ЛЕКЦИЯ 8. ФИЛЬТРАЦИЯ И АСТАТИЗМ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯё

Синтез обобщенного наблюдателя-фильтра

Обобщенный наблюдатель-фильтр (ОНФ) является центральным звеном штатных алгоритмов автоматического управления ДС, выходной вектор $\{z, y\}$ которого по существу замещает реально измеряемые физические координаты объекта, а также те координаты и их производные, которые недоступны непосредственному измерению при формировании управляющих сигналов.

В соответствии с общей структурой штатных алгоритмов управления, уравнения ОНФ имеют вид

$$\dot{z} = Az + B\delta + Ry + Q(x - z),$$
$$\dot{y} = \Gamma y + P(x - z)$$

Здесь матрицы A и B соответствуют линейной модели движения ДС. Остальные матрицы R, Q, P, Γ в уравнениях ОНФ априорно являются неизвестными и подлежат поиску в процессе синтеза ОНФ. Как было отмечено выше, эти постоянные (при фиксированной скорости хода) матрицы или однозначно определяемая ими передаточная матрица $F(s) = R(I_2 s - \Gamma)^{-1} P + Q$ обеспечивают желаемую динамику движения замкнутой системы, вызванного низкочастотными скачкообразными внешними воздействиями типа $f(t) = f_0 1(t)$, а также грубую (инерционную) фильтрацию волновых помех.

В соответствии с теоремой, характеристический полином замкнутой системы с обратной связью, формируемой по выходу ОНФ, представляется формулой $\Delta(s) = \Delta_0(s)\Delta_\Phi(s)\Phi(s).$, откуда следует, что его корнями одновременно являются и корни характеристического полинома $\Delta_\Phi(s)$.

В связи с отмеченным обстоятельством, для выполнения требований по динамике замкнутой системы на низких частотах выбор искомых матриц R, Q, P, Γ следует осуществлять, обеспечивая размещение корней полинома

$$\Delta_\Phi(s) = \det\begin{pmatrix} I_4 s - A + Q & -R \\ P & I_2 s - \Gamma \end{pmatrix},.$$

в пределах заданной области C_Δ на комплексной плоскости. Как и в предшествующем подпункте, определим эту область соотношением

$$C_\Delta = \left\{ \Delta_i \in C^1 : \operatorname{Re}\Delta_i \le -\alpha, \operatorname{arctg}\left|\frac{\operatorname{Im}\Delta_i}{\operatorname{Re}\Delta_i}\right| \le \beta \right\}$$

где величина α определяет заданную степень устойчивости, а величина β заданную степень колебательности ОНФ (7.31). Напомним, что схематичное изображение области C_Δ, приведено на рисунке 7.1.

Проблема грубой фильтрации волновой помехи с помощью ОНФ решается следующим образом. Будем трактовать ОНФ как динамическую систему с входным векторным сигналом {x, δ} и выходным сигналом {z, y}. При этом уравнения (7.31) могут быть записаны в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях в виде

$$\begin{pmatrix} sz \\ xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A-Q & R \\ -P & \Gamma \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q & B \\ P & O \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ \delta \end{pmatrix},$$

что эквивалентно

$$\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} = W_\Phi(s)\begin{pmatrix} x \\ \delta \end{pmatrix}, \tag{8.1}$$

где через

$$W_\Phi(s) = \left(I_6 s - \begin{pmatrix} A-Q & R \\ -P & \Gamma \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Q & B \\ P & O \end{pmatrix} \right),$$

обозначена передаточная матрица ОНФ от входа к выходу.

Заметим, что входной сигнал {x, δ} для ОНФ является источником волновых помех, поступающих в канал управления через измерения. Очевидно, что степень подавления этих помех с помощью ОНФ определяется выбором матриц R, Q, P, Γ и будет тем большей, чем «меньше» матричный коэффициент усиления W_Φ в уравнении (8.1) в рамках допустимого расположения корней полинома Δ_Φ в пределах области C_Δ.

Введем количественную характеристику «малости» передаточной матрицы $W_\Phi(s)$, в качестве которой примем ее матричную норму для гильбертового пространства Харди H_2. Эта характеристика является функционалом, имеющим вид

$$J_2 = J(R,Q,P,\Gamma) = \left\| W_\Phi(s) \right\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} tr\left[W_\Phi^T(-j\omega) W_\Phi(j\omega) \right] d\omega}. \tag{8.2}$$

С учетом (8.2), представляется целесообразной следующая постановка формализованной задачи об инерционной фильтрации волновых помех с помощью ОНФ:

$$J_2(R,Q,P,\Gamma) = \left\| W_\Phi(s) \right\|_2 \to \min_{\{R,Q,P,\Gamma\}\in\Omega_\Delta} \tag{8.3}$$

где допустимое множество искомых матриц определяется формулой

$$\Omega_{\Delta} = \{R, Q, P, \Gamma : \Delta_i \in C_{\Delta}, \Delta_{\Phi}(\Delta_i) = 0, i = 1 \ldots n_j, n_j = \deg \Delta_{\Phi}\}$$

Заметим, что решение поставленной задачи (8.3) существенно определяется заданием величины α допустимой степени устойчивости ОНФ. В дальнейшем будем вместо этой величины задавать параметр *T*, связанный с α прямой пропорциональной зависимостью $\alpha = k_{\alpha} T$, где k_{α} – фиксированный множитель. Нетрудно показать. что чем меньше значение *T*, тем меньшей является величина минимума функционала $J_2(R, Q, P, \Gamma)$, т.е. тем лучше качество подавления волновой помехи. В связи с этим в дальнейшем параметр *T* будем называть степенью инерционной фильтрации (или просто степенью фильтрации) волновой помехи.

Обратим особое внимание на ‘тот факт, что уменьшение величины *T*, улучшающее качество фильтрации, входит в противоречие с качеством динамики при скачкообразных возмущениях, поскольку влечет за собой приближение корней полинома $\Delta_{\Phi}(s)$ к мнимой оси. В связи с этим степень фильтрации *T* в процессе движения объекта может изменяться по мере необходимости путем задания с пульта. При отсутствии высокочастотного возмущения величина этого параметра должна принимать максимальное значение. При наличии высокочастотного возмущения (волнения), в зависимости от его интенсивности, величина параметра *T* уменьшается.
Сформулированная оптимизационная задача (8.3) синтеза ОНФ по существу является сложной задачей нелинейного программирования, приближенно решаемой с помощью специально разработанных численных методов.

Обеспечение астатизма замкнутой системы по регулируемым координатам

Требование астатизма замкнутой системы по регулируемым координатам является довольно распространенным условием функционирования штатных алгоритмов управления динамической системы.

В соответствии с общей структурной схемой штатных алгоритмов управления, запишем линейные уравнения динамики замкнутой системы в соответствующей плоскости стабилизации в следующем виде: