**4 вопрос**

Условия, которым должна удовлетворять ФП [11]:

• ФП крайних нечетких множеств (термов) должны быть Z, S-типов (см. прил. 4), но не колоколообразные, и при  значения ФП   Это ус­ловие связано с расположением термов в упорядочен­ном множестве и необходимо для построения регулятора на основе нечеткого алго­ритма Мамдани.

В пакете MATLAB в блоке фаззификации используются следующие функ­ции принадлежности [19]: 1) Trapmf (trapezoidal membership function) – трапецеобразная функция при­над­лежности; 2) Gbellmf (generalized bell curve membership function) – колоколообразная функция принадлежности; 3) Trimf (triangular membership function) – треугольная функция принадлежно­сти; 4) Gaussmf (gaussian curve membership function) – функция принадлежности в виде кривой Гаусса; 5) Gauss2mf(two-sided gaussian curve membership func­tion) – двусторонняя га­ус­сова функция принадлежности; 6) Smf (S-shaped curve membership function) – s-образная функция принадлеж­но­сти; 7) Zmf (Z-shaped curve membership function) – z-образная функция принадлеж­ности; 8) Psigmf (product of two sigmoid membership function) – произведение двух сиг­моидных функции принадлежности; 9) Dsigmf (difference of two sigmoid membership function) – разность двух сиг­моидных функций принадлежности; 10) Pimf (pi-shaped curve membership function) – pi-образная функция принад­леж­ности; 11) Sigmf (sigmoid curve membership function) – функция принад­лежности сиг­мо­идной формы.

• Каждое нечеткое множество должно иметь единственный максимум.

• ФП должны иметь гладкие затухающие до нуля фронты.

• Нечеткость обрабатываемой информации состоит в возможности одновре­менной принадлежности значения входной переменной двум нечетким множествам, причем наилучшее расположение

*А*1

*А*2

*А*3

*u*0

*u*

μ(*u*)

1

Рис. 1.8

двух соседних нечетких множеств (термов),

когда  (рис. 1.8).

• Нечеткие множества должны быть нормальными (1.3).

**5 вопрос**

Нечетким отношением *R* на множестве  называется нечеткое под­множество декартова произведения (см. прил. 2), которое характеризуется функ­цией принадлежности  Значение этой функ­ции по­нимается как некоторая субъективная мера выполнения отношения  [1], [6]−[9].5

**Замечание.** Четкое отношение можно рассматривать как частный случай нечеткого отношения, функция принадлежности которого принимает значе­ния 0 или 1.

1 *u*

*v*

1

*u* ≥ *v*

1 *u*

*v*

1

μ(*u,v)=*0.8

μ(*u,v)=*0.1

*u >>* *v*

Рис. 2.1

*Пример 2.1.* Сравним четкое и нечеткое

отношения. В качестве четкого отношения

возьмем *R* (≥) ("больше или равно"), а в

качестве нечеткого *R* (>>) ("много больше")

(рис. 2.1).

Существуют следующие *способы задания нечетких отношений:*

• теоретико-множественные:



• графические − с помощью ориентированного графа с множеством вер­шин  каждой дуге которого приписано значение функции принад­лежно­сти ;

• в матричном виде − с помощью матрицы инциденций, строки которой поме­чены элементами  столбцы − элементами 

а на пересечении  строки и  столбца ставится элемент ФП .

**2.2. Операции над нечеткими отношениями**

Пусть *R* и *L* − два нечетких отношения такие, что  тогда говорят, что *R содержится в L*.

*Пример 2.2.* Для случая, когда *R* содержится в *L*, имеем

*R*

*u*1

*u*2

*v*1  *v*2

*L*

*u*1

*u*2

*v*1  *v*2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.3 | 0.4 |  | 0.4 | 0.6 |
| 0.5 | 0.1 |  | 0.5 | 0.3 |

*Объединение* двух отношений *R* и *L* обозначается  и определя­ется выражением

.

*Пересечение* двух отношений *R* и *L* обозначается  и определя­ется выражением

.

*Пример 2.3.* *R* и *L* взяты из примера 2.2. Тогда

*u*1

*u*2

*v*1  *v*2



*u*1

*u*2

*v*1  *v*2



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.3 | 0.4 |  | 0.4 | 0.6 |
| 0.5 | 0.1 |  | 0.5 | 0.3 |

*Дополнение* нечеткого отношения обозначается  и определяется в виде  Дополнение имеет смысл отрица­ния исходного отношения. Например, для нечеткого отношения *R* = (лучше), его дополнение = (не лучше).

*Обратное* к *R* нечеткое отношение *R*−1 определяется следующим образом: , или с помощью функции принадлеж­ности . Матрица *R*−1 является транспо­нированной к матрице *R*.

*Пример 2.4.* *R* взято из примера 2.2. Тогда

*u*1

*u*2

*v*1  *v*2



*v*1

*v*2

*u*1  *u*2



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.7 | 0.6 |  | 0.3 | 0.5 |
| 0.5 | 0.9 |  | 0.4 | 0.1 |

**Вопрос 6**

**Композиция нечетких отношений**

*Максиминная композиция*  двух нечетких отношений  и  определяется в виде [2], [6]−[11]

 Таким образом, пара принадлежит нечеткому отношению  со степенью принадлежности наибольшей из меньших степеней при­надлежности различных компонируемых пар и  нечетких отношений  и , где в качестве *v* могут высту­пать несколько компонируемых элементов. Максиминная композиция харак­тери­зуется ФП

 (2.1)

*Пример 2.5*. Дано:

*u*1

*u*2

*v*1  *v*2



*v*1

*v*2

*L*

*w*1  *w*2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.2 | 0.6 |  | 0.5 | 0.7 |  | |
| 0.5 | 0.8 |  | 0.3 | 1 |  |

Определить 

Пусть , тогда

,



В результате  Выполнив аналогичные

*u*1

*u*2

*w*1 *w*2



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| операции, получим остальные значения матрицы нечеткого | 0.3 | 0.6 |
| отношения | 0.5 | 0.8 |

*Минимаксная композиция* двух нечетких отношений  и  определяется ФП в виде 

*Максимультипликативная композиция*  двух нечетких отноше­ний  и  определяется ФП в виде



*Пример 2.6.* Пусть *R* и *L*, как в примере 2.5, тогда

*u*1

*u*2

*w*1 *w*2



*u*1

*u*2

*w*1 *w*2



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.5 | 0.7 |  | 0.18 | 0.6 |
| 0.5 | 0.7 |  | 0.25 | 0.8 |

**Вопрос 7**

**Элементы нечеткой логики**

Определения основных понятий четкой логики приведены в прил. 3. В зависимости от системы аксиом (от способов введения операций конъюнк­ции и дизъюнкции) можно построить бесконечное число нечетких логик. Важно от­метить различие между логическими операциями и опера­циями над множе­ствами. В операции над множествами полностью взаимо­действуют два множества со всеми элементами и ее результат − множество. В логических опе­рациях участвуют элементы и их результат − элемент с рассмат­риваемыми свойствами. Пусть *А, В* − высказывания, ,− значения истинности *А, В,* .

***Нечеткая логика с максиминными операциями*** [1], [8]. Включает операции:

• отрицания: ()= (1−(*А* ));

• триангулярной нормы (t *-* нормы) − нечеткого расширения логической опера­ции конъюнкции ("и"):

; (3.1)

• s-нормы (t-конормы) − нечеткого расширения логической операции дизъ­юнкции ("или"):

; (3.2)

• импликации ("если…, то"):

 ; (3.3)

• эквивалентности: 

Операции t*-*нормы и s-нормы − идемпотентные, коммутативные, ас­со­циативные, дистрибутивные. Для них выполняются свойство абсорбции, законы двойного отрицания и де Моргана, не выполняется свойство комплементар­ности (закон исключения третьего), т. е. )) . Таким образом, не­чет­кая логика с максиминными операциями − структура типа ди­стрибутив­ной решетки с псевдодополнениями.

***Нечеткая логика с ограниченными операциями*** ***(Лукасевича)*** [1], [8]. Включает операции:

• конъюнкции (t*-*нормы): ;

• дизъюнкции (s-нормы): ;

• импликации:

. (3.4)

Операции t*-*нормы и s-нормы − коммутативные, ассоциативные, неидем­потентные, недистрибутивные. Для них выполняются свойство комплементар­ности, законы двойного отрицания и де Моргана. Таким образом, нечеткая логика с ог­раниченными операциями не представляет собой решетку.

***Вероятностная нечеткая логика*** [1], [8]. Включает операции:

• дизъюнкции (s-нормы): ;

• конъюнкции (t*-*нормы):

 (3.5)

Операции t*-*нормы и s-нормы − коммутативные, ассоциативные. Для них не вы­полняются свойства идемпотентности, дистрибутивности и комплемен­тарно­сти, выполняются законы двойного отрицания и де Моргана. Таким образом, вероятностная нечеткая логика не представляет собой решетку.

***Нечеткие предикаты.*** Нечеткие логические формулы, которые опреде­лены на универсальном множестве *U* и принимают значения из замкнутого интервала [0, 1], называ­ют *нечеткими предикатами*. Функция принадлежности нечеткого множе­ства *А* − нечеткий предикат, фактически задающий множество *А* [6], [10]*.*

*Пример 3.1*: {1, 2, 3, 4, 5, 6 } ⊂ *U*. Нечеткий предикат "быть небольшим

чис­лом":   *А*={(1,1), (2, 0.9), (3, 0.7), (4, 0.3), (5, 0.1), (6, 0)}.

**Замечание.** Таким образом [6], если  − нечеткое подмножество универсаль­ного множества *U, * то следующие два утверждения эквива­лентны:

1. степень принадлежности элемента *u* нечеткому множеству *А* есть ;

значение истинности нечеткого предиката *А* есть 

**Основные понятия четкой логики**

Под *высказыванием* понимают предложение, относительно которого можно сказать, истинно оно или ложно. "Истина" − и(1), "ложь" − л(0), зна­чения истинности: 

Отдельные высказывания − буквы *А, В, С*, …− *высказывательные пере­менные* (логические переменные, пропозициональные буквы).

Символы: ‾ , − *пропозициональные связки*.

*Логические операции.* *Отрицание* высказывания:‾*А* ("не *А*").

Таблица П1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Значения истинности *А* и‾*А* приведены  в таб­лице истинности (табл. П1). | *А* | и (1) | л(0) |
| ‾*А* | л(0) | и (1) |

*Конъюнкция* высказываний:  ("и"). Вы­сказывание истинно тогда и только тогда, когда истинны высказыва­ния *А* и *В,* называемые *конъ­юнктивными членами* конъюнкции *А* и *В.*

*Дизъюнкция* высказываний:  ("или"). Высказыва­ние  имеет значение "ложь" тогда и только тогда, когда ложны выска­зывания *А* и *В.*

*Импликация* высказываний *А* и *В*:  ("если *А…,* то *В*"). Вы­сказывание  ложно тогда и только тогда, когда *А,* назы­ваемое *посыл­кой* (условием, допущением) импликации , истинно, а *В*, называемое *заключением*  (выводом, следствием) им­пликации, ложно.

**Замечание**. В отличие от используемого в обычной жизни понятия следо­вания, *А* и *В* не обязательно должны быть содержательно связанными, и по­этому в логике высказывание "Если земля стоит на трех китах, то Петербург основан Петром I" считается истинным.

*Эквивалентность* высказываний *А* и *В*:  ("*А* тогда и только тогда, когда *В*") имеет значение "истина" только при совпа­дающих значениях ис­тинности *А* и *В.*

*Логические формулы* (пропозициональные формы): а) высказывательные переменные − логические формулы; б) если *А* и *В* − логические формулы, то (‾*А*), (*А* ∧*В*), (*А*∨ *В*), (*А*→*В*), (*А*↔*В*) − логические формулы.

Операции импликации соответствует логическая формула ((‾*А*)∨ *В*),

т. е. (*А→В*) ↔ ((‾*А*) ∨ *В*). Значения истинности для вводимых операций приведены в таблице ис­тинности (табл. П2).

Таблица П2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *А* | | *В* | | ‾*А* | | *А* ∧*В* | | *А*∨ *В* | | *А*→*В* | | ((‾*А*)∨ *В*) | | (*А*→*В*) ↔ ((‾*А*) ∨ *В*) | | *А* ∧ (*А*→*В*) | |
| 0 | | 0 | | 1 | | 0 | | 0 | | 1 | | 1 | | 1 | | 0 | |
| 0 | | 1 | | 1 | | 0 | | 1 | | 1 | | 1 | | 1 | | 0 | |
| 1 | | 0 | | 0 | | 0 | | 1 | | 0 | | 0 | | 1 | | 0 | |
| 1 | | 1 | | 0 | | 1 | | 1 | | 1 | | 1 | | 1 | | 1 | |

Правило логического вывода "*modus ponens*" (правило отделения):

если (*А*→*В*) истинно и *А* истинно, то *В* − истинно. Одно суждение (*В*) является необходимым следствием двух других (*А*→*В, A*).

Записывают: *А*→*В*

*A* или *В* = *А* ∧ (*А*→*В*).

*-------------*

*B*

**Вопрос 8**

**Логико-лингвистическое описание систем управления**

Для качественного описания систем управления в терминах значений лин­гвистических переменных в основном используются три вида нечетких условных высказываний (лингвистических правил, нечетких правил, знаний) [2], [6], [8]:

если *х* есть *А*, то *у* есть *В*; (3.6)

если *х* есть *А*, то *у* есть *В*, иначе *у* есть *С*; (3.7)

если *х*1 есть *А*1 и*х*2 есть *А*2 и…..*хn* есть *Аn*, то *у* есть *В*. (3.8)

Здесь *x*, *х*1, *х*2 ,…, *xn* − лингвистические переменные входа; *у* − лингвисти­че­ская пе­ременная выхода.

1) , *А*1,  *А*2,…, *Аn*  − лингвистические значения лингвистических переменных *x, х*1, *х*2 ,…, *xn* (термы, нечеткие подмножества универсальных множеств *U, U*1, *U*2,..., *Un* ); *В, С* − лингвистические значения лингвистической переменной *y* (термы,нечеткие подмноже­ства универсального множества *V*); *U, V* − универсальные множества *посылок* и *следствий* соответственно;

2) если интерпретировать , *А*1,  *А*2,…, *Аn*,  *В, С* как нечеткие предикаты,

то высказыванию "*х* есть *А*" соответствует значение истинности  высказыванию "*х*1 есть *А*1" соответствует и т. д.

Высказывание (3.6) − бинарное нечеткое отношение . Если ин­терпретировать *A*, *B* как нечеткие предикаты, то − нечеткая логи­ческая операция импликации ("если…, то"), где *А* − посылка, *В* − заключение импликации (см. прил. 3).

*Существуют различные способы задания нечеткой операции импликации.*

Определение нечеткой импликации типа   (3.3) по аналогии с четкой логикой (см. прил. 3)  дает неудовлетворительные результаты.

Положительные результаты получены при использовании импликации, предложенной Л. Заде [8], [12]:

 (3.9) и при использовании импликации Лукасевича (3.4):

. (3.10)

На практике наиболее часто применяют в качестве нечеткой импликации опера­цию взятия минимума (импликация Мамдани) [8], [12]:

 (3.11)

или операцию произведения (импликация Ларсена) [8], [12]:

. (3.12)

Выбор правила импликации зависит от области приложения.

*Пример 3.2*. Даны нечеткие множества 

Нечет­кие отношения *R*1, *R*2  получены с использованием (3.11), (3.12):

*u*1

*u*2

*u*3

*v*1 *v*2*v*3



*u*1

*u*2

*u*3

*v*1  *v*2*v*3



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.2 | 0.4 | 0.6 |  | 0.12 | 0.24 | 0.36 |
| 0.2 | 0.4 | 0.4 |  | 0.08 | 0.16 | 0.24 |
| 0.2 | 0.2 | 0.2 |  | 0.04 | 0.08 | 0.12 |

На основе нечетких условных высказываний (3.6) − (3.8) составляют схему нечетких рассуждений, которая содержит *n* нечетких правил (нечет­ких зна­ний, лингвистических правил, нечетких высказываний). Количество правил зависит от сложности задачи и возможностей реализации (как пра­вило, *n* = 4…49).

**Вопрос 9**

**Схема и композиционное правило нечеткого условного вывода**

Концептуальной основной формализации правил нечеткого условного логического вывода является правило *modus ponens* (см. прил. 3).

Схема нечеткого логического вывода для условного высказывания (3.6):

посылка 1: если *х* есть *А*, то *у* есть *В*;

посылка 2: *х* есть *А'* ;

------------------------------------------------ (3.14)

следствие: *у* есть *В'*.

Здесь все обозначения аналогичны (3.6) − (3.8),  **

Посылка 1 − нечеткая импликация , которая отражает нечеткое причинное отношение посылки и заключения ⊂*U*×*V*), соответствует знаниям эксперта. Посылка 2 − исходные данные, для которых получают нечеткий вывод. *В'* − результат нечеткого условного вывода. При *А'* = *А*, *В'* = *В* вывод сводится к modus ponens.

*Пример 3.3*:

посылка 1 (нечеткое правило): если расстояние между автомобилями мало,

то уменьшите скорость;

посылка 2 (конкретная ситуация): расстояние между автомобилями очень

мало;

--------------------------------------------------------------------------------------------

следствие: резко уменьшите скорость.

Процесс получения результата нечеткого вывода в (3.14) с использованием данных наблюдения *А'* и знания  можно представить в виде композици­онного правила нечеткого вывода [1], [6]:

, (3.15)

где знак обозначает операцию композиции. Применяя в (3.15) максиминную композицию (2.1), определим функцию принадлежности в виде

. (3.16)

Таким образом, для получения результата нечеткого вывода необходимо:

• определить нечеткое отношение *R* (3.9) − (3.12);

• выполнить композиционное правило вида (3.15).

*Пример 3.4.* Нечеткий вывод:

посылка 1: если *х* есть "мало", то *у* есть "среднее";

посылка 2: *х* есть "мало";

*------------------------------------------------------------------*

следствие: *у* есть "среднее".

Пусть нечеткая операция импликации задается импликацией Мамдани (3.11), {2, 3, 4} ⊂ *U,* {2, 3, 4} ⊂ *V* . Нечеткие множества *A* = [мало] = 0.6|2+ +0.4|3+0.2|4, *B* = [среднее] = 0.2|2+0.4|3+ +0.6|4. Нечеткое отношение *R* равно отношению *R*1 из примера 3.2. Следуя (3.16), получим

 (3.17)

Вычислим . Тогда





Откуда . В результате аналогичных расчетов можно получить  

*Пример 3.5*:

посылка 1: если *х* есть "мало", то *у* есть "среднее";

посылка 2: *х* есть "очень мало";

*-------------------------------------------------------------------*

следствие: *у* есть "очень среднее".

Здесь "очень мало" − *А*2.

В соответствии с операцией концентрирования (1.7) , поэтому *A*2 = 0.36|2+0.16|3+0.04|4. Применяя (3.17), получим *В'* = 0.2|2+0.36|3+0.36|4.

**Замечания:** 1. Если в уравнении (3.16) в качестве нечеткой импликации используется им­пликация Мамдани (3.11), то функцию принадлежности нечеткого вывода можно предста­вить в виде

 (3.18)

 Пересечение  − результат приближенного сопоставления посылки импликации *А*  и данных наблюдения *A'*.

2. Если в выражении (3.16) в качестве нечеткой импликации используется импликация Ларсена (3.12), то функцию принадлежности нечеткого вывода можно представить в виде

 (3.19)

**Вопрос 10**

**3.4. Правило нечеткого логического вывода**

**для систем с двумя входами и одним выходом**

Нечеткие правила составляются на основе условного высказывания вида (3.8), которое задает нечеткое отношение между входными и выходными множествами. Обозначим *n* правил как *n* отношений *R*.

Схема нечеткого логического вывода:

посылка 1: *R*1: если *х*1 есть *А*11  и *х*2 есть *А*21, то  *у* есть *В*1,

*R*2: если *х*1 есть *А*12  и *х*2 есть *А*22, то *у* есть *В*2, ……………………………………………………………………..

*Rn*: если *х*1 есть *А*1*n* и *х*2 есть *А*2*n*, то  *у* есть *Вn*;

посылка 2: *х*1 есть *А*1' и *х*2 есть *А*2 ';

-------------------------------------------------------------------------------- (3.20)

следствие: *у* есть *В*'.

Здесь все обозначения аналогичны обозначениям в (3.8). *А*1*i* и *А*2*i* − не­четкое подмножество  декартова произведения  (см. прил. 2). *Ri* = (*А*1*i* и *А*2*i*)→ *Вi* − нечет­кое отношение в  Нечеткие правила включают не­четкую логическую операцию "и" (t-норму) между лингвистиче­скими значе­ниями *А*1*i*, *A*2*i* , которая задается как операция взятия минимума (1.10), (3.1) или как произведение функций принадлежно­сти (1.10), (3.5), и операцию имплика­ции "если…, то" (3.11), (3.12).

**Лемма 1.** Коммутативность оператора максиминной композиции [12]. Не­четкий условный вывод *m* правил с учетом уравнения (3.15) можно записать в виде

, (3.21)

где →, →). Объединение *m* правил не­четкого условного вывода называется *агрегированием*. На основании (1.5), (3.2) 

**Лемма 2**. Вместо максиминной композиции двух множеств  и отно­шения  можно рассматривать пересечение композиций каждого множества и соответствующего отношения [12]. Для импликаций Мамдани (3.11) и Лар­сена (3.12), если декартово произведение нечетких множеств  опре­деляется как (1.10): , результат не­четкого вывода *i*-го правила с учетом (3.21) определяется выражением

→)=→→.

Для импликации Мамдани (3.11) с учетом (3.18) функция принадлежности



Для импликации Ларсена (3.12) с учетом (3.19) функция принадлежности

 (3.23)

Графическая интерпретация лемм 1 и 2 для импликации (3.11) представ­лена на рис. 3.1, для импликации (3.12) − на рис. 3.2.



min





*v*u



*v*u



*u*2

*A*21 *A'*2

  

*u*1

*A*11 *A'*1

*A*12 *A'*1

*v*u



*u*2

*u*1

*A*22 *A'*2

  

Рис. 3.1



  



*v*u



*u*2

*A*21 *A'*2

*u*1

*A*11 *A'*1

min

*A*12 *A'*1



*v*u

*u*2

*u*1

*A*22 *A'*2

  





*v*u

Рис. 3.2

**Лемма 3.** Пусть входные множества − синглтоны, т. е.   .

Тогда 



Функция принадлежности нечеткого вывода для импликации (3.11) для

*i-*гоправила будет аналогична уравнению (3.22) [12]:

 (3.24)

для импликации (3.12) будет аналогична уравнению (3.23):

 (3.25)

min



*v*u



*A*12 *A'*1

*u*1

*u*10

  





*v*u



*v*u



*u*10

  

*u*1

*A*11 *A'*1

*u*2

*A*21 *A'*2

*u*20

*A*22 *A'*2

*u*2

*u*20

Рис. 3.3

Графическая интерпретация лемм 1 и 3 для импликаций (3.11) и (3.12) дана на рис. 3.3 и 3.





*v*u

min

*u*1

  



*v*u



*u*2

*A'*2 *A*21 *A*21

*u*1

*A'*1 *A*11

*u*10

*u*20

*v*u

*A*12 *A'*1





*u*2

*A*22 *A'*2

  

*u*10

*u*20

Рис. 3.4

**Замечание.** Если выходные множества − синглтоны, т. е. , то из (3.24), (3.25) результат нечеткого вывода в *i*-м нечетком правиле  Здесь  на­значается экспертом.

**Вопрос 11**

**Правило нечеткого логического вывода Такаги − Сугено**

Нечеткие правила составляются на основе условных высказываний вида [13]: если ** есть ** и ** есть ** и….. ** есть **, то **,

где все обозначения такие же, как в (3.8) и в (3.13). В качестве заключе­ний нечетких правил (заключений операции импликации *v*) обычно исполь­зуют уравнения первого и нулевого порядков.

Схема нечеткого логического вывода первого порядка:

посылка1: *R*1: если ** есть ** и ** есть **, то **,

*R*2: если ** есть ** и ** есть **, то **, ……………………………………………………………………………………..

**: если ** есть ** и ** есть **, то**;

посылка 2: ** есть ** и ** есть **;

----------------------------------------------------------------------------------------- (3.26)

следствие: *v* есть *v’*.

Нечеткие правила, как и в (3.20), вклю­чают нечеткую логическую опера­цию "и" между лингвис­тическими значе­ниями **, ** и операцию импликации "если…, то". Поскольку входные и выходные множества − синглтоны, т. е.    , и если операция "и" определена как операция взятия минимума (1.10), (3.1), то на основе (3.16) результат нечеткого вывода в *i*-м нечетком правиле [13]

где по аналогии с (3.24) , ,  Обычно [13],, поэтому

 (3.27)

Нечеткие правила для алгоритма Такаги **−** Сугено нулевого порядка задаются на ос­нове условных высказываний вида

если ** есть ** и ** есть ** и….. ** есть **, то ** (3.28)

Рис. 3.5

Если

, то ,

*A*11

*u*1

*u*10

*A'*1

α1α

*u*21

*u*20

Если

, то ,

*u*2

*u*20

*A*12

*A*21

α21α

*u*1

*u*10

*A'*1

*A'*2

*A*21

*u*20

*A'*2

Если

, то ,

*u*10

*u*1

*A*11

*u*2

α3α

*A'*1

α4α

Если

, то .

*A*12

*A*22

*u*1

*u*2

*u*10

*u*20

*A'*1

*A'*2

*A*'2 *A*22

Графическая интерпретация использования правил (3.26) представлена на рис. 3.5.

Детерминированное (четкое) управляющее воздействие определяется по

формуле средневзвешенного значения (весового осреднения)

 . (3.29)

**Вопрос 12**

**Правило нечеткого логического вывода Цукамото**

Нечеткие правила составляются на основе условных высказываний вида если ** есть ** и ** есть ** и….. ** есть **, то **есть *В.*

Схема нечеткого логического вывода:

посылка 1: *Ri*: если ** есть ** и ** есть **, то ** есть **;

посылка 2: ** есть ** и ** есть **;

----------------------------------------------------------------------------------------- (3.30)

следствие: *v* есть *v'*.

Входные множества − синглтоны,   . Если операция "и" определена как операция взятия минимума (1.10), (3.1), результат нечеткого вывода в *i*-м нечетком правиле

  , (3.31)

где, по аналогии с (3.26), 

Реальное (четкое) управляющее воздействие определяется по формуле сред­невзвешенного значения (весового осреднения):

 . (3.32)

α1α

*u*10

*A*11

*A'*2

*u*21

*u*20

*A*12

*u*1

*v*

*v*1

*B*1

*A'*1

*A*12

*A*22

α21α

*u*1

*u*2

*u*10

*u*20

*v*2

*v*

*B*2

*A'*1

*A'*2

Рис. 3.6

Реальное (четкое) управляющее воздействие определяется по формуле сред­невзвешенного значения (весового осреднения):

 . (3.32)

**Вопрос 13**

**Табличное представление набора правил**

Пусть четким входным переменным ** и ** и выходной переменной *v* со­ответствуют лингвистические переменные: ** − ошибка,  ** − производ­ная ошибки, *у* − управляющее воздействие. Лингвистические значения пере­менных *, *, *у*, соответственно, * *, П, О, Н − положительное, отрицательное, нулевое (рис. 3.7), * *

**

Число нечетких правил зависит от количества лингвистических значений ** и **. В примере   число нечетких правил  Нечет­кость информации состоит в принадлежности четких входных переменных

двум нечетким множествам: ,   .

О

Н

П

*u*10

*u*1

μ(*u*1)

О

Н

П

*u*20

*u*2

μ(*u*2)

О

Н

П

*v*

μ(*v*)

Рис. 3.7

Для каждой переменной число значений функций принадлежности *m* = 2,

число входных переменных *k* = 2. Учитывая (1.2), в каждый момент времени нужно рассматривать card *R*(*U*) = *mk* = 4 правила. Правила при ** и **: *R*1: если ** есть О и ** есть Н, то **;

*R*2: если ** есть О и ** есть П, то **;

*R*3: если ** есть Н и ** есть Н*,*  то **;

*R*4: если ** есть Н и ** есть П, то **.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| При построении регулятора на основе нечетких правил (нечеткого регу­лятора) часто правила записывают в виде таблицы. | *u*1  *u*2 | О | Н | П |
| П | Н | П | П |
| Н | О | Н | П |
| О | О | О | Н |

**Вопрос 14**

**Дефаззификация**

При дефаззификации осуществляется переход от лингвистического значения сигнала управления (нечеткого управляющего воздействия) к ре­альному. Приведем основные методы дефаззификации.

***Метод усредненного максимума.*** Выбор такого значения управления, для которого функция принадлежности имеет наибольшее значение. При нали­чии нескольких точек с максимальным значением функции принадлежно­сти выбирается усредненное значение для этих точек , где  − мак­симальное значение функции принадлежности; *l* − число точек.

***Метод центра тяжести.*** Значе­ние управляющего воздействия находят как абсциссу "центра тяжести" площади, расположенной под графиком

функции принадлежности  по формуле средневзвешенного значения

. (3.36)

Здесь все обозначения такие же как и в (3.26).

***Метод центра тяжести для синглтонов.*** Реализует механизм дефаззифика­ции при использовании регуляторов Такаги−Сугено (3.29) и Цукамото (3.32) и представляет собой специ­альный случай метода центра тяжести, когда в качестве выходных функций принадлежно­сти используются синглтоны:

, (3.37)

и который наиболее часто используется на практике.

**Вопрос 15**

**НЕЧЕТКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ. Принципы построения**

**и основные отличия нечетких регуляторов**

Нечеткими называют регуляторы, ориентированные на обработку знаний (нечетких правил) с целью поиска решения задачи управления. *Нечеткий регулятор* включает: фаззификатор, блок правил (базу знаний) и дефаззификатор (рис. 4.1).

Объект

управления

-

Дефаззификатор

Фаззификатор

Блок

правил

Н Е Ч Е Т К И Й Р Е Г У Л Я Т О Р

Рис. 4.1

В фаззификаторе реальные (четкие) переменные преобразуются в лин­гвистические ("положительная", "отрицательная" и т. д.).

В блоке правил определяется нечеткое управляющее воздействия по за­ранее сформулированным правилам (3.20), (3.26), ( 3.28), (3.30), (3.33) по­-

средством композиционных правила вывода (3.22) − (3.25), (3.27), (3.31).

В дефаззификаторе вычисляется детерминированное (четкое) управляю­щее воздействие по формулам (3.29), (3.32), (3.36), (3.37).

***Особенности нечеткого управления*** следующие***.***

1. Правила нечеткого управления (знания), будучи условными высказыва­ниями типа "если…, то", являются логическими.

1. Управление безынерционное.

3. Управление нелинейное.

4. "Управление параллельное". При нечетком управлении используется большое число частных правил в зависимости от различных условий − вре­мени, режима ра­боты и т. д.

5. Управление можно организовать в виде диалога с оператором.

6. Нечеткий регулятор − универсальный аппроксиматор, позволяющий с за­данной точностью воспроизвести произвольную непрерывную функцию.

***Способы******составления правил*** нечеткого управления [1]:

• на основе опыта и знаний эксперта (аналогично созданию экспертной системы);

• созданием модели действия оператора;

• обучением (моделирование и, по возможности, эксперимент на реаль­ном оборудовании).

***Способы******определения параметров регулятора*** включают:

• настройку на основе желаемого переходного процесса. Первоначально на­страивают регулятор приближенно, затем, меняя границы нечетких мно­жеств и параметры блока правил, добиваются совпадения заданного и же­лаемого переходных процессов [1];

• настройку на основе эталонных фазовых траекторий. Желаемое качество процесса управления задается в виде области допустимых фазовых траекто­рий. При нарушении границ области меняют параметры регулятора [1];

• настройку параметров нечетких регуляторов с помощью гене­тических алгоритмов;

• настройку с использованием адаптивной сети на основе нейронечеткого подхода [15] (см. прил. 5).

**Нечеткий регулятор − универсальный аппроксиматор**

Пусть − множество нечетких регуляторов. Множество  − универ­сальные аппроксиматоры [18], если для любого заданного опера­тора *G*(*u*) (*G*: *Rn*→*R*) и для любого заданного ε >0 существует нечеткий регулятор *Ff*(*u*) (*Ff* : *Rn*→*R*) такой, что max {⏐*G*(*u*) *− Ff*(*u*)⏐, *u*∈ *Rn*} ≤ ε.

В системе управления, изображенной на рис. 4.6, выход объекта управления (ОУ) − *u = u*(*t*)∈ *Rn* ; выход регулятора *F* − *v*  = *v* (*t*); вы­ход регу­лятора *Ff* − ξ = ξ(*t*).

ОУ

*u*

*v* (ξ)

*F* (*Ff*)

Известно [18], что множество  нечетких

регуляторов обладает свойст­вом устойчивости:

для устойчивой системы (ОУ, *F*) найдется регуля-

тор *Ff* ∈ такой, что система (ОУ, *Ff*) также

устойчива. Рис. 4.6

Таким образом, если нечеткий регулятор является аппроксиматором чет­кого регулятора, гарантирующего устойчивость системы управления, то сис­тема управления с нечетким регулятором будет также устойчива, т. е. выпол­няется условие max {⏐*F*(*u*) *− Ff*(*u*)⏐, *u*∈ *Rn*} ≤ ε.

**Вопрос 16**

**Типовые структуры нечетких систем управления**

Приведем основные структуры нечетких систем управления.

1. Включение нечеткого регулятора в структуру системы управления вме­сто четкого регулятора [1], [2], [16] (рис. 4.2).

Нечеткий регулятор

Объект управления

−

Рис. 4.2

2. Система управления с параметрической адаптацией (рис. 4.3) пред­ставляет собой двухуровневую систему управления: на нижнем (исполни­тельном) уровне находится четкий регулятор (например, ПИД-регулятор [17]), на верхнем − не­четкий регулятор. В системе управления посредством нечеткого регулятора осуществляется настройка параметров четкого регуля­тора. Возможно ис­пользование на нижнем уровне также нечеткого регуля­тора с перестраивае­мыми параметрами [1].

−

Регулятор

Объект управления

Нечеткий регулятор

Рис. 4.3

3. Нечеткая система управления для решения многокритериальной за­дачи [16] (рис. 4.4). С помощью нечеткого регулятора обеспечивается вы­бор компромисса между различными критериями управления.

Нечеткий регулятор

Объект управления

Расход энергии.

Безопасность.

Комфорт.

……………………………

Специальные требования

Априорная

информация

Рис. 4.4

4. Нечеткая система управления с эталонной моделью (рис. 4.5).

−

Объект управления

Нечеткий регулятор

Эталонная модель

−

Рис. 4.5

Система управления обеспечивает заданное качество управления, которое задается с помощью эталонной модели. Регулятор включен в контур управ­ления по ошибке между выходными сигналами эталонной модели и объ­екта управления. Выполняет функции нечеткого алгоритма сигнальной адаптации.

**Вопрос 17**

**Нейронечеткий подход к построению регуляторов**

***Архитектура адаптивных сетей.*** Элементарный преобразующий эле­мент сети − *узел* (node). Структура адап­тивной сети задается набором узлов [15], [19]. Каждый узел характеризу­ется *уз­ловой функ­цией*. Если узловая функция зависит от параметров узла (на­страиваемый узел), то узел называ­ется *адаптивным* и, как правило, обо­значается в виде квадрата. Если функция узла фиксирована, то узел назы­ва­ется *фиксированным* и, как правило, обо­значается в виде круга. Сети бы­вают статические (с прямыми связями) и ди­на­мические (с обратными свя­зями). В отличие от искусственных нейронных сетей, каждая связь адаптив­ной сети используется только для определения направления распростра­нения выход­ного сигнала узла. В ней отсутствуют весо­вые коэффициенты свя­зей. Кроме того, в отличие от искус­ственных нейронных сетей, в сетях с прямыми связями выход *i*-го узла *l*-го слоя может подаваться на входы *l*+2-го, *l*+3-го слоев и т. д.

С помощью адаптивной сети с прямыми связями (прямого распростра­нения) можно настроить параметры нечеткого регулятора Такаги − Сугено [13], [19]. При этом узловые функции должны быть дифференцируемы.

Рассмотрим структуру адаптивной нечеткой сети (рис. 4.7) настройки ре­гулятора в соответствии с нечеткими правилами (рис. 3. 5).

1-й слой 2-й слой 3-й слой 4-й слой 5-й слой

*u*10 *u*20

*A*11

*A*12

*A*21

*A*22

*v*2

*v*3

*v*1

*v*4

μ (*u*1)

μ (*u*2)

α1 α1 α1*v*1

*u*1   α2*v*2 *v'*

*u*2  α3*v*3

α4 α4 α4*v*4

α = μ (*u*1) × μ (*u*2) *u*10  *u*20

Рис. 4.7

*1-й слой*. Каждый узел слоя − адаптивный (настраиваемый). Узловые функ­ции − функции принадлежности нечетких множеств  Выходы узлов равны  где *i* − индекс лингвистической перемен­ной, *j* − индекс значения лингвистической переменной. Параметры узлов слоя − па­раметры функций принадлежности, называемые "*параметры посылок*"*.*

*2-й слой*. Каждый узел слоя − фиксированный (ненастраиваемый). Обозна­чение узлов Т − триангулярная норма (3.1). Выполнение нечетких операций "и": 



Нечеткая операция "и", согласно (3.5), может быть определена так же, как операция произведения.

*3-й слой.* Каждый узел − фиксированный. В каждом *i*-м узле определяется отноше­ние значения функции принадлежности , полученного во 2-м слое, к сумме всех полученных значений функций принадлежности

.

Выходы узлов − нормированные значения функции принадлежности. Узлы обознача­ются буквой N (нормирование).

*4-й слой*. Каждый узел − адаптивный. Параметрами *i*-го узла являются "*пара­метры за­ключения*" *i*-го правила посылки 1 схемы нечеткого вывода. До­полни­тельно вводятся сигналы  − исходные данные, для которых оп­ределяется величина управления.

*5-й слой*. Единственный фиксированный узел слоя, осуществляющий процедуру де­фаззификации методом весового осреднения (3.37):

.

Обучение сети осуществляется на основе гибридного алгоритма обу­че­ния − с использованием метода обратного распространения ошибки и метода наи­меньших квадратов. Во время прямого прохода на основе метода наи­меньших квадратов на­страиваются параметры 4-го слоя − параметры заклю­чения нечетких правил. Во время обратного прохода настраиваются пара­метры 1-го слоя − параметры функ­ций принадлежности на основе метода об­ратного распространения ошибки.

**Вопрос 18**





