МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра КСУ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 4

по дисциплине «Проектирование оптимальных систем уравнений»

Тема: ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ. ЭКОНОМИЯ УПРАВЛЕНИЯ

		Викторов А.Д.
		Керимов М.М.
Студенты гр. 9492	____________________	Чернов Д.С.
Преподаватель	____________________	Калимов Д.В.

Санкт-Петербург

2024

Цель работы: ознакомиться с принципом максимума Понтрягина, исследовать задачу экономии управления на основе данного принципа, освоить аналитические и численные методы поиска оптимального управления.

Исходные данные

Граничные значения состояний объекта управления: $x_1(0)=1, x_2(0)=0, x_1(3)=0, x_2(3)=0$

Таблица 1. Исходные данные к заданию

Вариант	Объект управления
1	$\frac{dx_1}{dt}=-x_2$ $\frac{dx_2}{dt}=-2x_2+u$

Аналитическое решение задачи

Общий вид:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = A_{11} * x_1 + A_{12} * x_2 + B_1 u \\ \dot{x_2} = A_{21} * x_1 + A_{22} * x_2 + B_2 u \end{cases}$$

Гамильтониан:

$$H = \sum F_i \psi_i - J(x,u)$$

$$H = \psi_1(A_{11} * x_1 + A_{12} * x_2 + B_1 u) + \psi_2(A_{21} * x_1 + A_{22} * x_2 + B_2 u) - u^2$$

Зависимость оптимального управления от переменных сопряженной системы уравнений:

$$\frac{dH}{du}_{u=u_0} = \psi_1 B_1 + \psi_2 B_2 - 2u_0 = 0$$

$$u_0 = \frac{1}{2}(\psi_1 B_1 + \psi_2 B_2)$$

Систему сопряженных уравнений:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{dH}{dx_1} = -\psi_1 A_{11} - \psi_2 A_{21}$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{dH}{dx_2} = -\psi_1 A_{12} - \psi_2 A_{22}$$

Итоговая система в общем виде:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = A_{11} * x_1 + A_{12} * x_2 + B_1 u \\ \dot{x_2} = A_{21} * x_1 + A_{22} * x_2 + B_2 u \\ \dot{\psi_1} = -\psi_1 A_{11} - \psi_2 A_{21} \\ \dot{\psi_2} = -\psi_1 A_{12} - \psi_2 A_{22} \end{cases}$$

Итоговая система:

$$\begin{cases} \dot{x_1} = -x_2 \\ \dot{x_2} = -2x_2 + u \\ \dot{\psi_1} = 0 \\ \dot{\psi_2} = \psi_1 + 2\psi_2 \end{cases}$$

Численное решение

В листинге 1 представлен основной код программы.

Листинг 1 – Основной код программы

```
clc,clear, close all;
global A B X_START X_END TIME_END
X_START = [1 0]; X_END = [0 0]; TIME_END = 3;
A = [0 1; 0 -2]; B = [0 1];
ks0 = [0 0];
fminsearch('calculate_error', ks0)
S = dsolve('Dx1=-x2', ...
           'Dx2 = -2*x2+0.5*ks1+0.5*ks2', ...
           'Dks1 = 0', ...
           'Dks2 = ks1+2*ks2', ...
           'x1(0) = 1', ...
           'x2(0) = 0', ...
           'x1(3) = 0', ...
           'x2(3) = 0');
S.x1, S.x2, S.ks1, S.ks2
```

В листинге 2 представлен код функции, рассчитывающей отклонение переменных состояния.

Листинг 2 – Функция расчета ошибки

```
function error = calculate_error(ks0)
global X_START X_END TIME_END
[t, x] = ode45('ode_fun', [0 TIME_END], [X_START ks0]);

error = [x(end, 1) - X_END(1), x(end, 2) - X_END(2)];
error = error(1)^2 + error(2)^2;

plot(t, [x calculate_u([x(:,3) x(:,4)])])
legend('x1', 'x2', 'ks1', 'ks2', 'u')
grid on; xlabel('t'); ylabel('x, ks, u');
pause(0.1)
end
```

В листинге 3 представлен код функции, реализующей систему дифференциальных уравнений.

Листинг 3 – Система дифференциальных уравнений

```
function dxdt = ode_fun(t, x)
global A B
u = calculate_u([x(3), x(4)]);
dxdt = [A(1,1)*x(1) + A(1,2)*x(2) + B(1)*u; ...
        A(2,1)*x(1) + A(2,2)*x(2) + B(2)*u; ...
        -A(1,1)*x(3) - A(2,1)*x(4); ...
        -A(1,2)*x(3) - A(2,2)*x(4)];
end
```

В листинге 4 представлен код функции, для расчета управляющего воздействия *u*.

Листинг 4 – Функция управляющего воздействия

```
function u = calculate_u(ks)
global B
u = 0.5*(ks(:,1).*B(1) + ks(:,2).*B(2));
end
```

На рисунке 1 представлен график переходных процессов и управляющего воздействия.

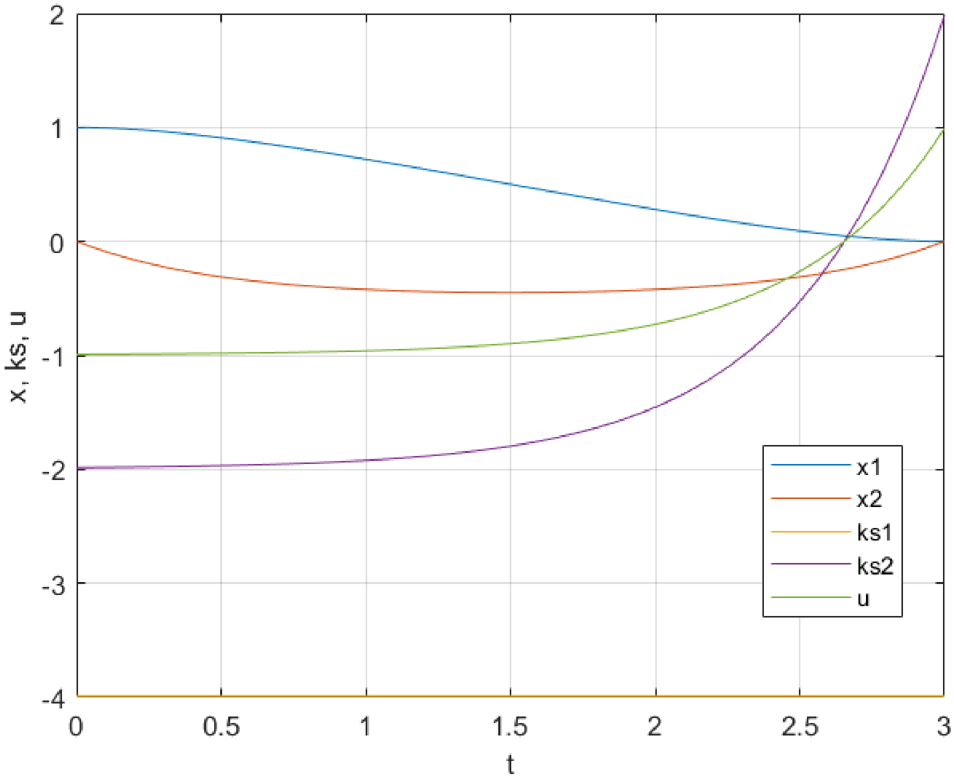

Figure 1 - График переходных процессов и управляющего воздействия

Полученные начальные значения: -3.9902   -1.9852

Аналитическое решение

Аналитическое решение, полученное с помощью функции dsolve:

x1 *= (3*exp(6) + 5)/(4*(exp(6) + 2)) + exp(2*t)/(4*(exp(6) + 2)) - (exp(-2*t)*exp(6))/(4*(exp(6) + 2)) - (4*(t/8 - 1/8)*(exp(6) + 1))/(exp(6) + 2)*

x2 *= (exp(6) + 1)/(2*(exp(6) + 2)) - exp(2*t)/(2*(exp(6) + 2)) - (exp(-2*t)*exp(6))/(2*(exp(6) + 2))*

ksi1 *= (4*(exp(6) + 1))/(exp(6) + 2)*

ksi2 *= - (2*(exp(6) + 1))/(exp(6) + 2) - (4*exp(2*t))/(exp(6) + 2)*

График переходных процессов рассчитанных аналитически представлен на рисунке 2.

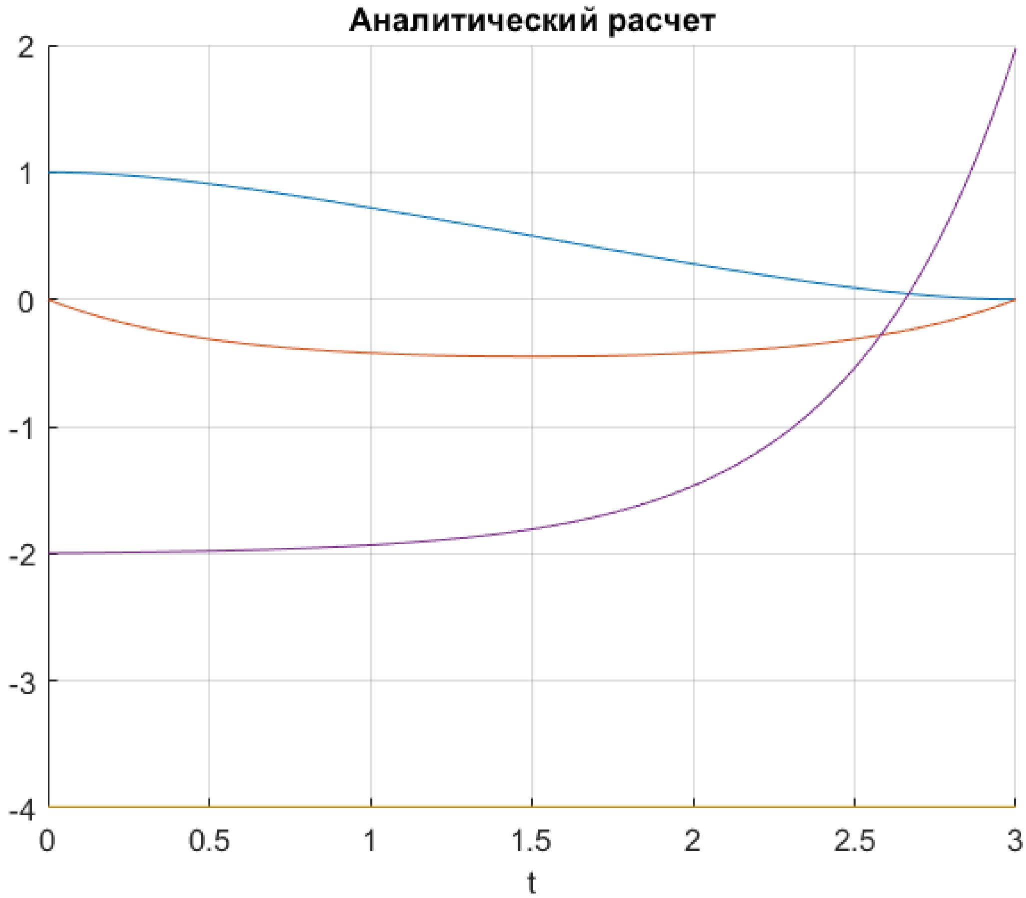

Figure 2 - Переходные процессы полученные аналитически

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы было найдено минимальное управляющее воздействие, обеспечивающее переход системы из одного стояния в другое за заданное время. При этом решение было получено численно, с помощью функций `fminsearch` и `ode45` и аналитически, при помощи функции `dsolve`.

При сравнении графиков приходных процессов было выявлено абсолютное сходство этих двух способов.