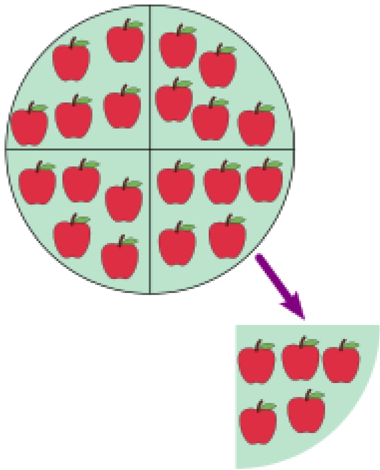
WIKIPEDIA

División (matemática)

En la matemática, la **división** es una operación parcialmente definida en el conjunto de los números naturales y los números enteros; en cambio, en el caso de los números racionales, reales y complejos es siempre posible efectuar la división, exigiendo que el divisor sea distinto de cero, sea cual fuera la naturaleza de los números por dividir. En el caso de que sea posible efectuar la división, esta consiste en indagar cuántas veces un número (**divisor**) está «contenido» en otro número (**dividendo**). El resultado de una división recibe el nombre de «**cociente**». De manera general puede decirse que la división es la *operación inversa* de la multiplicación, siempre y cuando se realice en un campo.[1]



$20 \div 4 = 5$

Debe distinguirse la división «exacta» (sujeto principal de este artículo) de la «división con resto» o *residuo* (la división euclídea). A diferencia de la suma, la resta o la multiplicación, la división entre números enteros no está siempre definida; en efecto: 4 dividido 2 es igual a 2 (un número entero), pero 2 entre 4 es igual a ½ (un medio), que ya no es un número entero. La definición formal de «división» , «divisibilidad» y «conmensurabilidad», dependerá luego del conjunto de definición.

Como ***cualquier operación***, en *el resultado de una división tiene que ser único*, por eso existe una definición para cociente y resto.

Índice

Definición

Conceptualmente, la división describe dos nociones relacionadas, aunque diferentes, la de «separar» y la de «repartir».[2] [3] De manera formal, la **división** es una operación binaria que a dos números asocia el producto del primero por el inverso del segundo. Para un número no nulo, la función «división por ese número» es el recíproco de «multiplicación por ese número». De este modo, el cociente a dividido b se interpreta como el producto a por $\frac{1}{b}$.

Si la división no es exacta, es decir, el divisor no está contenido un número exacto de veces en el dividendo, la operación tendrá un resto o *residuo*, donde:

$$\textbf{dividendo} = \textbf{divisor} \times \textbf{cociente} + \textbf{resto.}$$

Etimología: la palabra deriva del latín dividere: partir, separar.

Notación

En álgebra y ciencias, la división se denota generalmente a modo de fracción, con el dividendo escrito sobre el divisor. Por ejemplo $\frac{3}{4}$ se lee: *tres dividido cuatro*. También puede emplearse una barra oblicua: $3/4$; este es el modo más corriente en los lenguajes de programación por computadora u ordenador, puesto que puede ser fácilmente inscrito como secuencia simple del código ASCII.

Otro modo de indicar una división es por medio del símbolo óbelo ($\div$) (también llamado «signo de la división»). Este símbolo también se usa para representar la operación de división en sí, como es de uso frecuente en las calculadoras. Otras variantes son los dos puntos (**:**) o el punto y coma (**;**).

Propiedades

La división no es propiamente dicho una «operación» (es decir, una ley de composición interna definida por todas partes), sus «propiedades» no tienen implicaciones estructurales sobre el conjunto de números, y deben ser comprendidas dentro del contexto de los *números fraccionarios*.

- no-conmutativa, contraejemplo: $5 \div 3 \neq 3 \div 5$;
- no-asociativa, contra
- pseudoelemento neutro a la derecha: 1

$$\frac{a}{1} = a;$$

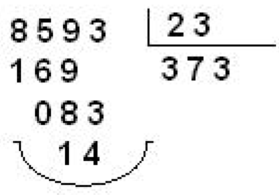
- pseudoelemento absorbente a la izquierda: 0

$$\text{si } b \neq 0, \frac{0}{b} = 0;$$

- fracciones equivalentes:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc\ .$$

Algoritmos para la división



Ejemplo de una división.

Hasta el siglo XVI fue muy común el algoritmo de la división por galera, muy similar a la división larga y a la postre (sustituido por ésta como método predilecto de división). El proceso usual de división (**división larga**) suele representarse bajo el diagrama:

$$\begin{array}{r|l} & \text{Cociente} \\ \hline \text{Divisor} & \text{Dividendo} \\ & \text{Resto} \end{array}$$

También se usa un diagrama equivalente con la línea debajo del dividendo

$$\begin{array}{l|l} \text{Divisor} & \text{Dividendo} \\ \hline {\scriptstyle (\text{operaciones})} & \text{Cociente} \\ \text{Resto} & \end{array}$$

Y también se usa otro diagrama equivalente

$$\begin{array}{l|l} \text{Dividendo} & \text{Divisor} \\ \hline {\scriptstyle (\text{operaciones})} & \text{Cociente} \\ \text{Resto} & \end{array}$$

Otro método consiste en la utilización de una «tabla elemental», similar a las tablas de multiplicar, con los resultados preestablecidos.

División de números

División de números naturales

Consideremos el conjunto $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...n, ...\}$ de los números naturales y sean a,b no nulo, c números naturales, diremos que

$$a \div b = c$$

si

$$a = b \cdot c$$

Si es así se dirá que a es el dividendo; b, el divisor; y c, el cociente si existe.[4]

Sin embargo, dados dos números naturales a y $b \neq 0$, existen dos únicos números naturales q y r tal que se cumplen las relaciones $a = b \cdot q + r, 0 \leq r < b$.

El algoritmo que permite encontrar q y r, conociendo a y b, se denomina *división entera*, entre otros nombres.[5]

División de números enteros

La división no es una operación cerrada, lo cual quiere decir que, en general, el resultado de dividir dos números enteros no será otro número entero, a menos que el dividendo sea un múltiplo entero del divisor.

Existen *criterios de divisibilidad* para números enteros (por ejemplo, todo número terminado en 0,2,4,6 u 8 será divisible entre 2), utilizados particularmente para descomponer los enteros en factores primos, lo que se usa en cálculos como el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor.

División de números racionales

La división en $\mathbb{Q}$ siempre es posible, toda vez que el divisor no sea nulo. Pues el cociente $x \div y$, no es sino el producto $x \cdot y^{-1}$

En los racionales, el resultado de dividir dos números racionales (a condición de que el divisor no sea 0) puede calcularse con cualesquiera de las fracciones representativas. Se puede definir de la manera siguiente:[6] dados p/q y r/s,

$$\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \cdot \frac{s}{r} = \frac{p \cdot s}{q \cdot r}$$

Esta definición demuestra que la división funciona como la *operación inversa* de la multiplicación.

División de números reales

El resultado de dividir dos números reales es otro número real (siempre y cuando el divisor no sea 0). Se define como $a/b = c$ si y solo si $a = cb$ y $b \neq 0$.

División de formas binómicas cuadráticas

$$(a + b\sqrt{2}) \div (c + d\sqrt{2}) = (a + b\sqrt{2}) \times (c + d\sqrt{2})^{-1}$$[7]

División entre cero

La división de cualquier número entre cero es una «indefinición». Esto resulta del hecho que cero multiplicado por cualquier cantidad finita es otra vez cero, es decir que el cero no posee un inverso multiplicativo.

División de números complejos

El resultado de dividir dos números complejos es otro número complejo (siempre y cuando el divisor no sea 0). Se define como

$$\frac{p+iq}{r+is} = \frac{pr+qs}{r^2+s^2} + i\frac{qr-ps}{r^2+s^2}$$

en donde *r* y *s* no son ambos iguales a 0.

En la forma trigonométrica $r(\cos a + i\sin a) \div s(\cos b + i\sin b) = (r \div s)(\cos(a-b) + i\sin(a-b))$[8]

En forma exponencial:

$$pe^{iq} \div re^{is} = (p \div r)e^{i(q-s)}.$$

Véase también

- Algoritmo de la división
- División larga
- División por galera
- Divisibilidad
- División por cero
- División polinomial
- Algoritmo divide y vencerás
- Razón (matemática)

Notas y referencias

1. Adler «Nueva matemática»
2. Real Academia Española y Asociación de Academias de la Lengua Española. «dividir» (https://dle.rae.es/dividir). *Diccionario de la lengua española* (23.ª edición).
3. Fosnot and Dolk 2001. *Young Mathematicians at Work: Constructing Multiplication and Division*. Portsmouth, NH: Heinemann.
4. José Vicente Ampuero. «Aritmética teórica», Edidiones de UNMSM, Lima (1960)
5. Sigler.«álgebra»
6. Usando el criterio de que la división es un caso del producto.
7. Zuckerman. «Introducción a la teoría de los números»
8. Alfhors «Complex variable»

Bibliografía

- Weisstein, Eric W. «Division» (http://mathworld.wolfram.com/Division.html). En Weisstein, Eric W, ed. *MathWorld* (en inglés). Wolfram Research.
- José Manuel Serrano González, et al (1997). *Aprendizaje corporativo en matemáticas* (http://books.google.es/books?id=Zbt40dfAW4MC&lpg=PA1&dq=ense%C3%B1anza%20de%20las%20matematicas&hl=es&pg=PA75#v=onepage&q=divisi%C3%B3n&f=false). Universidad de Murcia. p. 75. ISBN 84-7684-805-6.
- *Diccionario Jurídico Mexicano*, México, Instituto de Investigaciones jurídicas, 2011, Editorial Porrúa, p. 1382.

Enlaces externos

- Ejemplos de divisiones (Álgebra) (http://palaestramundi.50webs.com/bibliotheca/articulos/division.htm)