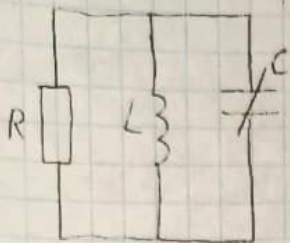


18

а) с нелинейной ёмкостью при включении резистора параллельно катушке индуктивности.



Нелинейная характеристика:  $U = U(q)$

$$I_c = \frac{dq}{dt} \quad U_R = U_L = U_C = U(q)$$

$$I_R = \frac{U(q)}{R} \quad U(q) = U_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt} \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{U(q)}{L}$$

$$I_R + I_L + I_C = 0 \Rightarrow \frac{U(q)}{R} + I_L + \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\left( \frac{U(q)}{R} + I_L + \frac{dq}{dt} \right)' = \frac{dq}{dt} \cdot U'(q) \cdot \frac{1}{R} + \frac{dI_L}{dt} + \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{dq}{dt} \cdot U'(q) \cdot \frac{1}{R} + \frac{U(q)}{L} = 0 \quad \frac{U(q)}{L}$$

$$\ddot{q} + \frac{U'(q)}{R} \dot{q} + \frac{U(q)}{L} = 0$$

Нелинейный диссипативный осциллятор:

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + f(x) = 0$$

$$\int \frac{U'(q)}{R} = \gamma; \quad \frac{U(q)}{L} = f(q) \Rightarrow \ddot{q} + \gamma \dot{q} + f(q) = 0$$

полученное уравнение соответствует уравнению нелинейного диссипативного осциллятора.

$\gamma$  - параметр диссипации.

Перейдем к системе д.у. 1-го порядка:



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\gamma x_1 - f(x_1) \end{cases}$$

Заменим  $f(x_1) \approx x_1 \cdot g(x_1)$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -g(x_1) & -\gamma \end{bmatrix}$$

$$\lambda^2 + \gamma\lambda + g(x_1) = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4g(x_1)}}{2}$$

1)  $\gamma = 0$ ;  $D < 0$ ;  $\lambda_{1,2} = \frac{\sqrt{-4g(x_1)}}{2}$  - в нашей системе такого случая нет; т.к.

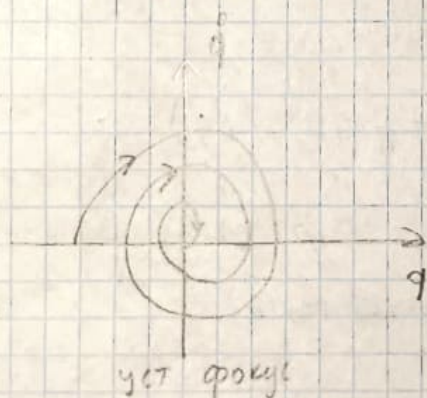
$$2) \gamma^2 < 4g(x_1)$$

$$\gamma = \frac{U'(q)}{R}; \text{ а } R \neq 0 \Rightarrow \Rightarrow \gamma \neq 0.$$

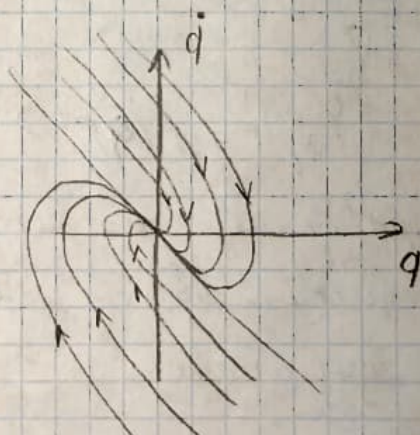
$\lambda_{1,2} = -Re \pm iIm$  - уст. фокус.

$$3) \gamma^2 = 4g(x_1), \lambda_{1,2} = -\frac{\gamma}{2} - \text{уст. узел.}$$

$$4) \gamma^2 > 4g(x_1); \text{ уст. узел. } \lambda_{1,2} < 0$$



уст. фокус



уст. узел

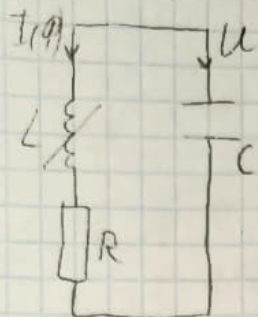
$$\gamma > 2\sqrt{g(x_1)}$$

сильная диссипация

$2\sqrt{g(x_1)} \gamma > 0$   
слабая диссипация



д) с нелинейной индуктивностью при последовательном включении сопротивлений



$$\bar{I}(\varphi) = \bar{I}_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{I(\varphi)}{C}$$

$$U_L + U_R + U_C = 0 \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} + I(\varphi) \cdot R + U_C = 0$$

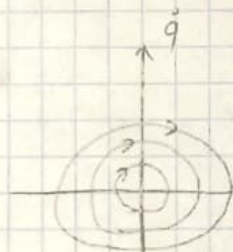
$$\left( \frac{d\varphi}{dt} + I(\varphi) \cdot R + U_C \right)' = \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{d\varphi}{dt} \cdot I'(\varphi) \cdot R + \frac{dU_C}{dt} = 0$$

$$\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} \cdot I'(\varphi) R + \frac{I(\varphi)}{C} = 0$$

$$I'(\varphi) R = \gamma$$

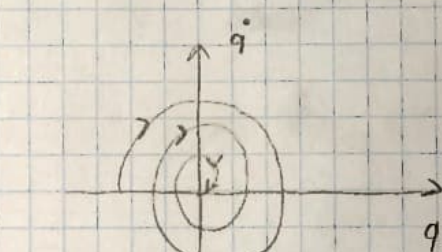
$$\frac{I(\varphi)}{C} = f(\varphi)$$

уравнение нелинейного диссипативного осциллятора.



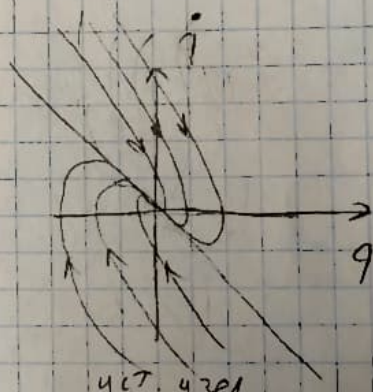
центр.

$$\gamma = 0$$



уст. фокус

$2\sqrt{\frac{C}{L}} > \gamma > 0$  (слабая диссипация)



уст. узел

сильная диссипация

$$\gamma > 2\sqrt{\frac{C}{L}}$$