

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра САУ**

**ОТЧЕТ**  
**по Индивидуальному домашнему заданию**  
**по дисциплине «Современные методы теории управления»**  
**Тема: СИНТЕЗ РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА МЕТОДОМ  $H_\infty$**   
**Вариант 1**

Студент гр. 9492

Викторов А.Д.

Преподаватель

Стоцкая А.Д.

Санкт-Петербург

2023

## 1. Расчет нормы Харди для объекта управления

Передаточная функция для объекта управления имеет вид (1.1).

$$W(s) = \frac{6s + 10}{(s + 5)(s^2 + 4s + 30)}. \quad (1.1)$$

Норма Харди для передаточной функции вычисляется как (1.2).

$$\|F\|_{H\infty} = \sup |W(j\omega)| \quad (1.2)$$

где  $W$  – передаточная функция системы,  $\sup |W(j\omega)|$  – супремум частотной передаточной функции или точная верхняя граница частотной ПФ.

Модуль ЧПФ вычисляется как (1.3).

$$|W(j\omega)| = W(j\omega) * W(-j\omega) \quad (1.3)$$

Для нахождения модуля ЧПФ был использован следующий скрипт:

```
clc, clear
syms w s
W = (6*s + 10) / (s+5) / (s^2 + 4*s + 30);
W1 = subs(W, s, 1i*w);
W2 = subs(W, s, -1i*w);
W_abs = simplify(W1*W2)
```

В результате получим модуль ЧПФ (1.4).

$$|W(j\omega)| = \frac{36\omega^2 + 100}{-\omega^6 + 19\omega^4 + 200\omega^2 - 22500} \quad (1.4)$$

Результат работы программы изображен на рисунке 1.1.

ЧПФ имеет экстремумы в точках -9.63, 0, 9.63.

Норма Харди равняется 0.0005293.

$$\|F\|_{H\infty} = \sup |W(j\omega)| = \begin{cases} \frac{1}{255}, & \omega = 0 \\ 0, & \omega = \infty \end{cases} \Rightarrow \|F\|_{H\infty} = \frac{1}{255}$$

## 2 Нахождение весовых функций

Структурная схема системы представлена на рисунке 2.1.

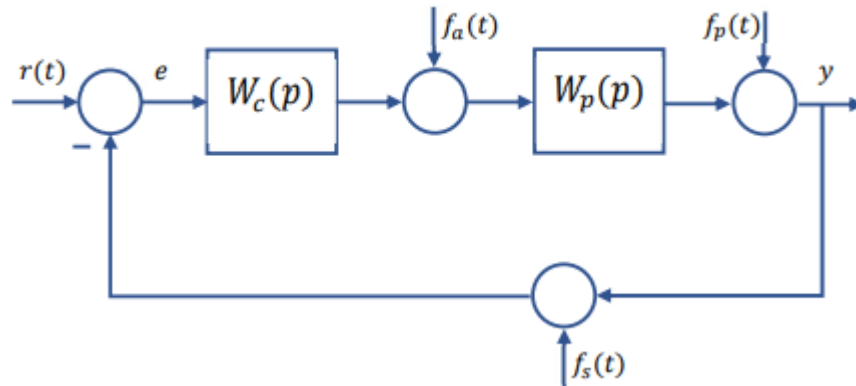


Рисунок 2.1 – Структурная схема исходной системы

Для системы заданы следующие воздействия:

$$r(t) = 0.5$$

$$f_a(t) = A \sin(\omega t), \quad A < 0.1, \quad \omega < 0.5.$$

$$f_p(t) = A, \quad A < 0.5$$

Требуется обеспечить:

$$t_p < 1 \text{ с}$$

$$\sigma = 0\%$$

$$|e_r^\infty| = 0$$

$$|e_a^\infty| < 0.02$$

$$|e_p^\infty| < 0.1$$

### 2.1 Расчет функции чувствительности S

1. Для обеспечения нулевой ошибки  $|e_r^\infty| = 0$  по задающему воздействию  $r(t)$  система должна иметь первый порядок астатизма, следовательно,  $\nu = 1$ ;

2. Определим ограничения функции чувствительности в зависимости от постоянного возмещения  $f_p(t) = A$ . По теореме о конечном значении получим (2.1).

$$|e_p^\infty| = \lim_{t \rightarrow \infty} e_p(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s * S(s) * e_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s * s * S(0) * \frac{A}{s} *$$

$$\frac{W_p(0)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} S(0) * A * W_p(0) = \lim_{s \rightarrow 0} S(0) * 0.14286 < 0.1 \rightarrow$$

$$S(0) < 0.7 \quad \omega_c \geq \frac{1}{S(0)} = \frac{1}{0.7} = 1.43 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$
(2.1)

3. Для обеспечения требования  $|e_a^\infty| < 0.02$  значение ЛАХ на частоте  $\omega_a = 0.5$  должно составлять  $S(j\omega_a) = 20 \log_{10} \frac{|e_a^\infty|}{A_a} = -14$  Дб. Выберем наклон ЛАХ функции чувствительности S равный +40 дб/дек.

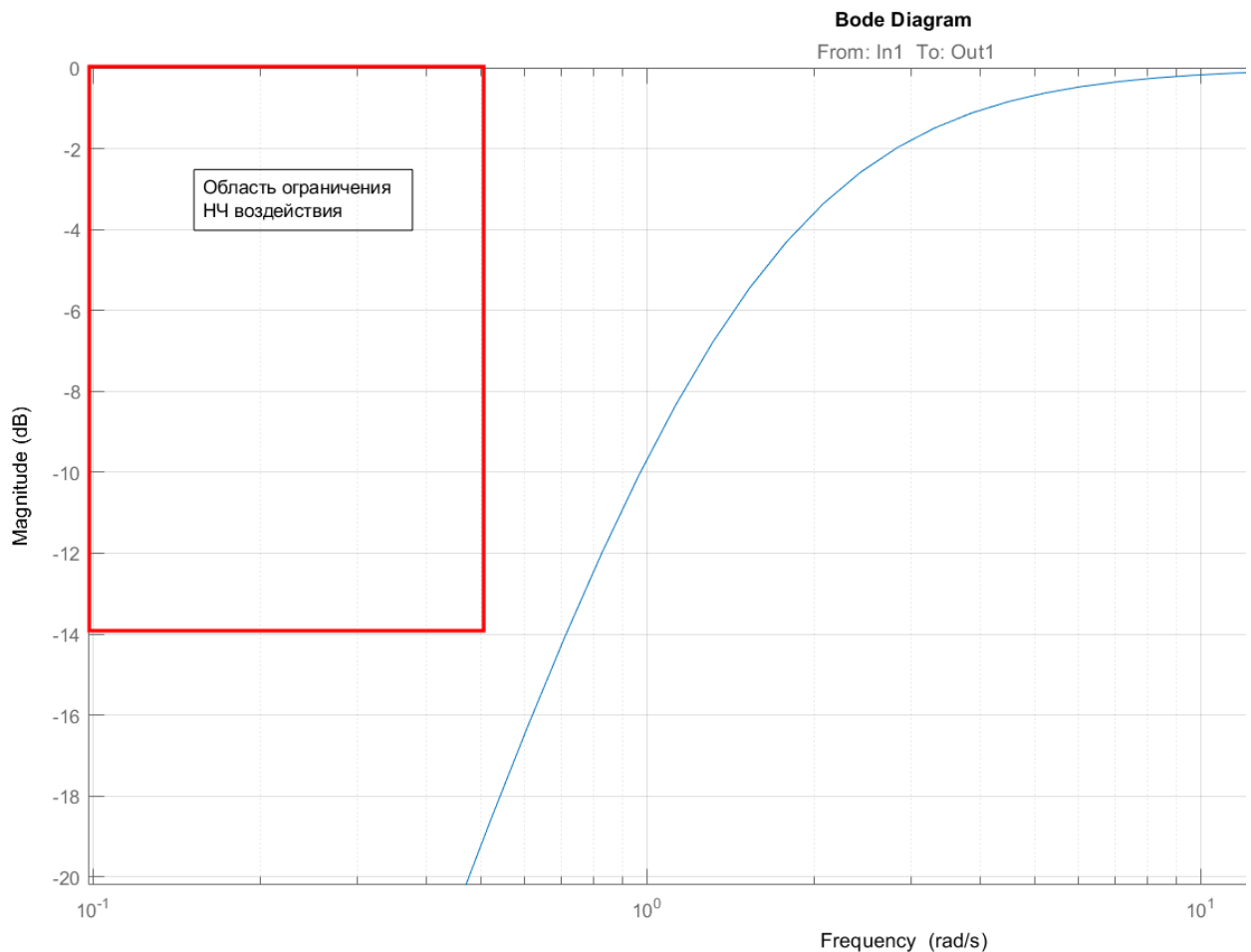


Рисунок 2.1 – ЛАХ функции чувствительность S

ПФ функции чувствительности зададим как (2.2).

$$S(s) = \frac{\left(\frac{1}{\omega_c} s\right)^2}{\left(\frac{1}{\omega_c} s + 1\right)^2} = \frac{0.49s^2}{(0.7s + 1)(0.7s + 1)} \quad (2.2)$$

## 2.2 Расчет функции дополнительной чувствительности T

В данном случае функция дополнительной чувствительности T определяется исходя из требований к времени регулирования  $t_p < 1$  с, следовательно, частота среза  $\omega_c \geq \frac{3}{t_r} = \frac{3}{1} = 3$  рад/с.

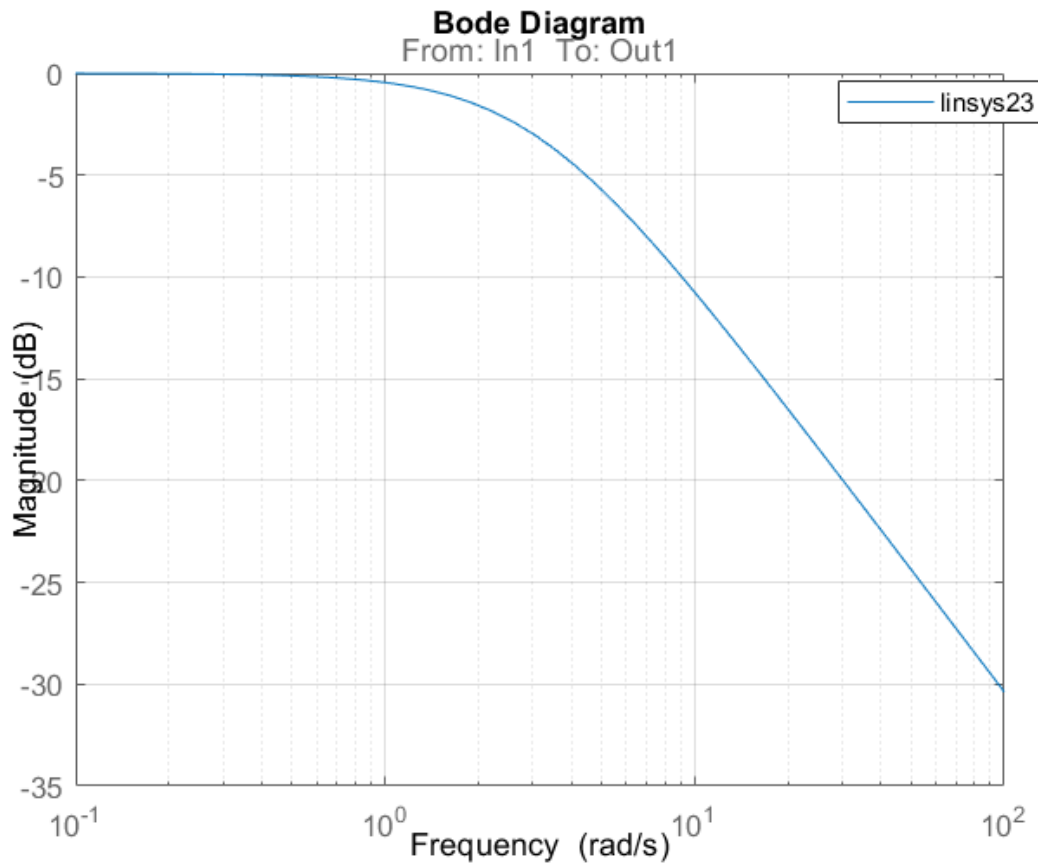


Рисунок 2.2 – ЛАХ функции дополнительной чувствительности T

Функция дополнительной чувствительности T будет иметь вид (2.3).

$$S(s) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_c} s + 1} = \frac{1}{0.33s + 1} \quad (2.3)$$

## 2.3 Весовые функции

Весовые функции вычисляются по формулам (2.4):

$$\begin{aligned} W_1(s) &= S(s)^{-1}, W_2(s) = T(s)^{-1}, \\ W_1(s) &= S(s)^{-1} = \frac{0.49s^2 + 2 \cdot 0.7s + 1}{0.343s^2 + 0.49 + 0.7}, \\ W_2(s) &= T(s)^{-1} = 0.33s + 1. \end{aligned} \tag{2.4}$$

### 3. Синтез и моделирование робастного регуляторы

ПФ объекта управления имеет вид (1.1). Для данного объекта заданы следующие возможные отклонения:

$$b_1 = 6 - 20\% + 30\%$$

$$b_2 = 10 - 30\% + 15\%$$

#### 3.1 Исследование возможных отклонений

Запишем ПФ неопределённости, как (3.1).

$$W_u = \frac{W_p}{W_{pn}} - 1, \quad (3.1)$$

где  $W_p$  – передаточная функция реального объекта (с отклонениями параметров),  $W_{pn}$  – передаточная функция реального объекта.

ЛАХ неопределенностей должны лежать ниже весовой функции  $W_2(s)$ . Если это условие не выполнено, то весовую функцию необходимо изменить.

Построим ЛАХ неопределённости при различных отклонениях  $b_1$  и  $b_2$ .

```
b1=6;
b2=10;
a1=5;
a2=4;
a3=30;
W2=tf([0.33 1],[1]);
Wp_num=[b1 b2];
Wp_den=conv([1 a1],[1 a2 a3]);
Wpn=tf(Wp_num,Wp_den);
figure
set(0,'DefaultAxesFontSize',14,'DefaultAxesFontName','Times New Roman');
set(gcf,'Color',[1 1 1]);
bodemag(W2);
hold on;
grid on;
leg=["W2(s)"];
for i=-20:10:30
    for j=-30:5:15
        Wp_num=[b1*(i/100 + 1) b2*(j/100 + 1)];
        Wp=tf(Wp_num,Wp_den);
        W_delta=(Wp/Wpn)-1;
        bodemag(W_delta);
        leg=[leg "Отклонение b1 на " + i + "%, b2 на " + j + "%"];
    end
end
legend(leg);
```

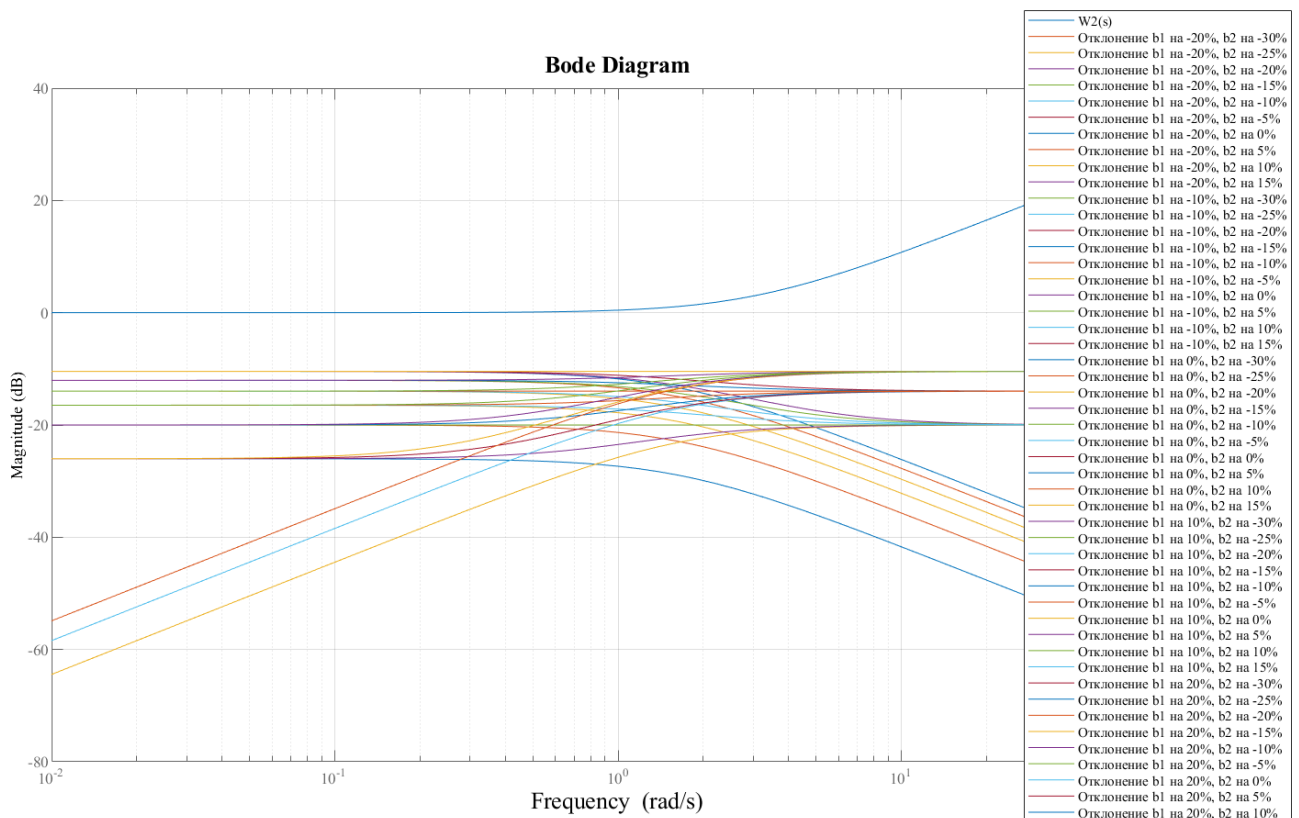


Рисунок 3.1 – ЛАХ неопределённости при различных отклонениях параметров

Как видно из рисунка 3.1 при всех возможных заданных отклонениях параметров ЛАХ неопределённости лежат ниже ЛАХ весовой функции  $W_2(s)$ , следовательно, ее можно применять для дальнейшего синтеза робастного регулятора.

### 3.1 Синтез робастного регулятора

Для синтеза регулятора создадим модель в Simulink.

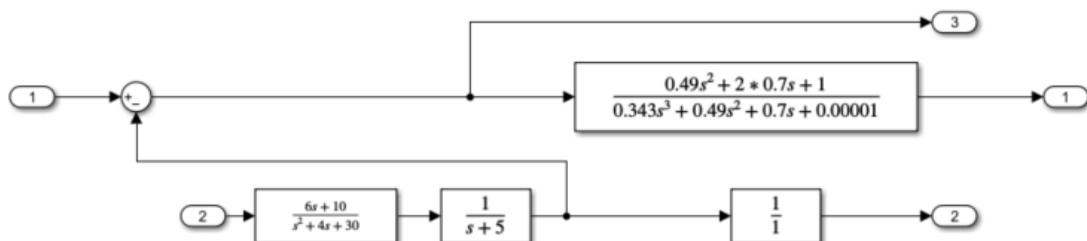


Рисунок 3.2 – Модель для синтеза регулятора



Сместим нулевой полюс функции  $W_1$  от начала координат, т.к. функция синтеза не умеет работать с нулевыми полюсами. Для синтеза робастного регулятора воспользуемся функцией *hinflmi*.

```
clc, clear, close all
[A, B, C, D] = linmod('wieght_functions')
sys = ltisys(A, B, C, D)
sys = sderiv(sys, 2, [0.33 1])
[gopt,K] = hinflmi(sys, [1 1])
[num, denum] = ltitf(K)
```

Результат работы программы отображен на рисунке 3.3.

```
Result: feasible solution of required accuracy
best objective value:      1.118402
guaranteed relative accuracy: 9.50e-03
f-radius saturation: 3.508% of R = 1.00e+08

Optimal Hinf performance: 1.111e+00
```

Рисунок 3.3 – Результат синтеза робастного регулятора

В результате синтеза был получен регулятор 5-го порядка, показатель качества которого равен 1.111, так как он близок к единице, то результат синтеза является удовлетворительным.

### 3.3 Моделирование системы с регулятором

Для проверки корректности работы полученного регулятора была составлена модель в Simulink с учетом НЧ возмущения и постоянного возмущения в выходной переменной, для дополнительной коррекции с целью уменьшения времени переходного процесса был добавлен П-регулятор с коэффициентом усиления  $k_p = 2$ .

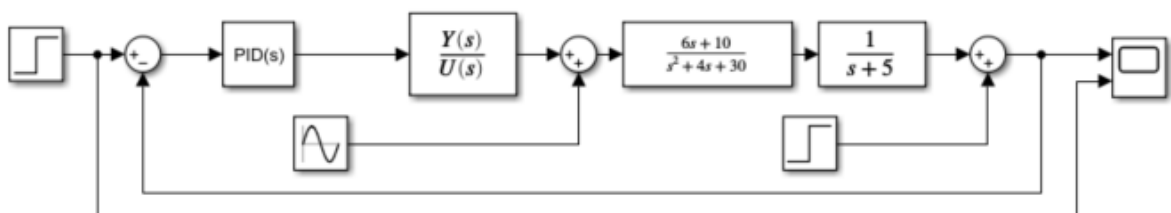


Рисунок 3.4 Система с регулятором

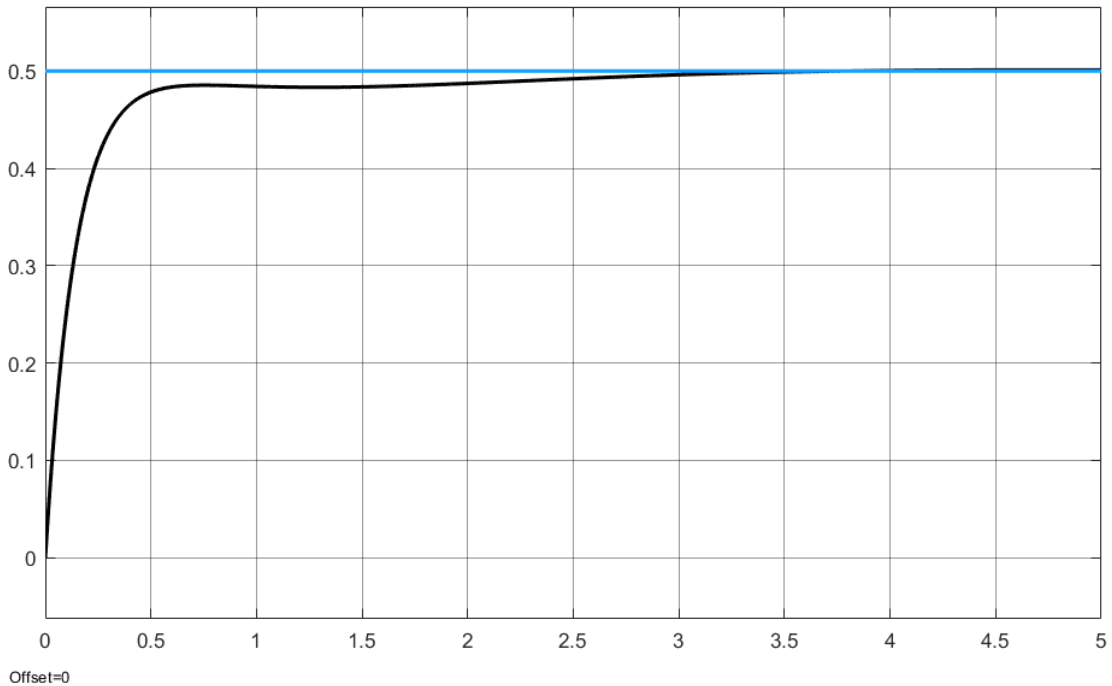


Рисунок 3.5 – Переходные процессы в системе без возмущений

Как видно из рисунка 3.5 в системе без приложенных возмущений и отклонений выполняются требования как по времени регулирования, так и по перерегулированию.

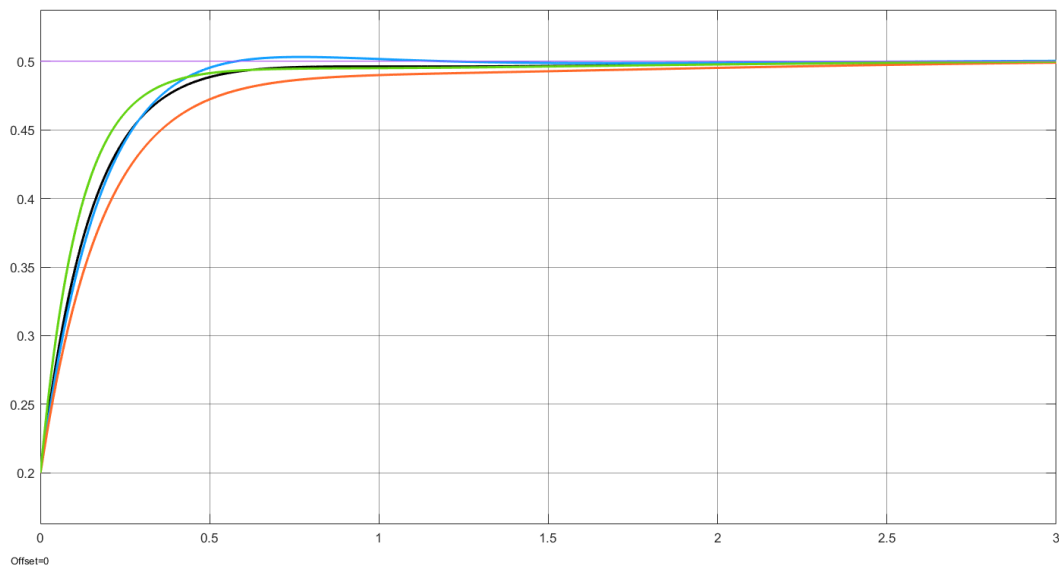


Рисунок 3.6 – Переходные процессы в системе с постоянным и низкочастотным возмущениями при неопределенностях параметров системы

Как видно из рисунка 3.6 при приложении возмущений статическая ошибка равняется нулю, также выполняются требования к быстродействию,

однако при определенной комбинации параметров системы возникает незначительное перерегулирование.

### **Вывод**

В результате выполнения работы был создан регулятор, который обеспечивает системе следующие характеристики:

1. Нулевая статическая ошибка по постоянному задающему и постоянному возмущающему воздействиям.
2. Малая ( $<0.02$ ) ошибка по низкочастотному возмущающему воздействию.
3. Удовлетворяет требованию по быстродействию при любых заданных отклонениях параметров ОУ и наличии возмущений. Максимальное время регулирования составляет 1 секунду.
4. Нулевое перерегулирование при всех допустимых вариациях параметров системы кроме случая отклонения  $b_1$  на  $-20\%$  и  $b_2$  на  $+15\%$ . (Перерегулирование в этом случае  $<1\%$ , что является допустимым при таких отклонениях);

Согласно полученным результатам синтезированный регулятор может обеспечивать требуемые показатели качества при заданной вариации параметров ОУ и наличии возмущающих воздействий, следовательно, регулятор является робастным для данной системы.