

笔记前言：

本笔记的内容是去掉步骤的概述后，视频的所有内容。

本猴觉得，自己的步骤概述写的太啰嗦，大家自己做笔记时，应该每个人都有自己的最舒服最简练的写法，所以没给大家写。再是本猴觉得，不给大家写这个概述的话，大家会记忆的更深，掌握的更好！

所以老铁！一定要过呀！不要辜负本猴的心意！~~~

【祝逢考必过，心想事成~~~~】

【一定能过！！！！！！】

大物一力学第一课

一、已知运动方程，求速度与加速度

例 1：已知一物体做直线运动，运动方程为 $x=t^3+2t$ ，请确定物体在 $t=2s$ 时的速度与加速度。

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d(t^3+2t)}{dt}=3t^2+2$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(3t^2+2)}{dt}=6t$$

当 $t=2$ 时，

$$v=3\times 2^2+2=14\text{ m/s}$$

$$a=6\times 2=12\text{ m/s}^2$$

二、匀加速直线运动

例 1：已知小车做匀加速直线运动，初速度 $v_0=3\text{m/s}$ ，加速度 $a=2\text{m/s}^2$ ，那么 3s 后小车的速度是多少？

$$v=v_0+at=3+2\times 3=9\text{ m/s}$$

例 2：已知小车做匀加速直线运动，初速度 $v_0=3\text{m/s}$ ，加速度 $a=2\text{m/s}^2$ ， $t=0s$ 时，小车位置 $x_0=1\text{m}$ ，那么 $t=4s$ 时小车的位置 x 是多少？

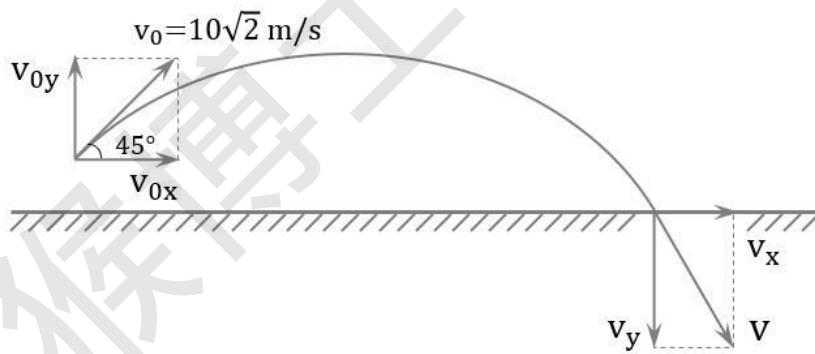
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 1 + 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 = 29 \text{ m}$$

例 3：已知小车做匀加速直线运动，加速度 $a=2\text{m/s}^2$ ，那么小车速度从 4m/s 增加到 6m/s 的过程中，小车一共向前行驶了多远？

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{6^2 - 4^2}{2 \times 2} = 5 \text{ m}$$

三、抛体运动

例 1：一小球从与水平方向呈 45° 角的方向上斜向上抛出，初速度 $v_0=10\sqrt{2} \text{ m/s}$ ，经 2s 落地，求落地时小球的速度大小。 ($g=10\text{m/s}^2$)



$$\therefore v_0 = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\therefore v_{0x} = 10 \text{ m/s}, v_{0y} = 10 \text{ m/s}$$

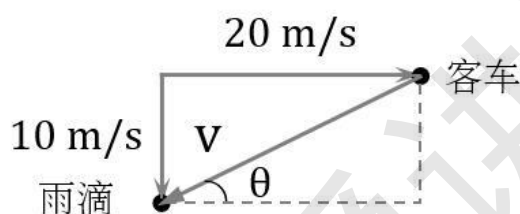
$$\therefore \text{落地时 } v_x = v_{0x} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 10 - 10 \times 2 = -10 \text{ m/s}$$

$$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + (-10)^2} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

四、相对运动

例 1：雨天一辆客车在水平马路上以 20m/s 的速度向右行驶，雨滴在空中以 10m/s 的速度竖直下落。求雨滴相对于车厢的速度大小与方向。



$$v = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22.4 \text{ m/s}$$

$$\theta = \arctan \frac{10}{20} = 26.6^\circ$$

五、已知圆周运动方程，求角速度与角加速度

例 1：已知一物体做圆周运动，运动方程为 $\theta = 2t^3 + t$ ，请确定物体的角速度方程与角加速度方程。

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d(2t^3 + t)}{dt} = 6t^2 + 1$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(6t^2 + 1)}{dt} = 12t$$

六、匀加速圆周运动

例 1：已知小车做匀加速圆周运动，初始角速度 $\omega_0=3\text{rad/s}$ ，角加速度 $\alpha=2\text{rad/s}^2$ ，那么 3s 后小车的角速度是多少？

$$\omega=\omega_0+\alpha t=3+2\times 3=9\text{ rad/s}$$

例 2：已知小车做匀加速圆周运动，初始角速度 $\omega_0=3\text{rad/s}$ ，角加速度 $\alpha=2\text{rad/s}^2$ ， $t=0\text{s}$ 时，小车角度 $\theta_0=1\text{rad}$ ，那么 $t=4\text{s}$ 时，小车的角度 θ 是多少？

$$\theta=\theta_0+\omega_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2=1+3\times 4+\frac{1}{2}\times 2\times 4^2=29\text{ rad}$$

例 3：已知小车做匀加速圆周运动，角加速度 $\alpha=2\text{rad/s}^2$ ，那么小车角速度从 4rad/s 增加到 6rad/s 的过程中，小车一共旋转了多大角度？

$$\omega^2-\omega_0^2=2\alpha(\theta-\theta_0) \Rightarrow \theta-\theta_0=\frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\alpha}=\frac{6^2-4^2}{2\times 2}=5\text{ rad}$$

七、求切向加速度、法向加速度、总加速度

例 1：一质点做圆周运动，开始时角速度 $\omega_0=20\text{rad/s}$ ，10s 后停止转动。已知该点均匀减速，运动半径 $R=1\text{m}$ ，求 8s 时质点的切向加速度、法向加速度、总加速度。

$$\because \omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\therefore \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 20}{10} = -2 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 20 - 2 \times 8 = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_n = \omega^2 R = 4^2 \times 1 = 16 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = \alpha R = -2 \times 1 = -2 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{16^2 + (-2)^2} = 16.1 \text{ m/s}^2$$

$$\gamma = \arctan \left| \frac{a_t}{a_n} \right| = \arctan \left| \frac{-2}{16} \right| = \arctan \frac{1}{8} = 7.13^\circ$$

大物一力学第二课

一、求弹簧弹力

例 1：已知一弹簧劲度系数为 10N/m ，当弹簧伸长 0.2m 时，弹簧的弹力有多大？

$$f=kx=10\times 0.2=2\text{N}$$

二、求滑动摩擦力

例 1：已知一物块在水平桌面上滑动，物块对桌面压力是 5N ，滑动摩擦系数为 0.2 ，求滑动摩擦力的大小。

$$f_k=\mu_k N=0.2\times 5=1\text{N}$$

三、求静摩擦力

例 1：一物块静止在水平桌面上，对桌面压力是 5N ，静摩擦系数为 0.2 ，在水平方向上对物块施加多大的力，物块才会运动？

$$\because f_s \leq \mu_s N = 0.2 \times 5 = 1\text{N}$$

\therefore 施加 1N 以上的力，物块才会运动

四、求流体阻力

例 1：一跳伞运动员质量为 60kg，从 3000m 高空跳下。已知曳引系数 $c=0.6$ ，空气密度 $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ ，有效截面积 $A=0.6\text{m}^2$ ，求其下落时的最大速度。



$$f_d = \frac{1}{2}c\rho Av^2 = \frac{1}{2} \times 0.6 \times 1.2 \times 0.6 \times v^2 = 0.216v^2$$

①当 v 较小时， $f_d < G$ ，合力向下， a 向下， v 逐渐加大

②当 v 增大时， f_d 增大

增大到 $f_d = G$ 时，合力为 0， a 为 0， v 保持不变

$$\therefore f_d \text{ 最大值为 } G \Rightarrow 0.216v^2 = mg = 60 \times 10 \text{ N} \Rightarrow v = 52.7 \text{ m/s}$$

五、牛顿三定律

牛顿第一定律：力是改变物体运动状态的原因

若一个物体静止或保持匀速直线运动，则物体所受合力为 0

牛顿第二定律： $\vec{F} = m\vec{a}$

牛顿第三定律：作用力与反作用力同时出现，大小相等、方向相反、作用在同一条直线上

猴博士爱讲课

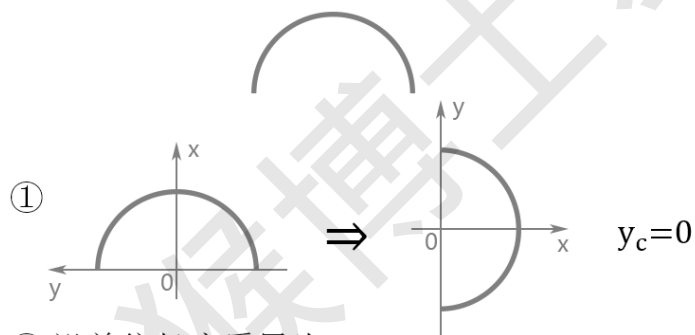
大物一力学第三课

一、规则物体质心



二、部分圆类物体质心

例 1：一段均匀铁丝弯成半圆形，其半径为 R ，求此半圆形铁丝的质心。



② 设单位长度质量为 ρ

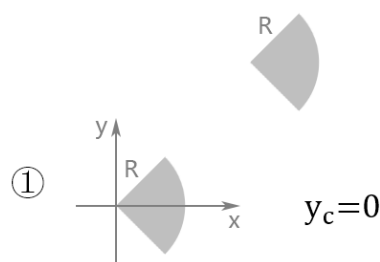
③ $dm = \rho dl = \rho R d\theta$, $x = R \cos \theta$, $x dm = \rho R^2 \cos \theta d\theta$

④ $m_{\text{总}} = \rho \cdot l_{\text{总}} = \rho R \pi$

⑤ $x_c = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \rho R^2 \cos \theta d\theta}{\rho R \pi} = \frac{2R}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = \frac{2R}{\pi}$

⑥ 质心为 $(\frac{2R}{\pi}, 0)$

例 2：有一块半径为 R ，圆心角为 90° 的扇形圆盘，求它的质心。



② 设单位面积圆盘质量为 ρ

③ $dm = \rho dr \cdot r d\theta$, $x = r \cos \theta$, $x dm = \rho r^2 \cos \theta dr d\theta$

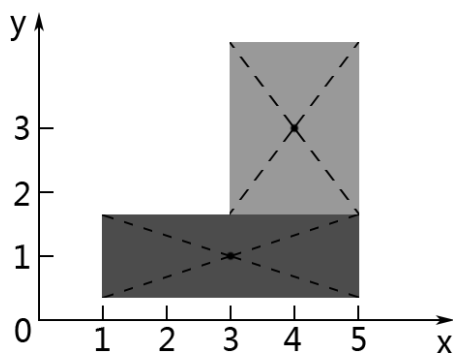
④ $m_{\text{总}} = \rho \cdot S_{\text{总}} = \frac{\rho \pi R^2}{4}$

⑤ $x_c = \frac{\int_0^R \rho r^2 \cos \theta dr \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\theta}{\frac{\rho \pi R^2}{4}} = \frac{8R}{3\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{4\sqrt{2}R}{3\pi}$

⑥ 质心为 $\left(\frac{4\sqrt{2}R}{3\pi}, 0\right)$

三、复合物体质心

例 1：如图所示，两个均质方块放在一起，小方块质量为 2kg ，质心坐标为 $(4,3)$ ，大物块质量为 3kg ，质心坐标为 $(3,1)$ ，试确定两方块组成的系统质心坐标。

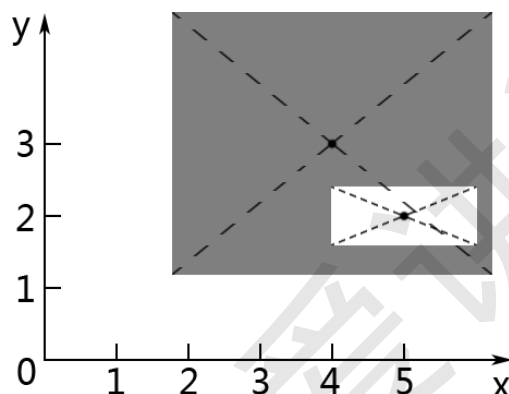


$$x_c = \frac{2\text{kg} \times 4 + 3\text{kg} \times 3}{2\text{kg} + 3\text{kg}} = 3.4$$

$$y_c = \frac{2\text{kg} \times 3 + 3\text{kg} \times 1}{2\text{kg} + 3\text{kg}} = 1.8$$

质心坐标为 (3.4, 1.8)

例 2：如图所示，在一个质量为 6kg，质心坐标为(4,3)的均质方块中挖去一个质量为 1kg，质心坐标为(5,2)，试确定系统的质心坐标。



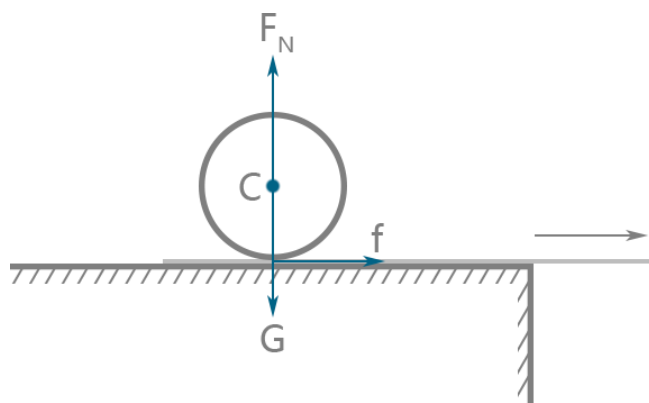
$$x_c = \frac{6\text{kg} \times 4 - 1\text{kg} \times 5}{6\text{kg} - 1\text{kg}} = 3.8$$

$$y_c = \frac{6\text{kg} \times 3 - 1\text{kg} \times 2}{6\text{kg} - 1\text{kg}} = 3.2$$

质心坐标为 (3.8, 3.2)

四、已知质心加速度，求外力

例 1：如图所示，水平桌面上铺一张纸，纸上放一个均匀球，球的质量 $m=0.5\text{kg}$ ，将纸向右拉时，小球会受一个均匀摩擦力的作用，已知小球的质心加速度 $a_c=0.2 \text{ m/s}^2$ ，试确定摩擦力的大小。



$$F_{\text{合}} = m \times a_c = 0.5 \times 0.2 = 0.1 \text{ N}$$

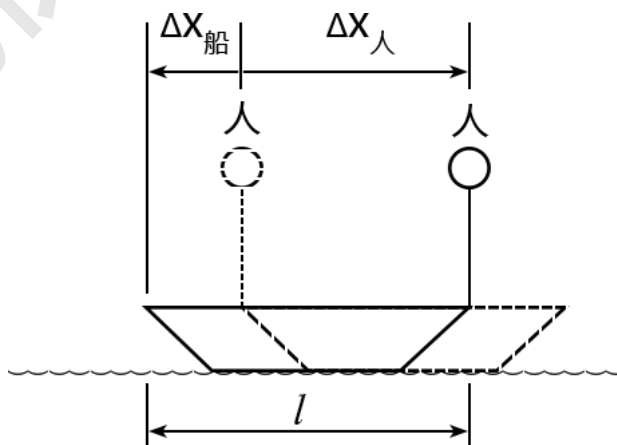
$$F_{\text{合}} = \vec{G} + \vec{F}_N + \vec{f}$$

$$F_{\text{合}} = 0 + \vec{f}$$

$$f = F_{\text{合}} = 0.1 \text{ N}$$

五、系统某方向不受力，求位移

例 1：一质量 $m_{\text{人}} = 50 \text{ kg}$ 的人站在一条质量 $m_{\text{船}} = 200 \text{ kg}$ ，长度 $l = 4 \text{ m}$ 的船的船头上。开始时船静止，试求当人走到船尾时船移动的距离。
(假定水的阻力不计)

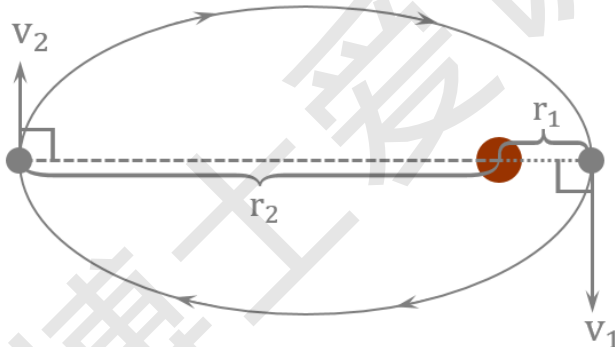


$$\left. \begin{array}{l} m_{\text{人}} \Delta x_{\text{人}} + m_{\text{船}} \Delta x_{\text{船}} = 0 \\ \Delta x_{\text{人}} + |\Delta x_{\text{船}}| = l \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x_{\text{船}} = -0.8\text{m}$$

即 船向左移动 0.8m

六、角动量守恒

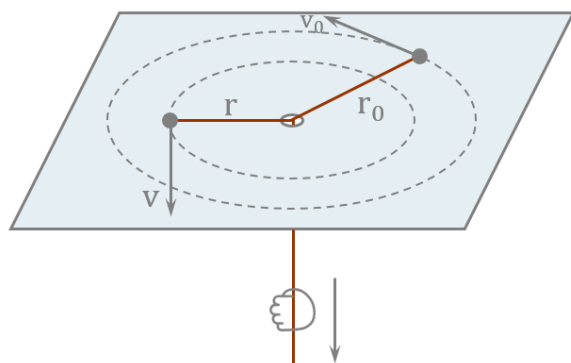
例 1：哈雷彗星绕太阳运动的轨道是一个椭圆，它离太阳最近的距离是 $r_1 = 8.75 \times 10^{10} \text{m}$ ，此时它的速度是 $v_1 = 5.46 \times 10^4 \text{m/s}$ ；它离太阳最远时的速度是 $v_2 = 9.08 \times 10^2 \text{m/s}$ ，这时它离太阳的距离 r_2 是多少？



$$mr_1 v_1 = mr_2 v_2$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{r_1 v_1}{v_2} = \frac{8.75 \times 10^{10} \times 5.46 \times 10^4}{9.08 \times 10^2} = 5.26 \times 10^{12} \text{ m}$$

例 2：一根细绳穿过光滑水平面的小洞拴着一个作圆周运动的小球，圆周运动半径为 r_0 ，速度为 v_0 ，现缓慢地拉下绳子的另一端，使运动半径逐渐减小。当运动半径减小至 r 时，小球的速度 v 是多少？



$$\begin{array}{ccc}
 m r_1 v_1 & = & m r_2 v_2 \\
 \downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\
 r_0 \quad v_0 & & r \quad v
 \end{array}$$

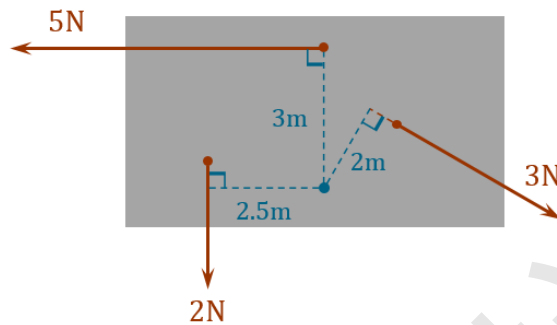
$$\Rightarrow v = \frac{r_0 v_0}{r}$$

猴博士爱讲课

大物—力学第四课

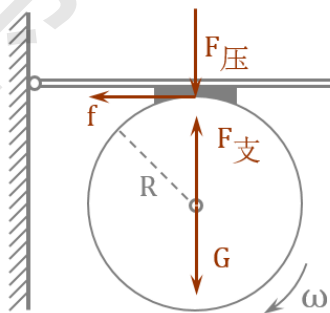
一、求物体关于某点的总力矩 $M_{\text{总}}$

举例：



$$M_{\text{总}} = 2 \times 2.5 + 5 \times 3 - 3 \times 2 = 14 \text{ N} \cdot \text{m}$$

例 1：实心均质圆盘质量 $m=64\text{kg}$ ，半径 $R=0.25\text{m}$ ，现有闸瓦以大小为 $F_{\text{压}}$ 的压力压住圆盘。已知闸瓦与圆盘间的滑动摩擦系数 $\mu_R=0.8$ ，求圆盘关于转动中心的 $M_{\text{总}}$ 。



$$M_{\text{总}} = G \cdot R_G + F_{\text{支}} \cdot R_{\text{支}} + f \cdot R_f + F_{\text{压}} \cdot R_{\text{压}}$$

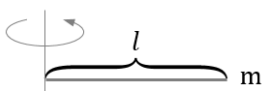
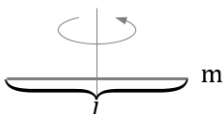
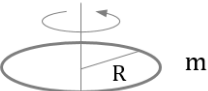
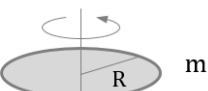
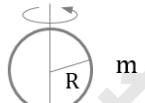

$$= mg \cdot 0 + F_{\text{支}} \cdot 0 + f \cdot R + F_{\text{压}} \cdot 0$$

$$= 0.25f$$

$$f = \mu_R \cdot F_{\text{压}} = 0.8F_{\text{压}}$$

$$M_{\text{总}} = 0.25 \times 0.8 F_{\text{压}} = 0.2 F_{\text{压}}$$

二、求物体的转动惯量 J

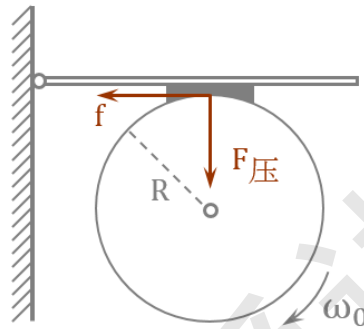
物体形状	转轴的位置	转动惯量
细杆 	通过一端垂直于杆	$\frac{1}{3}ml^2$
细杆 	通过中点垂直于杆	$\frac{1}{12}ml^2$
薄圆环 (或薄圆筒) 	通过环心垂直于环面 (或中心轴)	mR^2
圆盘 (或圆柱体) 	通过盘心垂直于盘面 (或中心轴)	$\frac{1}{2}mR^2$
薄球壳 	直径	$\frac{2}{3}mR^2$
球体 	直径	$\frac{2}{5}mR^2$

例 1：一质量为 m 、半径为 R 的实心均质水平圆盘绕通过盘心的竖轴旋转，求这个圆盘的转动惯量。

$$J = \frac{1}{2}mR^2$$

三、已知角加速度或力矩中的一项求另一项

例 1: 一个实心均质圆盘, 质量 $m=64\text{kg}$, 半径 $R=0.25\text{m}$, 正在以 $\omega_0=1000\text{ rad/s}$ 的转速转动。已知闸瓦与圆盘间的滑动摩擦系数 $\mu_k=0.8$, 现在要在 $t=5\text{s}$ 内使它均匀减速直至停下来, 闸瓦对圆盘的力 $F_{\text{压}}$ 得多大?



$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 1000}{5} = -200 \text{ rad/s}^2$$

$$J = \frac{1}{2} m R^2 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J\alpha = \frac{1}{2} m R^2 \alpha = -400 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{总}} = f \cdot R = \mu_k F_{\text{压}} \cdot R = 0.2 F_{\text{压}}$$

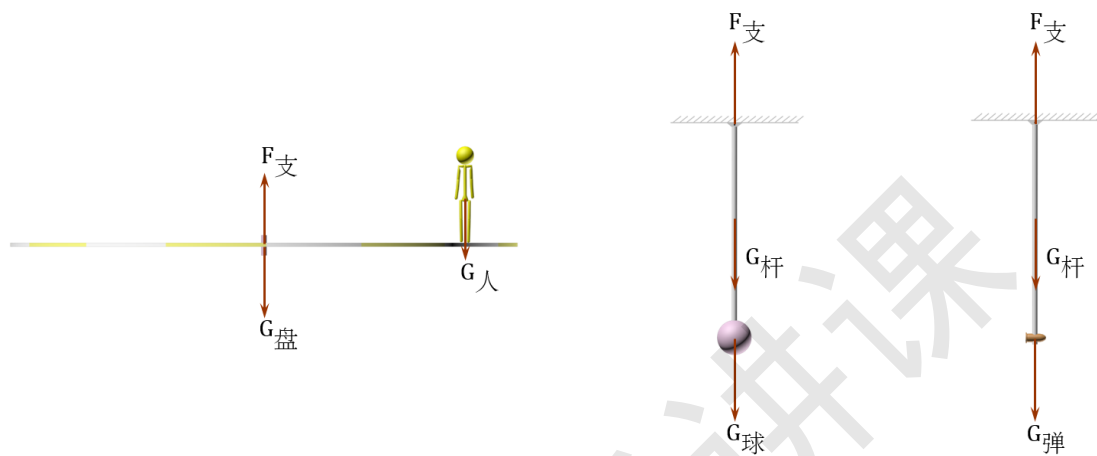
$$M_{\text{总}} = J\alpha \Rightarrow 0.2 F_{\text{压}} = -400 \Rightarrow F_{\text{压}} = -2000 \text{ N}$$

压力为 2000N

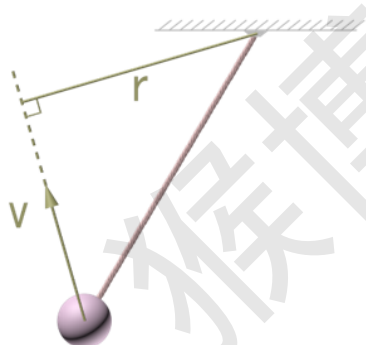
大物一力学第五课

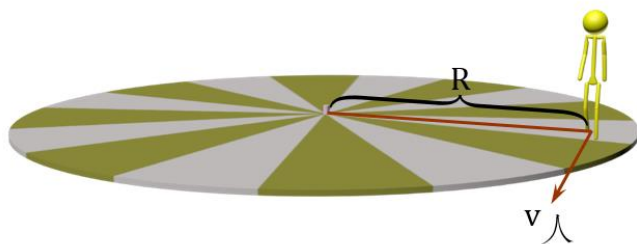
一、角动量守恒

举例 1:

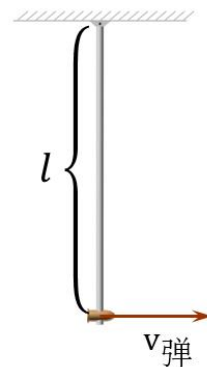


举例 2:




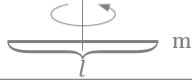






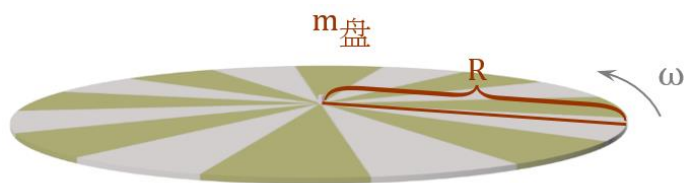
$$m_{\text{人}} \cdot R \cdot v_{\text{人}}$$



$$m_{\text{弹}} \cdot l \cdot v_{\text{弹}}$$

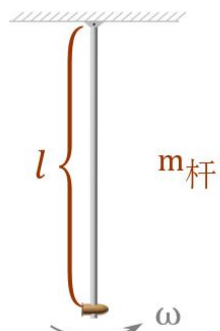
举例 3:

物体形状	转轴的位置	转动惯量
细杆 	通过一端垂直于杆	$\frac{1}{3}ml^2$
细杆 	通过中点垂直于杆	$\frac{1}{12}ml^2$
薄圆环 (或薄圆筒) 	通过环心垂直于环面 (或中心轴)	mR^2
圆盘 (或圆柱体) 	通过盘心垂直于盘面 (或中心轴)	$\frac{1}{2}mR^2$
薄球壳 	直径	$\frac{2}{3}mR^2$
球体 	直径	$\frac{2}{5}mR^2$



$$J = \frac{1}{2} m_{\text{盘}} R^2$$

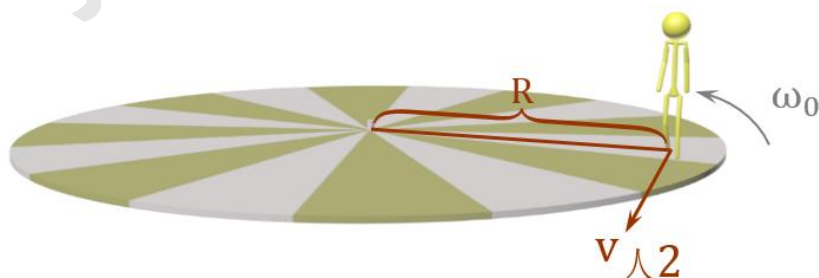
$$J\omega = \frac{1}{2} m_{\text{盘}} R^2 \cdot \omega$$



$$J = \frac{1}{3} m_{\text{杆}} l^2$$

$$J\omega = \frac{1}{3} m_{\text{杆}} l^2 \cdot \omega$$

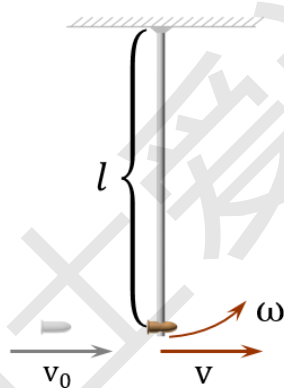
例 1：水平实心均质圆盘质量为 M 、半径为 R ，可绕圆心处光滑竖轴转动，质量为 m 的人站在圆盘边缘上。最初二者都相对地面静止，然后人沿着圆盘边缘走，带着圆盘转动起来。当圆盘相对于地面的角速度为 ω_0 时，人相对于地面的角速度 ω 为多少？



$$\begin{array}{ccccccc}
 m_{\text{人}} & r_1 & v_{\text{人}1} & + & J_{\text{盘}} & \omega_{\text{盘}1} & = & m_{\text{人}} & r_2 & v_{\text{人}2} & + & J_{\text{盘}} & \omega_{\text{盘}2} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
 m & R & 0 & & \frac{1}{2}MR^2 & 0 & & m & R & ? & & \frac{1}{2}MR^2 & \omega_0
 \end{array}$$

$$\Rightarrow |v_{\text{人}2}| = \frac{MR\omega_0}{2m} \Rightarrow \omega = \frac{v_{\text{人}2}}{R} = \frac{M\omega_0}{2m}$$

例 2：竖直下垂的均质杆长为 l 、质量为 M ，其上端挂在光滑水平轴上，一颗质量 m 的子弹以水平速度 v_0 射入杆的下端而没有射出。求杆和子弹开始一起运动时的角速度 ω

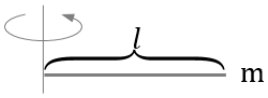
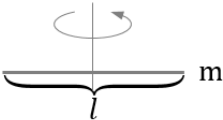
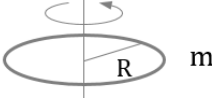
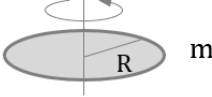
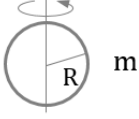
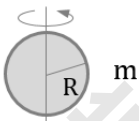


$$\begin{array}{ccccccc}
 m_{\text{弹}} & r_1 & v_{\text{弹}1} & + & J_{\text{杆}} & \omega_{\text{杆}1} & = & m_{\text{弹}} & r_2 & v_{\text{弹}2} & + & J_{\text{杆}} & \omega_{\text{杆}2} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
 m & l & v_0 & & \frac{1}{3}Ml^2 & 0 & & m & l & l\omega & & \frac{1}{3}Ml^2 & \omega
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{3mv_0}{(3m+M)l}$$

大物一力学第六课

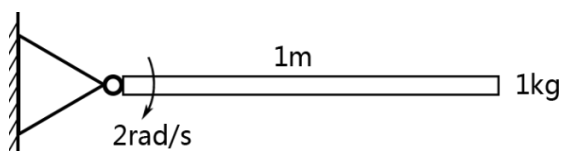
一、计算动能、重力势能、弹性势能、引力势能

物体形状	转轴的位置	转动惯量
细杆 	通过一端垂直于杆	$\frac{1}{3}ml^2$
细杆 	通过中点垂直于杆	$\frac{1}{12}ml^2$
薄圆环 (或薄圆筒) 	通过环心垂直于环面 (或中心轴)	mR^2
圆盘 (或圆柱体) 	通过盘心垂直于盘面 (或中心轴)	$\frac{1}{2}mR^2$
薄球壳 	直径	$\frac{2}{3}mR^2$
球体 	直径	$\frac{2}{5}mR^2$

例 1：有一辆质量为 2kg，速度为 1m/s 的小车，试求其动能。

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

例 2：如图，有一长度为 1m，质量为 1kg 的杆绕支点匀速转动，角速度为 2rad/s，试求其动能。



$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 = E_k = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} m l^2 \times \omega^2 = \frac{1}{6} \times 1 \times 1 \times 4 = \frac{2}{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

例 3：有一质量为 2kg 的物块，距地面的高度为 5m，已知重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ ，试求此物块的重力势能。

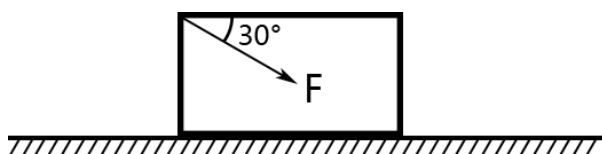
$$E_p = mgh = 2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

例 4：有一轻质弹簧，其弹性系数 $k=50\text{N/m}$ ，试求当它被拉长 1m 时的弹性势能。

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 1^2 = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

二、力对物体做的功

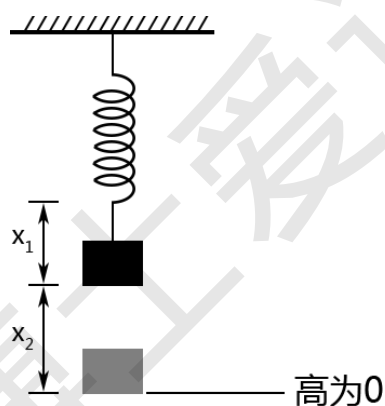
例 1：一箱子放在水平地面上，用大小为 60N，与水平地面呈 30° 角的推力，推动箱子向前运动了 25m，试计算推力推箱子做的功 A。



$$A = FScos\theta = 60 \times 25 \times \cos 30^\circ = 1.3 \times 10^3 \text{ J}$$

三、能量守恒

例 1：如图，一轻质弹簧悬挂一个质量为 $m=1\text{kg}$ 的物块，当系统静止时，弹簧伸长了 $x_1=10\text{cm}$ 。现在给物块一个竖直向下的速度 $v=2\text{m/s}$ ，并给物块施加一个竖直向下的拉力 $F=10\text{N}$ ，求物块向下运动的最大距离 x_2 。（以物块向下运动的最低处作为高为 0 处）



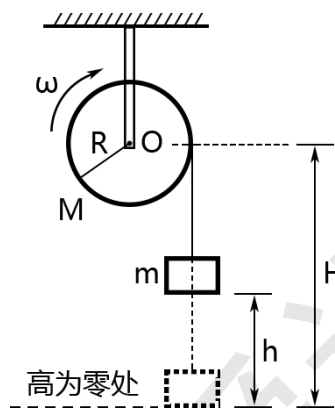
		平动动能	重力势能	弹性势能
开始时	物块	2	$10x_2$	0
	弹簧	0	0	0.5
过程中外力做功		$10x_2$		
最低处	物块	0	0	0
	弹簧	0	0	$50(0.1 + x_2)^2$

$$k = \frac{10\text{N}}{0.1\text{m}} = 100 \text{ N/m}$$

$$2 + 10x_2 + 0.5 + 10x_2 = 50(0.1 + x_2)^2$$

$$x_2 = 0.324 \text{ m}$$

例 2: 如图, 一质量为 M , 半径为 R 的轮盘(转动惯量为 $\frac{MR^2}{2}$), 上面绕有细绳, 绳的一端固定在轮盘边上, 另一端挂一质量为 m 的物体而下垂。忽略轴处摩擦, 求物体 m 由静止下落 h 高度时的速度和此时轮盘的角速度。



		平动动能	转动动能	重力势能
开始时	物块	0 (开始时静止)	0 (没转动)	mgh
	轮盘	0 (没平动)	0 (开始时静止)	MgH
过程中外力做功		0		
下落 h 高度时	物块	$\frac{1}{2}mv^2$	0	0
	轮盘	0	$\frac{1}{2} \cdot \frac{MR^2}{2} \omega^2$	MgH

$$\begin{cases} mgh + MgH = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{MR^2}{2} \omega^2 + MgH \\ v = \omega R \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{\sqrt{\frac{4mgh}{2m+M}}}{R} \\ v = \omega R = \sqrt{\frac{4mgh}{2m+M}} \end{cases}$$

四、完全弹性碰撞

例 1: 在光滑水平面上, 有两个质量分别为 m_1 , m_2 的小球, 沿着一条直线运动, 速度分别为 v_{10} 和 v_{20} , 发生完全弹性碰撞后, 两个小球仍沿同一直线运动, 求碰撞后两球的速度 v_1 、 v_2

$$\begin{cases} m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{10} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{20}$$

$$v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{20} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{10}$$

五、完全非弹性碰撞

例 1: 在光滑水平面上, 有两个质量分别为 m_1 , m_2 的小球, 沿着一条直线运动, 速度分别为 v_1 和 v_2 , 发生完全非弹性碰撞后, 两个物体合二为一, 求碰撞损失的动能。

设碰撞后整体速度为 v

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$\Rightarrow v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

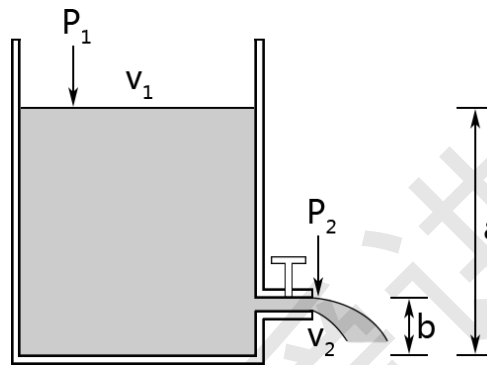
$$\text{碰撞前总动能: } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\text{碰撞后总动能: } \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2}$$

$$\text{碰撞损失的动能: } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2}$$

六、两液面类题目

例 1：如图，有一个很大的水箱，水面高度为 a ，在水箱内水面下深度为 b 处安有一水龙头，当水龙头打开时，水龙头处的水以多大的速率流出？



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Below the equation, there are four vertical arrows pointing downwards, representing the forces acting on the water at different points:

- At the top surface (point 1): $P_{\text{大气压}}$ (atmospheric pressure) and $\rho_{\text{水}}$ (density of water).
- At the faucet (point 2): $P_{\text{大气压}}$ (atmospheric pressure) and $\rho_{\text{水}}$ (density of water).
- At the bottom (point 0): $\rho_{\text{水}}$ (density of water).
- At the faucet (point b): $\rho_{\text{水}}$ (density of water).

$$P_{\text{大气压}} + \frac{1}{2}\rho_{\text{水}} 0^2 + \rho_{\text{水}} g \cdot a = P_{\text{大气压}} + \frac{1}{2}\rho_{\text{水}} v_2^2 + \rho_{\text{水}} g \cdot b$$

$$v_2 = \sqrt{2g(a - b)}$$