1、当 $x \to 0$ 时， $x - \tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小，则 $k =$ ______.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2、 $f(x) = 1 - e^{\tan x}$ 是 $\arcsin\frac{x}{2}$（ $x \to 0$ 时）的（　　）.

A. 等价无穷小　B. 同阶但非等价无穷小　C. 低阶无穷小　D. 高阶无穷小

3. $x = 0$ 是 $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}$ 的__A__间断点.

A. 可去　　B. 跳跃　　C.振荡　　D.无穷

4．曲线 $\sin(xy) + \ln(y - x) = x$ 在点 $(0,1)$ 的切线方程为 __$y = x + 1$__

5．设 $y = y(x)$ 由方程 $e^{xy} + y^3 - 5x = 0$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}|_{x=0}$.

6、求由参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

7．已知 $f(x) = \begin{cases} (1+3x)^{\frac{1}{x}}, x > 0 \\ B, x = 0 \\ \frac{A\sin 3x}{x}, x < 0 \end{cases}$ ，　问 A, B 取何值时， $f(x)$ 在 $x = 0$ 连续。

解：因为 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}(1+3x)^{\frac{1}{x}} = e^3, \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}\frac{A\sin 3x}{x} = 3A$，所以 $f(x)$ 在 $x = 0$ 连续等价于 $e^3 = 3A = B$，即 $A = \frac{1}{3}e^3, B = e^3$。

8. 证明：函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续，但不可导.

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0 \qquad f(0) = 0$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}+1} = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) \qquad f(x)\text{在}x = 0\text{点处连续}.$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{1+x}+1)} = \infty$$

故 $x = 0$ 处不可导

9．求函数 $y=(\sin x)^{\ln x}$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$

$$\ln y=\ln x\ln\sin x \qquad \frac{1}{y}y'=\frac{1}{x}\ln\sin x+\frac{\cos x}{\sin x}\ln x$$

$$y'=(\sin x)^{\ln x}[\frac{\ln\sin x}{x}+\frac{\cos x\ln x}{\sin x}]$$

10．求函数 $y=e^{\sin^2 x}$ 的微分

11．设 $y=x^2\sin 2x$，求 $y^{(50)}(0)$.

解： $y^{(50)}(0)=\sum_{k=0}^{50}C_{50}^{k}(x^2)^{(k)}|_{x=0}\cdot(\sin 2x)^{(50-k)}|_{x=0}=C_{50}^{2}(x^2)''|_{x=0}\cdot(\sin 2x)^{(48)}|_{x=0}$

$$=\frac{50\cdot 49}{2}\cdot 2\cdot 2^{48}\sin(2x+48\cdot\frac{\pi}{2})|_{x=0}=0 .$$

$$(uv)^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\mathrm{C}_n^k u^{(n-k)}v^{(k)} \qquad C_n^r=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$