МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра КСУ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 1
по дисциплине «Математическое моделирование объектов и систем управления»
Тема: ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
Вариант 5

Студенты гр. 9492	________________	Викторов А.Д. Керимов М.М.
Преподаватель	________________	Шпекторов А.Г.

Санкт-Петербург
2023

Цель работы: освоить аналитические и машинные способы линеаризации динамических систем, проанализировать и оценить свойства динамических систем по линеаризованным моделям.

Ход работы

В качестве исследуемой модели, согласно варианту, возьмем модель, которая описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (СНДУ), записанной в форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2^2 + b_{11}u \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2^2 + b_{21}u \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases} \tag{1.1}$$

В ходе выполнения работы необходимо осуществить линеаризацию модели в окрестности некоторой точки равновесия.

1. Построим модель динамической системы в среде SIMULINK в соответствии с исходными данными выше. Структурная схема представлена на рисунке 1:

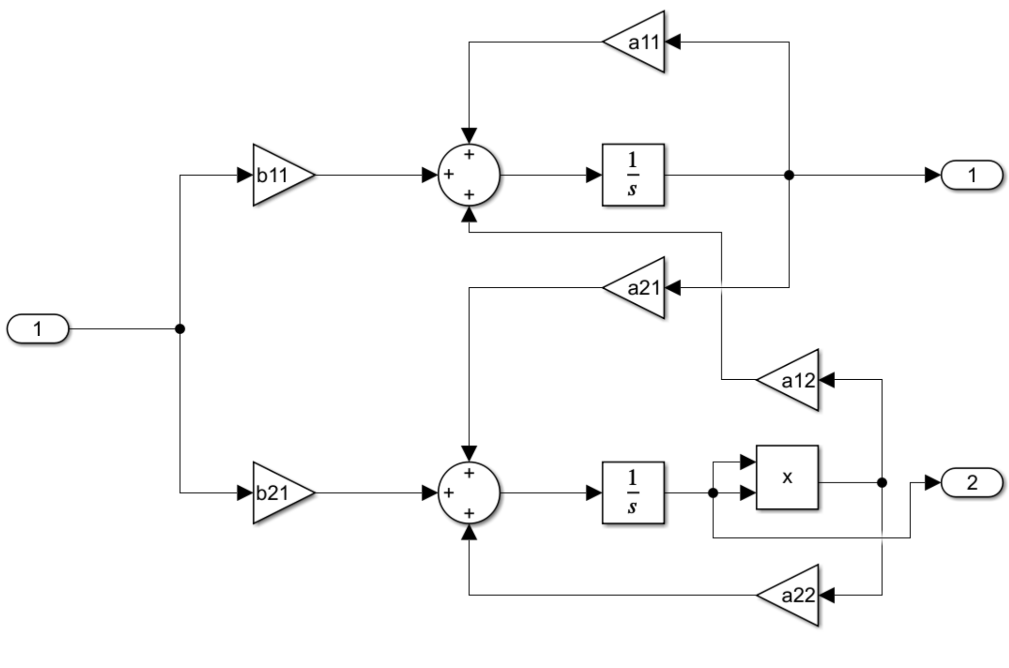

Рис.1. Структурная схема системы

В качестве входных и выходных сигналов использованы порты входа-выхода (см. рис.1) для того, чтобы появилась возможность использования функции trim.

2. Подберем коэффициенты системы таким образом, чтобы она оказалась устойчивой. Коэффициенты представлены в таблице 1:

Таблица 1

Коэффициенты	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b_{11}	b_{21}
Значения	-3	-2	-5	-6	3	7

3. Определим точку равновесия, используя функцию trim. Результат применения функции trim представлен на рисунке 2.

```
x =

    0.3139
    0.6861


u =

    0.6277


y =

    0.3139
    0.6861


dx =

   1.0e-13 *

   -0.1676
   -0.5818
```

Рис.2. Результат вызова функции trim

С помощью функции trim найдена точка равновесия: x1 = 0,3139; x2 = 0,6861; u = 0,6277.

Проведем моделирование системы с входным воздействием, полученным в результате работы функции trim. Результат моделирования представлен на рисунке 3:

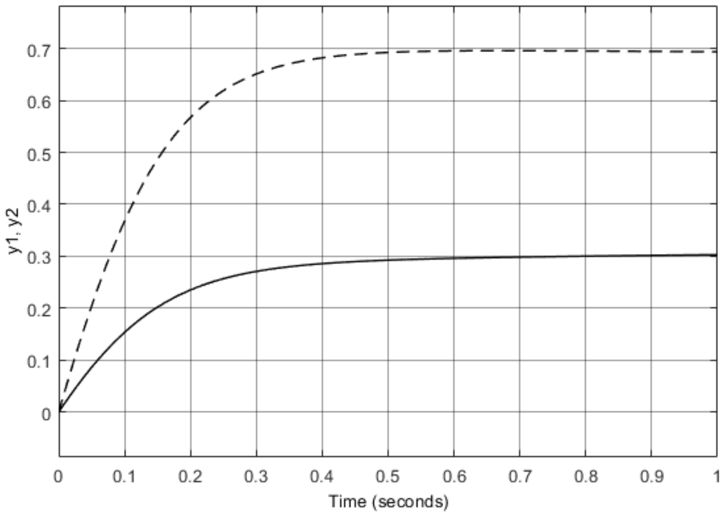

Рис.3. Результат моделирования системы при u = 0.6277.

Как видно из сравнения рисунков 2 и 3, график установившегося режима на рисунке 3 соответствует результату определения точки равновесия функцией trim.

4. Найдем линеаризованную модель системы аналитическим и машинным способом.

Аналитический способ.

Определим элементы матриц A, B, C и D:

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} a_{11} & 2a_{12}x_2 \\ a_{21} & 2a_{22}x_2 \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} -3 & 2*(-2)*0{,}6861 \\ -5 & 2*(-6)*0{,}6861 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & -2{,}7444 \\ -5 & -8{,}2332 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Машинный способ.

Воспользуемся функцией linmod для нахождения матриц линеаризованной системы в окрестности точки равновесия x1 = 0,3139; x2 = 0,6861; u = 0,6277, найденной ранее с помощью функции trim. Для этого введем строчку: `[a, b, c, d] = linmod(sys, x, u)`

Результат работы программы представлен на рисунке 4:

```
a =

   -3.0000   -2.7446
   -5.0000   -8.2337


b =

     3
     7


c =

     1     0
     0     1


d =

     0
     0
```

Рис.4. Результат работы функции linmod.

Как видно из рисунка 4, машинный способ дает такой же результат, что и аналитический.

5. Определим точку равновесия, соответствующую заданным в пункте 3 входным воздействиям. Для этого применим функцию trim с фиксацией входного воздействия. Для нахождения линеаризованной модели по новой точке равновесия применим функцию linmod. Для нахождения собственных чисел системы используем функцию eig.

В результате применения функции linmod мы получили матрицы A, B, C, и D, которые описывают новую линеаризованную модель нелинейной системы в окрестности точки, полученной с помощью функции trim с фиксацией величины входного воздействия u = 4. Собственные числа матрицы являются отрицательными вещественными числами ($\lambda_1 = -1.0814$ и $\lambda_2 = -10.1523$), что говорит нам о монотонном переходном процессе. Это подтверждается графиком на рисунке 5.

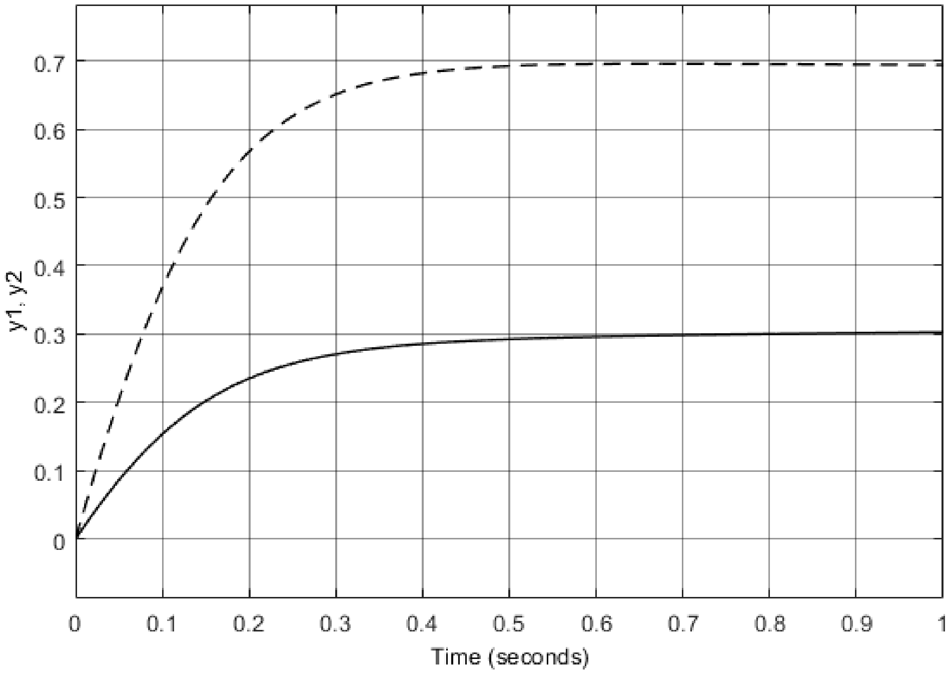

Рис.5. График переменной состояния при u = 0.6277.

6. Чтобы найти все точки равновесия для заданного значения воздействия необходимо получить все решения системы алгебраических уравнений. Для этого можно применить функцию solve, подставив в нее в качестве аргументов полученные в самом начале уравнения, в которые производные переменных состояния равны нулю. Для машинного расчета этих данных добавим к коду следующие строчки:

```
syms x1 x2
s = solve (a11*x1 + a12*x2^2 + b11*u == 0, a21*x1 + a22*x2^2 + b21*u == 0);
X1 = s.x1
X2 = s.x2
```

При этом получаем следующие значения переменных состояния:

$x_1 = 0.3139$, $x_2 = -0.6861$

$x_1 = 0.3139$, $x_2 = 0.6861$

Полный код программы представлен в приложении А.

Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работы были освоены аналитические и машинные способы линеаризации динамических систем. Изучены такие функции программного пакета Matlab как trim и linmod, которые позволяют определить статический режим Simulink-модели и получить матрицы линеаризованной модели.

Приложение А. Полный код программы.

```
clear, clc
sys = 'trim_model_lab1';
a11 = -3;
a12 = -2;
a21 = -5;
a22 = -6;

b11 = 3;
b21 = 7;

x0 = [1;1];
u0 = 1;
y0 = [];

[x,u,y,dx] = trim(sys, x0, u0, y0,[],[],[])
[a,b,c,d] = linmod(sys, x, u)
eig(a)

syms x1 x2
s = solve (a11*x1 + a12*x2^2 + b11*u == 0, a21*x1 + a22*x2^2 + b21*u == 0);
X1 = s.x1
X2 = s.x2
```