目标追踪问题的算法分析

1. 问题重述

现有N个目标，目标，在任意时刻t的位置已知。对目标，给定其首次追踪时长，二次追踪开始时刻，结束时刻，这里迟于目标开始运动时刻，早于目标停止运动时刻。

现有M部相同型号的追踪器，每部追踪器有一定的探测范围，其探测中心可根据需要随时变化。对目标，若在存在，使得在[时段内的任意时刻，目标的位置位于某部追踪器的探测范围内，则成该目标被成功追踪。不同时刻用于追踪某个目标的追踪器可以不同，但同一追踪器在某一时刻只能追踪一个目标。现要求确定每部追踪器任意时刻探测中心的位置，以及部分目标首次开始追踪时刻，使得被成功追踪的目标数量尽可能多。

考虑一下两种具体情形：

1. 所有目标的运动轨迹在同一条直线上。每个目标从某一时刻开始至某一时刻结束，以某一位置为起点，以一定速率向同一方向做匀速直线运动。不同目标的运动开始时刻、结束时刻、起点位置、速率大小可能不同。每部追踪器的探测中心也在该直线上，探测范围为一以探测中心为中点、长度固定的闭区间。
2. 所有目标的运动轨迹可近似视作在某一时刻、某一高度，将球向某一方向以某一速度抛出后所形成的的轨迹。不同目标对应的抛掷时刻、高度、速率和方向未必相同。追踪器的探测范围为一以探测中心为球心、半径固定的球面及其内部。

针对和为某个大于1的固定常数（通常不超过5）两种情形，建立数学模型、设计算法，求解上述问题。

1. 问题分解与按步求解

2.1问题分析

本题需要我们根据附件所给出的物体运动时间和两次追踪时间，在两种具体运动情形下，给出探测器探测中心的调度方案，使得被成功追踪的目标数量尽可能多。

每种情形可以分为两种情况，探测器数量分别为1和5。

2.1.1匀速直线运动情形

观察附件所给数据和条件，探测器的探测区间长度为10，其中心位于探测区间中点，可以随时变化，而物体最大速度为10个长度单位每秒，若物体运动通过记录每秒其坐标的变化来表示，则在一秒内物体位移不会超过10个长度单位。

若探测器从一开始探测时，物体坐标恰好为探测器探测区间最左端，，即物体坐标与探测中心坐标的距离为5，则该秒内物体能持续被探测器探测，一秒后，探测中心将位于物体新的记录坐标的右端，距离其5个单位长度的地方。

持续追踪示意图如下：（待画图：坐标轴，物体与探测中心位置示意图）

若探测器集合用表示，其数量为，其中的元素使用，表示。

* ：

已知一个追踪器一定可以成功追踪一个固定目标，只需要该探测器根据物体运动速度和初始位置等运动情况持续更新探测中心坐标即可，那么要使追踪器成功追踪尽可能多的目标，在有物体运动的最长时间区间内，就需要安排尽可能多的时间区间使探测器对目标进行追踪。

由于对同一目标，其需要被追踪时段由两部分组成，首次追踪时段：[，二次追踪时段：，问题就转化为，在探测器可调度的总时间，如何尽可能多的安排进目标的追踪时间段，使得探测器有效追踪尽可能多的目标。

由于物体被探测时间段中，二次追踪时间段已经确定，且最后所选取得目标集合中，互相兼容的目标二次追踪时间段一定不会重叠，换言之，目前所给数据中，二次追踪时间相互冲突的目标不会出现同一解集当中，为了使待验证的解集包含尽可能多的可能兼容目标，产生了以下算法：

（1）设目标初始编号为，该项属性不可更改。按照二次追踪最早结束原则，从小到大排列目标顺序，此时目标的顺序编号为

（表示示例：在给出的100个目标中，最早结束二次追踪的目标64，则）

利用原则为选择尽可能早结束二次追踪的目标加入到被选方案中的贪心算法，得出在仅考虑二次追踪时段不冲突的情况下的可兼容目标解集，考虑到利用最早结束原则安排二次追踪最大可兼容时间段只能找出一个可能的最优解集，对中的每一个目标，容易得到，存在一个整数，使得,，同样根据二次追踪时段兼容性检查其是否能更换为与之间的目标，若能兼容，记录下可替换的值，作为新解集的一个构建项。

设原始解集共有项，即，每一项的可替换项集合为，则最终的由贪心算法得到的二次追踪时段兼容目标的解集将包含个解。

（2）对第（1）步产出的S个二次追踪时段可兼容目标集合，根据其首次追踪时长，开始运动时间，二次追踪开始时间，计算其首次追踪开始时间取值的可能区间，首次追踪可能的持续时间为。

定义一个表示目标所安排区间可能存在与之时间重叠的目标数的变量，简称为重合数，计算方式如下，对于解集内任一，其首次追踪可能的持续时间为，与其可能产生重叠的区间满足下列条件之一：

（1）;

（2）

对于上述，遍历该解集，与之有重合的的数量记为，规定不与任何其他区间重合的区间的重合数为1。

通过定性分析，重合数越大，该点可能干扰到的其他目标时间段的可能性越大，可兼容性越差。

定义一个表示目标调度安排可兼容性的变量因子，经过分析，目标首次追踪时长越长，可能占用的时间资源过长而导致无法被安排探测的目标数越多，可兼容性越差；同样，目标的首次追踪开始时间可选择安排的时间段越大，灵活性越高，可能允许调度种类越多，可兼容性越好。

因此引入三个随机变量（这三个变量可能有某种联系也可能没有。。。），分别反映目标首次追踪时长与选择范围对目标调度安排可兼容性的影响，规定可兼容性因子的计算公式如下：（这个公式临时想的，对这个公式得先规定性质，再推，本来想用归一化方法看能不能全到0-1范围，但是发现归一化方法是矩阵的。。）

观察可兼容性因子的计算公式，可得到以下几点：

1. 该值越大，可兼容性越差，越小，可兼容性越好。

对于探测器，维护一个待填充时间区间，初始情况下所有时间段都可以使用，状态为。

对于上述的解集当中的二次可兼容目标的集合，利用随机生成变量的一组初始值，开始模拟安排探测器探测时间，调度逻辑为：

1. 从未安排的目标集合中找到可兼容性最大的目标安排到探测器可用区间内。
2. 安排时首先判断二次追踪时间是否已经被占，若被占用，舍弃该目标，重复步骤（1）
3. 若二次追踪可进行，判断一次追踪持续时间段内是否有长度的未用区间，并根据当前占用情况更新可选区间，在更新后的可选区间中选择最小的值，将本次操作被占用区间状态记为。
4. 重复步骤（1），直到集合内所有目标都被处理过，执行步骤（5）。
5. 记录所选择的被探测目标集作为结果集。
6. 比较中目标的数量与中理想探测目标的数量，当时，按照如下规则调整参数的值（待补充）

直到%，可以人为规定和调整，表示的是目标个数逼近理想情况的控制要求。

的计算由以下过程给出：（这个你来补充以下，一下子突然有点想不清楚）

在多个探测器情况下，优先分配探测器完整追踪同一个目标的两段追踪时间，即将的情况进行推广，重复其过程5次，每一次所使用的目标初始集合是除去上一次被探测点剩余的目标组成的集合。

对于最后剩下的目标集合，我们需要在之前的5次区间填充工作完成之后维护一个探测器剩余空闲区间集合，从中找出能完整填入这些空闲空间集合的目标，使其被多个探测器组合探测。

2.1.2 圆周运动情形

运动分析与平面化处理：（如何设计保证一个探测器能追踪成功目标就行，待补充）

在运动情况分析之后，仅探测器中心位置计算方法不同，时间调度处理方法同上。

同上。

1. 算法分析

3.1贪心算法及其理论

可以查算法导论的书，至于推广找所有最优解的方法需要自己说明，这个比较容易，就是替代法，与证明最优子结构类似。

3.2随机试验逼近最优解理论

需要论文支撑，类似题材即可。

1. 模型假设

（符号说明这里需要将上面定义的符号汇总成表格）