МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра КСУ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 1

по дисциплине «Математическое моделирование объектов и систем управления»

Тема: ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вариант 5

Студенты гр. 9492	__________________	Викторов А.Д. Керимов М.М.
Преподаватель	__________________	Шпекторов А.Г.

Санкт-Петербург

2023

Цель работы: освоить аналитические и машинные способы линеаризации динамических систем, проанализировать и оценить свойства динамических систем по линеаризованным моделям.

Ход работы

В качестве исследуемой модели, согласно варианту, возьмем модель, которая описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (СНДУ), записанной в форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2^2 + b_{11}u \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2^2 + b_{21}u \\ y = x_2 \end{cases} \tag{1.1}$$

В ходе выполнения работы необходимо осуществить линеаризацию модели в окрестности некоторой точки равновесия.

1. Построим модель динамической системы в среде SIMULINK в соответствии с исходными данными выше. Структурная схема представлена на рисунке 1:

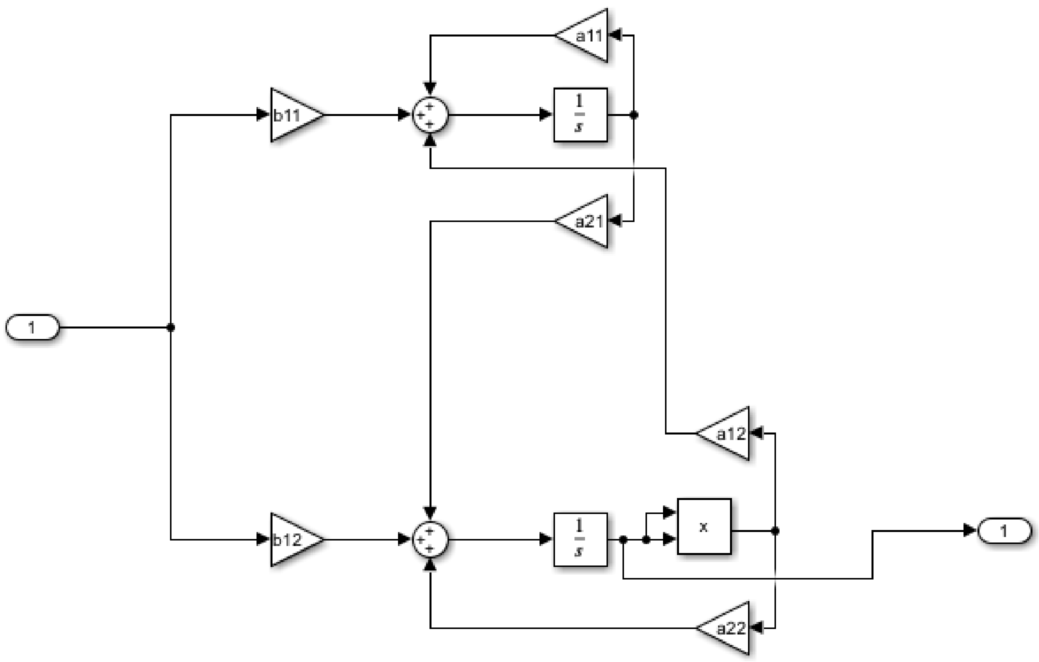

Рис.1. Структурная схема системы

В качестве входных и выходных сигналов использованы порты входа-выхода (см.рис.1) для того, чтобы появилась возможность использования функции trim.

2. Подберем коэффициенты системы таким образом, чтобы она оказалась устойчивой. Коэффициенты представлены в таблице 1:

Таблица 1

Коэффициенты	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b_{11}	b_{21}
Значения	-3.1122	-1.6565	-5.2853	-6.0198	2.6297	6.5408

3. Определим точку равновесия, используя функцию trim. Код программы представлен в листинге 1:

Листинг 1. Вызов функции trim.

```
clear, clc
sys = 'trim_model_lab_1';
a11 = -3.1122;
a12 = -1.6565;
a21 =  5.2853;
a22 = -6.0198;

b11 = 2.6297;
b12 = 6.5408;

x0 = [1;2];
u0 = 3;
y0 = 1;

[x,u,y,dx] = trim(sys, x0, u0, y0,[],[],[])
```

```
x =

    2.2571
    0.7429


u =

    4.0883


y =

    2.2571
```

Рис.2. Результат вызова функции trim

Проведем моделирование системы с входным воздействием, полученным в результате работы функции trim. Результат моделирования представлен на рисунке 3:

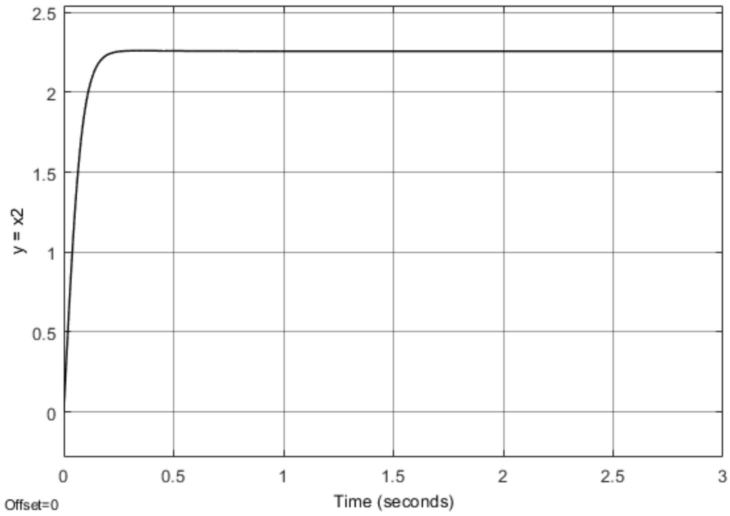

Рис.3. Результат моделирования системы при u = 4,0883.

Как видно из сравнения рисунков 2 и 3, график установившегося режима на рисунке 3 соответствует результату определения точки равновесия функцией trim.

4. Найдем линеаризованную модель системы аналитическим и машинным способом.

Аналитический способ.

Определим элементы матриц A, B, C и D:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} a_{11} & 2a_{12}x_2 \\ a_{21} & 2a_{22}x_2 \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} -3,1122 & 2\cdot(-1,6565)\cdot 2,2571 \\ -5,2853 & 2\cdot(-6,0198)\cdot 2,2571 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -3,1122 & -27,1743 \\ -5.2853 & -7,4777 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,6297 \\ 6,5408 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial g}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial u} \end{bmatrix}_{|x0,u0} = [0].$$

Машинный способ.

Воспользуемся функцией linmod для нахождения матриц линеаризованной системы в окрестности точки равновесия x1 = 0,7429; x2 = 2,2571; u = 4,0883, найденной ранее с помощью функции trim. Для этого введем строчку: `[a, b, c, d] = linmod(sys, x, u)`

Результат работы программы представлен на рисунке 4:

```
a =

  -27.1743    5.2853
   -7.4777   -3.1122


b =

    6.5408
    2.6297


c =

     1     0


d =

     0
```

Рис.4. Результат работы функции linmod.

Как видно из рисунка 4, машинный способ дает такой же результат, что и аналитический.

5. Определим точку равновесия, соответствующую заданным в пункте 3 входным воздействиям. Для этого применим функцию trim с фиксацией входного воздействия. Для нахождения линеаризованной модели по новой точке равновесия применим функцию linmod. Для нахождения собственных чисел системы используем функцию eig. Исходный код программы представлен в листинге 2:

Листинг 2. Исходный код программы для линеаризации модели при u = 4

```
clear, clc
sys = 'trim_model_lab_1';
a11 = -3.1122;
a12 = -1.6565;
a21 =  5.2853;
a22 = -6.0198;

b11 = 2.6297;
b12 = 6.5408;

x0 = [1;2];
u0 = 4;
y0 = 1;

[x,u,y,dx] = trim(sys, x0, u0, y0,[],[1],[])
[a,b,c,d] = linmod(sys, x, u)
eig(a)
```

В результате выполнения кода, представленного в листинге 2, мы получили матрицы A, B, C, и D, которые описывают новую линеаризованную модель нелинейной системы в окрестности точки, полученной с помощью функции trim с фиксацией величины входного воздействия u = 4. Собственные числа матрицы являются отрицательными вещественными числами ($\lambda_1 = -25{,}1015$ и $\lambda_1 = -4{,}89$), что говорит нам о монотонном переходном процессе. Это подтверждается графиком на рисунке 5.

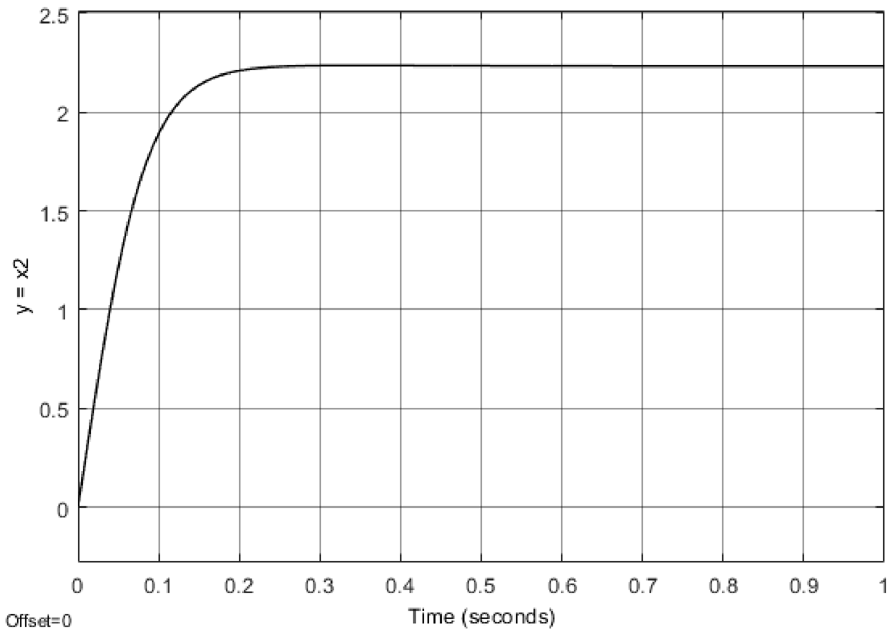

Рис.5. График переменной состояния при u = 4.

6. Чтобы найти все точки равновесия для заданного значения воздействия необходимо получить все решения системы алгебраических

уравнений. Для этого можно применить функцию solve, подставив в нее в качестве аргументов полученные в самом начале уравнения, в которые производные переменных состояния равны нулю. Для машинного расчета этих данных добавим к коду из листинга 2 следующие строчки:

```
syms x1 x2
s = solve (a11*x1 + a12*x2^2 + b11*u == 0, a21*x1 + a22*x2^2 + b12*u == 0);
X1 = s.x1
X2 = s.x2
```

При этом получаем следующие значения переменных состояния:

$x_1 = 0.4613$, $x_2 = -1.7786$

$x_1 = 0.4613$, $x_2 = 1.7786$

Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работы были освоены аналитические и машинные способы линеаризации динамических систем. Изучены такие функции программного пакета Matlab как trim и linmod, которые позволяют определить статический режим Simulink-модели и получить матрицы линеаризованной модели.