

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра САУ**

**ОТЧЕТ**  
**по практической работе № 6**  
**по дисциплине «Современные методы теории управления»**  
**ТЕМА: ХАОТИЧЕСКИЕ АТТРАКТОРЫ**

Студент гр. 9492

\_\_\_\_\_

Викторов А.Д.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Стоцкая А.Д.

Санкт-Петербург

2023

## Аттрактор Лоренца

Исследуем аттрактор Лоренца, система описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= s(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz,\end{aligned}$$

В ходе исследования варьировался коэффициент  $r$  и исследовалась зависимость вида аттрактора от этого коэффициента. Результатом исследования стала следующая таблица (табл. 1):

Таблица 1 – Исследование аттрактора Лоренца

#	r	НУ			t	Тип предельного множества	Тип движения	Тип аттрактора	x*	y*	z*	примечание
		x <sub>0</sub>	y <sub>0</sub>	z <sub>0</sub>								
1	0,5	10	10	10	5	точка	монотонное	регулярный	0	0	0	
2	0,5	-10	10	10	5	точка	монотонное		0	0	0	
3	0,5	10	10	10	10	точка	монотонное		0	0	0	
4	1,8	10	10	10	10	точка	Монотонное/апериодическое		-1.4	0.8	0.8	
5	3,7	10	10	10	5	точка	Монотонное/апериодическое		-2.7	-2.7	2.7	
6	10	10	10	10	5	точка	апериодическое		4.9	4.9	9	
7	10	-10	10	10	5	точка	апериодическое		4.9	4.9	9	
8	10	10	10	10	10	точка	апериодическое		4.9	4.9	9	
9	16	10	10	10	40	точка	апериодическое		6.3	6.3	15	
10	20	10	10	10	40	цикл	апериодическое		7.1	7.1	18.8	
11	22.22987	10	10	10	100	фрактальное	апериодическое	странный	-	-	-	Предел
12	28	10	10	10	100	фрактальное	Хаотическое		-	-	-	
7	92.5	10	10	10	100	тор	квазипериодическое	регулярный	-	-	-	Предел
8	100	10	10	10	5	тор	квазипериодическое		-	-	-	
8	500	10	10	10	100	тор	квазипериодическое		-	-	-	

Были найдены коэффициенты  $r$  меняющие тип аттрактора с регулярного на странный и наоборот при начальных условиях, указанных в таблице. Причем коэффициент, при котором происходит переход системы к хаотическому движению найден с точностью до пятого знака и равен 22.22987. С целью ускорения исследования коэффициент, при котором система переходит от хаотического к квазипериодическому движению был найден с точностью до десятых и равен 92.5.

С целью визуализации хода эксперимента на рисунках 1-3 приведены графики переходных процессов и фазовые траектории систем, имеющих монотонный, квазипериодический и хаотический характеры движения.

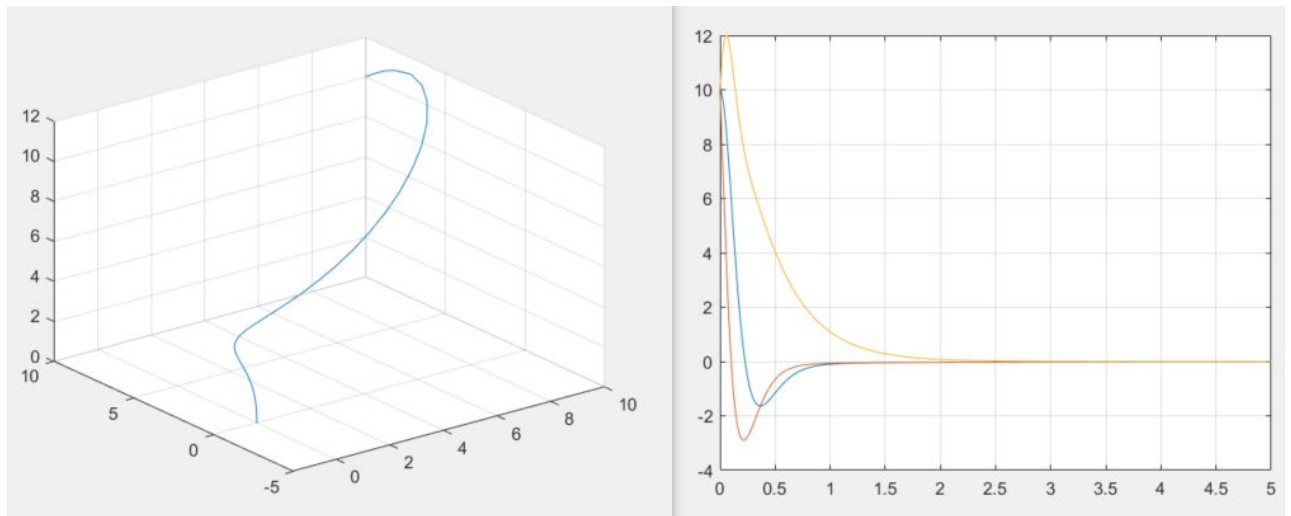


Рисунок 1 - Графики переходных процессов и фазовые траектории системы, имеющей монотонный характер движения

Рисунок 1 демонстрирует переход движения системы от монотонного к аperiodическому с увеличением коэффициента.

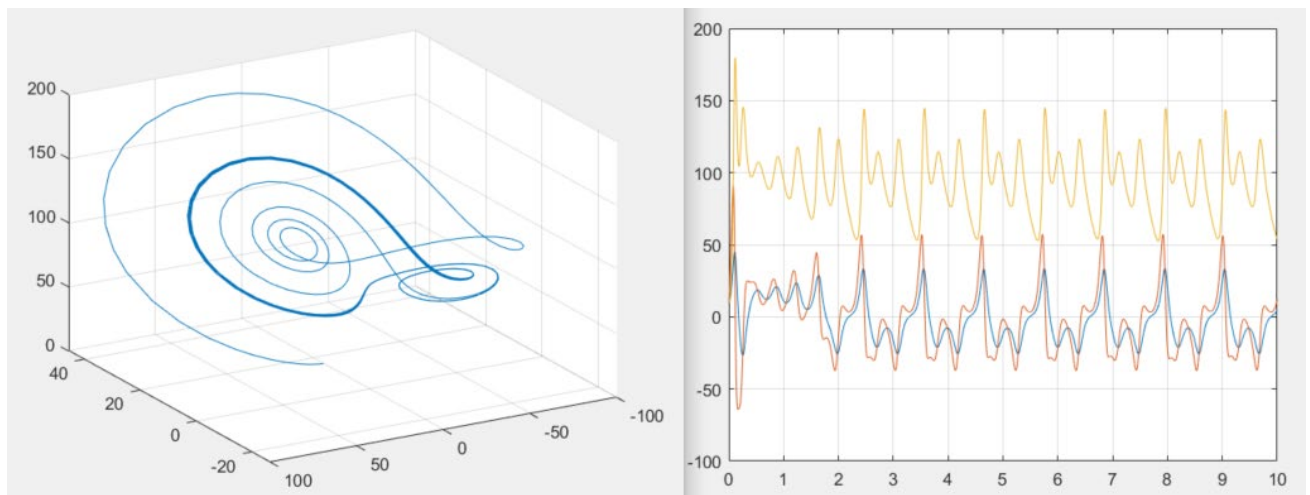


Рисунок 2 - Графики переходных процессов и фазовые траектории системы, имеющей квазипериодический характер движения

На рисунке 2 отчетливо виден аттрактор, соответствующий квазипериодическому движению системы. При этом коэффициенте ( $r = 100$ ) форма аттрактора еще далека от тора так как при уменьшении коэффициента всего на 8% система (при текущих Н.У.) станет хаотической.

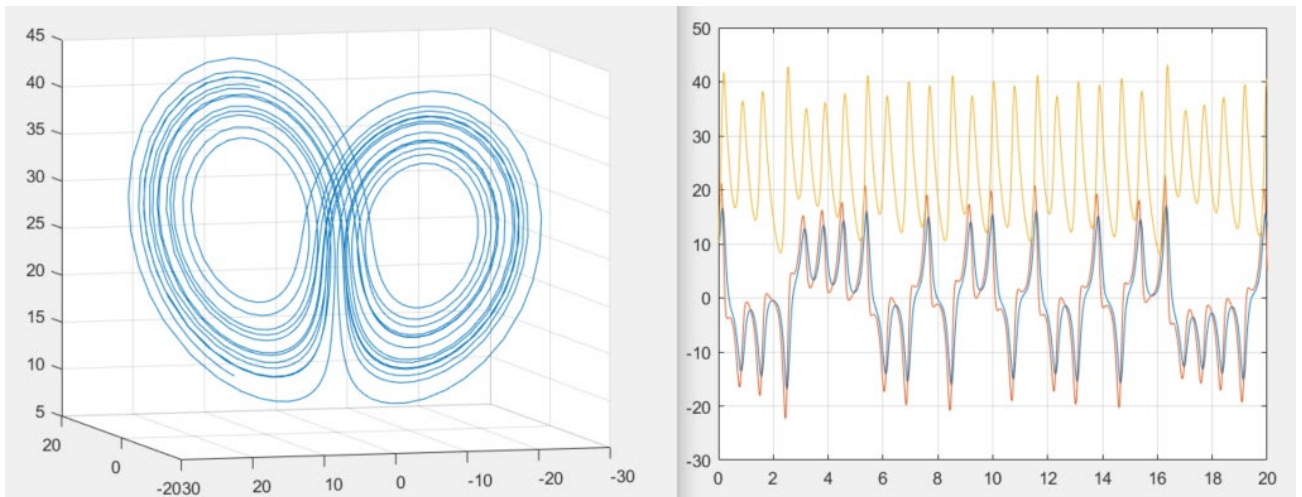


Рисунок 3 - Графики переходных процессов и фазовые траектории системы, имеющей хаотический характер движения

На рисунке 3 хорошо виден аттрактор Лоренца, который известен как крылья бабочки. При увеличении времени моделирования плотность траекторий будет увеличиваться.

### Аттрактор Ресслера

Система с аттрактором Ресслера описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}x'(t) &= -(y + z) \\y'(t) &= x + ay \\z'(t) &= b + z(x - c)\end{aligned}$$

Результатом исследования являются таблицы 2-4, в которых описаны типы движения и типы аттракторов при варьировании каждого из параметров.

Таблица 2 - Варьирование параметра  $a$

a	b	c	Тип движения/аттрактор
0	0.2	5.7	апериодическое/регулярный
0.1			квазипериодическое/регулярный
0.2			Хаотическое/странный
0.3			Хаотическое/странный
0.35			Хаотическое/странный
0.8			Монотонное/регулярный

Таблица 3 – Варьирование параметра  $b$ 

a	b	c	Тип движения/аттрактор
0.2	0.1	5.7	Хаотическое/странный
	0.5		Квазипериодическое/регулярный
	1		Квазипериодическое/регулярный
	1.5		Квазипериодическое/регулярный
	2.0		Квазипериодическое/регулярный
	2.5		Квазипериодическое/регулярный

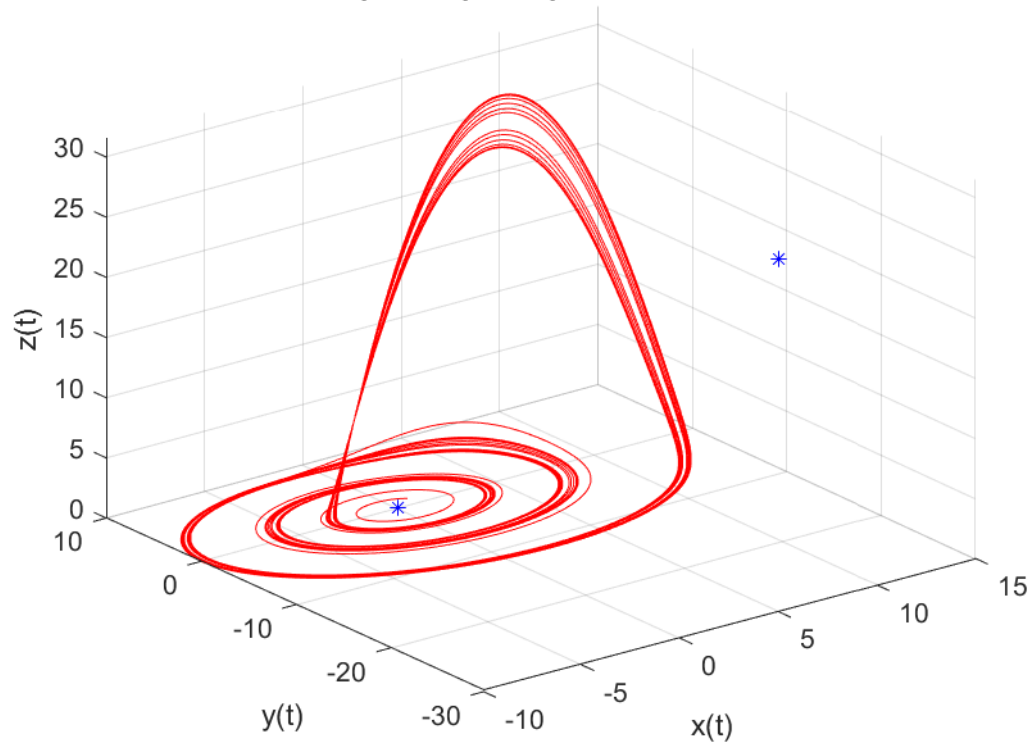
Таблица 4 – Варьирование параметра  $c$ 

a	b	c	Тип движения/аттрактор
0.2	0.2	0.5	Монотонное/регулярный
		2	квазипериодическое/регулярный
		2.7	квазипериодическое/регулярный
		4.0	Хаотическое/странный
		4.5	Хаотическое/странный
		6	Хаотическое/странный
		8.5	Хаотическое/странный
		8.7	Хаотическое/странный
		9	Хаотическое/странный
		12	Хаотическое/странный
		13	Хаотическое/странный
		18	Квазипериодическое/регулярный

В ходе исследования были найдены примерные величины параметров, при которых происходит переход между регулярным и странным аттрактором (при фиксации остальных параметров как указано в таблицах). Для параметра  $a$  значением является  $a_1 \approx 0.1$  и  $a_2 \approx 0.8$  соответственно. Для параметра  $b$  было найдено только значение параметра для перехода от хаотического движения к квазипериодическому  $b \approx 0.1$ . Для параметра  $c$ :  $c_1 \approx 2.7$  и  $c_2 \approx 18$ .

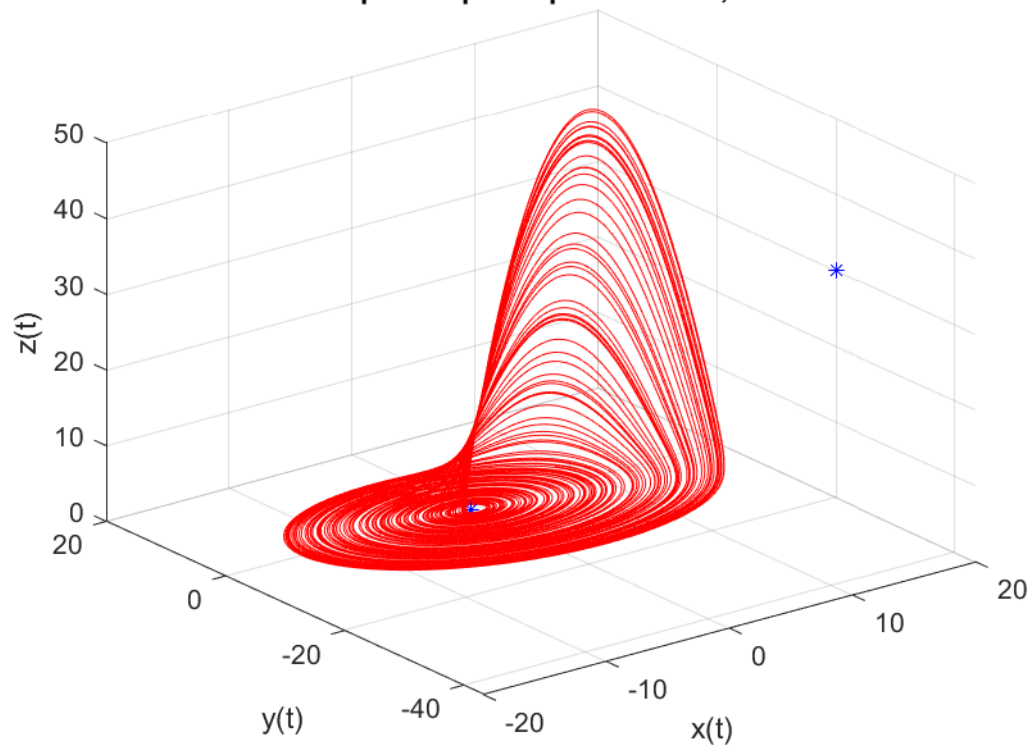
На рисунках 4, 5 и 6 в качестве примера аттрактора Ресслера представлены фазовые траектории для указанных параметров.

**Система Ресслера с параметрами  $a = 0.2$ ,  $b = 0.1$  &  $c = 5.7$**



*Рисунок 4 - Пример аттрактора Ресслера*

**Система Ресслера с параметрами  $a = 0.2$ ,  $b = 0.2$  &  $c = 8.7$**



*Рисунок 5 - Пример аттрактора Ресслера*

Система Ресслера с параметрами  $a = 0.2$ ,  $b = 0.2$  &  $c = 18.0$

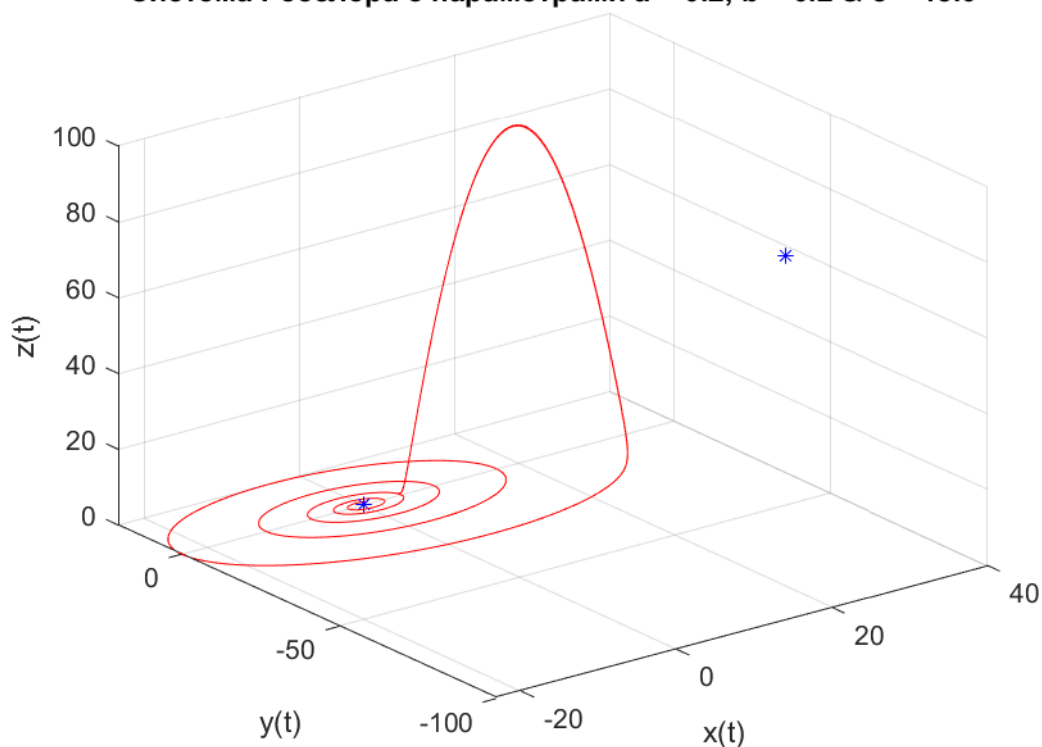
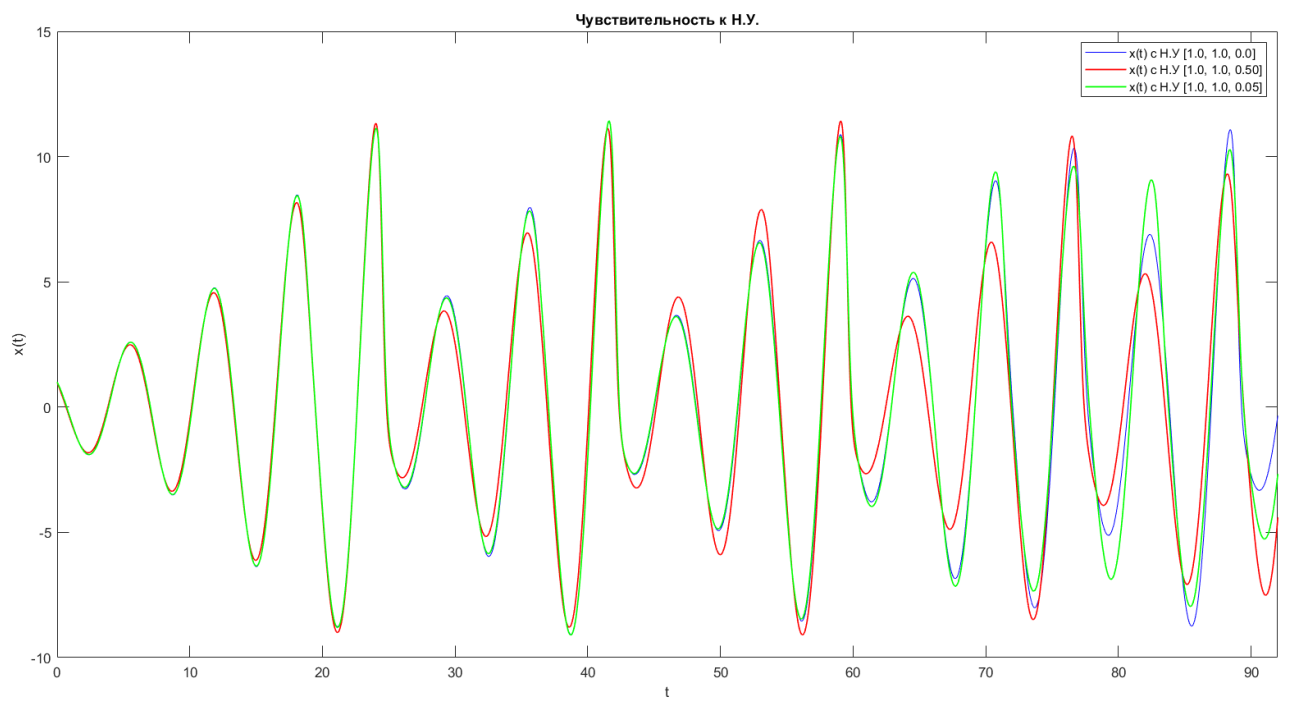


Рисунок 6 - Пример аттрактора Ресслера

Для демонстрации странности аттрактора был проведен эксперимент, показывающий чувствительность системы Ресслера к изменению начальных условий. Результатом проведенного эксперимента являются графики трех переходных процессов построенных при малом отличии начальных условий (см. рис. 7). Видно что эволюция системы происходит по отличающимся друг от друга траекториям, причем чем больше отличие начальных условий тем быстрее становятся заметны отличия эволюции.



*Рисунок 7 - Переходные процессы при малом отличии начальных условий*