

Calcul Différentiel II

STEP, MINES ParisTech

5 mars 2021 (#72befad)

Question 1 (réponses multiples) Cochez la case s'il est possible d'expliciter une dépendance fonctionnelle de la forme $x = \psi(\lambda)$ par le théorème des fonctions implicites quand :

- ☐ A: $x\lambda^2 + x^2\lambda - 1 = 0$ au voisinage de $(x, \lambda) = (1, 1)$,
- ☐ B: $\sin(\lambda x_1) + \sin(\lambda x_2) = 0$ au voisinage de $(x_1, x_2, \lambda) = (0, 0, 0)$,
- ☐ C: $\lambda x_1^2 + x_2 = x_1 + \lambda x_2^2 = 2$ au voisinage de $(x_1, x_2, \lambda) = (1, 1, 1)$.

Question 2 La méthode de Newton appliquée à la recherche d'une solution de

$$x^2 - 1 = 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

produit une suite de valeurs réelles x_k définies par la récurrence

- ☐ A: $x_{k+1} = x_k^2 - 1$,
- ☐ B: $x_{k+1} = 1/x_k$,
- ☐ C: $x_{k+1} = 0.5(x_k + 1/x_k)$.

Question 3 Une fonction $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ continûment différentiable et dont la matrice jacobienne est inversible en tout point est un C^1 -difféomorphisme de \mathbb{R}^2 sur son image $f(\mathbb{R}^2)$.

- ☐ A: vrai,
- ☐ B: faux.

Question 4 (réponses multiples) Le symbole ε désigne l'epsilon machine des doubles. Le nombre d'or $x = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1.618$ peut être représenté par un double \mathbf{x} avec une erreur $|\mathbf{x} - x|$:

- ☐ A: de l'ordre de $1.618 \times \varepsilon$,
- ☐ B: de l'ordre de ε ,
- ☐ C: de l'ordre de $\varepsilon/2$.
- ☐ D: nulle.

Question 5 Quand le double positif \mathbf{x} diminue, l'erreur entre

$$\mathbf{y} = ((1.0 + \mathbf{x}) - 1.0) / \mathbf{x}$$

et la valeur attendue 1.0

- ☐ A: augmente (de façon monotone),
- ☐ B: augmente (en tendance générale),
- ☐ C: diminue (en tendance générale).

Question 6 Appliquée à une fonction d'une variable, la méthode de différentiation automatique :

- ☐ A: produit une fonction dérivée exacte,
- ☐ B: produit une fonction dérivée correctement arrondie,
- ☐ C: produit une fonction dérivée sans erreur de troncature.