

## Нечеткая импликация (напоминание)

Нечеткая импликация представляет собой правило  $R$ , простейшая форма которого выражается в виде :

$$\text{ЕСЛИ } (x = A) \text{ ТО } (y = B),$$

где  $(x = A)$  — условие (антецедент), а  $(y = B)$  — заключение (консеквент).

Здесь  $A$  и  $B$  — нечеткие множества, заданные своими функциями принадлежности  $\mu_A(x)$ ,  $\mu_B(y)$  и областями определения  $X$ ,  $Y$  соответственно. Обозначение нечеткой импликации имеет вид:

$$R: A \rightarrow B$$

где  $R$  - соответствующее нечеткое отношение.

### *Основные способы задания импликации:*

импликации Л. А. Заде:  $\mu_R(u, v) = \max[\min(\mu_A(u), \mu_B(v)), (1 - \mu_A(u))]$  ;

импликации Я. Лукасевича:  $\mu_R(u, v) = \min[1, (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))]$  ;

импликация Э. Мамдани:  $\mu_R(u, v) = \min(\mu_A(u), \mu_B(v))$  ;

импликация Ларсена:  $\mu_R(u, v) = \mu_A(u) \mu_B(v)$ .

# Нечеткий логический вывод для одного правила

**Правило прямого нечеткого логического вывода** для условного высказывания (*modus ponens*) (схема нечеткого вывода для одного правила с одной входной переменной):

Импликация  $R$ : если  $x$  есть  $A$ , то  $y$  есть  $B$ ; (посылка 1)

Условие:  $x$  есть  $A'$ ; (посылка 2)

-----  
Вывод:  $y$  есть  $B'$ .

Здесь  $A' \subset U$  – текущие значения исходных данных,  $B' \subset V$  – результат нечеткого вывода для текущих значений.

Посылка 1 – нечеткая импликация  $R = A \rightarrow B$ , (равнозначна  $R \subseteq U \times V$ ), соответствует знаниям эксперта.

Посылка 2 – исходные данные, для которых получают нечеткий вывод.  $B'$  – результат нечеткого условного вывода.

Процесс получения результата нечеткого вывода с использованием данных наблюдения  $A'$  и знания (правила)  $A \rightarrow B$  можно представить в виде **композиционного правила прямого нечеткого вывода**:

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B),$$

где знак " $\circ$ " обозначает операцию композиции двух посылок правила.  
(В четкой логике  $B = A \wedge (A \rightarrow B)$ ).

Применяя максиминную композицию, получим:

$$\mu_{B'}(v) = \sup_{u \in U} [\min(\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v))].$$

# Нечеткий логический вывод для одного правила

R: If  $x = A$ , then  $y = B$

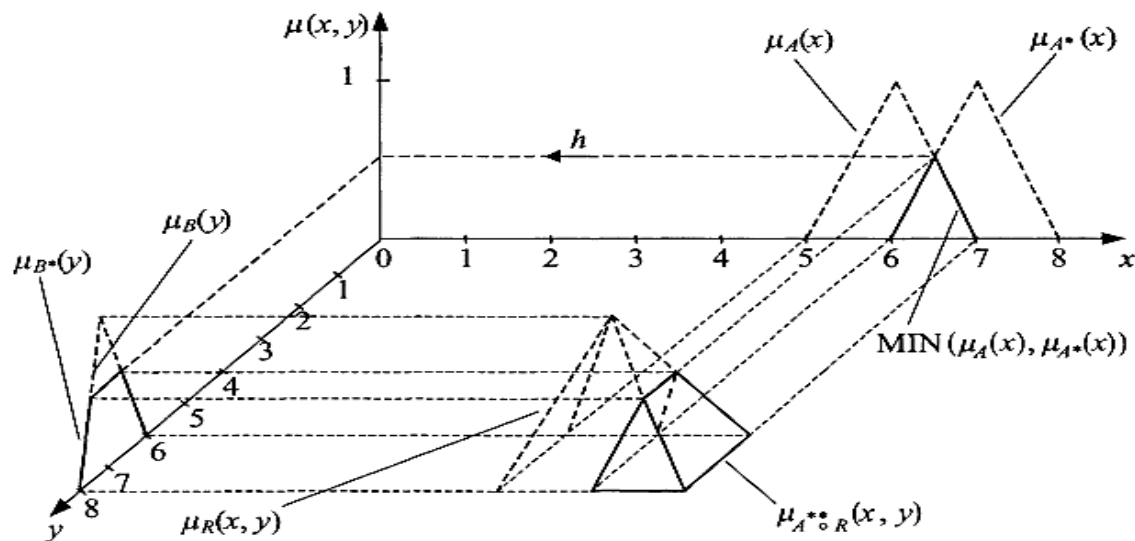
$x = A^*$

$y = B^*$

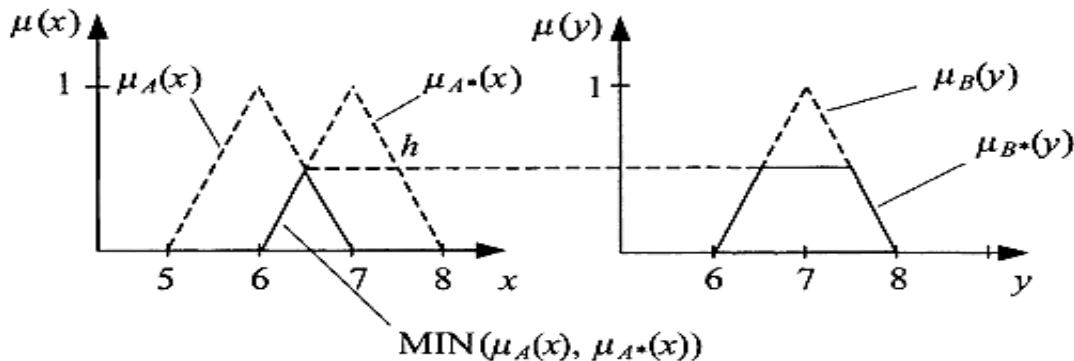
$$\mu_R(x, y) = \text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(y)),$$

$$R : A \rightarrow B.$$

$$\mu_{B^*}(y) = \text{MAX}_{x \in X} \text{MIN}(\mu_{A^*}(x, y), \mu_R(x, y)),$$



$$h = \text{MAX}_{x \in X} \text{MIN}(\mu_A(x), \mu_{A^*}(x))$$



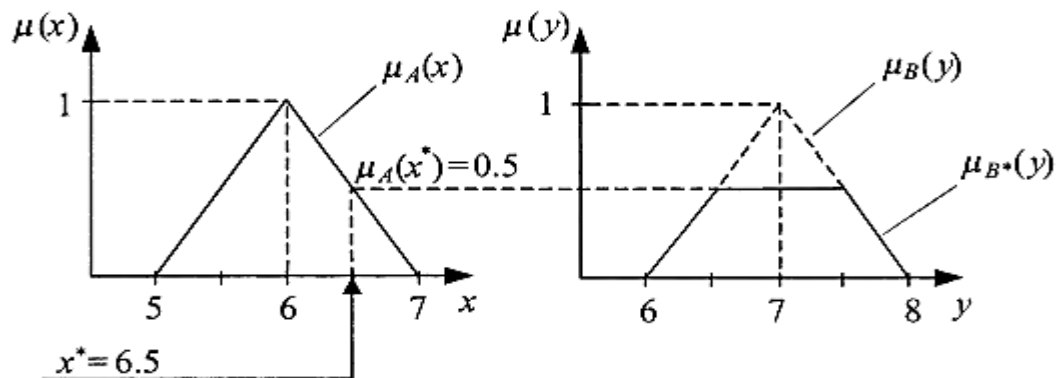
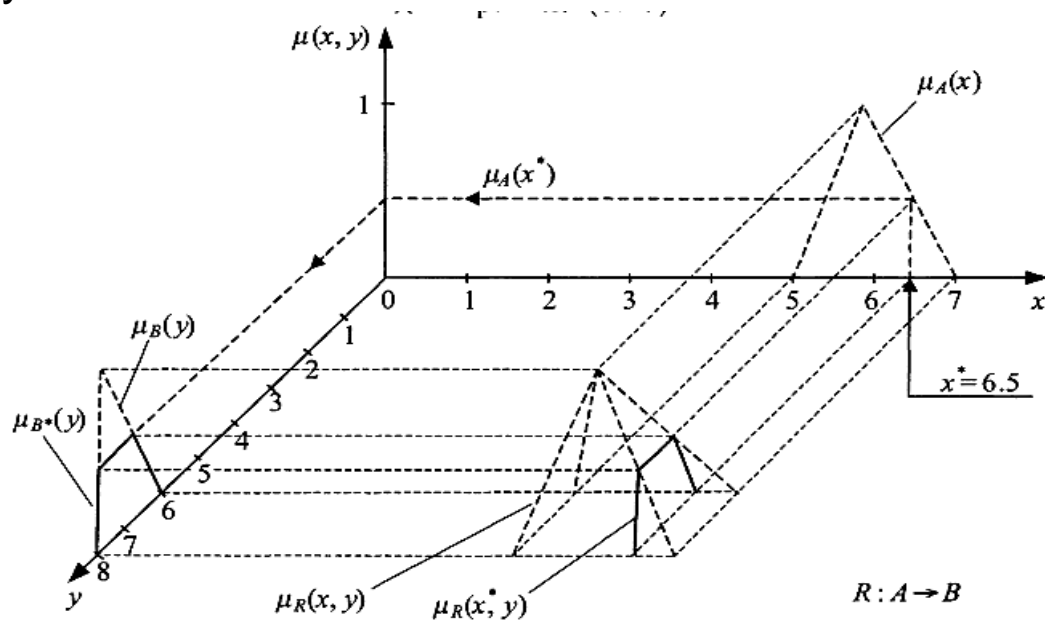
# Нечеткий логический вывод для одного правила. Случай

R: If  $x = A$ , then  $y = B$

СИНГЛТОНА.

$x = x^*$

$y = B^*$



# Нечеткий логический вывод для одного правила.

## Дискретный случай.

R: If  $x = A$ , then  $y = B$

$x = x^*$

$y = B^*$

$A =$ 

$x$	5	5.5	6	6.5	7
$\mu_A(x)$	0	0.5	1	0.5	0

$B =$ 

$y$	6	6.5	7	7.5	8
$\mu_B(y)$	0	0.5	1	0.5	0

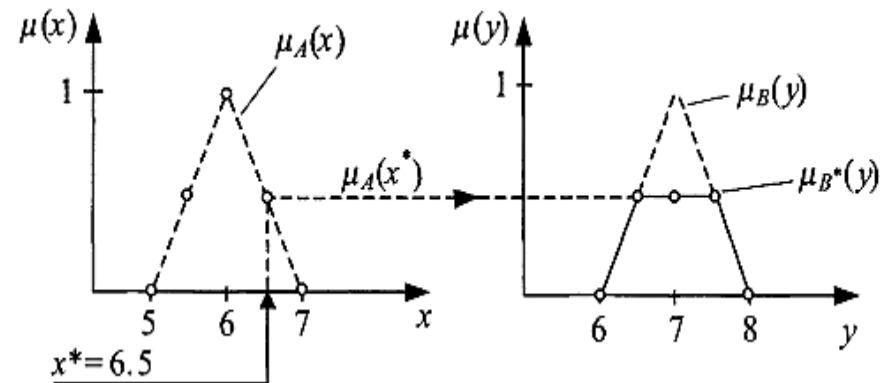
$x^* = 6.5$

Fuzzy relation  $A \rightarrow B$

$$\mu_R(x, y) = \text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(y)).$$

$x \backslash y$	6	6.5	7	7.5	8
5	0	0	0	0	0
5.5	0	0.5	0.5	0.5	0
6	0	0.5	1	0.5	0
6.5	0	0.5	0.5	0.5	0
7	0	0	0	0	0

$\leftarrow \mu_R(x^*, y) = \mu_{B^*}(y)$



## Упражнение 1.

Импликация R: если  $u$  есть "мало", то  $v$  есть "среднее";

условие:  $u$  есть "очень мало";

-----  
вывод:  $v$  есть ?

Нечеткие множества  $A = [\text{мало}] = 0.3|2 + 0.7|3 + 0.2|4$ ,  $B = [\text{среднее}] = 0.1|5 + 0.8|6 + 0.6|7$

$A' = [\text{очень мало}] = 0.1|2 + 0.4|3 + 0.5|4$ .

Используем импликацию Мамдани:  $\mu_R(u, v) = \min(\mu_A(u), \mu_B(v))$

R(u,v)	5	6	7
2	0.1	0.3	0.3
3	0.1	0.7	0.6
4	0.1	0.2	0.2

Найдем  $\min(\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v))$

$$\mu_{B'}(v) = \sup_{u \in U} [\min(\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v))]$$

R(u,v)	5	6	7
2	0.1	0.1	0.1
3	0.1	0.4	0.4
4	0.1	0.2	0.2

$$B' = 0.1|5 + 0.4|6 + 0.4|7$$

## Упражнение 2.

Импликация R: если  $u$  есть "мало", то  $v$  есть "среднее";  
условие:  $u$  есть "очень мало";

-----

вывод:  $v$  есть ?

Нечеткие множества  $A = [\text{мало}] = 0.5|2 + 0.4|3 + 0.7|4$ ,  $B = [\text{среднее}] = 0.3|5 + 0.6|6 + 0.2|7$

$A' = [\text{очень мало}] = 0.4|2 + 0.8|3 + 0.3|4$ .

Используем импликацию Мамдани:  $\mu_R(u, v) = \min(\mu_A(u), \mu_B(v))$

$R(u, v)$	5	6	7
2	0.3	0.5	0.2
3	0.3	0.4	0.2
4	0.3	0.6	0.2

Найдем  $\min(\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v))$

$R(u, v)$	5	6	7
2	0.3	0.4	0.2
3	0.3	0.4	0.2
4	0.3	0.3	0.2

$$\mu_{B'}(v) = \sup_{u \in U} [\min(\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v))]$$

$$B' = 0.3|5 + 0.4|6 + 0.2|7$$

## Упражнение 2. Результаты. Другой способ.

Импликация R: если  $u$  есть "мало", то  $v$  есть "среднее";  
 условие:  $u$  есть "очень мало";

вывод:  $v$  есть ?

Нечеткие множества  $A = [\text{мало}] = 0.5|2 + 0.4|3 + 0.7|4$ ,  $B = [\text{среднее}] = 0.3|5 + 0.6|6 + 0.2|7$

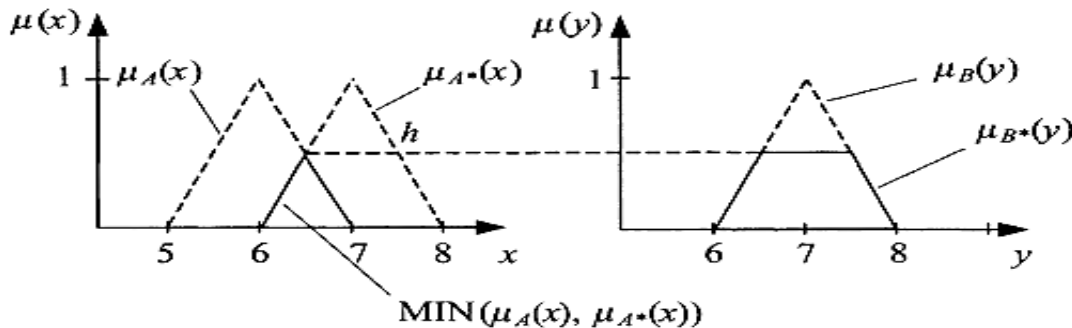
$A' = [\text{очень мало}] = 0.4|2 + 0.8|3 + 0.3|4$ .

Найдем  $\mu_{B'}(v) = \min(\alpha, \mu_B(v))$  где  $\alpha = \sup \mu_{A' \cap A}(u)$ .

$A' \cap A$	2	3	4
	0.4	0,4	0,3

$\alpha = 0,4$

$B'$	5	6	7
	0.3	0,4	0,2





# Нечеткий логический вывод для двух простых правил.

R1: If  $x = A_1$ , then  $y = B_1$      $R = R1 \cup R2$ .

(ИЛИ) R2: If  $x = A_2$ , then  $y = B_2$      $\mu_R(x, y) = \text{MAX}(\mu_{R1}(x, y), \mu_{R2}(x, y))$ .

$x = x^*$

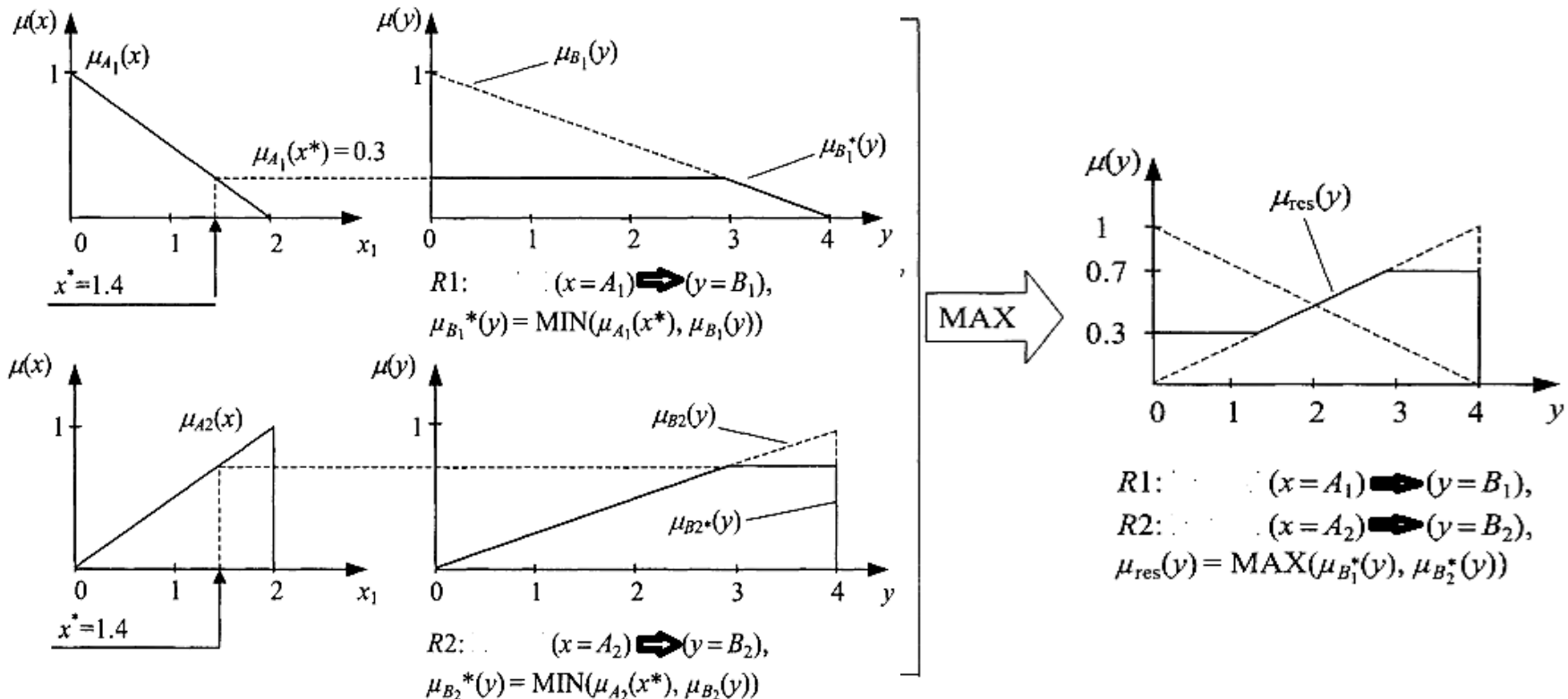
$$\mu_{\text{res}}(y) = \mu_R(x^*, y).$$

$y = B^*$

$$\mu_{\text{res}}(y) = \text{MAX}(\mu_{B_1^*}(y), \mu_{B_2^*}(y)).$$

$$\mu_{R1}(x, y) = \mu_{A_1 \rightarrow B_1} = \text{MIN}(\mu_{A_1}(x), \mu_{B_1}(y)),$$

$$\mu_{R2}(x, y) = \mu_{A_2 \rightarrow B_2} = \text{MIN}(\mu_{A_2}(x), \mu_{B_2}(y)).$$



## Упражнение 3.

R1: If  $x = A_1$ , then  $y = B_1$

R2: If  $x = A_2$ , then  $y = B_2$

$x = x^*$

$y = B^*$

$$A_1 =$$

1	2	3	4
0,1	0,3	0,5	0,4

$$B_1 =$$

a	b	c	d
0,2	1,0	0,7	0,2

$$A_2 =$$

1	2	3	4
0,3	1	0,3	0,1

$$B_2 =$$

a	b	c	d
0,5	0,7	1,0	0,1

$x = 3$

Найти  $y$ .

$\alpha_1 = 0,5$

$\alpha_2 = 0,3$

$$B_1' =$$

a	b	c	d
0,2	0,5	0,5	0,2

$$B_2' =$$

a	b	c	d
0,3	0,3	0,3	0,1

$$B' = B_1' \cup B_2' =$$

a	b	c	d
0,3	0,5	0,5	0,2

## Правило прямого нечеткого логического вывода для регулятора с двумя входами и одним выходом

*Правило прямого нечеткого логического вывода* (схема нечеткого вывода):

Импликация:  $R_1$ : если  $u_1$  есть  $A_{11}$  и  $u_2$  есть  $A_{21}$ , то  $v$  есть  $B_1$ , или  
(посылка 1)  $R_2$ : если  $u_1$  есть  $A_{12}$  и  $u_2$  есть  $A_{22}$ , то  $v$  есть  $B_2$ , или

.....

$R_n$ : если  $u_1$  есть  $A_{1n}$  и  $u_2$  есть  $A_{2n}$ , то  $v$  есть  $B_n$ ;

Условия:  $u_1$  есть  $A_1'$  и  $u_2$  есть  $A_2'$ ;

(посылка 2)

-----  
следствие:  $v$  есть  $B'$ .

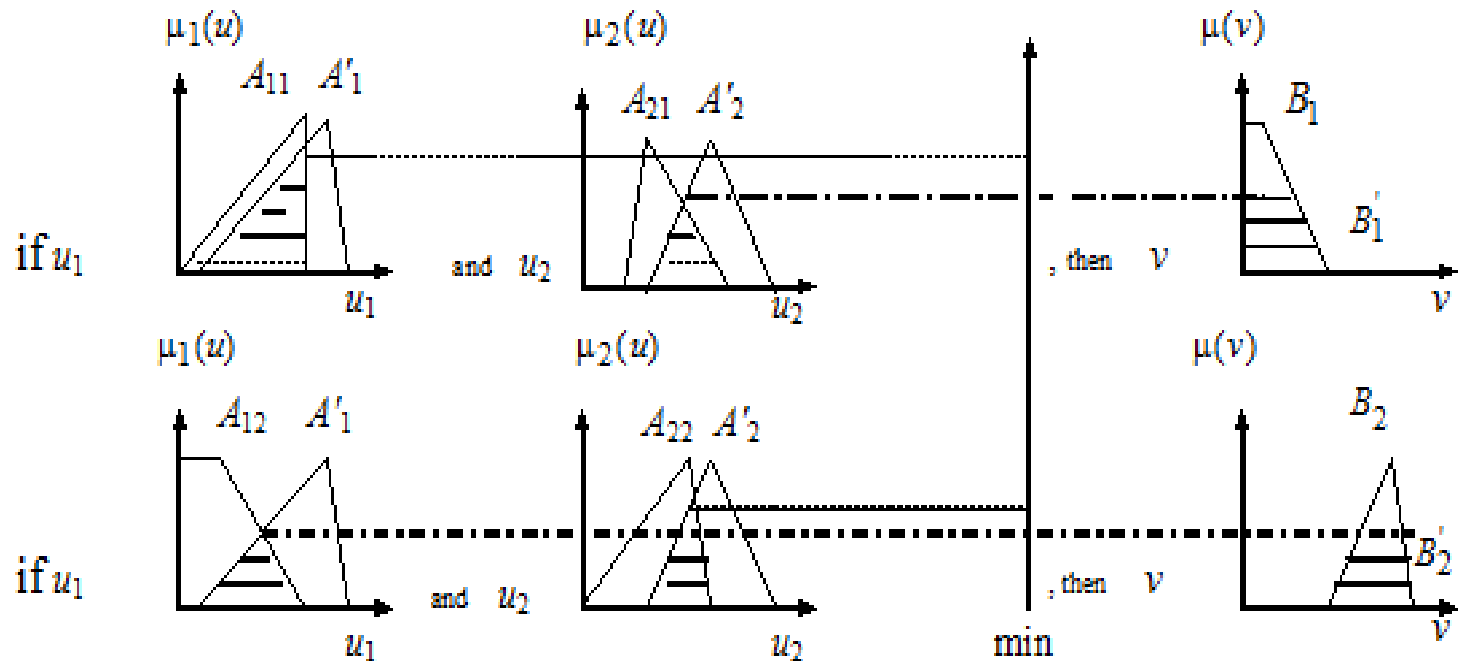
Обозначения:  $A_{1i} \subset U_1$ ,  $A_{2i} \subset U_2$ ,  $A_{1i} \times A_{2i} \subset U_1 \times U_2$ ,

$R_i = (A_{1i} \text{ и } A_{2i}) \rightarrow B_i$  – нечеткая импликация, (нечеткое отношение  $R_i \subset U_1 \times U_2 \times V$ ).

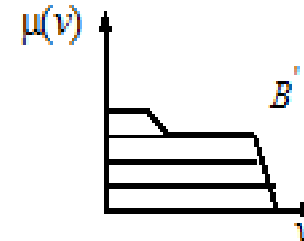
$R_i$  включает логические связки ("И") –  $A_{1i}$  и  $A_{2i}$ , ("ИЛИ") и операцию импликации ("если..., то").

# Правило прямого нечеткого логического вывода для регулятора с двумя входами и одним выходом Схема Мамдани. (Не синглетон)

Mamdani implication:



Для импликации Мамдани ( $\mu_R(u, v) = \min(\mu_A(u), \mu_B(v))$ )  
с учетом ( $\mu_{B'}(v) = \min(\alpha, \mu_B(v))$ ), где  $\alpha = \sup \mu_{A' \cap A}(u)$ .



## Упражнение 4.

Дано:

 $A_{11} =$ 

1	2	3	4
0,1	0,3	0,5	0,4

 $A_{21} =$ 

a	b	c	d
0,2	1,0	0,7	0,2

 $A_{12} =$ 

1	2	3	4
0,3	1	0,3	0,1

 $A_{22} =$ 

a	b	c	d
0,5	0,9	1,0	0,1

 $A_1' =$ 

1	2	3	4
0,2	0,4	0,9	0,3

 $B_1 =$ 

x	y	z	v
0,2	1,0	0,7	0,4

 $A_2' =$ 

1	2	3	4
0,4	0,8	0,5	0,3

 $B_2 =$ 

x	y	z	v
0,5	0,8	1,0	0,3

Требуется найти:

 $B' =$ 

x	y	z	v
?	?	?	?

## Упражнение 4. Результаты

Найдем вначале пересечения входных множеств предпосылки и условия  $A_i' \cap A_{ij}$

$A_1' \cap A_{11} =$	<table> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> <tr><td>0,1</td><td>0,3</td><td>0,5</td><td>0,3</td></tr> </table>	1	2	3	4	0,1	0,3	0,5	0,3	$A_2' \cap A_{21} =$	<table> <tr><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,8</td><td>0,5</td><td>0,2</td></tr> </table>	a	b	c	d	0,2	0,8	0,5	0,2
1	2	3	4																
0,1	0,3	0,5	0,3																
a	b	c	d																
0,2	0,8	0,5	0,2																
$A_1' \cap A_{12} =$	<table> <tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,4</td><td>0,3</td><td>0,1</td></tr> </table>	1	2	3	4	0,2	0,4	0,3	0,1	$A_1' \cap A_{22} =$	<table> <tr><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th></tr> <tr><td>0,4</td><td>0,8</td><td>0</td><td>0,1</td></tr> </table>	a	b	c	d	0,4	0,8	0	0,1
1	2	3	4																
0,2	0,4	0,3	0,1																
a	b	c	d																
0,4	0,8	0	0,1																

Найдем уровни  $\alpha_{ij} = \sup(A_i' \cap A_{ij})$ :

$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$
0,5	0,4	0,8	0,8

Найдем уровни  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :  $\alpha_1 = \min(\alpha_{11}, \alpha_{21}) = 0,5$        $\alpha_2 = \min(\alpha_{12}, \alpha_{22}) = 0,4$

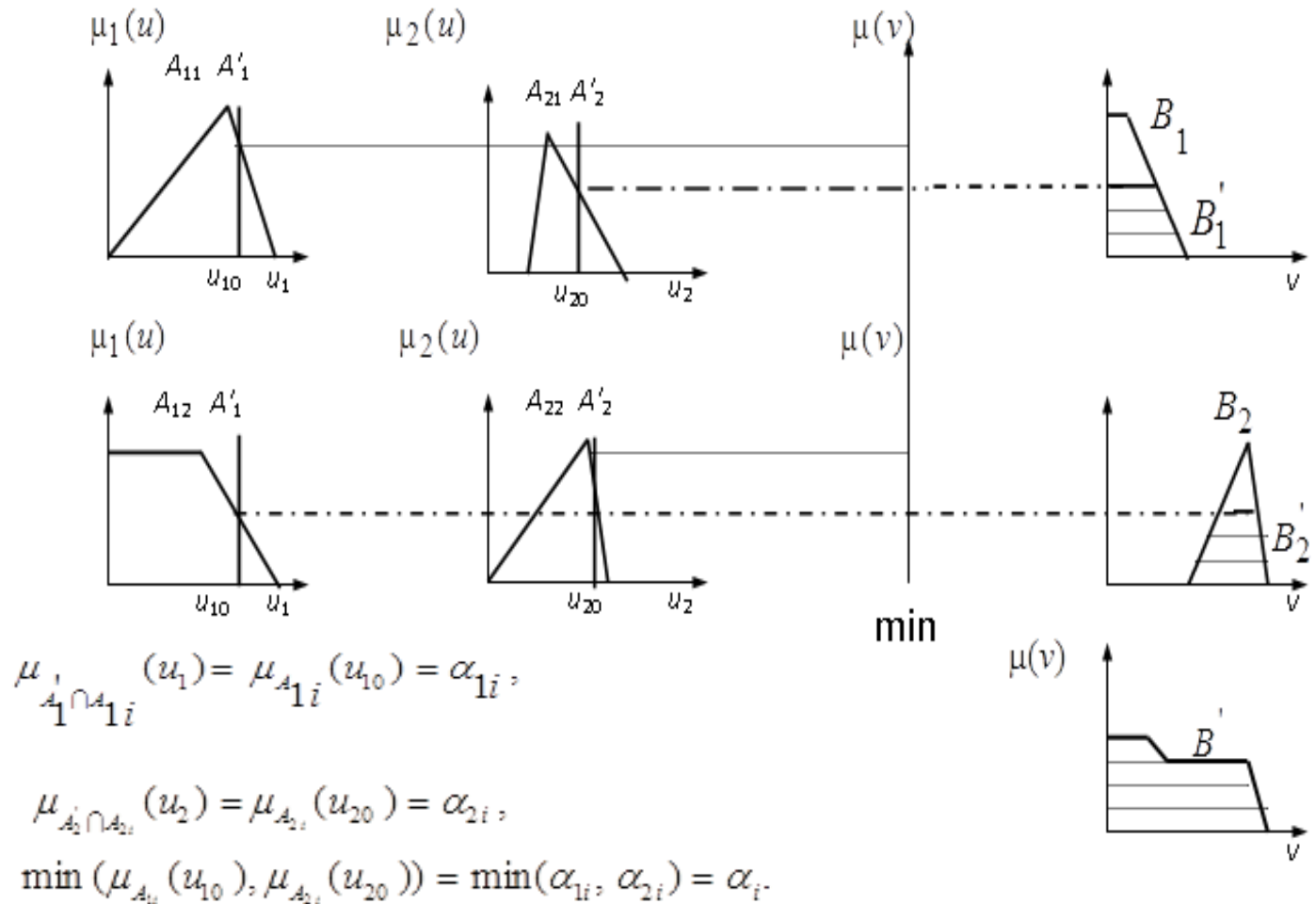
Найдем уровни  $B_1'$  и  $B_2'$ :  $\mu_{B_i'}(v) = \min(\alpha_i, \mu_{B_i}(v)) = \alpha_i \wedge \mu_{B_i}(v)$ ,

$B_1' =$	<table> <tr><th>x</th><th>y</th><th>z</th><th>v</th></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,5</td><td>0,5</td><td>0,4</td></tr> </table>	x	y	z	v	0,2	0,5	0,5	0,4	$B_2' =$	<table> <tr><th>x</th><th>y</th><th>z</th><th>v</th></tr> <tr><td>0,4</td><td>0,4</td><td>0,4</td><td>0,3</td></tr> </table>	x	y	z	v	0,4	0,4	0,4	0,3
x	y	z	v																
0,2	0,5	0,5	0,4																
x	y	z	v																
0,4	0,4	0,4	0,3																

Найдем  $B' = B_1' \cup B_2'$ :

B' =	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>	<b>v</b>
	0,4	0,5	0,5	0,4

# Правило прямого нечеткого логического вывода для регулятора с двумя входами и одним выходом Схема Мамдани. (Синглетон)



## Упражнение 5.

Дано:

 $A_{11} =$ 

1	2	3	4
0,1	0,3	0,5	0,4

 $A_{12} =$ 

1	2	3	4
0,3	1	0,3	0,1

 $A_{21} =$ 

a	b	c	d
0,2	1,0	0,7	0,2

 $A_{22} =$ 

a	b	c	d
0,5	0,9	1,0	0,1

Значения входных переменных  $u_1 = 3$ ,  $u_2 = c$

Требуется найти:

 $B' =$ 

x	y	z	v
?	?	?	?



## Упражнение 5. Результаты

Найдем уровни  $\alpha_{ij} = \mu(u_i)$ :

$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$
0,5	0,3	0,7	0,2

Найдем уровни  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :  $\alpha_1 = \min(\alpha_{11}, \alpha_{21}) = 0,5$        $\alpha_2 = \min(\alpha_{12}, \alpha_{22}) = 0,2$

Найдем уровни  $B_1'$  и  $B_2'$ :

$B_1' =$

x	y	z	v
0,2	0,5	0,5	0,4

$B_2' =$

x	y	z	v
0,2	0,2	0,2	0,2

Найдем  $B' = B_1' \cup B_2'$ :

$B' =$

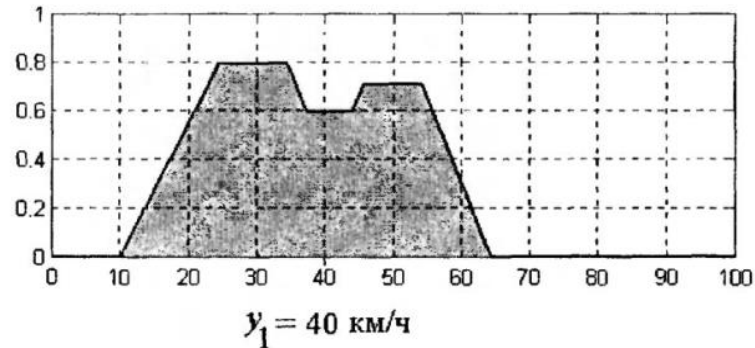
x	y	z	v
0,2	0,5	0,5	0,4

# Дефаззификация.

**Дефаззификация** в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения обычного (не нечеткого) значения для каждой из выходных переменных.

**Метод центра тяжести** (CoG, COG, Centre of Gravity) или центроид площади рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\int_{Min}^{Max} x * \mu(x) dx}{\int_{Min}^{Max} \mu(x) dx},$$



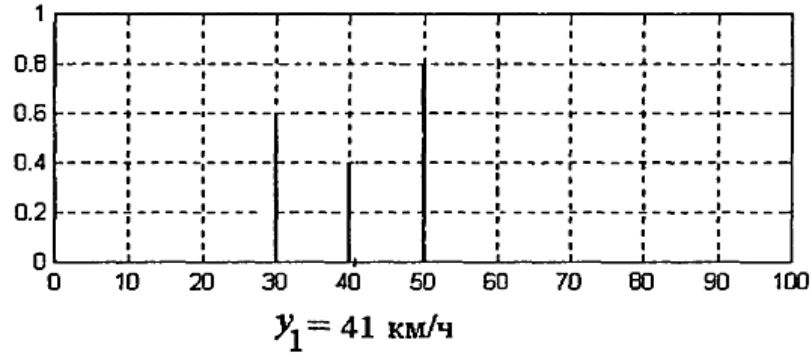
где  $y$  — результат дефаззификации;  $x$  — переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной;  $\mu(x)$  — функция принадлежности нечеткого множества, соответствующего выходной переменной после этапа аккумуляции; Min и Max — левая и правая точки интервала носителя нечеткого множества рассматриваемой выходной переменной.

При дефаззификации методом центра тяжести обычное (не нечеткое) значение выходной переменной равно абсциссе центра тяжести площади, ограниченной графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной.

## Дефаззификация.

**Метод центра тяжести для одноточечных множеств (COGS, Centre of Gravity for Singletons)** рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i * \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)},$$

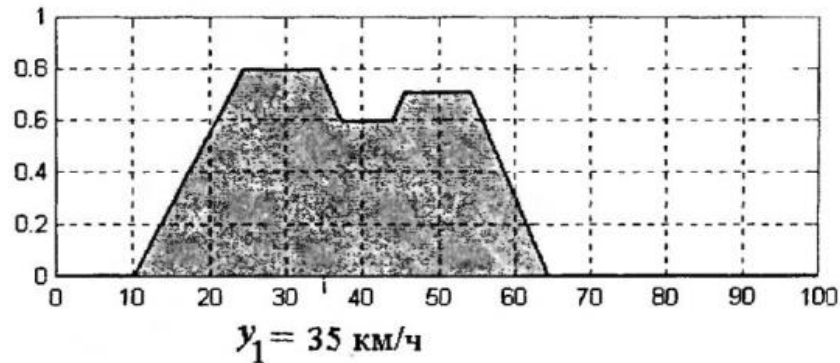


где  $n$  — число одноточечных (одноэлементных) нечетких множеств, каждое из которых характеризует единственное значение рассматриваемой выходной лингвистической переменной

# Дефаззификация.

**Метод центра площади** (CoA, COA, Centre of Area, Bisector of Area) равен  $y = u$ , где значение  $u$  определяется из уравнения:

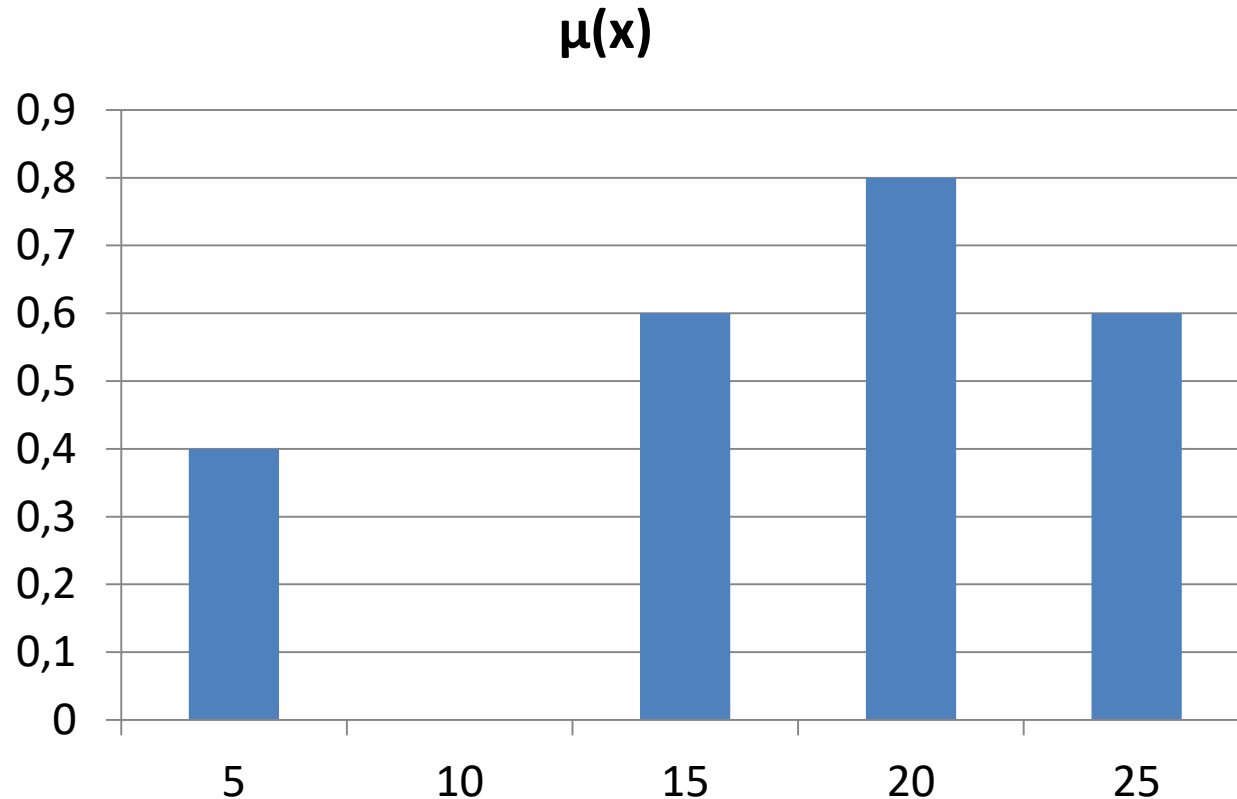
$$\int_{Min}^u \mu(x) dx = \int_u^{Max} \mu(x) dx,$$



Другими словами, центр площади равен абсциссе, которая делит площадь, ограниченную графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной, на две равные части. Иногда центр площади называют биссектрисой площади. Этот метод не может быть использован в случае одноточечных множеств.

## Упражнение 6.

Требуется найти значение выходной переменной после операции агрегирования, используя метод центра тяжести



$$y = (5 \cdot 0.4 + 15 \cdot 0.6 + 20 \cdot 0.8 + 25 \cdot 0.6) / (0.4 + 0.6 + 0.8 + 0.6) = 17.5$$

## Упражнение 7.

В упражнении требуется поставить диагнозы пациентам больницы.

Имеется:

множество пациентов  $P = \{P_1, P_2\}$ ;

множество симптомов  $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ ;

множество диагнозов  $D = \{D_1, D_2, D_3\}$ .

Путем опроса пациентов и с помощью анализов была установлена степень наличия того или иного симптома у каждого из пациентов, что выражается нечетким отношением “пациенты - симптомы”

PS =

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$P_1$	0.2	0	0.8	0.4
$P_2$	0	0.4	0.6	0.5

Степень важности наличия симптома для постановки диагноза выражается нечетким отношением “симптомы - диагнозы”

SD =

	$D_1$	$D_2$	$D_3$
$S_1$	0.2	0	0.6
$S_2$	0.8	0.4	0.2
$S_3$	0	0.6	0.8
$S_4$	0.5	0.7	0

## Упражнение 7. Результаты

Поставить диагнозы пациентам означает найти нечеткое отношение PD “пациенты - диагнозы”. Это можно сделать, используя правило max-min композиции.

PD = PS o SD =

	<b>S<sub>1</sub></b>	<b>S<sub>2</sub></b>	<b>S<sub>3</sub></b>	<b>S<sub>4</sub></b>
<b>P<sub>1</sub></b>	0.2	0	0.8	0.4
<b>P<sub>2</sub></b>	0	0.4	0.6	0.5

	<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>2</sub></b>	<b>D<sub>3</sub></b>
<b>S<sub>1</sub></b>	0.2	0	0.6
<b>S<sub>2</sub></b>	0.8	0.4	0.2
<b>S<sub>3</sub></b>	0	0.6	0.8
<b>S<sub>4</sub></b>	0.5	0.7	0

=

	<b>D<sub>1</sub></b>	<b>D<sub>2</sub></b>	<b>D<sub>3</sub></b>
<b>P<sub>1</sub></b>	0.5	0.6	0.8
<b>P<sub>2</sub></b>	0.5	0.6	0.6

## Упражнение 8.

Построить нечеткую базу знаний (использовать не менее 3 лингвистических переменных) для задачи определения временных затрат для решения студентом задач данного пособия (учитывать успеваемость студента и количество решаемых вариантов), проверить ее на полноту и произвести нечеткий вывод для конкретных значений (выбрать случайным образом).

Предложения, описывающие задачу следующие:

R1: *ЕСЛИ* успеваемость студента **высокая ИЛИ хорошая** *И* он решает **малое** количество вариантов, *ТО* ему требуется **немного** времени.

R2: *ЕСЛИ* успеваемость студента **высокая ИЛИ хорошая** *И* он решает **много** вариантов, *ТО* ему требуется **достаточно большой** промежуток времени.

R3: *ЕСЛИ* успеваемость студента **низкая** *И* он решает **много** вариантов, *ТО* ему требуется **много** времени.

R4: *ЕСЛИ* успеваемость студента **средняя** *И* он решает достаточно **большое** количество вариантов, *ТО* ему требуется достаточно **большой** промежуток времени.

**1. Требуется создать базу правил в форме:**

**R...: ЕСЛИ Успеваемость = “...” И Количество вариантов = “...”, ТО Количество времени = “...”;**



## Упражнение 8. Результаты

С учетом выделенных лингвистических переменных, нечеткие правила следующие:

1. ЕСЛИ **Успеваемость** = «*высокая*» ИЛИ **Успеваемость** = «*средняя*» И **Количество вариантов** = «*мало*», ТО **Количество времени** = «*мало*».
2. ЕСЛИ **Успеваемость** = «*высокая*» ИЛИ **Успеваемость** = «*средняя*» И **Количество вариантов** = «*много*», ТО **Количество времени** = «*достаточно*».
3. ЕСЛИ **Успеваемость** = «*низкая*» И **Количество вариантов** = «*много*», ТО **Количество времени** = «*много*».
4. ЕСЛИ **Успеваемость** = «*средняя*» И **Количество вариантов** = «*достаточно*», ТО **Количество времени** = «*достаточно*».

2. Требуется проверить полученную базу на полноту:

- существует хотя бы одно правило для каждого лингвистического терма выходной переменной;
- для любого терма входной переменной имеется хотя бы одно правило, в котором этот терм используется в качестве предпосылки.

## Упражнение 8. Результаты

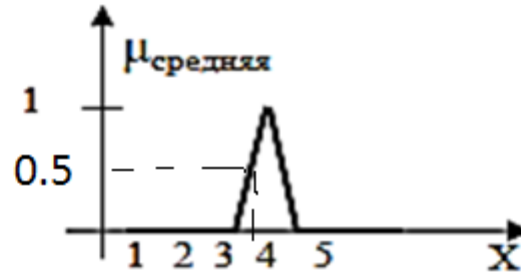
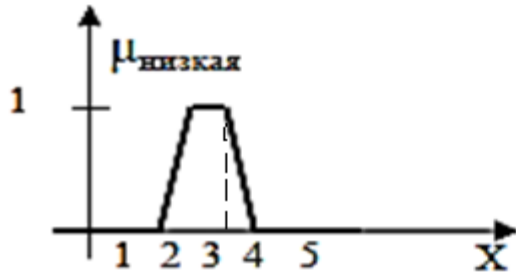
1. Выходная переменная «**Количество времени**» имеет 3 терма: «*мало*» используется в 1 правиле, «*достаточно*» - в 2 и 4, «*много*» - в третьем;

2. Есть две входных переменных «**Успеваемость**» и «**Количество вариантов**» у каждой из них 3 терма: «*высокая*» используется в 1 и 2 правиле, «*средняя*» - 1,2 и 4, «*низкая*» - в 3, «*мало*» - в 1, «*достаточно*» - 4, «*много*» - 3 и 2.

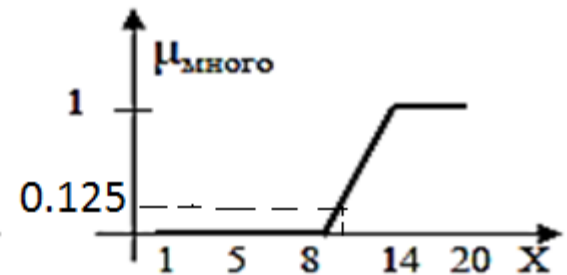
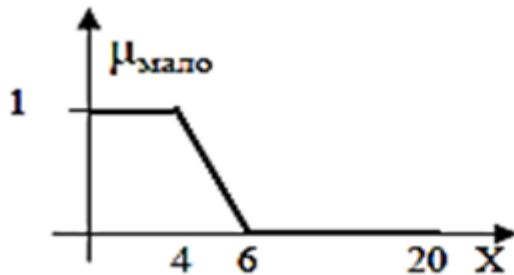
## Упражнение 8.

Зададим нечеткие множества, соответствующие термам лингвистических

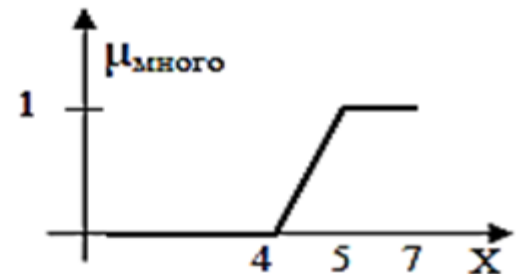
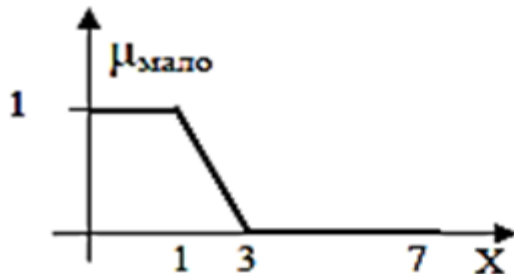
*Успеваемость:*



*Количество вариантов:*



*Количество времени:*



## Упражнение 8

Пусть имеется студент Иванов А.А., имеющий среднюю оценку 3,5 и решивший 9 вариантов.

**Требуется определить сколько ему понадобится времени.**

## Упражнение 8. Результаты

Определим степени уверенности простейших утверждений:

**Успеваемость** = «высокая» - 0;

**Успеваемость** = «средняя» - 0.5;

**Успеваемость** = «низкая» - 1;

**Количество вариантов** = «мало» - 0;

**Количество вариантов** = «достаточно» - 0.5;

**Количество вариантов** = «много» - 0.125.

Определим степени уверенности посылок правил:

Правило 1:  $\min(\max(0, 0.5), 0) = 0$ ;

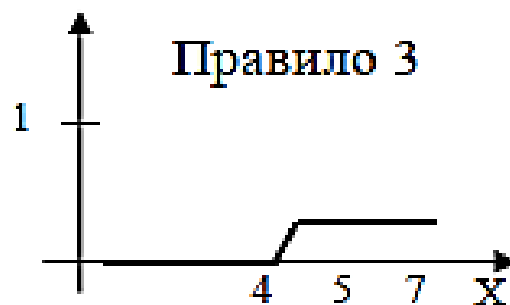
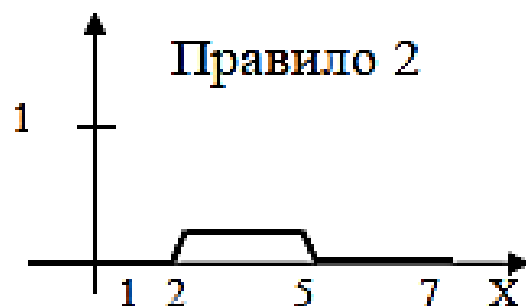
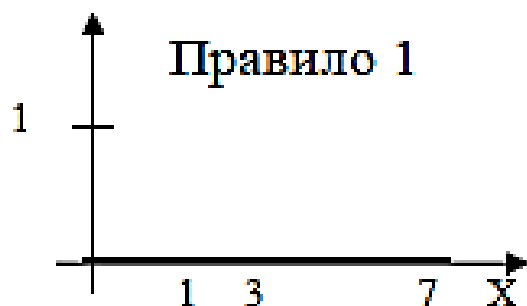
Правило 2:  $\min(\max(0, 0.5), 0.125) = 0.125$ ;

Правило 3:  $\min(1, 0.125) = 0.125$ ;

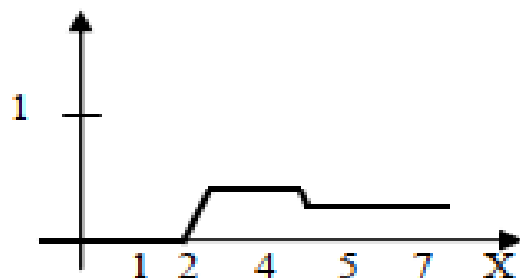
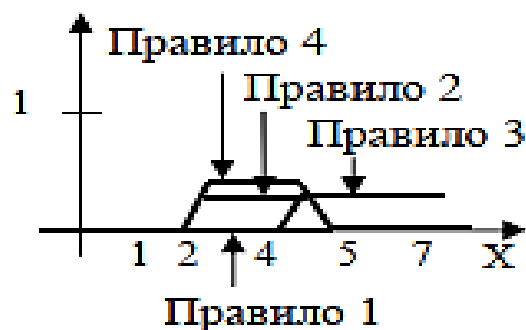
Правило 4:  $\min(0.5, 0.5) = 0.5$ .

## Упражнение 8. Результаты

Построим новую выходную нечеткую переменную, используя полученные степени уверенности:



Аккумуляция:



Исходя из полученного графика степени принадлежности выходного терма, можно сказать, что Иванову А.А., имеющему среднюю оценку 3.5, на решение 9 вариантов заданий понадобится не менее 2.75 часа (степень уверенности данного утверждения 0.5).

## Упражнение 9.

Пусть в нечеткой САУ заданы два правила. Условия заданы по методу синглетонов.

*Rule1: IF  $x$  is  $A_1$  AND  $y$  is  $B_1$  THEN  $z$  is  $C_1$  ;*

*Rule2: IF  $x$  is  $A_2$  AND  $y$  is  $B_2$  THEN  $z$  is  $C_2$*

ФП соответствующих НМ  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$  определяются формулами:

$$\mu_{A_1}(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)}{2} & \text{при } 2 \leq x \leq 4, \\ \frac{(6-x)}{2} & \text{при } 4 < x \leq 6. \end{cases}; \quad \mu_{A_2}(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)}{3} & \text{при } 1 \leq x \leq 4, \\ \frac{(7-x)}{3} & \text{при } 4 < x \leq 7. \end{cases};$$

$$\mu_{B_1}(y) = \begin{cases} \frac{(y-0)}{3} & \text{при } 0 \leq y \leq 3, \\ \frac{(6-y)}{3} & \text{при } 3 < y \leq 6. \end{cases}; \quad \mu_{B_2}(y) = \begin{cases} \frac{(y-1)}{3} & \text{при } 1 \leq y \leq 4, \\ \frac{(7-y)}{3} & \text{при } 4 < y \leq 7. \end{cases};$$

$$\mu_{C_1}(z) = \begin{cases} \frac{(z-0)}{3} & \text{при } 0 \leq z \leq 3, \\ \frac{(6-z)}{3} & \text{при } 3 < z \leq 6. \end{cases}; \quad \mu_{C_2}(z) = \begin{cases} \frac{(z-0)}{4} & \text{при } 0 \leq z \leq 4, \\ \frac{(8-z)}{4} & \text{при } 4 < z \leq 8. \end{cases}.$$

Требуется найти  $z$ , если  $x_0(t_1)=3$  и  $y_0(t_1)=2$

## Упражнение 9. Результаты

1. Найдем значения ФП всех 4-х входных НМ для соответствующих условий:

$$x_0(t_1)=3 \text{ и } y_0(t_1)=2$$

$$\mu_{A_1}(x_0=3)=0,5 ;$$

$$\mu_{B_1}(y_0=2)=0,7 ;$$

$$\mu_{A_2}(x_0=3)=0,6 ;$$

$$\mu_{B_2}(y_0=2)=0,3 .$$

2. Согласно правилу Мамдани найдем  $\alpha$ -уровни для двух правил

$$\alpha_1 = \min(\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0)) = \min(0,5 \ 0,7) = 0,5 ;$$

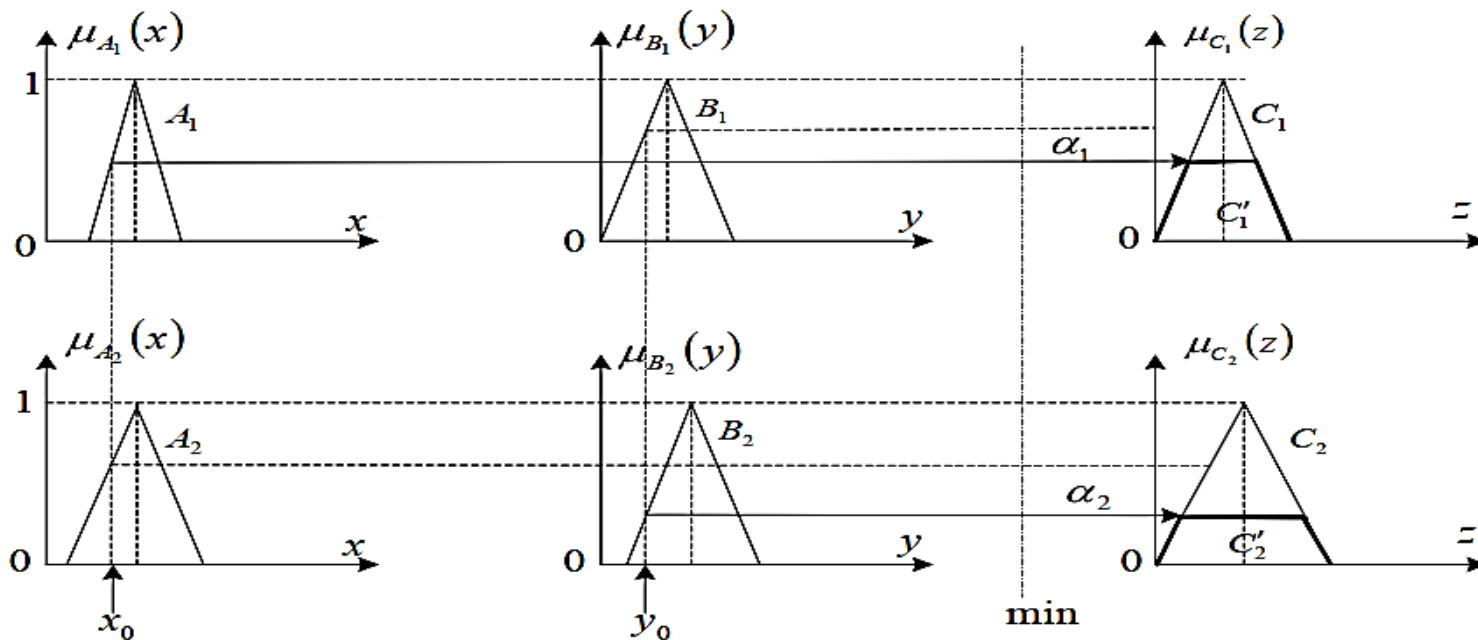
$$\alpha_2 = \min(\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0)) = \min(0,6 \ 0,3) = 0,3 .$$



## Упражнение 9. Результаты

3. Используя дефазификацию по методу центра гравитации

$$z_{\text{цт}} = \frac{1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,5 + 5 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,3 + 7 \cdot 0,3 + 8 \cdot 0}{0,5 \cdot 4 + 0,3 \cdot 3} = 4,98.$$



# Нечеткий вывод по методу Такаги-Сугено

Нечеткое правило в методе Такаги-Сугено

Sugeno: If  $x_1$  is A and  $x_2$  is B then  $y = ax_1 + bx_2 + c$

Для двух правил можно задать

$$z_1 = a_1x + b_1y;$$

$$z_2 = a_2x + b_2y,$$

Дефаззификацию можно выполнить методом центра гравитации для синглетонов

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^2 \alpha_i z_i}{\sum_{i=1}^2 \alpha_i}.$$

## Упражнение 10.

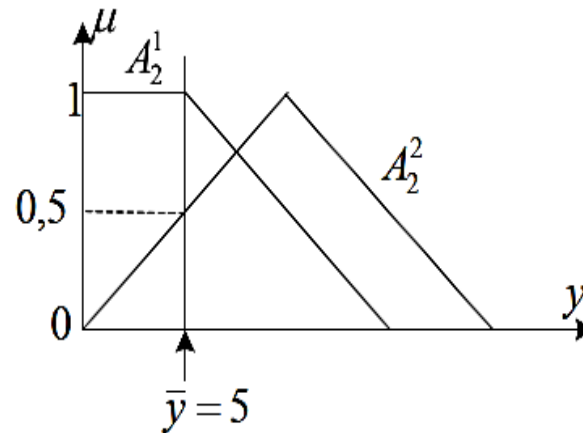
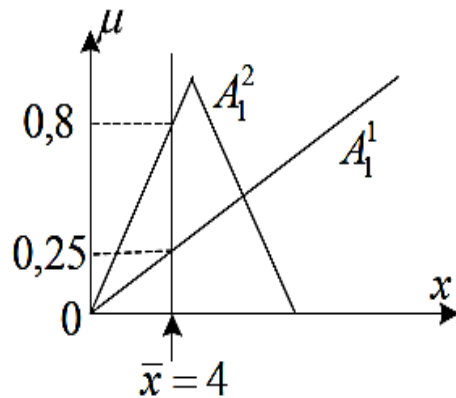
Пусть БД нечеткой САУ содержит два правила

*Rule 1: IF  $\bar{x}$  is  $A_1^1$  AND  $\bar{y}$  is  $A_2^1$  THEN  $z_1 = 4 + 2\bar{x} - 2\bar{y}$ ;*

*Rule 2: IF  $\bar{x}$  is  $A_1^2$  AND  $\bar{y}$  is  $A_2^2$  THEN  $z_2 = 2 + 4\bar{x} - 2\bar{y}$ ;*

Условия заданы  $\bar{x}(t) = 4$   $\bar{y}(t) = 5$

Требуется найти значение выходной переменной  $z$ , если ФП входных множеств



## Упражнение 10. Результаты

1. Найдем значения ФП для заданных условий

$$\mu_{A_1^1}(4) = 0,25;$$

$$\mu_{A_1^2}(4) = 0,8;$$

$$\mu_{A_2^1}(5) = 1;$$

$$\mu_{A_2^2}(5) = 0,5.$$

2. Согласно правилу Мамдани найдем  $\alpha$ -уровни для двух правил

$$\alpha_1 = \min(0,25 \ 1) = 0,25;$$

$$\alpha_2 = \min(0,8 \ 0,5) = 0,5.$$

Кроме того, рассчитаем “индивидуальные” значения  $z$  для каждого правила

$$\bar{z}_1 = f_1(4, 5) = 4 + 2 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 2;$$

$$\bar{z}_2 = f_2(4, 5) = 2 + 4 \cdot 4 - 2 \cdot 5 = 8.$$

3. Рассчитаем значение  $z$ , используя метод центра гравитации

$$\bar{z} = \frac{\sum_{k=1}^N \alpha_k \bar{z}_k}{\sum_k \alpha_k} = \frac{0,25 \cdot 2 + 0,5 \cdot 8}{0,25 + 0,5} = 6.$$