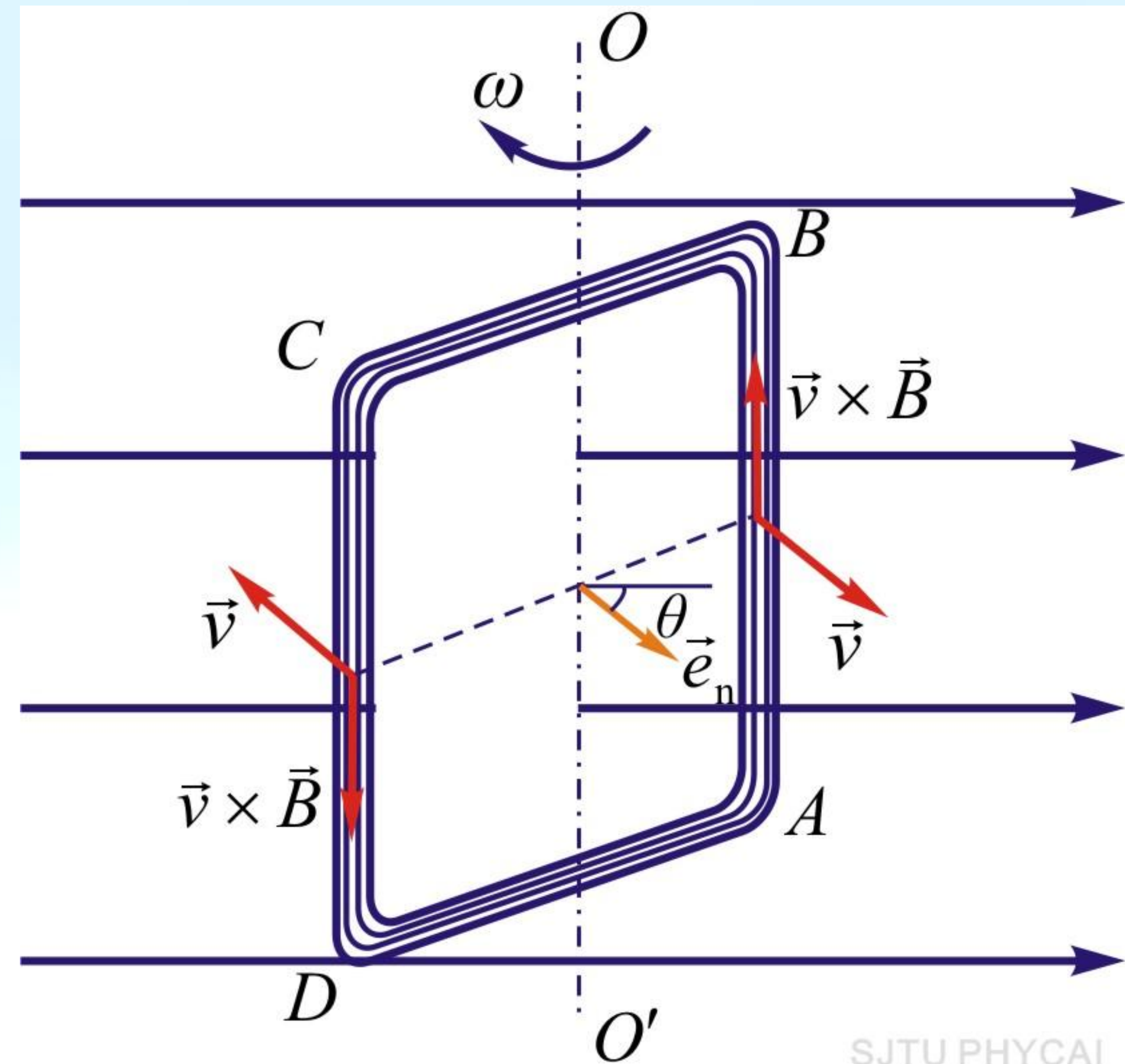
$$\text{令 } NBS\omega = \varepsilon_0$$

交变电动势

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

交变电流

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$



交流发电机原理

SJTU PHYCAI

§ 9-3 感生电动势 感生电场

一、感生电场

导体静止，磁场变化时出现感生电动势。显然产生感生电动势的非静电力一定不是洛伦兹力。

变化的磁场在周围空间要激发出电场，称为**感应电场**。感生电流的产生就是这一电场作用于导体中的自由电荷的结果。

感生电动势：

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

由法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

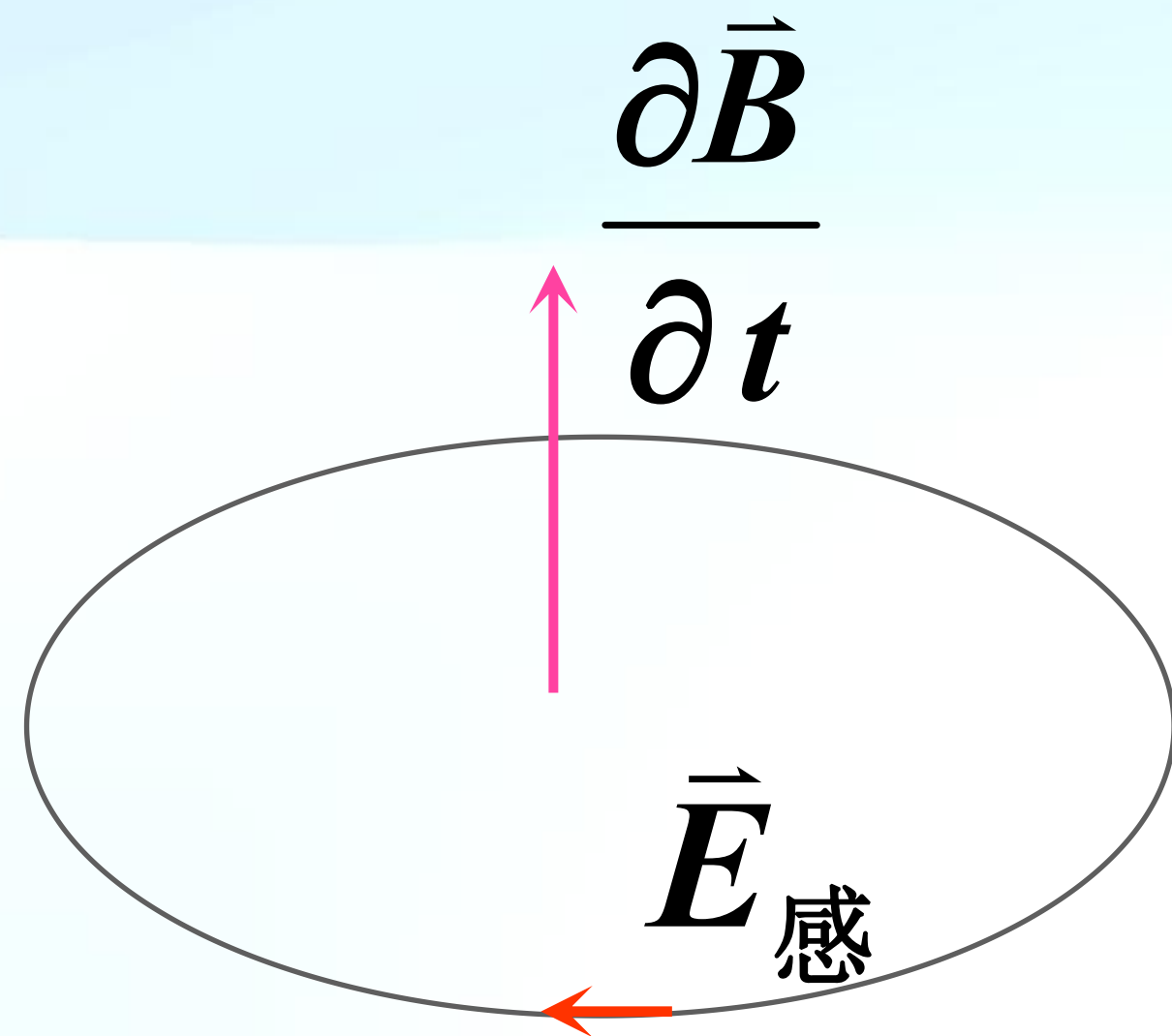
$$\Rightarrow \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

讨论

- (1) 变化的磁场能够在周围空间(包括无磁场区域)激发感应电场。
- (2) 感应电场的环流不等于零，表明感应电场为涡旋场，所以又称为“**涡旋电场**”。

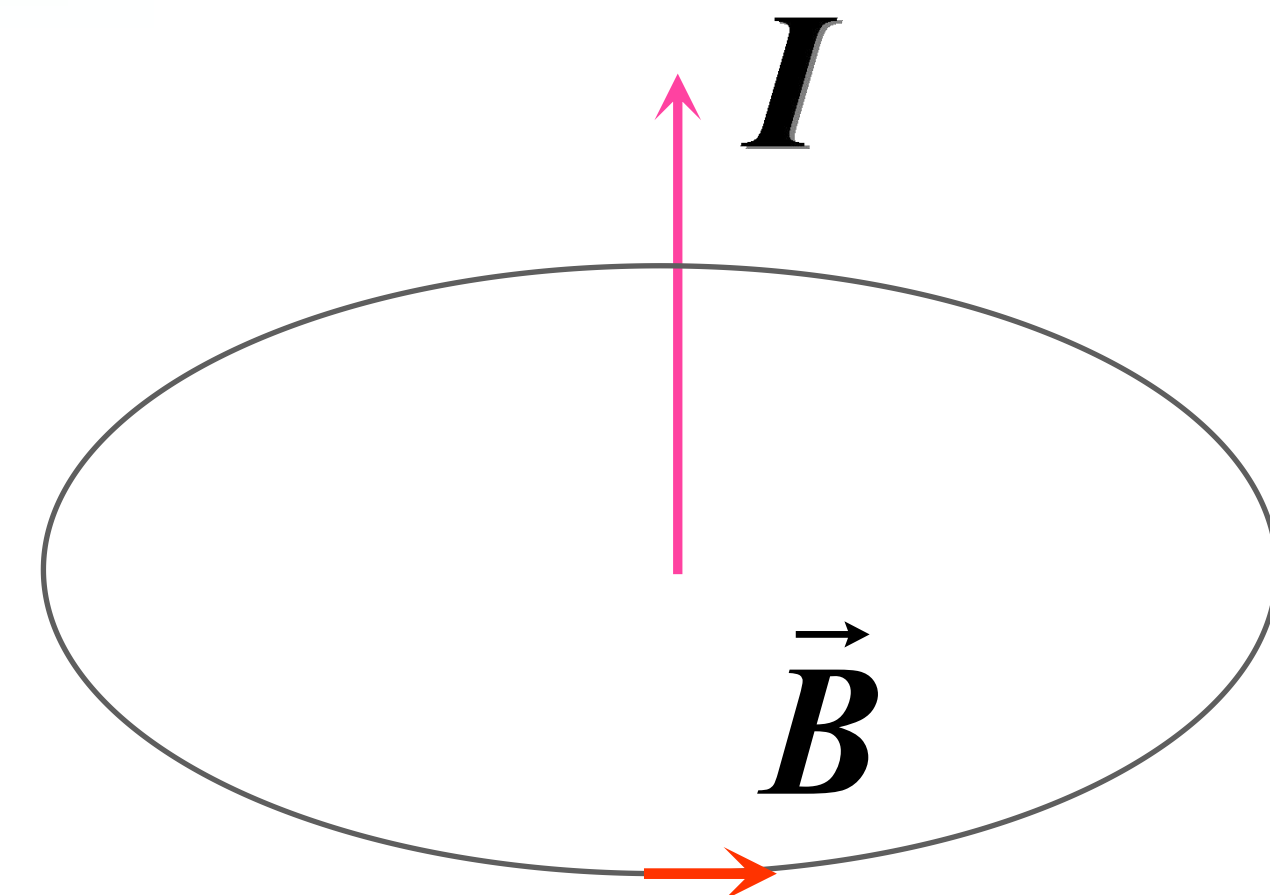
$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

式中负号表示感应电场与磁场增量的方向成左手螺旋关系。



与恒定电流产生的磁场作类比。

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



感应电场与静电场的比较

	静电场 \vec{E}_s	感应电场 \vec{E}_i
场源	静电荷	变化的磁场
环流	$\oint_l \vec{E}_s \cdot d\vec{l} = 0$ 无旋场	$\oint_l \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \iint_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ 有旋场
通量	$\oiint_s \vec{E}_s \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$ 有源场	$\oiint_s \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = 0$ 无源场
场线	始于正电荷， 止于负电荷	闭合曲线

感应电场和感生电动势的计算

1. 感应电场的计算

对具有对称性的磁场分布，磁场变化时产生的感应电场可由

$$\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

计算方法类似于运用安培环路定理计算磁场，关键是选取适当的闭合回路L。

2. 感生电动势的计算

(1) 导体为闭合回路 $\boldsymbol{\varepsilon_i} = -N \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt}$

(2) 非闭合回路

a. $\vec{E_i}$ 已知

$$\boldsymbol{\varepsilon_i} = \int_a^c \vec{E_i} \cdot d\vec{l}$$

b. $\vec{E_i}$ 未知，设法构成回路

$$\boldsymbol{\varepsilon_i} = - \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt}$$

若既有动生电动势，又有感生电动势

$$\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

或

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

例9-4 半径为R的无限长螺线管内部的磁场B随时间作线性变化
(dB/dt =常量)。求管内外的感生电场。

解： 根据对称性取顺时针方向同心圆为回路

$r < R$ 时：

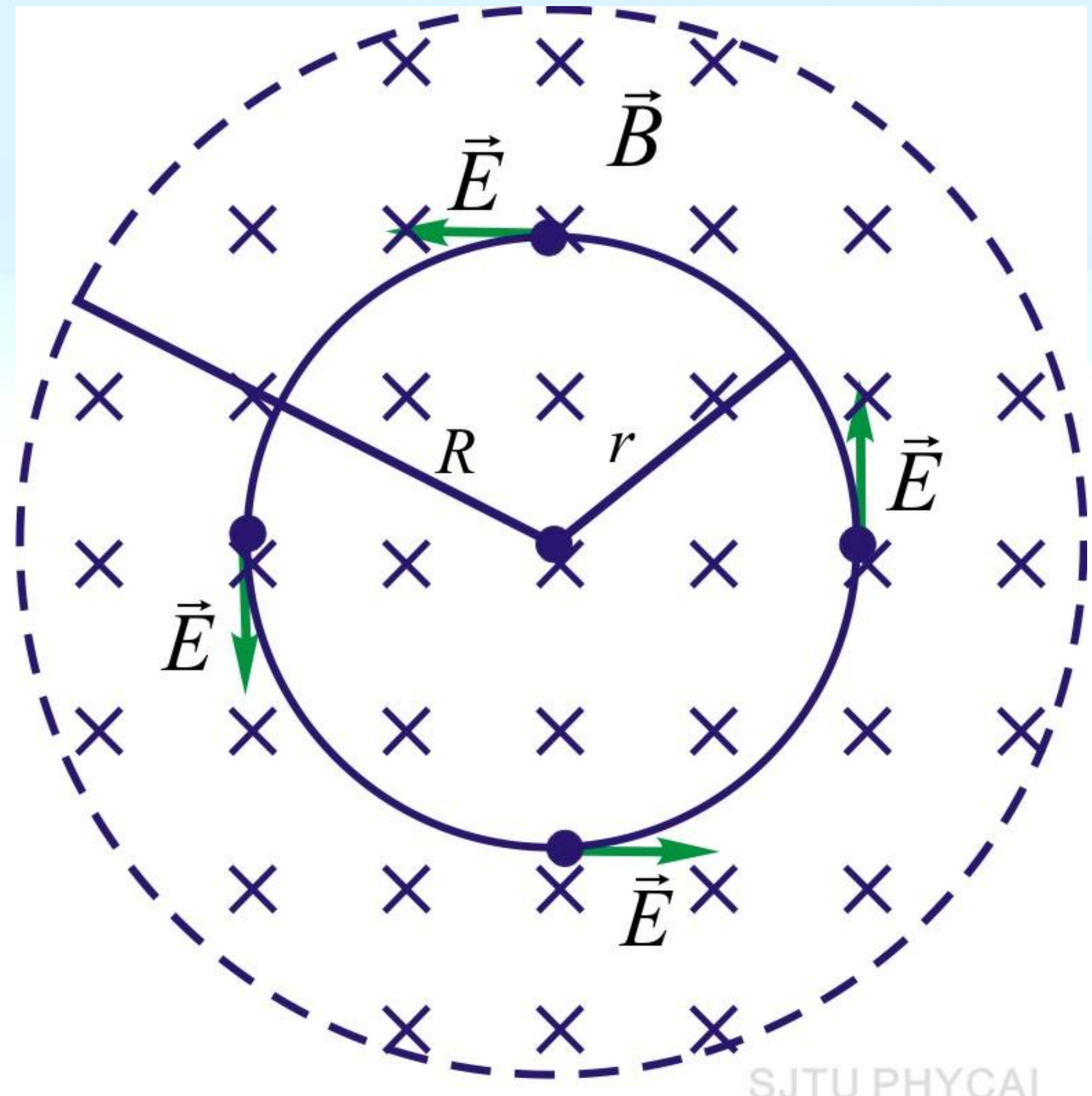
$$\Phi = BS = B\pi r^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\text{d}\Phi}{\text{d}t} = \oint_L \vec{E}_i \cdot \text{d}\vec{l}$$

$$-(\pi r^2) \frac{\text{d}B}{\text{d}t} = E_i \cdot 2\pi r$$

$$\Rightarrow E_i = -\frac{r}{2} \frac{\text{d}B}{\text{d}t}$$

负号表示感生电场为逆时针方向 (如图)



$r \geq R$ 时：

$$\Phi = B \cdot \pi R^2$$

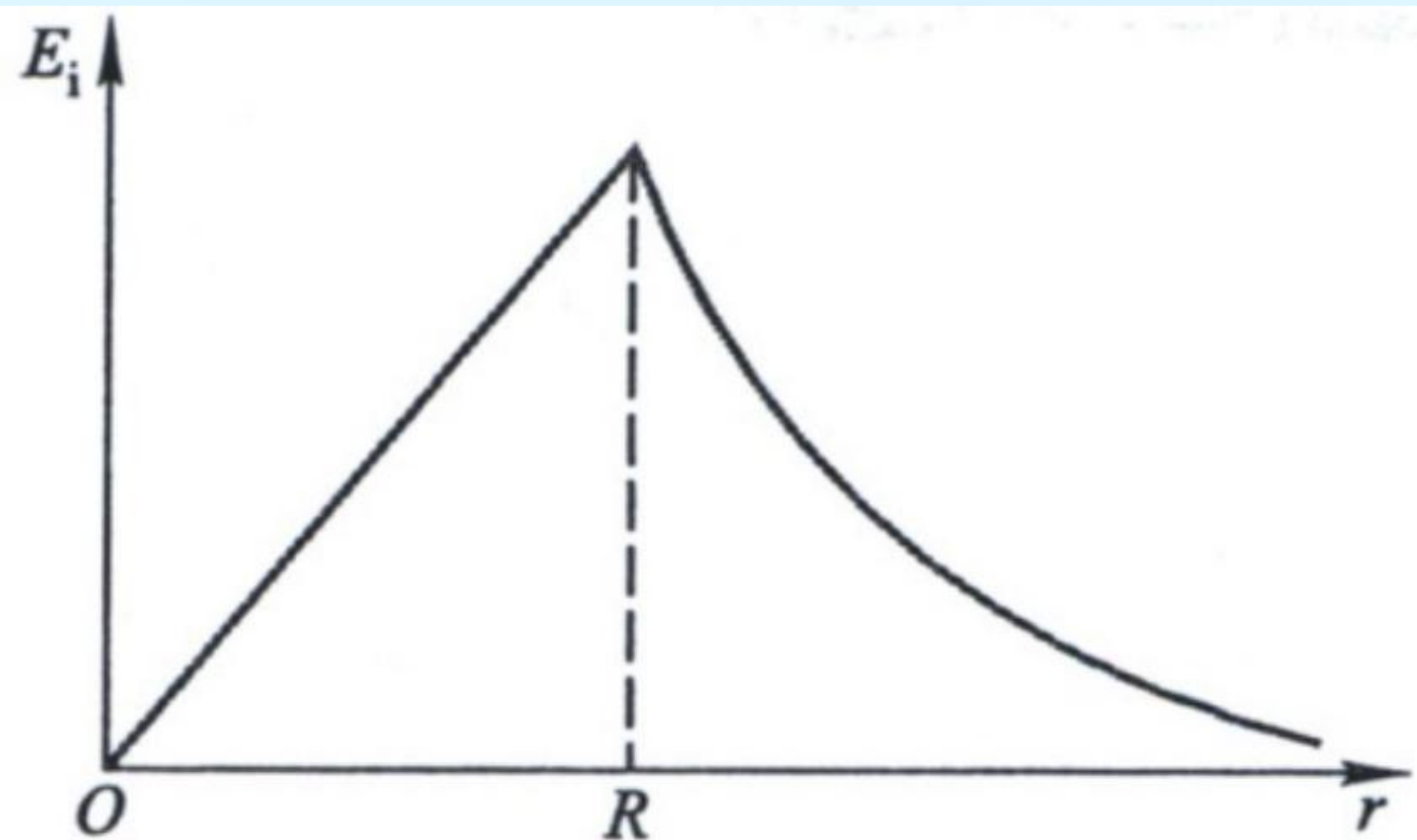
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$$-\pi R^2 \frac{dB}{dt} = E_i 2\pi r$$

$$\Rightarrow E_i = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

感应电场分布为

$$E_i = \begin{cases} -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} & r < R \\ -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} & r \geq R \end{cases}$$



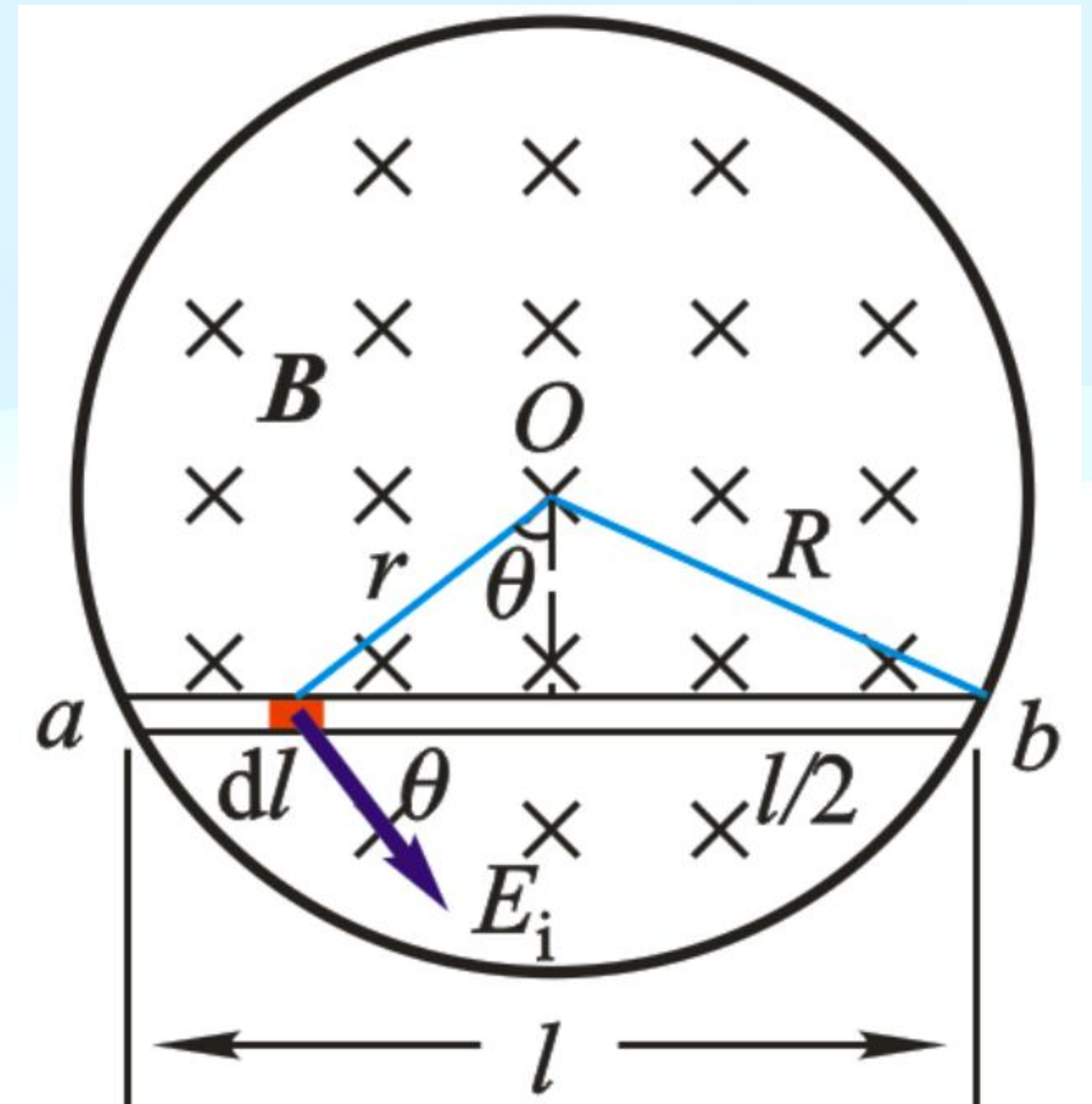
例9-5 半径为R的圆柱形体积内充满磁感应强度B(t)的均匀磁场，有一长为l的金属棒放在其中，设dB/dt已知，求棒两端的感生电动势。

解： 利用前面的结果

$$E_i = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

金属棒两端的感生电动势

$$\mathcal{E}_{ab} = \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_a^b E_i \cos \theta dl$$



代入

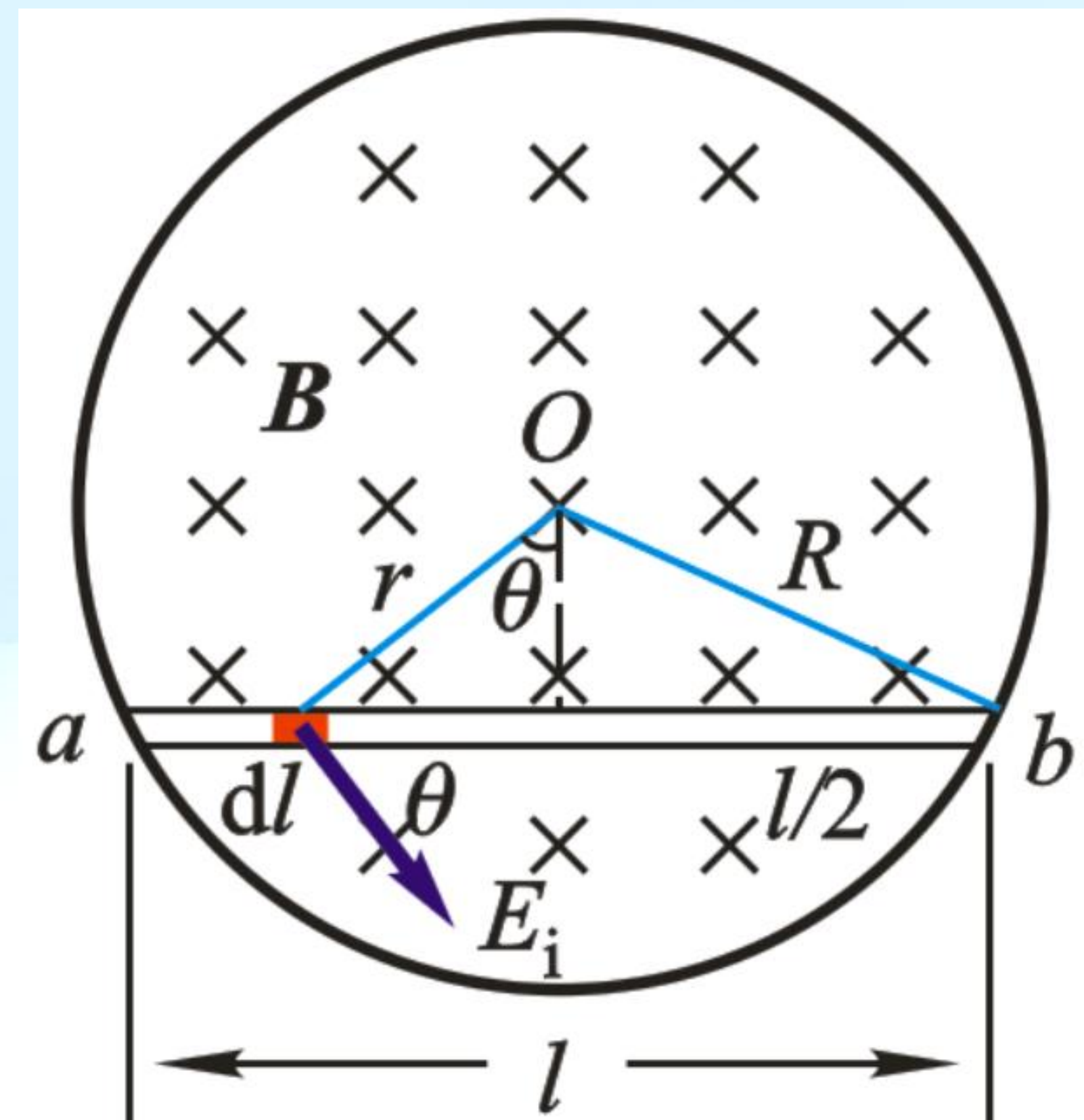
$$\cos \theta = \frac{\sqrt{R^2 - (l/2)^2}}{r}$$

解得

$$\mathcal{E}_{ab} = \int_a^b \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt} \frac{\sqrt{R^2 - l^2/4}}{r} dl$$

$$= \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \frac{dB}{dt}$$

方向: $a \rightarrow b$



另解：

作辅助线，构成一个闭合回路aob

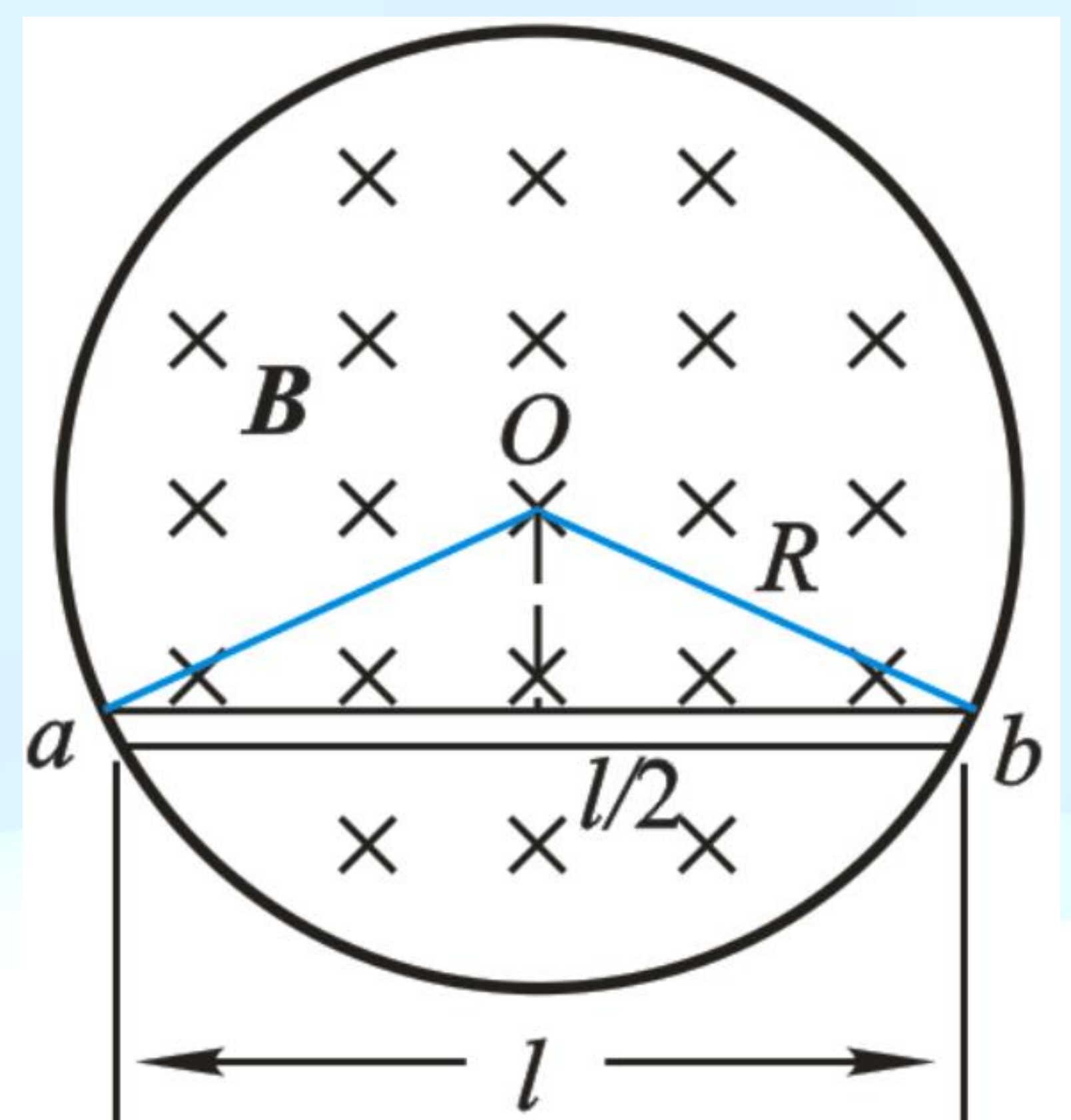
$$\Phi = B \cdot \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \frac{dB}{dt} \quad \text{方向 } O \rightarrow ab$$

$$\because \varepsilon_{Oa} = 0, \varepsilon_{bO} = 0$$

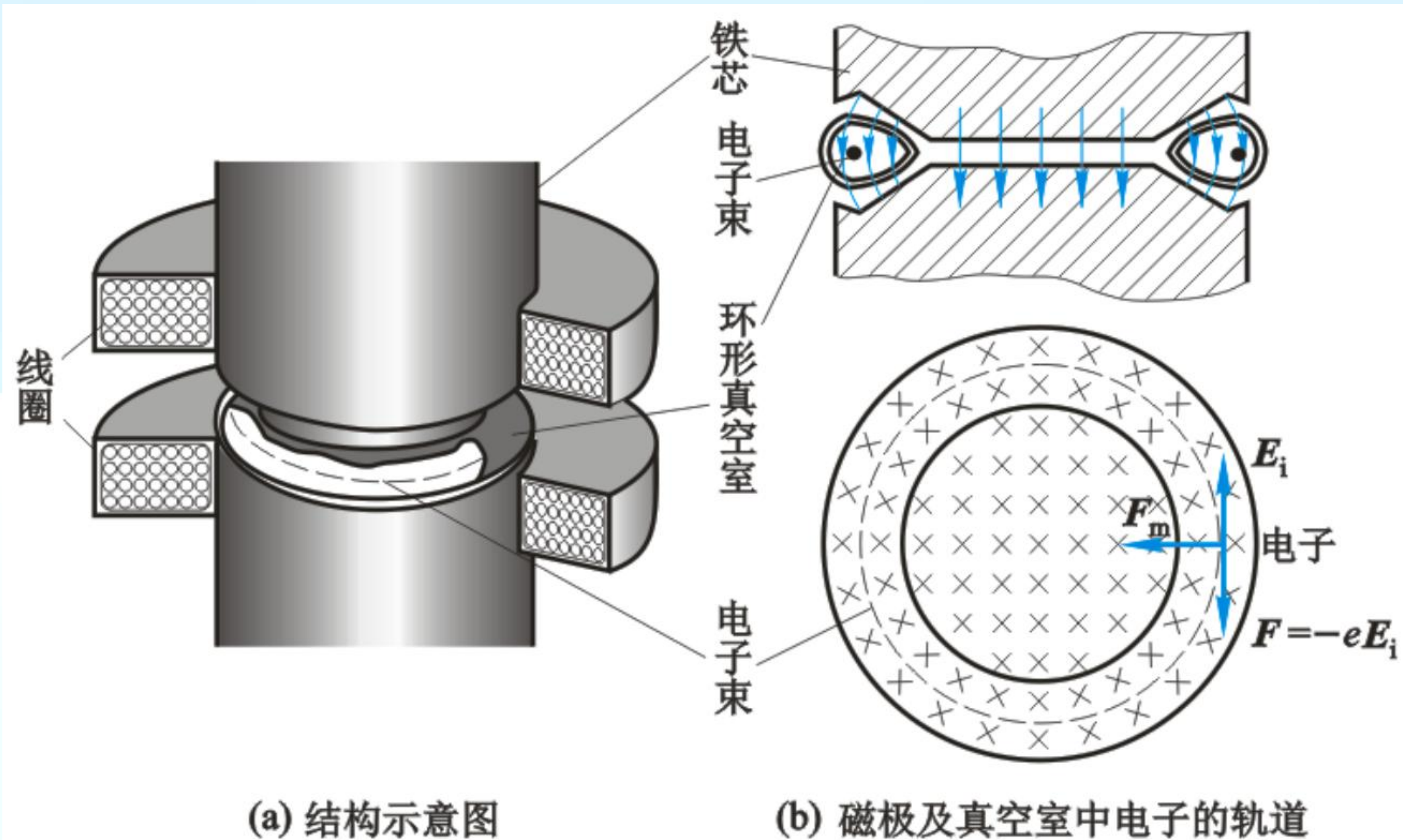
$$\varepsilon_{ab} = \frac{l}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \frac{dB}{dt}$$

方向： $a \rightarrow b$



*二、电子感应加速器

电子感应加速器是利用感应电场来加速电子的一种设备。



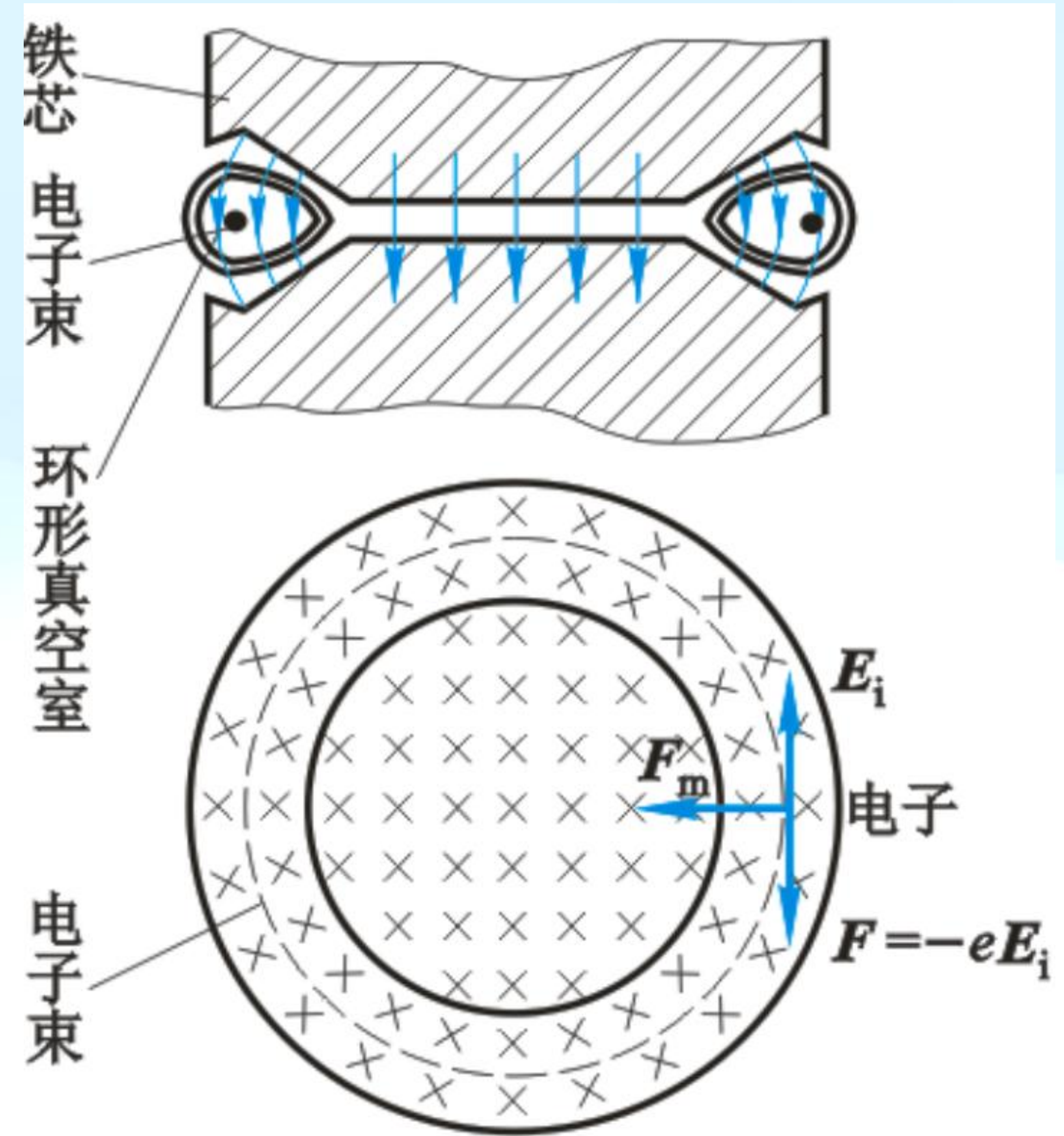
真空室处的磁场设计要求：

$$\frac{d(mv)}{dt} = eE_i = \frac{eR}{2} \frac{d\bar{B}}{dt}$$

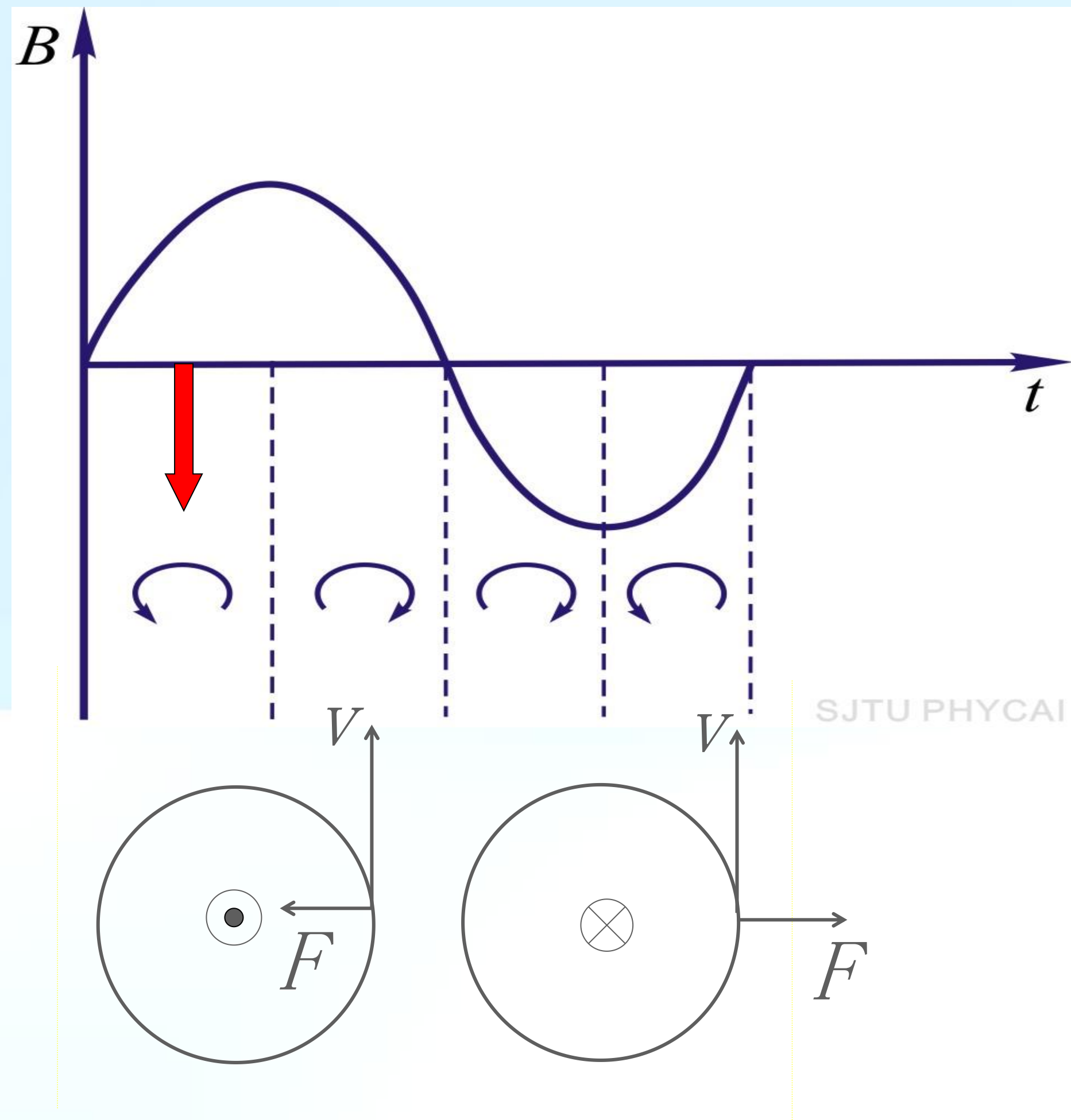
$$R = \frac{mv}{eB} = \text{常量}$$

$$\frac{d(mv)}{dt} = eR \frac{dB}{dt}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{2} \bar{B}$$



一个周期内感生电场的方向



只有在磁场变化的第一个1/4周期，电子才被加速而沿圆形轨道运动

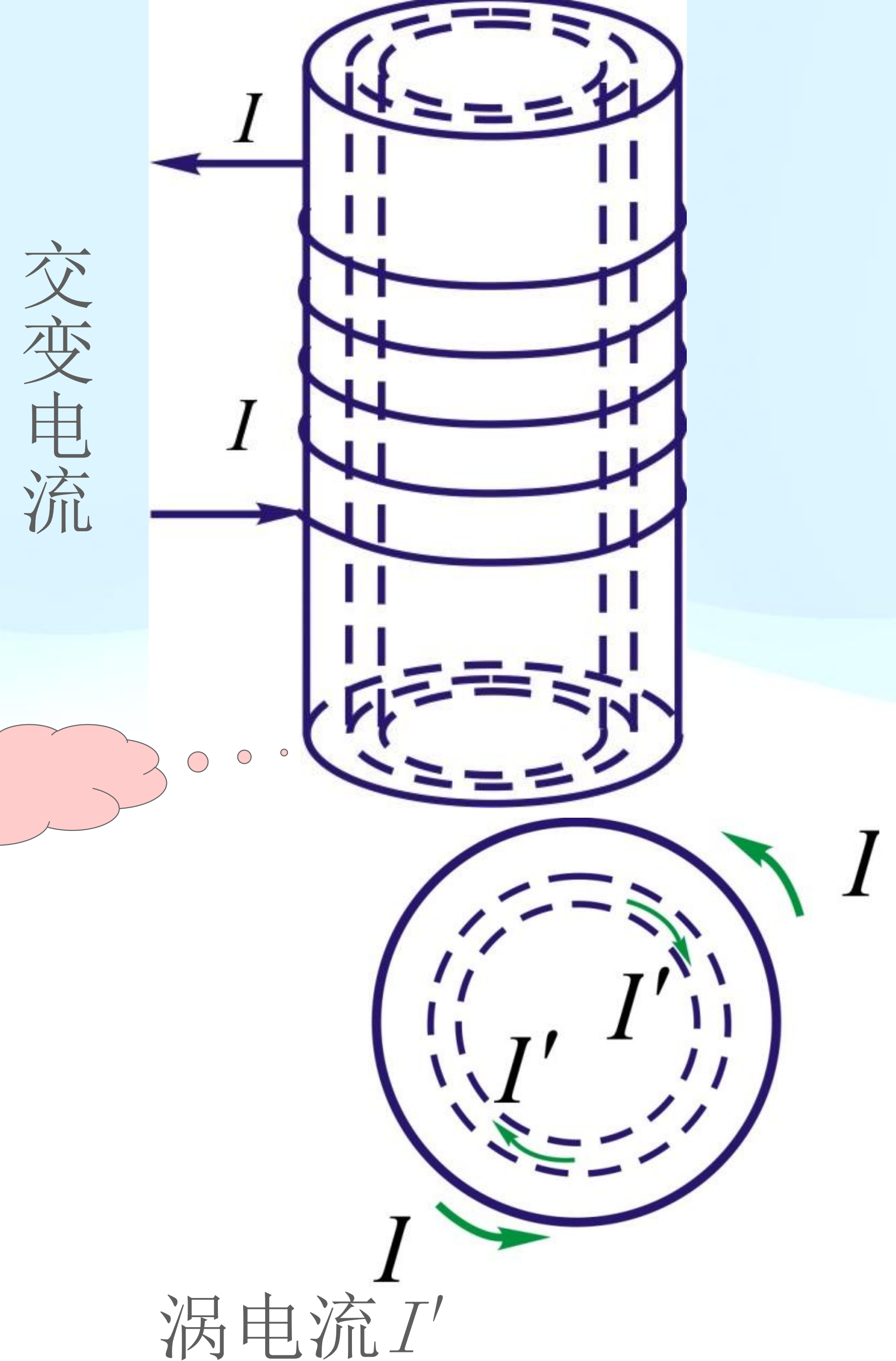
*三、涡电流

当大块导体放在变化的磁场中，在导体内部会产生感应电流，由于这种电流在导体内自成闭合回路故称为涡电流。

$$I' \propto \varepsilon' \propto \frac{d\Phi}{dt} \propto \frac{\partial B}{\partial t} \propto \omega$$

$$P' \propto \omega^2$$

感应加热：冶炼金属，电磁炉



利用涡电流电磁阻尼摆

减小涡流损耗

