Рисунок 1.1 – Иллюстрация понятия системы

В дальнейшем будем рассматривать так называемые временные системы, функционирование которых – это процесс, разворачивающийся во времени, т.е. множества возможных входов и выходов $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{Y}$ – это множества функций времени со значениями соответственно во множествах U, Y:

$$\mathbf{U} = \{u : T \to U\}, \mathbf{Y} = \{y : T \to Y\}$$

где T – множество моментов времени, на котором рассматривается система.

Система называется функциональной (определенной), если каждой входной функции $u(t)$ соответствует единственная выходная функция $y(t)$. В противном случае система называется неопределенной. Неопределенность обычно возникает из-за неполноты информации о внешних условиях работы системы. Важным свойством, присущим реальным системам, является причинность. Она означает, что если входные функции $u_1(s)$ и $u_2(s)$ совпадают при $s \le t$, т.е. $u_1(s) = u_2(s)$ при $s \le t$, то соответствующие выходные функции удовлетворяют условию $y_1(t) = y_2(t)$, т.е. «настоящее не зависит от будущего при заданном прошлом».

Числовые величины, связанные с системой, делятся на переменные и параметры. Параметры - это величины, которые можно считать постоянными в промежутке времени рассмотрения системы. Остальные числовые величины являются переменными. Значения переменных и параметров определяют количественную информацию о системе. Оставшаяся информация, качественная, определяет структуру системы. Различие между переменными и параметрами, а также между параметрами и структурой может быть условным, однако знание о нем может быть полезным в методическом отношении. Так, типовым приемом построения математической модели системы является параметризация – выбор в качестве математическом модели семейства соотношений, зависящих от конечного (обычно небольшого) количества чисел - параметров.

На ранних этапах развития теории систем и кибернетики в 60 – 70-х гг. XX в., был популярен подходк рассмотрению системы как «черного ящика» (“black box”), когда существующая внутренняя структура системы игнорировалась, а структура и соответствующие параметры ее математической модели выбирались по результатам экспериментов с этой системой, исходя из наилучшей точности описания ее поведения. При отсутствии априорной информации о системе такой подход является единственно возможным. Однако при наличии априорной информации более предпочтителен и современен подход «серого ящика» (“grey box”), при котором структура модели задается из физических соображений, а цель экспериментов с объектом состоит в определении параметров модели.

Для простых систем, подобных уже упоминавшимся в примерах о материальной точке и участке электрической цепи, выбор структуры (например, в виде (1.1)) обычно не вызывает сомнений (если, конечно, нет необходимости учитывать дополнительные факторы, например распределенность массы и заряда, квантовые и релятивистские эффекты) и построение математической модели конкретной системы состоит в оценке единственного параметра k по результатам эксперимента.

Однако, если количество соотношений, описывающих систему, велико, может оказаться разумным учесть только небольшое число основных из них, а остальные задать в упрощенном виде или вообще пренебречь ими. При этом из эксперимента будут определены как параметры, так и (частично) структура, т.е. будет использовано сочетание подходов «серого ящика» и «черного ящика».

Что касается определенности (детерминизма) системы, то может оказаться, что ее нет даже после определения всех параметров математической модели, но неопределенность устраняется, если ввести в математическую модель системы некоторые дополнительные скрытые (латентные) параметры $a_1, a_2, \ldots, a_N$. Например, закон Ньютона не определяет однозначно движения точки: для этого требуется задать дополнительно два параметра – положение и скорость точки в какой-либо момент времени, например $a_0 = y(0), a_1 = dy/dt|_{t=0}$. В общем случае, формально, это означает, что выход модели задается некоторой функцией от входа системы и от набора скрытых параметров $a = \{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$, т.е.

$$y = R(u, a) \tag{1.2}$$

Набор a называется также глобальным состоянием системы, а функция R – глобальной реакцией системы.

В теории систем доказывается, что представление (1.2) всегда существует, если не накладывать ограничений на функцию реакции R. Однако для временных систем в этом результате мало смысла, так как представление (1.2) должно согласовываться с временной структурой системы, в частности сохранять ее причинность. Обеспечить нужное согласование при фиксированных параметрах и часто не представляется возможным.

Однако ничего страшного не произойдет, если разрешить скрытым параметрам изменяться во времени, т.е. стать переменными. Нужно только, чтобы зависимость скрытых параметров от времени поддавалась описанию, т.е. включалась в математическую модель системы. Таким образом, мы приходим к понятиям переменные состояния и моделей состояния, играющих важную роль в естествознании и технике.

Системы, допускающие описание в пространстве состояний, называются системами с памятью, или динамическими системами.

В заключение параграфа, отметим, что иногда при исследовании системы, не удается однозначно определить, какие из переменных, связывающих систему с внешним миром, являются входными: а какие – выходными. Например, если участок цепи рассматривается как часть сложной электрической или электронной схемы, то исследователь не может произвольно, по своему усмотрению, менять напряжение на участке. Эксперимент со схемой может состоять лишь в подаче и измерении сигналов на некоторых узлах схемы (так называемые «порты» или «терминалы»), причем входные и выходные порты могут меняться от эксперимента к эксперименту. Эти и другие соображения мотивировали появление более общего, так называемого бихевиористского подхода в теории систем, особенно удобного для изучения взаимосвязанных систем. Бихевиористская модель системы имеет вид m-арного отношения

$$S \subset W_1 \times W_2 \times \ldots W_m, \tag{1.3}$$

между явными (внешними) переменными сигналами $w_1, w_2, \ldots w_m$, среди которых могут быть как входные, так и выходные сигналы. Разумеется, в системе могут быть и патентные (скрытые) переменные.

Бихевиористские модели являются более общими, чем модели состояния.

1.3. Математическое моделирование и системный анализ

Системный анализ в широком смысле - это методология (совокупность методических приемов) постановки и решения задач построения и исследования систем, тесно связанная с математическим моделированием. В более узком смысле системный анализ – методология формализации сложных (трудно формализуемых, плохо структурированных) задач.