МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра КСУ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 2

по дисциплине «Математическое моделирование объектов и систем управления»

Тема: МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Вариант 5

Студенты гр. 9492	__________________	Викторов А.Д. Керимов М.М.
Преподаватель	__________________	Шпекторов А.Г.

Санкт-Петербург

2023

Цель работы: изучить основные методы исследования линейных моделей, овладеть навыками приведения моделей к разным формам, освоить основные функции языка MATLAB из библиотеки Control System Toolbox.

Задание на лабораторную работу

Объект управления – корабль, движение которого рассматривается в горизонтальной плоскости. Управление обеспечивается с помощью вертикального руля направления с учетом инерционности привода рулей. В качестве математической модели процесса стабилизации на заданном курсе рассматривается система обыкновенных линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = a_{11}\beta + a_{12}\omega + b_1\delta \\ \dot{\omega} = a_{21}\beta + a_{22}\omega + b_2\delta \\ \dot{\varphi} = \omega \\ \dot{\delta} = u \end{cases}$$

где β – угол дрейфа; ω_y – угловая скорость по рысканию; φ – угол рыскания; δ – угол отклонения руля; u – управляющий сигнал. Значения параметров: $a_{11} = -0.159$, $a_{12} = 0.267$, $b_1 = -0.0215$, $a_{21} = 0.103$, $a_{22} = -0.188$, $b_2 = -0.0213$.

Содержание работы:

1. Сформировать управление в виде $u = k_1\beta + k_2\omega + k_3(\varphi - z) + k_4\delta$.

2. Аналитически (формулой) найти такое значение постоянного командного сигнала z, который обеспечит для замкнутой системы равенство $\lim\limits_{t \to \infty} \varphi(t) = \varphi_0$, где φ_0 – заданное число.

3. Задать коэффициенты закона управления $k_1 = 10$, $k_2 = 20$, $k_3 = 5$, $k_4 = -1$ и сформировать LTI-объект, соответствующий математической модели замкнутой системы, причем его входом считать переменную z, а выходом – переменную φ.

4. Найти передаточную функцию полученного объекта от входа к выходу.

5. Определить основные параметры переходной характеристики (время нарастания и пр.)

Ход работы

В качестве математической модели процесса стабилизации на заданном курсе рассматривается система обыкновенных линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = a_{11}\beta + a_{12}\omega + b_1\delta \\ \dot{\omega} = a_{21}\beta + a_{22}\omega + b_2\delta \\ \dot{\varphi} = \omega \\ \dot{\delta} = u \end{cases} \tag{1.1}$$

где β – угол дрейфа, ω – угловая скорость по рысканью, φ – угол рысканья, δ – угол отклонения руля, u – управляющий сигнал.

Для формирования модели объекта в Matlab опишем его в пространстве состояний следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & b_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta \\ \omega \\ \varphi \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times [u] \tag{1.2}$$

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \omega \\ \varphi \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \beta \\ \omega \\ \varphi \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times [u] \tag{1.3}$$

Закон управления сформирован в следующем виде:

$$u = k_1\beta + k_2\omega + k_3(\varphi - z) + k_4\delta \tag{1.4}$$

1. Подстановка закона управления в уравнения системы.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = a_{11}\beta + a_{12}\omega + b_1\delta \\ \dot{\omega} = a_{21}\beta + a_{22}\omega + b_2\delta \\ \dot{\varphi} = \omega \\ \dot{\delta} = u \end{cases}$$

$$u = k_1\beta + k_2\omega + k_3(\varphi_0 - z) + k_4\delta$$

$$\begin{cases} a_{11}\beta + a_{12}\omega + b_1\delta = 0 \\ a_{21}\beta + a_{22}\omega + b_2\delta = 0 \\ \omega = 0 \\ k_1\beta + k_2\omega + k_3\varphi + k_4\delta = k_3 z \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & b_1 & 0 \\ a_{21} & b_2 & 0 \\ k_1 & k_4 & k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta \\ \delta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_3 z \end{bmatrix}$$

2. Расчет командной поправки z.

$$\varphi = \frac{a_{11}b_2k_3z - b_1a_{21}k_3z}{a_{11}b_2k_2 - b_1a_{21}k_3}$$

$$a_{11}b_2k_3z - b_1a_{21}k_3z = a_{11}b_2k_2 - b_1a_{21}k_3 \cdot \varphi$$

$$k_3z(a_{11}b_2 - b_1a_{21}) = a_{11}b_2k_2 - b_1a_{21}k_3 \cdot \varphi$$

$$k_3z = \frac{a_{11}b_2k_2 - b_1a_{21}k_3}{a_{11}b_2 - b_1a_{21}} \cdot \varphi_0$$

$$z = \varphi_0$$

3. С помощью кода в Matlab сформируем модель объекта (sys_ob) и регулятора (sys_reg), для создания модели в пространстве состояний будем использовать функцию **ss**. Код представлен в листинге 1, полный код программы представлен в приложении 1.

Листинг 1.

```
clc, clear
a11 = -0.159;
a12 = 0.267;
a21 = 0.103;
a22 = -0.188;
b1 = -0.0215;
b2 = -0.0213;
k1 = 10; k2 = 20; k3 = 5; k4 = -1;
k = [k1, k2, k3, k4];
phi_0 = 10;
phi = phi_0;
% object
Ao = [a11   a12   0     b1;
      a21   a22   0     b2;
      0     1     0     0;
      0     0     0     0];

Bo = [  0;
        0;
        0;
        1];

Co = [  1 0 0 0;
        0 1 0 0;
        0 0 1 0;
        0 0 0 1];

Do = [  0;
        0;
        0;
        0];
```

```
sys_ob = ss(Ao, Bo, Co, Do)

% regulator
sys_reg = ss(k)

% closed loop system
sys = lft(sys_ob,sys_reg);

C_sys = [0 0 1 0];
D_sys = 0;
B_sys = [  0;
           0;
           0;
           -k3];
set(sys, 'C', C_sys);
set(sys, 'D', D_sys);
set(sys, 'B', B_sys);
```

С помощью функции **lft** объединяем модели объекта и регулятора для получения замкнутой системы. С помощью функции **set** устанавливаем значения матриц C, B и D таким образом, чтобы у получившейся замкнутой системы выходом был параметр φ, а входом *z*.

Результатом выполнения кода стало создание объекта (sys), описанного в пространстве состояний с помощью следующих матриц:

```
sys =

  A =
            x1        x2        x3        x4
   x1   -0.159     0.267         0   -0.0215
   x2    0.103    -0.188         0   -0.0213
   x3        0         1         0         0
   x4       10        20         5        -1

  B =
        u1
   x1    0
   x2    0
   x3    0
   x4   -5

  C =
        x1  x2  x3  x4
   y1    0   0   1   0

  D =
        u1
   y1    0
```

4. Для получения передаточной функции от входа к выходу необходимо перевести модели полученного в пространстве состояний объекта sys в форму передаточной функции. Реализация этого перехода осуществляется помощью функции **tf**. Результатом перехода становится вывод в командное окно передаточных функций от всех входов ко всем выходам (в нашем случае одной). Результат представлен на рисунке 1.

```
H_sys =

                 0.1065 s + 0.02801
  -------------------------------------------------
  s^4 + 1.347 s^3 + 0.9904 s^2 + 0.3182 s + 0.02801
```

Рисунок 1 - Вывод передаточной функции

Для проверки корректности составления моделей объекта и регулятора построим переходную характеристику с воздействием, рассчитанным по закону управления для отклонения на выходе в 10 градусов. Для этого используем встроенную функцию **step** с дополнительным аргументом. Результат моделирования представлен на рисунке 2, код для реализации моделирования представлен в приложении 1. Как видно из графика переходного процесса модели объекта и регулятора составлены верно и система отрабатывает корректно.

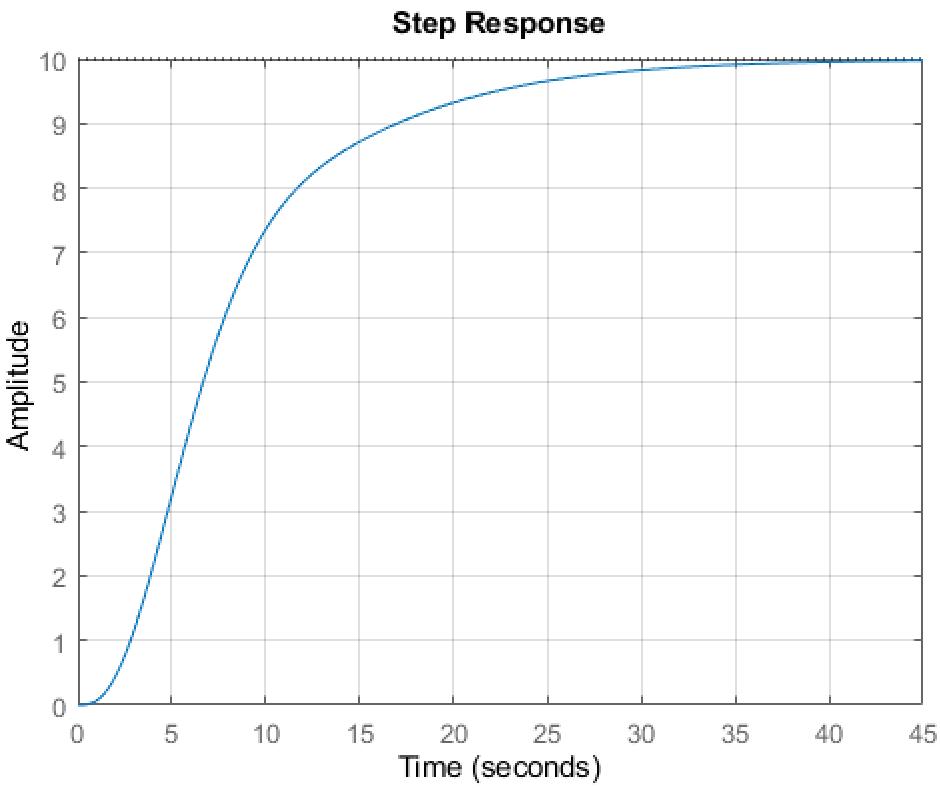

Рисунок 2 - Переходная характеристика замкнутой системы.

5. Для определения основных параметров переходной характеристики воспользуемся функцией **ltiview**. Результатом работы этой функции является график переходного процесса, на котором можно вывести его основные показатели. График переходного процесса показан на рисунке 3. Значения характеристик переходного процесса:

- Время нарастания: $t_н = 14.2$ с
- Время установления (5% хар-ка): $t_у = 28.9$ с
- Установившееся значение выходной величины: $\varphi = 1$

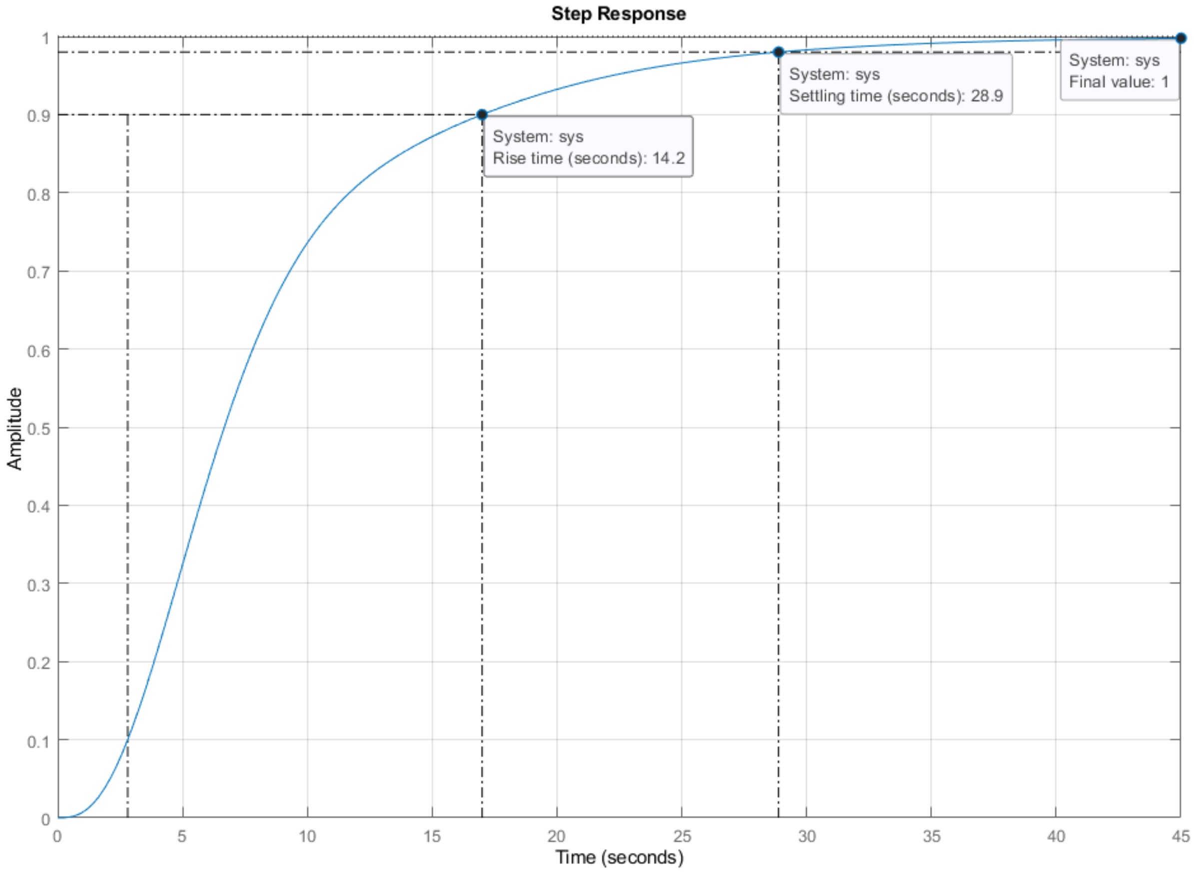

Рисунок 3 - График переходного процесса с основными характеристиками.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены основные методы исследования линейных моделей, приобретены навыки приведения моделей к разным формам, освоены основные функции языка MATLAB из библиотеки Control System Toolbox.

Приложение 1

```
clc, clear
a11 = -0.159;
a12 = 0.267;
a21 = 0.103;
a22 = -0.188;
b1 = -0.0215;
b2 = -0.0213;
k1 = 10; k2 = 20; k3 = 5; k4 = -1;
k = [k1, k2, k3, k4];
phi_0 = 10;
phi = phi_0;
%x = [  beta;
%       omega,
%       phi
%       delta];

% object
Ao = [a11   a12   0     b1;
      a21   a22   0     b2;
      0     1     0     0;
      0     0     0     0];

Bo = [  0;
        0;
        0;
        1];

Co = [  1 0 0 0;
        0 1 0 0;
        0 0 1 0;
        0 0 0 1];

Do = [  0;
        0;
        0;
        0];

sys_ob = ss(Ao, Bo, Co, Do)
```

```
% regulator
sys_reg = ss(k)


% closed loop system
sys = lft(sys_ob,sys_reg);

C_sys = [0 0 1 0];
D_sys = 0;
B_sys = [  0;
           0;
           0;
           -k3];
set(sys, 'C', C_sys);
set(sys, 'D', D_sys);
set(sys, 'B', B_sys);
H_sys = tf(sys)

% modeling

s = stepinfo(sys);
s.RiseTime  % время нарастания
s.SettlingTime  % время установления
s.Peak  % установившееся значение
```