

90

# 离散数学 (2023) 作业 - 22 图同构

潘智杰

221900313

2023 年 5 月 16 日

## 1 Problem 1

1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2) 不会画图。



## 2 Problem 2

1) a)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

b)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2)D 是该图的度数矩阵，因为 D 是数量矩阵，主对角线上的元素为相应顶点的度数大小。

### 3 Problem 3

证明：因为设左下图为 G，右下图为 W，则 G,W 都有 8 个点，12 条边，且每个点的度数都是 3. 则建立双射函数 f，使得  $f(a) = A, f(b) = G, f(c) = D, f(d) = F, f(e) = C, f(f) = E, f(g) = B, f(h) = H$ ，则可得任何 G 中邻接的两点在 W 中的像仍邻接。故 G 和 W 同构。

### 4 Problem 4

1)4 个

2)7 个

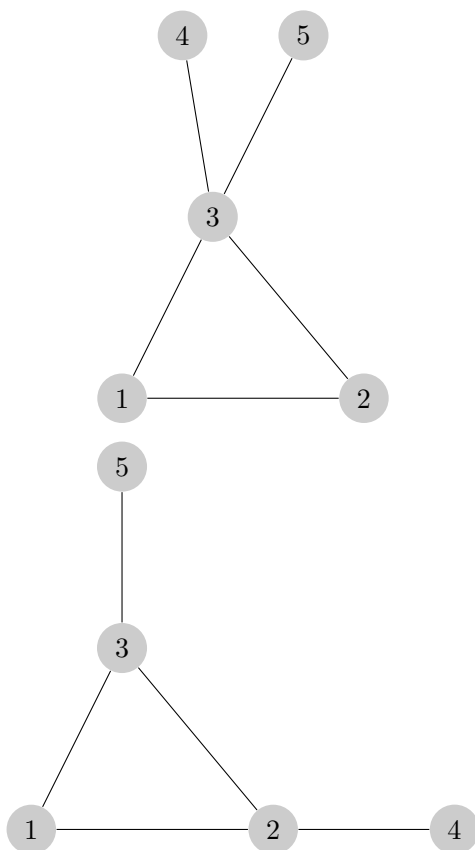
3)7 个

## 5 Problem 5

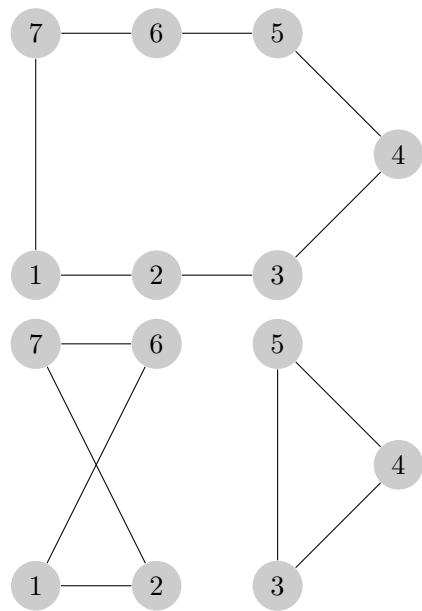
证明：因为  $G$  是自补图，故有  $m(G) + m(\overline{G}) = m(K_n) = \frac{n(n-1)}{2}$ ,  $\therefore m(G) = m(\overline{G})$ ,  $\therefore m(G) = \frac{n(n-1)}{4}$ ,  $m(G)$  代表  $G$  的边数， $n$  表示  $G$  的定点数，因为  $n$  是正整数，故  $n \equiv 0, 1 \pmod{4}$ .

## 6 Problem 6

1)



2)



## 7 Problem 7

10