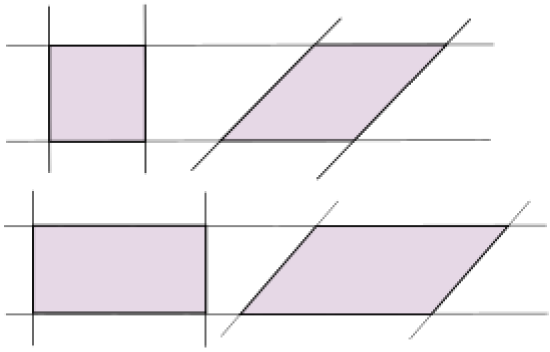
WIKIPEDIA

Paralelogramo

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero cuyos pares de lados opuestos son iguales y paralelos dos a dos.[1]



Distintos tipos de paralelogramos

Índice

Clases de paralelogramos

- El cuadrado, que tiene todos sus lados de igual longitud, y todos sus ángulos son rectos.
- El rombo, que tiene todos sus lados de igual longitud, y solo dos pares de ángulos congruentes.
- El rectángulo, que tiene solo sus lados opuestos de igual longitud, y todos sus ángulos son rectos.
- El romboide, que tiene solo los lados opuestos de igual longitud y solo dos pares de ángulos congruentes.

Propiedades

Por definición de paralelogramo:

- Todo cuadrilátero tiene cuatro vértices, cuatro lados. Cuatro ángulos interiores.
- Los lados opuestos de un paralelogramo son paralelos.

Propiedades de los paralelogramos deducibles a partir de su definición:

- Hereda todas las propiedades de los cuadriláteros:
- La suma de los ángulos interiores de todo paralelogramo es siempre igual a 360°.
- Los lados opuestos son de igual longitud, (*congruentes*).
- Los ángulos internos en dos vértices contiguos cualesquiera son suplementarios (*suman* 180°).

- Los ángulos internos opuestos son iguales en medida.
- El área de un paralelogramo es el doble del área de un triángulo formado por cualquiera de sus diagonales y los lados contiguos de la figura.
- Cualquier recta secante corta al paralelogramo en no más de dos puntos.
- Todos los paralelogramos son convexos.
- Las diagonales de un paralelogramo se bisecan entre sí en el «centro» del paralelogramo.
- El «centro» del paralelogramo es también el baricentro del mismo.
- Cualquier recta secante que pase por el «centro» de un paralelogramo divide a su superficie en dos partes iguales.
- Cualquier recta coplanar que pase por el «baricentro» de un paralelogramo es también «transversal de gravedad» del mismo.

Propiedades causadas por diferentes aplicaciones:

- Cualquier transformación afín no degenerada transforma un paralelogramo en otro paralelogramo.
- Existe un número infinito de transformaciones afines que transforman a un paralelogramo dado en un cuadrado.
- Se puede establecer un homeomorfismo entre un paralelogramo y una circunferencia.[2]
- Una traslación, una rotación de un paralelogramo conservan la forma y el tamaño.[3]

Dado un paralelogramo construido mediante vectores:

- El área de un paralelogramo es igual a la magnitud (módulo) del producto vectorial[4] de dos lados contiguos, considerados como vectores.[5] Los lados opuestos de un paralelogramo son de igual longitud, (congruentes). Los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales en medida. Los ángulos de dos vértices contiguos cualesquiera son suplementarios (suman 180°). La suma de los ángulos interiores de todo paralelogramo es siempre igual a 360°.

El paralelogramo «cuadrado», tiene simetría de rotación de orden 4 (45°) Los paralelogramos «romboide», «rombo» y «rectángulo», tiene simetría de rotación de orden 2 (90°) Si no tiene ningún eje de simetría de reflexión, entonces es un paralelogramo «romboide». Si tiene 2 ejes de simetría de reflexión diagonales, entonces es un paralelogramo «rombo». Si tiene 2 ejes de simetría de reflexión perpendiculares a sus lados, entonces es un paralelogramo «rectángulo». Si tiene 4 ejes de simetría de reflexión, entonces es un paralelogramo «cuadrado».

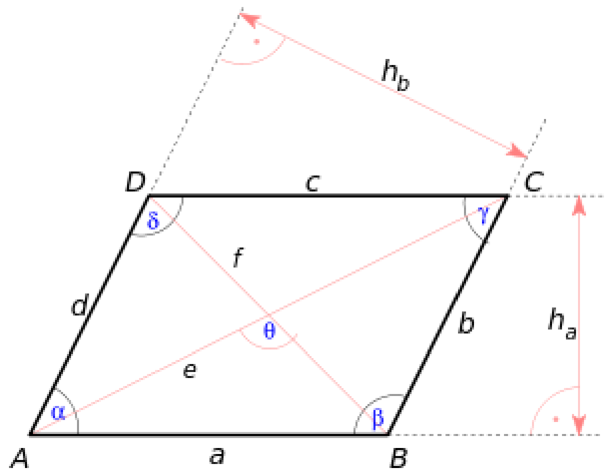
Casos de simetría para diversas clases de paralelogramos

- El paralelogramo «cuadrado», tiene simetría de rotación de orden 4 (90°).
- Los paralelogramos «romboide», «rombo» y «rectángulo», tiene simetría de rotación de orden 2 (180°).
- Si no tiene ningún eje de simetría de reflexión, entonces es un paralelogramo «romboideo».
- Si tiene 2 ejes de simetría de reflexión diagonales, entonces es un paralelogramo «rombo».
- Si tiene 2 ejes de simetría de reflexión perpendiculares a sus lados, entonces es un paralelogramo «rectángulo».
- Si tiene 4 ejes de simetría de reflexión, entonces es un paralelogramo «cuadrado».

Algunas propiedades métricas comunes

- El perímetro de un paralelogramo es 2 (***a*** + ***b***), donde ***a*** y ***b*** son las longitudes de dos lados contiguos cualquiera.
- La suma de los cuadrados de los lados es igual a la suma de los cuadrados de las diagonales (véase la ley del paralelogramo).
- Para calcular el área de un paralelogramo, se puede considerar como una figura compuesta por dos triángulos congruentes y un rectángulo, trazando alturas de los vértices de los ángulos obtusos. Y el triángulo tiene las mis más medidas

Fórmulas

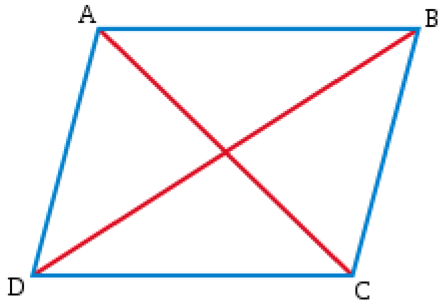


Fórmulas del paralelogramo

Área	$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b = \left\| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} \right\|$ 4 $A = a \cdot b \cdot \sin\alpha = a \cdot b \cdot \sin\beta = \frac{e \cdot f \cdot \sin\theta}{2}$
Altura de a	$h_a = b \cdot \sin\alpha = b \cdot \sin\beta = \frac{A}{a}$
Altura de b	$h_b = a \cdot \sin\alpha = a \cdot \sin\beta = \frac{A}{b}$
Diagonales **(ley de cosenos)**	$f = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)}$ $e = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)}$
Ángulos	$\alpha = \gamma \quad \beta = \delta \quad \beta = 180° - \alpha$

Ley del paralelogramo

Existe una ley geométrica que relaciona los lados de un paralelogramo con sus diagonales, llamada **ley del paralelogramo**. Ésta dice que la suma de los cuadrados de las longitudes de los cuatro lados de un paralelogramo cualquiera es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de las dos diagonales. En notación matemática, se representa mediante la siguiente fórmula:



Los cuatro lados de un paralelogramo (AB, BC, CD y DA), los cuatro vértices (A, B, C y D) y sus dos diagonales (AC y BD).

$$(AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2 + (DA)^2 = (AC)^2 + (BD)^2.$$

donde A, B, C, y D son los vértices del paralelogramo.

Puesto que los lados son iguales dos a dos, la fórmula suele representarse simplificada:

$$2 \cdot ((AB)^2 + (BC)^2) = 2 \cdot ((CD)^2 + (DA)^2) = (AC)^2 + (BD)^2.$$

Véase también

- Anexo:Ecuaciones de figuras geométricas

Notas y referencias

1. Jurgensen-Donnelly-Dolciani. *Geometría Moderna Estructura y método*. Publicaciones Cultural, décima reimpresión. México D.F. ISBN 968-439-028-09
2. Topología de Schaumm
3. Pastor- Santaló- Balanzat: Geometría Analítica
4. Siendo rigurosos, se sabe que el ***producto vectorial*** es una operación inválida para espacios de dos dimensiones $\mathbb{R}^2$, pero siempre podemos imaginar a las figuras geométricas bidimensionales planas, como embebidas en un espacio euclidiano tridimensional $\mathbb{R}^3$, ubicadas en un plano horizontal de cota cero, aun así el resultado de dicho producto sería un vector perpendicular al plano de la figura, es por esta razón que se dice que: «el área de un paralelogramo es igual solo al valor absoluto de ***la magnitud*** (*o norma*) de dicho vector y no al vector mismo».
5. Puede plantearse que los vértices están en $\mathbb{R}^3$

Enlaces externos

- Portal:Matemática. Contenido relacionado con **Matemática**.
- Wikimedia Commons alberga una categoría multimedia sobre **Paralelogramos**.
- Wikcionario tiene definiciones y otra información sobre **paralelogramo**.
- Weisstein, Eric W. «Paralelogramo» (http://mathworld.wolfram.com/Parallelogram.html). En Weisstein, Eric W, ed. *MathWorld* (en inglés). Wolfram Research.