1、若 $F(x)$ 的原函数为 $\sin x$ ，则 $\int dF(x) = \underline{\cos x}$.

$2\sin x \cos x$

$$= \int F'(x)\,dx = F(x).$$

2. $\int \dfrac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx = (\quad C \quad)$.

  A. $\ln(1+\sin 2x)+C$ B. $\ln(1+\cos 2x)+C$

  C. $\ln(1+\sin^2 x)+C$ D. 以上答案都不对

3. $\int \dfrac{2x+5}{x^2+4x+13}dx = \int \dfrac{1}{x^2+4x+13}d(x^2+4x+13) + \int \dfrac{1}{x^2+4x+13}dx$

$$= \ln(x^2+4x+13) + \int \dfrac{1}{(x+2)^2+3^2}dx$$

$$= \ln(x^2+4x+13) + \dfrac{1}{9}\operatorname{arctan}\dfrac{x+2}{3}$$

$$\dfrac{1}{9}\cdot\dfrac{1}{\left(\dfrac{x+2}{3}\right)^2+1} = \dfrac{1}{9}\cdot\operatorname{arctan}\left(\dfrac{x+2}{3}\right)$$

4. $\int \dfrac{1}{(1+e^{-x})}dx$

5、计算：$\int \operatorname{arccot}\sqrt{x}\,dx$

6. 求 $\int x^2\cos x\,dx$.

7. $\int \sin^3 t\cdot\cos t\cdot dt$

8. $\int \sin^3 t\cdot\cos^2 t\cdot dt$

9. 求 $\int \dfrac{dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. 解：令 $x=\tan u,\quad dx=\sec^2 u\,du$

$$\int \dfrac{dx}{\sqrt{(x^2+1)^3}} = \int \dfrac{\sec^2 u\,du}{\sec^3 u} = \int \dfrac{1}{\sec u}du = \int \cos u\,du = \sin u + C = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C$$

10. 求 $\int \dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}dx$.

解：设 $x=\sec u,\quad dx=\sec u\tan u\,du$

$$原式 = \int \dfrac{1}{\sec u\tan u}\sec u\tan u\,du = \int du = u + C = \arccos\dfrac{1}{x}+C$$

1/x的代换

11. $\int \dfrac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}dx = \int \dfrac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}dx = \int (\sec^2 x+\csc^2 x)dx = \tan x - \cot x + c$

12. $\int \dfrac{x^2+x-1}{(x^2-1)^2}dx$ 展开的份数

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du.$$

5. $\int arc\cos\sqrt{x}\,dx$

解: 令 $t = \sqrt{x}$.

则 原式 $= \int arc\cos t\,dt^2$

$= arc\cos t \cdot t^2 - \int t^2\,d arc\cos t$

$= arc\cos t \cdot t^2 + \int t^2 \cdot \dfrac{1}{1+t^2}\,dt$

$= arc\cos t \cdot t^2 + \int (1 - \dfrac{1}{1+t^2})\,dt$ ✳

$= arc\cos t \cdot t^2 + t - \int \dfrac{1}{1+t^2}\,dt\; arc\tan t \cdot + C$

则 原式 $= x\,arc\cos\sqrt{x} + \sqrt{x} - arc\tan\sqrt{x}$

① 化为 $\int u\,dv$ 的形式（别忘代入）。

② 化为 $\dfrac{1}{1+t^2}$ 的形式 $\Rightarrow$ 得 $arc\tan$; 可以是 $1-\square$, $1+\square$ 的方式来凑.

6. $\int x^2\cos x\,dx =$

解: 原式 $= \int x^2\,d\sin x$

$= x^2\sin x - \int \sin x\,dx^2$

$= x^2\sin x - \int 2x\sin x\,dx$

$= x^2\sin x - \int 2x\,d\cos x$

$= x^2\sin x + 2(x\cos x - \int \cos x\,dx)$

$= x^2\sin x + 2(x\cos x - \sin x + C)$

$= x^2\sin x + 2x\cos x - 2\sin x + C$

① 连续的时候注意去换，是他他也不同结果的证。

② 注意正负 !!!