Commande floue et robotique

Dominique Luzeaux

dominique.luzeaux@polytechnique.org

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Le « flou » (fuzzy en anglais) relève des techniques dites de « commande intelligente » ou d' « intelligence artificielle ».

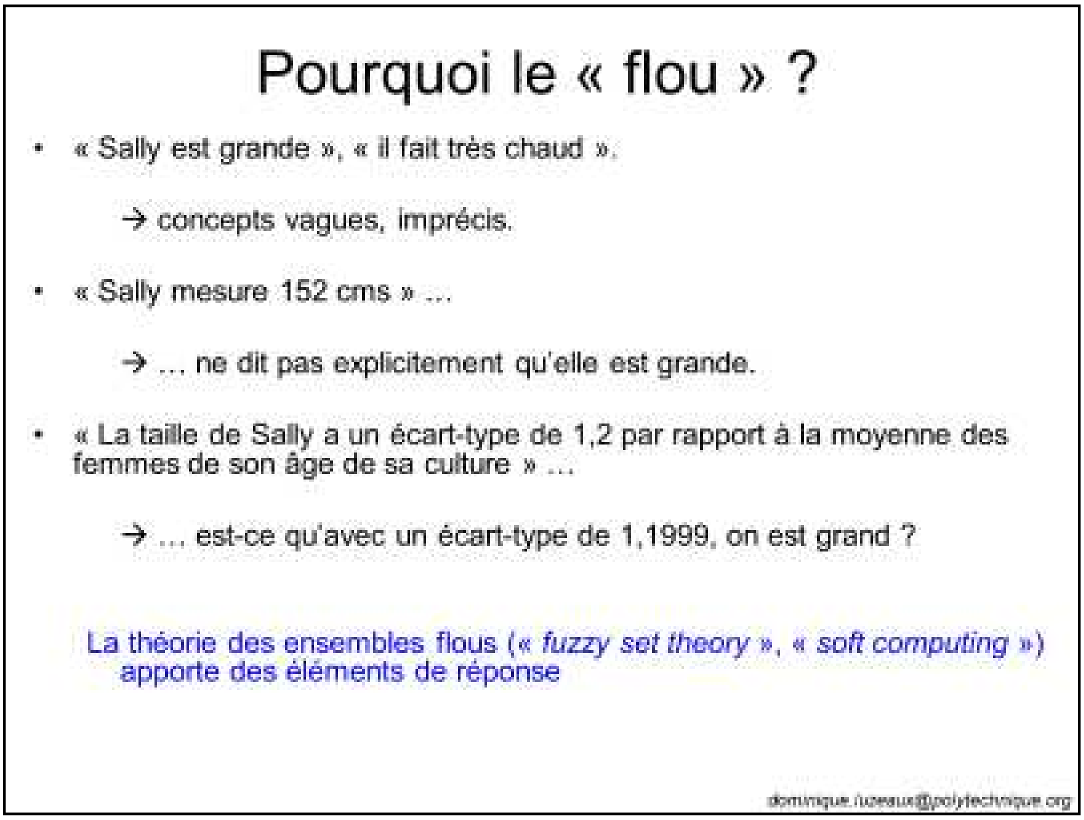
L'idée est d'utiliser des notions intuitives, comme « être à gauche de la route », « braquer un peu », « rouler vite », etc. et de pouvoir manipuler ce type de notions pour commander un système.

Ces techniques sont adaptées pour la robotique mobile, car permettent facilement de traduire des connaissances intuitives sur le comportement d'un système en une loi de commande, dont un certain nombre de travaux théoriques ont démontré l'efficacité.

L'objectif de l'exposé est de donner un aperçu de la théorie du flou et d'illustrer sur un ca de problématique de robotique mobile: le parking de véhicule.

La théorie du flou a été développée initialement par le P^r Lotfi Zadeh (1921-2017), professeur émérite à l'Université de Berkeley, et qui est aussi un des fondateurs de l'approche – dite classique par opposition aux techniques relevant de l'intelligence artificielle – algébrique à base de représentation d'états.

P.S. je rends hommage au P^r Zadeh, qui était en 2001 le président de mon jury de thèse, mon sujet portant sur une autre technique de commande à mi-chemin entre de la commande classique et de la commande intelligente.

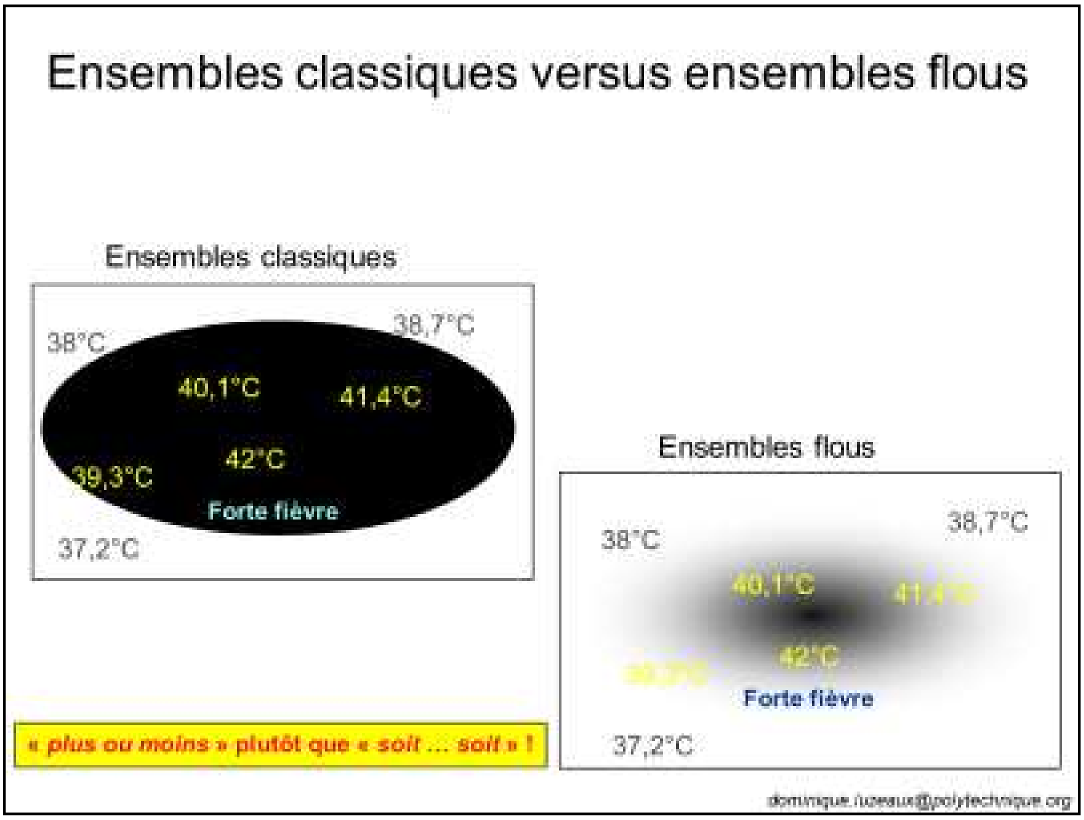


Comment modéliser des concepts comme « grand » ou « très chaud » ?

Une définition par des seuils numériques ne suffit pas : Sally avec 151,9 cm ne serait pas grande, mais le serait avec un millimètre de plus ?

Une définition avec des seuils numériques et une approche probabiliste souffre des mêmes défauts.

Il faut donc trouver une nouvelle manière d'aborder la problématique, qui soit capable de manipuler des concepts qui peuvent sembler de prime abord contradictoires : quand je suis un peu à droite de la route, je peux aussi considérer que je suis encore aussi un peu à gauche. D'ailleurs, la preuve, si un gros camion arrive en face, je vais instinctivement essayer de me rabattre un peu plus à droite !



Voici un autre exemple, montrant que la conception héritée de la théorie des ensembles n'est pas adaptée. En effet il n'y a pas une valeur précise de température à partir de laquelle on peut dire que l'on a une forte fièvre et en deçà de laquelle on pourrait dire que l'on n'a pas de forte fièvre (avec les conséquences que cela peut avoir).

Bref, la notion de fonction caractéristique basée sur l'appartenance ou la non-appartenance à un ensemble strict de valeurs (cf. le concept ensembliste de fonction caractéristique prenant les valeurs 0 ou 1) doit être remplacée par une autre notion, où l'appartenance pourrait être évaluée sur un continuum allant de 0 à 1.

Il s'agit donc de trouver une théorie mathématique permettant de passer du blanc/noir au gris et à ses différentes teintes… et autorisant des raisonnements manipulant par exemple des faits comme « le verre est plus ou moins plein et plus ou moins vide, en même temps ! ».

Concepts de base

- Les valeurs de vérité (logique floue) ou valeurs d'appartenance (théorie des ensembles flous) prennent leurs valeurs dans [0,1].
- Ex. : « Jeanne est vieille ». Si l'âge de Jeanne est 75 ans, on peut donner 0,8 comme valeur de vérité à cette propriété.
- Ex. : « Jeanne fait partie de l'ensemble des vieilles personnes ». En théorie des ensembles flous : μ_{vieux}(Jeanne)=0,8.
- μ_X est la fonction d'appartenance du concept flou X ;
- μ_X prend ses valeurs entre 0 et 1.

dominique.luzeaux@polytechnique.org

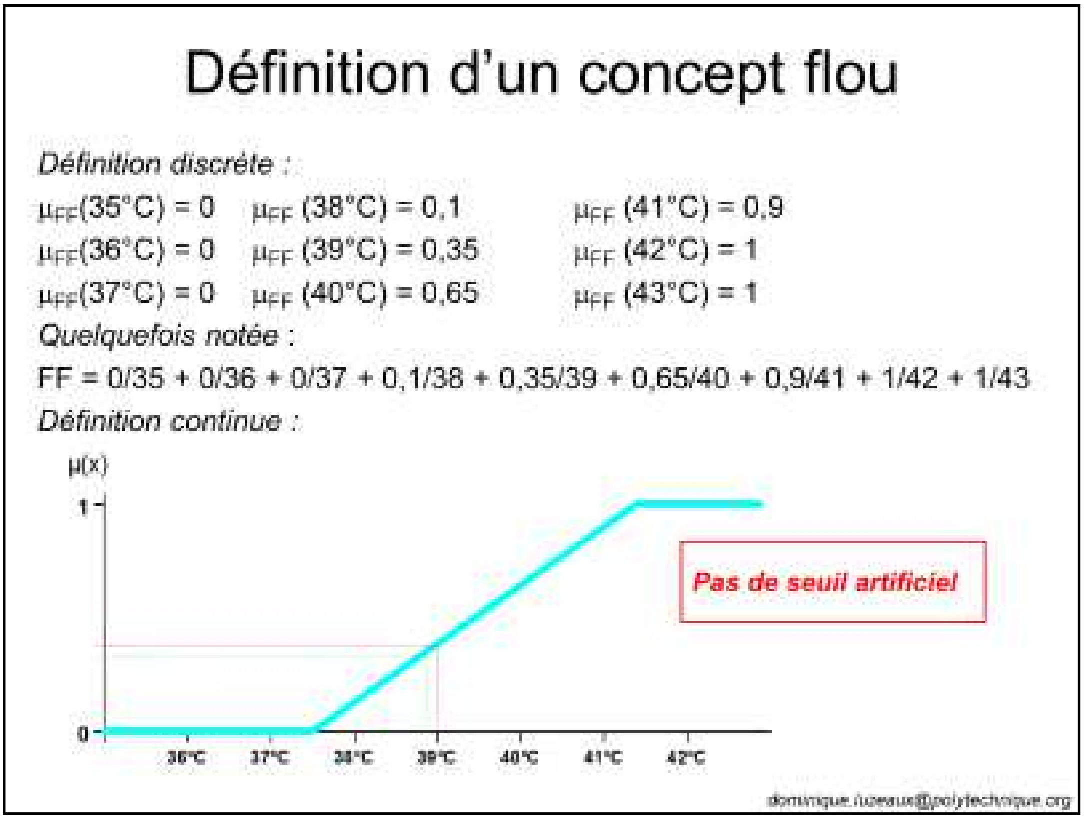
Au lieu de la fonction caractéristique, on va donc introduire la fonction d'appartenance, qui prend ses valeurs dans l'intervalle [0,1] et non dans l'ensemble à deux éléments {0,1}.

Le concept flou va être défini par le graphe de sa fonction d'appartenance. La grosse différence avec la théorie des ensembles classiques est que l'on pourra être, pour un âge donné, à la fois vieux et jeune, mais pas forcément avec les mêmes valeurs d'appartenance.

Par ailleurs rien n'est imposé sur ces valeurs d'appartenance si ce n'est que ce sont des nombres entre 0 et 1: on peut donc définir un concept « vieux » et une concept « pas vieux », et pour un âge donné, on peut tout à faire avoir une valeur d'appartenance au concept « vieux » de 0,6 et une valeur d'appartenance au concept « pas vieux » de 0,5.

Dit autrement il n'y a pas de propriété imposée d'additivité ou de sigma-additivité comme en théorie des ensembles ou probabilités (théorie de la mesure).

La suite de l'exposé va montrer comment construire une théorie cohérente (i.e. non contradictoire) à partir de ces définitions de base.



Ceci est un exemple de graphe correspondant à un concept que l'on pourrait appeler « fièvre très élevée ».

La courbe bleue est ici continue, ou construite par continuité à partir des valeurs définies supra (souvent on se donne des valeurs discrètes de valeurs d'appartenance en abscisse et de valeurs d'appartenance en ordonnée, et on fait une approximation linéaire entre les points ainsi définis.

Quelques dates

- **1965** : Article fondateur du Pr Lotfi Zadeh (U.C. Berkeley) sur la « Fuzzy Set Theory ».
- **1970** : 1e application de la logique floue (Europe).
- **1975** : Introduction de la logique floue au Japon.
- **1980** : Vérification empirique de la logique floue en Europe.
- **1985** : Nombreuses applications au Japon.
- **1990** : Nombreuses applications en Europe.
- **1995** : Nombreuses applications aux États-Unis.
- **2000** : La logique floue devient une technologie standard (boîte à outils dédiées dans Matlab entre autres) ; applications en analyse des données et du signal ; applications dans le domaine de la finance.

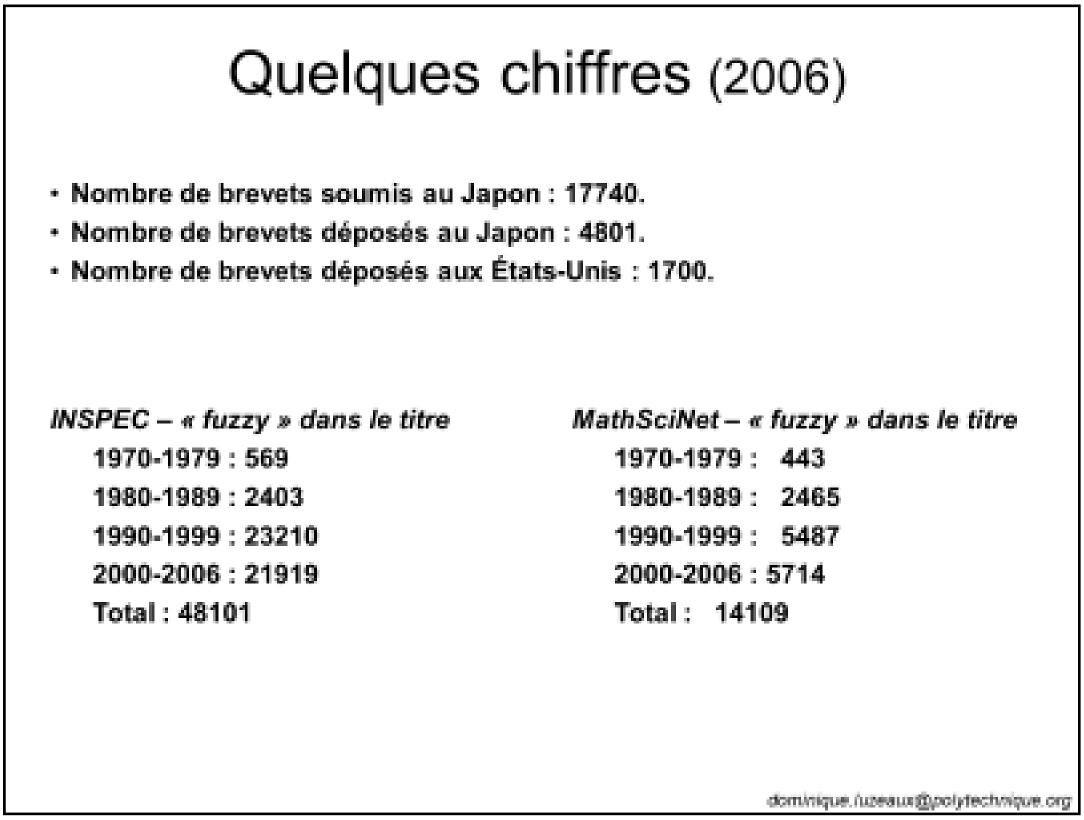
Enquête IEEE en 1996 :
- **1100 applications publiées (de l'ordre de 5% des applications totales) ;**
- **commande de systèmes enfouis (28%), automatisation industrielle (62%), contrôle de procédés (10%).**

dominique.luzeaux@polytechnique.org

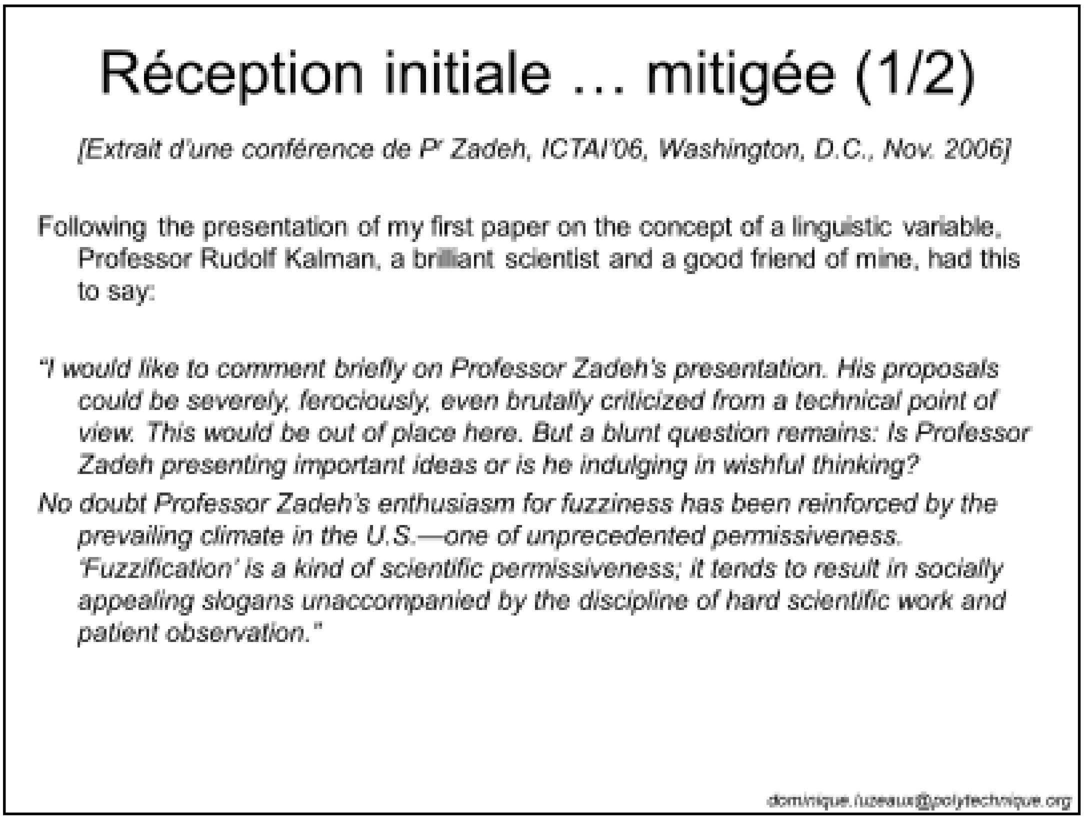
Quelques jalons clé, montrant que c'est une théorie assez récente, et qui a rapidement trouvé des applications concrètes.

Il faut replacer ces dates et leur jalonnement par rapport à d'autres techniques médiatisées comme l'apprentissage par réseaux de neurones profonds (« deep learning ») : l'explosion médiatique des réseaux de neurones profonds date de 2010 et de très nombreuses applications ont été faites cette dernière décennie, mais les publications scientifiques remontent aux années 90, voire 80, et les concepts scientifiques aux années 50.

Le flou est donc une théorie qui a réellement connu une explosion en termes de publications et d'applications. Ces dernières se trouvent dans tous les domaines (contrôles de boîtes de vitesse, d'appareils électroménagers, systèmes de transport, etc.).



Cette planche date, mais montre que le flou a suivi la courbe d'innovation habituelle de sigmoïde (démarrage lent avec des publications amont, puis une pente quasi verticale avec explosion des publications et des applications, puis un tassement des publications).



Le flou a été décrié par de nombreux professeurs renommés en automatique et traitement du signal, qui étaient les collègues du P^r Zadeh, et avaient travaillé avec lui sur le développement des approches mathématiques en automatique !

Pour la petite histoire, quand j'étais en postdoc à Berkeley, je n'ai pas été reçu par un professeur à qui j'avais demandé une audience, car je m'étais réclamé du P^r Zadeh…

Réception initiale … mitigée (2/2)

[Extrait d'une conférence de Pr Zadeh, ICTAI'06, Washington, D.C., Nov. 2006]

In a similar vein, my esteemed colleague Professor William Kahan — a man with a brilliant mind — offered this assessment in 1975.

"Fuzzy theory is wrong, wrong, and pernicious." says William Kahan, a professor of computer sciences and mathematics at Cal whose Evans Hall Office is a few doors from Zadeh's. *"I can not think of any problem that could not be solved better by ordinary logic."*

"What Zadeh is saying is the same sort of things 'Technology got us into this mess and now it can't get us out.'" Kahan says. "Well, technology did not get us into this mess. Greed and weakness and ambivalence got us into this mess. What we need is more logical thinking, not less. The danger of fuzzy theory is that it will encourage the sort of imprecise thinking that has brought us so much trouble."

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Pour information, le Pr William Kahan est célèbre en analyse numérique pour ses travaux sur les calculs en virgule flottante. Il est professeur émérite au département EECS de l'université de Berkeley comme le Pr Zadeh.

Quelques explications de Pr Zadeh (ICTAI'06, Washington, D.C., Nov. 2006)

*The distinguishing features of fuzzy logic are **graduation** and **granulation**.*

*More specifically, in fuzzy logic everything is or is allowed to be **graduated**, that is, be a matter of degree, or equivalently, fuzzy.*

*Furthermore, in fuzzy logic every variable is or is allowed to be **granulated**, with a granule being a clump of values which are drawn together by indistinguishability, similarity or proximity.*

*A **granule** may be interpreted as a representation of one's state of knowledge regarding the true value of the variable.*

As a simple example, Age is granulated when its granular values are assumed to be young, middle-aged and old.

Graduation and granulation play essential roles in human cognition.

dominique.luzeaux@polytechnique.org

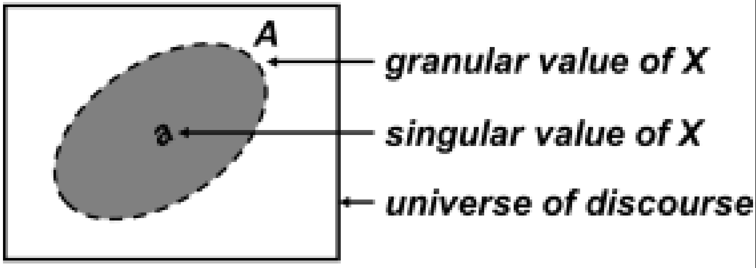
Ces extraits d'une conférence du P^{r} Zadeh relèvent davantage de l'épistémologie.

D'une part il faut les mettre en perspective avec les notions de description intentionnelle et extensionnelle d'un ensemble en théorie des ensembles. Par exemple « les nombres positifs pairs » est une description intentionnelle de l'ensemble dont la description extensionnelle est {0,2,4,6,8,10, …}.

D'autre part, l'idée fondamentale est de dire que même si par exemple on peut être jeune et vieux en même temps, avec des valeurs d'appartenance données -- c'est la notion de « graduation » -- (et alors les critiques pourraient dire que tout est dans tout), il y a quand même une certaine discrimination entre les concepts, c'est-à-dire que l'on sait quand même distinguer jeune de vieux -- c'est la notion de « graduation » --, même si en effet cette discrimination n'est pas basée sur une exclusion contrairement à la théorie des ensembles classiques.

THE CONCEPT OF GRANULAR VALUE

(Zadeh, 2006)



- ***singular: X is a → singleton***
- ***granular: X is A ← granule***
- ***a granule is defined by a generalized constraint***

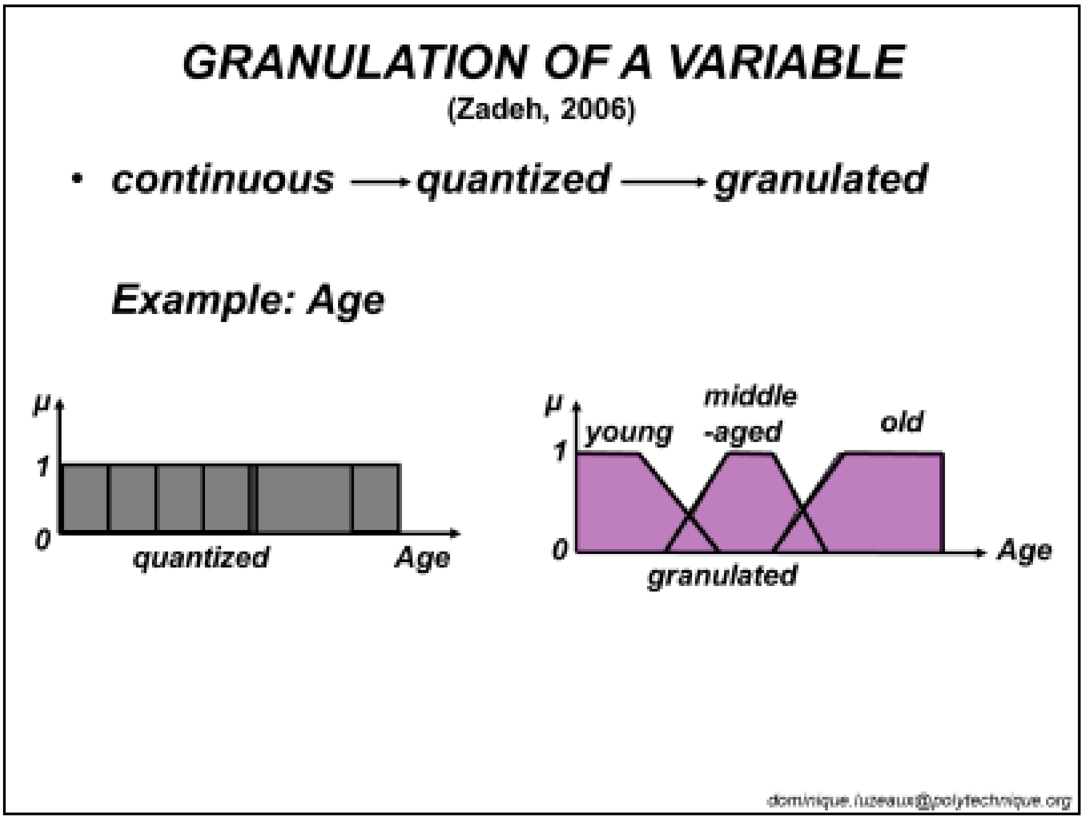
example:

X: unemployment

a: 7.3%

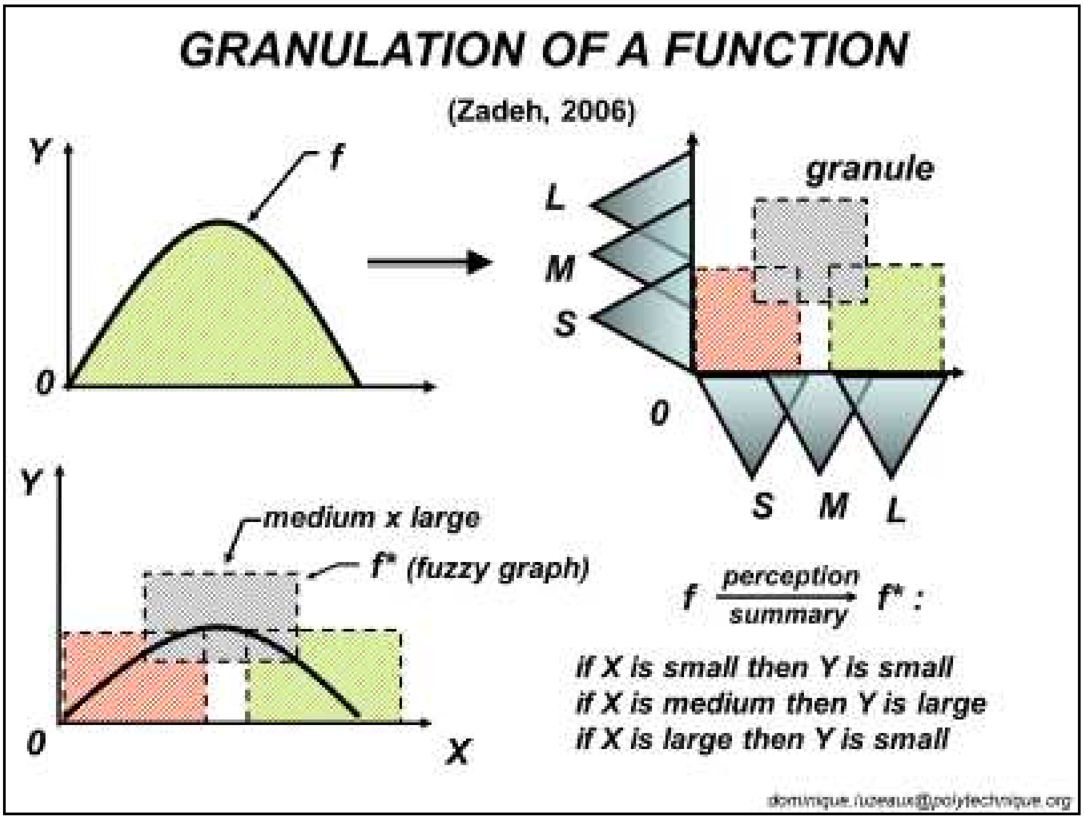
A: high

dominique.luzeaux@polytechnique.org



Le granule permet de donner une sémantique, là où la simple quantification ne reste qu'au plan numérique et ne fait pas émerger le concept sémantique.

Toutes ces réflexions prennent leur sens quand on commence à s'intéresser à l'« apprentissage » de concepts flous, par exemple si l'on veut faire de l'« identification de modèles » flous.

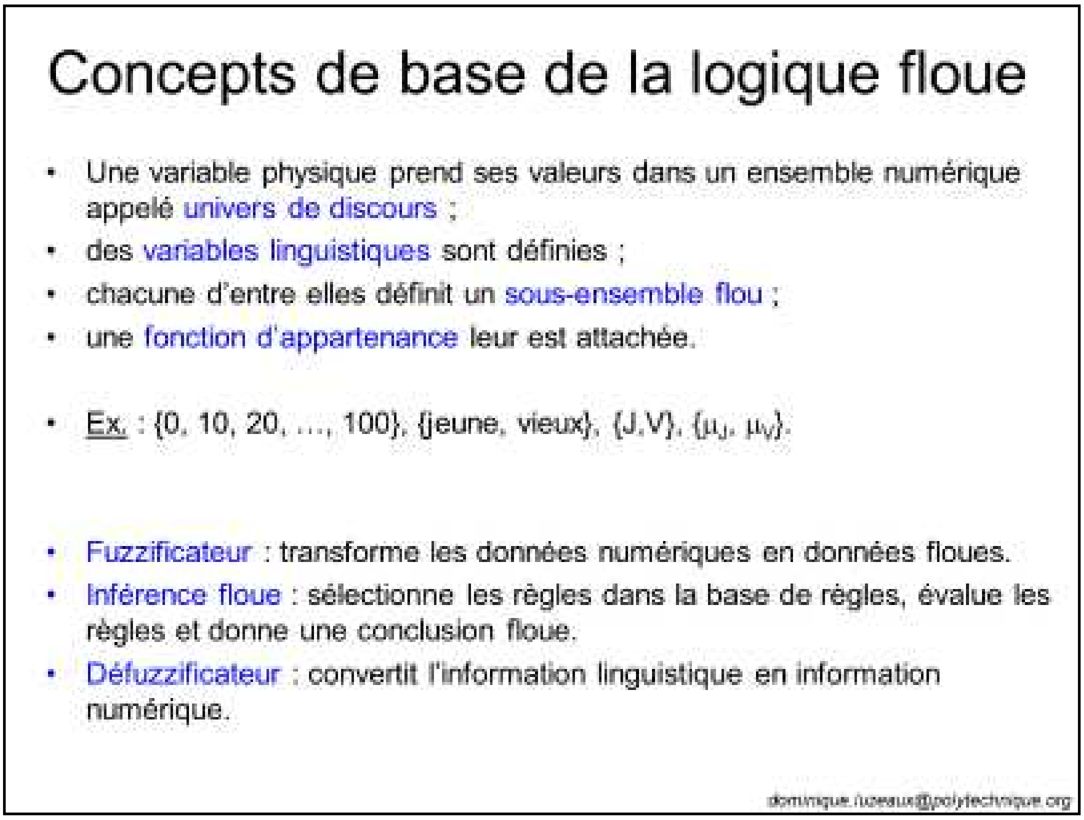


Application des notions précédentes à l'analyse de données (« data clustering ») et la modélisation floue de relations explicitant des regroupements de données.

La suite de l'exposé va montrer comment on est ensuite capable d'exploiter ces explicitations sous forme de règles « si… alors… » pour faire des calculs complexes.

On voit ici alors un avantage potentiel par rapport à d'autres techniques d'analyse de données qui sont davantage extensionnelles et ne peuvent donner des descriptions explicites des données qui composent les différents regroupements.

Les inconvénients seront abordés aussi ultérieurement dans la planche 27.



Bien noter les définitions. La fonction (ou mesure) d'appartenance est notée µ car en anglais on parle de « membership function ».

Le mécanisme de base de l'utilisation du flou dans toute application repose sur les 3 temps :

- « fuzzifier » (pour passer par exemple d'une valeur retournée par un capteur de position de +2,4 mètres à « à droite de la route »),
- faire une inférence floue, c'est-à-dire raisonner avec des règles et tirer une conclusion à partir d'une prémisse (par exemple « si je suis trop à droite de la route, il faut que je braque un peu à gauche »),
- « défuzzifier » (pour passer de « braquer un peu à gauche » à une valeur de +0,2 radian qu'il faut appliquer sur la commande du volant).

Théorie des ensembles flous

- A est vide ssi : $\forall x, \mu_A(x) = 0$.
- $A=B$ ssi : $\forall x, \mu_A(x) = \mu_B(x)$.
- $\mu_A (x) = 1-\mu_A(x)$.
- $A \subset B$ ssi : $\forall x, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$.
- $C = A \cup B$ ssi : $\forall x, \mu_C(x) = \max(\mu_A(x),\mu_B(x))$.
- $C = A \cap B$ ssi : $\forall x, \mu_C(x) = \min(\mu_A(x),\mu_B(x))$.

→ Différence avec les probabilités (non-additivité).

dominique.luzeaux@polytechnique.org

En théorie des ensembles flous, on peut faire les mêmes opérations qu'en théorie des ensembles classiques : définir l'ensemble vide, définir l'égalité entre deux ensembles, définir le complémentaire d'un ensemble, définir l'inclusion entre deux ensembles, définir l'union et l'intersection de deux ensembles.

Toutes ces définitions se font au niveau des fonctions d'appartenance, qui permettent de définir le graphe de tout ensemble flou (en abscisse les valeurs dans l'univers de discours, en ordonnée les valeurs d'appartenance correspondant à chacune de ces valeurs de l'univers de discours).

Ici nous donnons une définition habituelle facilement utilisable pour développer de calculs. En fait on peut généraliser mathématiquement et introduire pour l'intersection toute t-norme, et pour la réunion toute t-conorme.

Opérateurs flous

- **Problématique** : définir de nouveaux concepts.

- Ex. : « Jeanne est **très** vieille ».

$$\mu_{Très\ A}(x) = \mu_A{}^2(x).$$

- Autres opérateurs : légèrement, plus ou moins…

$$\mu_{plus\ ou\ moins\ A}(x) = \sqrt{\mu_A(x)}.$$

dominique.luzeaux@polytechnique.org

A partir d'un concept, on peut facilement construire de nouveaux concepts en appliquant des fonctions simples au niveau des fonctions d'appartenance : cela revient géométriquement à faire des modifications au niveau des graphes représentant les concepts flous.

On peut par exemple ainsi définir « très à droite » ou « très peu à droite », une fois que l'on a défini le concept « à droite ». Et on pourrait aussi alors définir « à gauche », « très à gauche », « très peu à gauche » en appliquant au graphe une symétrie par rapport à un axe vertical.

Cette faculté va permettre de définir une richesse utile pour la modélisation de situations complexes, en partant de la simple définition de quelques concepts de base. Le paragraphe précédent illustre cela avec 6 concepts utiles pour modéliser la position d'un véhicule sur la route, en partant de la définition d'un unique concept.

Inférence floue

- Comment manipuler des règles du type :
  R : Si *x* est *A* alors *y* est *B*.

- Une relation est vue comme son graphe : $x\ R\ y \leftrightarrow R(x,y)$.
  - un ensemble flou comme un autre ;
  - une mesure d'appartenance $\mu_R(x,y)$ peut être définie par :

    $\mu_R(x,y) = \max(\min(\mu_A(x),\mu_B(y)),1-\mu_A(x))$.

- Réciproquement, si *x* est *A'*, on peut appliquer la règle *R* et en déduire que *y* est *B'*, où :

  $\mu_{R'}(v) = \max_{u \in U}(\min(\mu_{A'}(u),\mu_R(u,v)))$.

  Inférence max-min

- Autres inférences : min → produit ; max → intégrale.

dominique.luzeaux@polytechnique.org

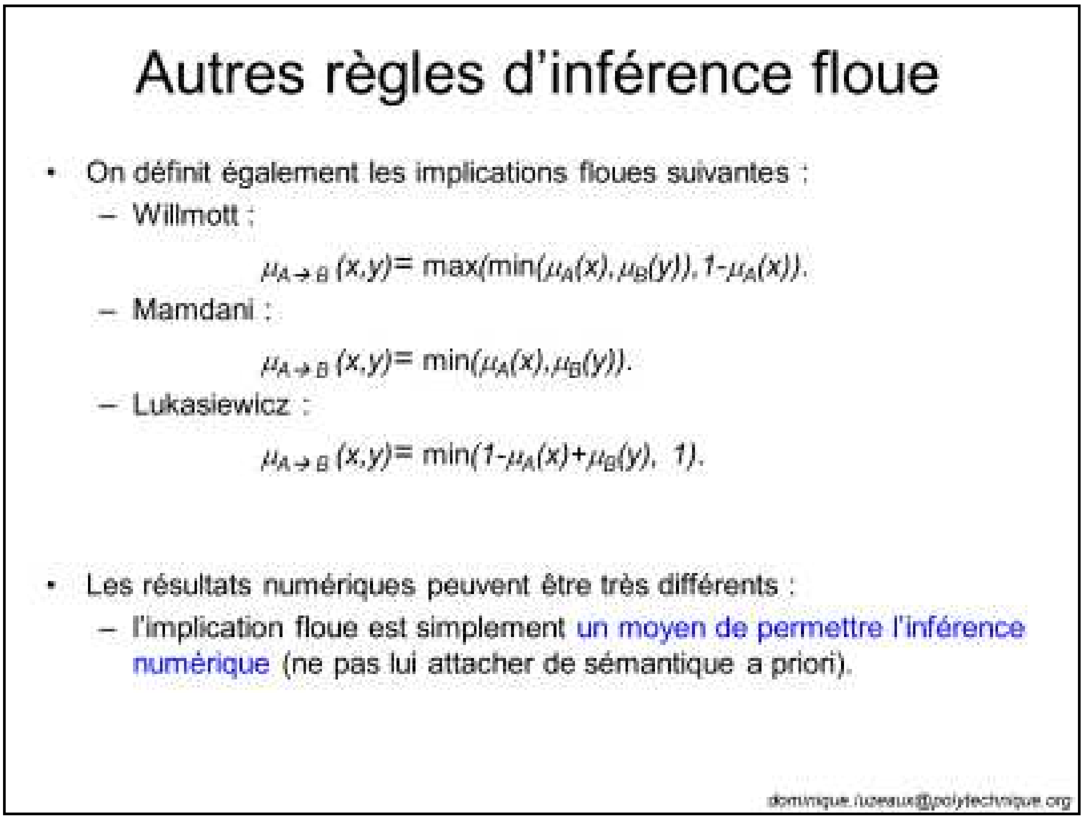
Toute la puissance du raisonnement flou est résumée dans cette planche, qui n'est pas forcément évidente à comprendre de prime abord.

En fait, tout concept flou peut être assimilé à sa fonction d'appartenance, et donc à son graphe. Comme une relation peut elle-même être vue comme un graphe, elle peut donc être vue comme un concept flou, et donc pour manipuler ce concept associé à la relation, il faut en définir la fonction d'appartenance.

Voici l'astuce pour comprendre intuitivement (ce n'est pas une démonstration !) la définition donnée pour la fonction d'appartenance correspondant à la relation R : min correspond à l'intersection, 1-x correspond au complémentaire, max correspond à la réunion ; donc si on note A' le complémentaire de A, la fonction d'appartenance de R correspond à (A∩B)UA' qui se ramène à A'UB, qui en logique classique correspond à A→ B.

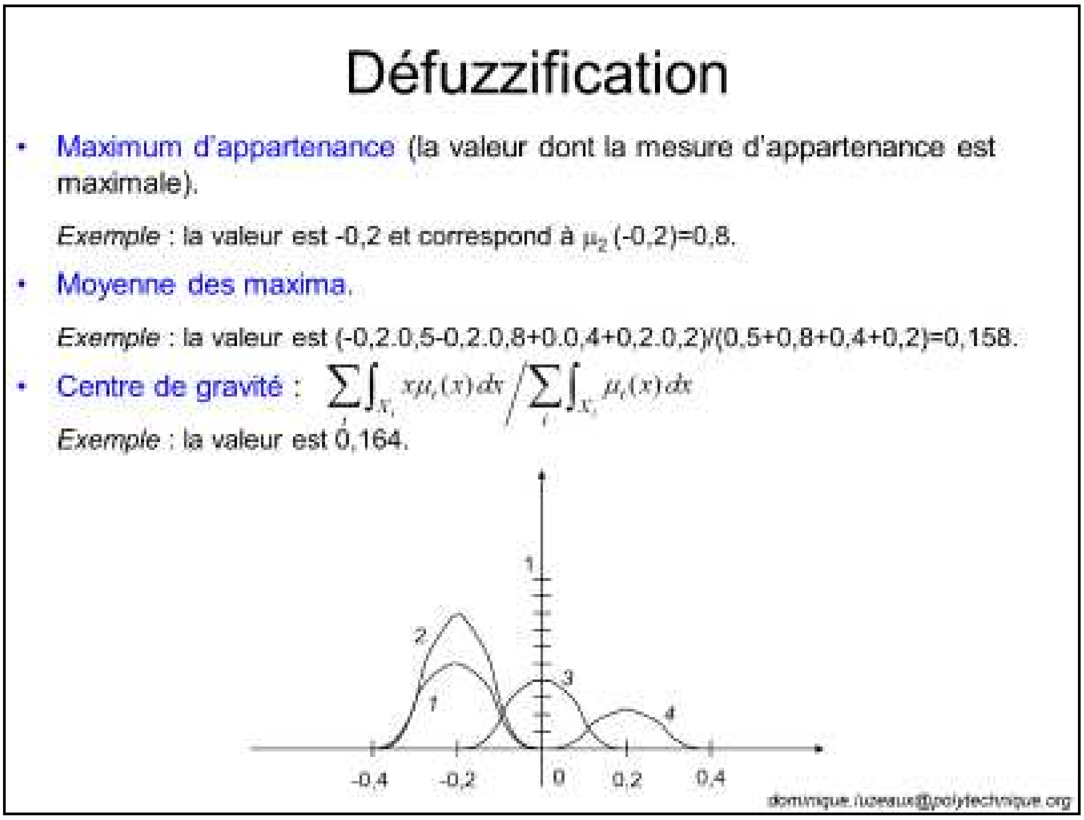
Pour comprendre la relation R', qui va modéliser un raisonnement par analogie par rapport à l'inférence donnée par la relation R, cela revient à prendre le maximum pour toutes les valeurs possibles u de (u et u→v), donc grosso modo pour une abscisse donnée on prend l'ordonnée qui est la moins généralisée (donc la plus spécifique en ce qui concerne l'implication), et ensuite on maximise sur toutes les abscisses (donc on généralise en quelque sorte l'inférence en regardant tout l'univers de discours).

L'utilisation des fonctions min et max est la plus simple ; fréquemment on utilise aussi le produit au lieu de min, et le centre de gravité au lieu de max, comme cela sera illustré ultérieurement dans un exemple.



Voici quelques autres moyens très utilisés dans la littérature et les applications pour défuzzifier suite à une inférence floue.

Ce qu'il est important de garder à l'esprit, c'est qu'il n'est pas fondamental de choisir telle ou telle manière de faire le calcul (si ce n'est qu'il faut quand même choisir à chaque fois une manière de faire parmi la famille des manières possibles, et des résultats généraux sur les t-normes et t-conormes ont essayé d'axiomatiser cela), par contre il faut ensuite s'y tenir. Les bibliothèques comme Matlab ou autres calculs formels permettent aujourd'hui de sélectionner au départ les opérateurs.



Trois manières différentes sont ici illustrées dans une situation de défuzzification où on aurait, à l'issue par exemple d'une inférence floue, 4 concepts flous en présence, dont les graphes sont représentés sur la figure.

Le premier calcul regarde pour tous les concepts la valeur maximale (en ordonnée) prise par les valeurs d'appartenance, et en déduit (en abscisse) la valeur défuzzifiée finale.

Le deuxième calcul regarde pour chaque concept la valeur maximale prise par les valeurs d'appartenance, et en déduit donc 4 points. Il fait ensuite la moyenne des abscisses de ces 4 points pondérée par les valeurs respectives prises par les fonctions d'appartenance.

Le troisième calcul définit pour chaque concept le centre de gravité de chaque concept vu comme une surface au-dessus de l'axe des abscisses, et projette ensuite sur l'axe des abscisses le centre de gravité des 4 centres de gravité ainsi obtenus.

Comme dit dans la planche précédente, au-delà du fait que les méthodes donnent des résultats quantitatifs différents, ce qui est important est de choisir pour un problème donné une méthode de fuzzification, une méthode d'inférence, une méthode de défuzzification, et de s'y tenir (l'expérience permet de prendre des méthodes compatibles entre elles : cela va être illustré ultérieurement).

Contrôleur flou

1. Sorties du système numériques.

   « Fuzzification »

2. Sorties floues.

   Base de connaissance de règles floues SI … ALORS …
   Inférence floue

3. Ensemble flou d'entrées.

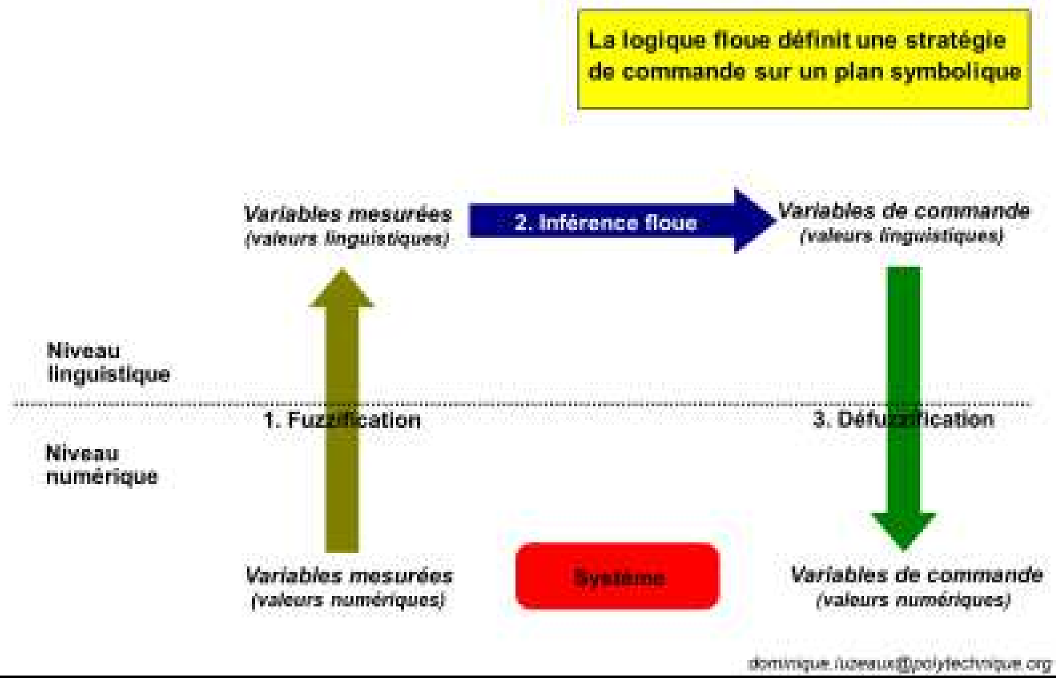
   « Défuzzification »

4. Entrées du système numériques.

dominique.luzeaux@polytechnique.org

On rappelle ici commence va fonctionner une loi de commande floue, qui suit le schéma à trois temps présenté précédemment.

Éléments de base d'un contrôleur flou



Base de connaissances floue

- Exemple :

Commande : *u*		Variation d' erreur : *de*		
		N	Z	P
Erreur : *e*	N	NB	NM	PS
	Z	NM	Z	PB
	P	NS	PM	PB

(R1) SI l'erreur *e* est négative (N) ET la variation d'erreur *de* est négative (N)
ALORS la commande *u* est négative grande (NB)

ou

(R2) SI l'erreur *e* est négative (N) ET la variation d'erreur *de* est nulle (Z)
ALORS la commande *u* est négative moyenne (NM)

ou (R3) … (R9) …

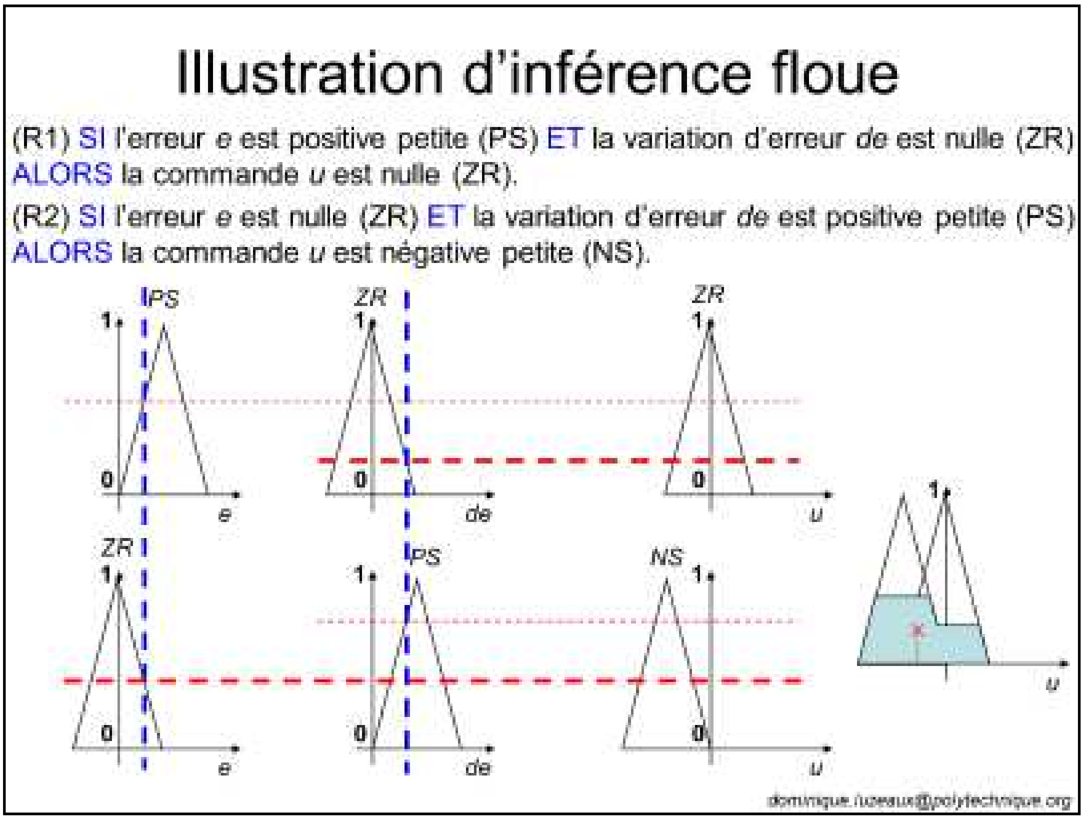
dominique.luzeaux@polytechnique.org

Le cœur de l'inférence floue, et tout l'intérêt du flou quant à sa capacité à prendre en compte des modèles facilement exprimables sans avoir à rentrer dans des formulations mathématiques, réside dans la base de connaissances floue, qui va relier les concepts flous représentant les entrées aux concepts flous représentant les sorties.

L'intérêt d'une telle base de connaissances est aussi que l'on peut souvent la remplir par des considérations de symétrie (dans le cas d'un robot par exemple, sur la position d'un capteur ou d'un actionneur par rapport à une référence : à droite versus à gauche, ou alors positif versus négatif) ou des intuitions sur la dynamique (par exemple, pour telle mesure de capteur on va vouloir telle valeur sur la commande, mais si la sortie est par exemple plus grande on veut une valeur de commande plus importante).

Avec de l'expérience, on arrive ainsi assez souvent au démarrage à remplir une telle base de connaissances en partant de quelques couples. Evidemment il faut ensuite tester, et modifier le cas échéant certaines cellules de la base de connaissances en fonction de ce qui sera observé.

A la fin, le nombre de règles est égal au produit au produit du nombre de variables d'entrée.

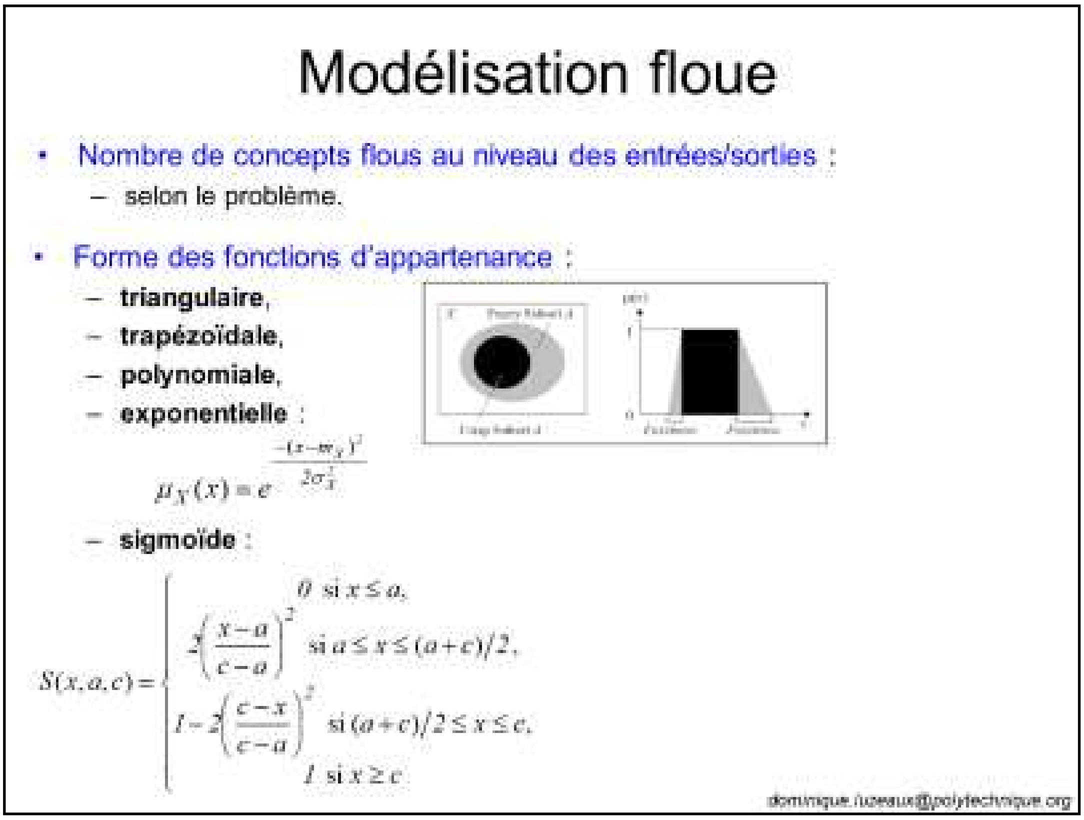


Les 3 triangles du haut correspondent à la règle R1 (un concept flou pour chaque sortie et entrée figurant dans la règle). Les 3 triangles du bas correspondent à la règle R2.

Les lignes hachurées bleues correspondent à une valeur particulière de e et de respectivement, et donnent pour chaque concept flou (représenté ici par sa fonction d'appartenance dont le graphe est un triangle) la valeur d'appartenance correspondante. Ceci est l'étape de fuzzification.

On en déduit, par les lignes en pointillés et hachurés rouges, puis en prenant le min, une valeur d'appartenance sur les concepts correspondant à la sortie pour chacune des règles. Ceci est l'étape d'inférence floue.

On fait ensuite une défuzzification de ces concepts par la méthode des centres de gravité : c'est ce qui est illustré sur la partie droite de la planche, avec le centre de gravité final, et par projection (ligne en pointillées rouges), la valeur numérique finale de u.



Nous avons vu qu'il y a plusieurs méthodes permettant de faire de l'inférence floue et la défuzzification. De la même manière, il y a plusieurs manières de faire une fuzzification. Les deux degrés de liberté principaux, pour modéliser sous forme d'un concept flou les différents paramètres considérés dans un système, sont pour chaque paramètre le nombre de concepts flous et leur forme.

Par expérience, 3 concepts (en gros un mode nominal et deux autres modes que l'on peut déduire par symétrie, comme dans les exemples précédents : zéro, et positif et négatif ; ou alors : au milieu de la route, à droite et à gauche) par paramètre est un départ, mais la plupart du temps c'est souvent insuffisant, et il faut passer à 5 concepts (par exemple : au milieu, à droite, très à droite, à gauche, très à gauche)., voire 7. Au-delà, le flou devient impraticable, car il devient impossible de remplir de manière pertinente la base de connaissances floue comme elle distingue a priori trop de dynamiques potentielles. Autant alors se tourner vers des méthodes plus mathématiques, puisque l'on perd la simplicité et le côté intuitif que le flou essaie de mettre en œuvre.

Dans les formes de concepts flous, le triangle est le plus simple. On prend aussi souvent des triangles normalisés (la base d'un triangle commence et se termine là où un autre triangle a sa pointe : une quantité numérique appartient alors strictement à 2 triangles consécutifs et la somme des deux valeurs d'appartenance vaut 1), ou alors des trapèzes car cela permet d'avoir des pentes différentes tout en étant toujours très simples à calculer. Les trapèzes servent aussi à modéliser la saturation des paramètres (valeur bloquée à sa valeur maximale), auquel cas une des deux pentes est verticale.

Paramètres de contrôleur flou

- **Paramètres structurels fixés a priori** :
  - nombre de variables de sortie,
  - nombre de variables d'entrée,
  - nombre de variables de variations d'entrées,
  - variables linguistiques,
  - mesures d'appartenance,
  - domaines de discrétisation et normalisation,
  - structure de la base de règles.

- **Paramètres pouvant être réglés** :
  - univers de discours des variables considérées,
  - paramètres des fonctions d'appartenance (valeur pic, bande passante, support),
  - gains statiques sur les entrées ou les sorties.

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Ces divers paramètres sont liés à la définition du problème que l'on cherche à résoudre.

Par contre, a priori, on ne se pose pas de question particulière sur les méthodes d'inférence ou de fuzzification/défuzzification, on prend celles que l'on a l'habitude de manipuler.

Il est à remarquer que les formes des concepts flous (les pentes quand ce sont des triangles ou des trapèzes) peuvent permettre de prendre en compte des gains statiques. En prenant des formes non linéaires, on peut alors aussi obtenir des gains non statiques.

La planche suivante va montrer l'intérêt de cette remarque.

Contrôleurs flous *versus* commande classique

Règle floue	Proportionnel	Intégral	Dérivée
Si e est … ALORS u est …	x		
Si e est … ET Δe est … ALORS u est …	x		x
Si e est … ET Δe est … ALORS Δu est …	x	x	
Si e est … ET Δe est … ET $\Delta^2 e$ est … ALORS Δu est …	x	x	x

- Rappel : une loi de commande P.I.D. est du type :

$$u(t) = K_P\, e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt} + K_I \int_{t_0}^{t} e(\tau)\, d\tau$$

- Un terme de réaction (P), d'anticipation (D) et de lissage (I).

Les contrôleurs flous peuvent implanter des lois de commande P.I.D. avec des gains non linéaires.

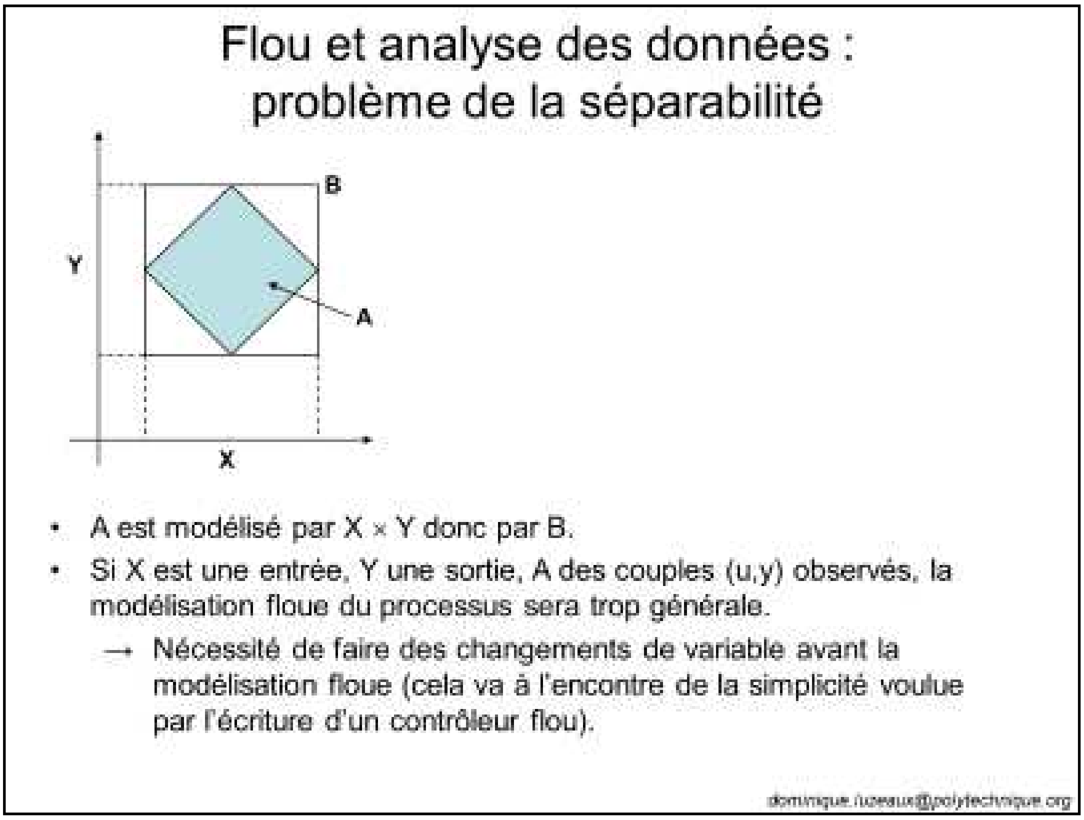
dominique.luzeaux@polytechnique.org

Cette planche fait une synthèse de résultats montrant l'équivalence entre certains contrôleurs flous (sous des hypothèses de concepts flous comme étant des triangles normalisés, et avec des inférences à la Mamdani et Sugeno, mais avec des résultats de densité on peut se ramener à ces formes génériques) et les classiques PID.

Rappelons que le gain proportionnel permet de réagir, le gain de dérivée d'anticiper, le gain intégral de lisser (dans le cas d'un bruit gaussien additif…).

Si au lieu d'avoir des gains statiques, on considère des gains dépendant du temps, on peut alors évidemment approximer d'autres familles de lois de commande non linéaires.

Ces résultats montrent que l'intuition, comme quoi les lois de commande floue sont performantes, est justifiée théoriquement. Par contre, pour un problème donné, il n'est pas évident de concevoir une loi de commande floue dont on démontre qu'elle comparable en efficacité à des lois de commande dites classiques. D'ailleurs si on a à sa disposition une loi de commande classique, c'est que l'on a fait l'effort d'une identification d'un modèle mathématique, donc on a perdu l'intérêt du flou qui est justement de ne pas avoir à faire cela et de simplement utiliser des connaissances d'expert non formalisées mathématiquement.



Nous illustrons ici un problème fréquent en analyse de données.

Le carré coloré ne peut pas se décrire tel quel comme un produit de segments pris en X et en Y. Par contre, si on procède à un changement de variable qui revient à tourner les axes d'un huitième de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, alors le carré est bien un produit de deux segments pris sur les nouveaux axes.

Dans le cas présent, le changement de variable est facile, et ce serait dommage de ne pas vouloir le faire sous prétexte que c'est un acte mathématique portant sur les variables, alors qu'il va certainement ensuite faciliter énormément tout le travail qui pourrait être fait dans le cadre de la théorie du flou.

Mais si c'est un changement de variable non linéaire ? Rappelons ici qu'il existe des classes de systèmes, utilisés largement en robotique, tels qu'un changement de variable non linéaire peut ramener à des représentations linéaires donc assez faciles ensuite à commander, nonobstant le changement de variable qu'il faut faire dans les deux sens.

On pose ici la question du juste effort de représentation mathématique et de traitement éventuel qu'il conviendrait de faire, en liaison avec le côté intuitif et symbolique en termes d'informations manipulées, tel que l'offre le flou.

Illustration :

parking de robot,
tel que présenté dans une
publication de recherche

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Les planches suivantes sont celles d'une présentation à une conférence sur la problématique du parking d'un robot de type voiture (sans glissement).

A priori les concepts précédents suffisent pour comprendre toute la présentation ; l'objectif est de montrer que la théorie du flou est facile à comprendre et se révèle de plus un outil efficace dans de nombreuses situations.

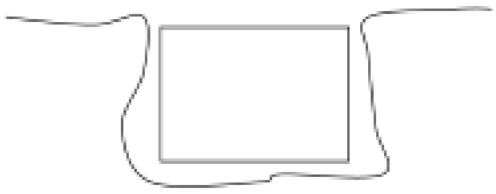
Introduction

- A skill-based fuzzy logic approach was used in the design based on several considerations:
  - fuzzy logic provides a convenient and efficient way of implementing expert parking rules,
  - the control algorithm is robust to errors in sensor data and to fluctuations in the system parameters,
  - the control algorithm can be easily transferred from one platform to another with few modifications, and
  - it allows various behaviors to be easily combined through a command fusion process.
- A three step parking algorithm was proposed and fuzzy controllers were developed for each of the steps.

Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

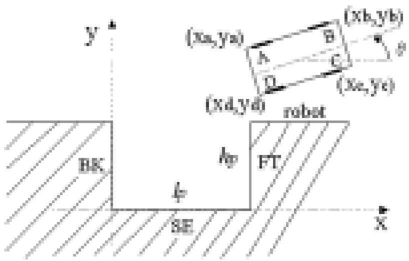
Parking Space Detection

- Detected parking space



Contour of detected obstacles

- Defined local coordinate system

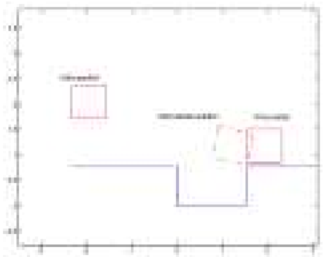


Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Parking Algorithm

- The maneuvering process has three steps:
  - Step 1: reach a desired ready-to-reverse position, which is $(l_p + 0.5l, h_p + 0.65b)$
    - the vehicle reaches an intermediate desired *y* position without considering the orientation angle, which is $(0.9l_p, h_p + 0.65b)$
    - the ready-to-reverse position is reached by moving forward and adjusting the orientation at the same time. Thus the desired *x* position and orientation are reached.

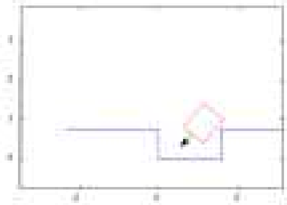


Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

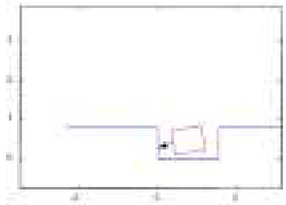
dominique.luzeaux@polytechnique.org

Parking Algorithm (cont'd)

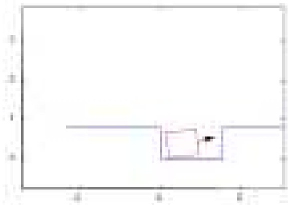
- Step 2: reverse into the parking space,
  - first with an increasing orientation angle θ and then with a decreasing orientation angle θ
- Step 3: adjust the orientation by moving forward,
- The 2nd and 3rd steps can be repeated several times to reach the desired final position.



Step 2 (1)



Step 2 (2)



Step 3

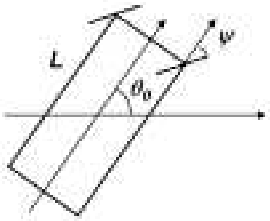
Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Equations

- **Robotic car**

$$\begin{cases} \theta_0' = v\dfrac{\sin\psi}{L} \\ x_0' = v\cos\theta_0\cos\psi \\ y_0' = v\sin\theta_0\cos\psi \end{cases}$$



- ***n*-body Robot**

$$\begin{cases} x_0' = \alpha\cos\theta_0 \\ y_0' = \alpha\sin\theta_0 \\ \theta_0' = \beta \\ \theta_1' = \dfrac{\alpha}{d_1}\sin(\theta_0-\theta_1) \\ \theta_2' = \dfrac{\alpha}{d_2}\sin(\theta_1-\theta_2)\cos(\theta_0-\theta_1) \\ \vdots \\ \theta_n' = \dfrac{\alpha}{d_n}\sin(\theta_{n-1}-\theta_n)\prod_{i=1}^{n-1}\cos(\theta_{i-1}-\theta_i) \end{cases}$$

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Pour information (cette planche ne fait pas partie de l'exposé présenté lors de la conférence), voici les équations générales d'un robot de type voiture, à faibles vitesses (pour négliger les déformations au niveau des roues et faire les hypothèses d'un même angle de braquage pour les deux roues qui braquent, et de non-glissement).

L est l'empattement. On suppose que ce sont les roues avant qui braquent, et que deux axes portant des roues sont à l'extrémité du robot. Cela simplifie les calculs, car pour une vitesse constante, les milieux de chaque axe avant décrivent alors soit des arcs de cercle, soit des segments (si la vitesse prend uniquement les valeurs 0, +V, -V). De plus, les trajectoires décrites par le milieu de l'axe avant sont continues différentiables (les segments sont tangents aux arcs de cercle). Ce n'est pas le cas pour le milieu de l'essieu arrière, où il y a simplement continuité mais avec un point de rebroussement (ce phénomène serait accentué pour les deux milieux des axes sans l'hypothèse d'axes situés à l'extrémité).

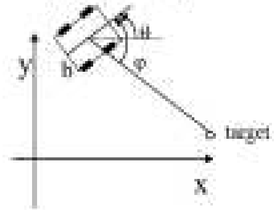
Attention, dans la suite, les notations pour les angles sont inversées.

Pour le robot à n corps, qui correspond à un tracteur tirant plusieurs chariots, on fait l'hypothèse que chaque chariot est accroché par une liaison parfaite au milieu de l'axe du chariot ou tracteur précédent. Les différents angles sont alors les angles relatifs entre les orientations de deux chariots successifs.

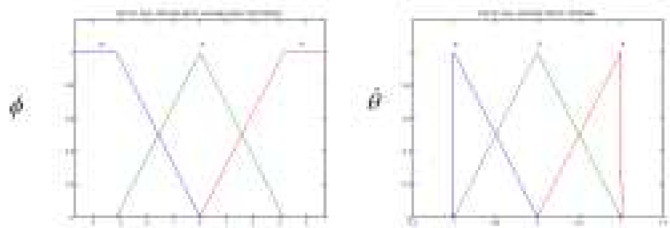
Fuzzy Controller: Moving to a Ready-to-Reverse Position

- The FLC designed for the first sub-step of step 1:
  - Input: heading angle difference ϕ
  - Output: steering angle rate $\dot{\theta}$
  - Fuzzy rules

ϕ	N	Z	P
$\dot{\theta}$	P	Z	N



  - Membership functions



Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

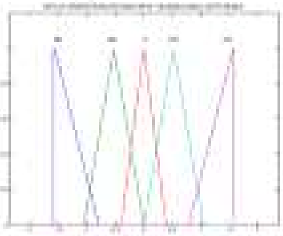
Fuzzy Controller: Moving to a Ready-to-Reverse Position (cont'd)

- FLC designed for the second substep of step 1:
  - Input: orientation angle θ
  - Output: steering angle rate $\dot{\theta}$
  - Fuzzy rules

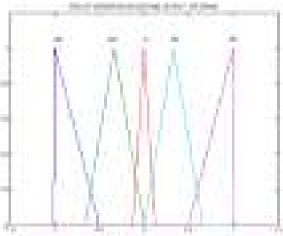
θ	NB	NM	Z	PM	PB
$\dot{\theta}$	PB	PM	Z	NM	NB

  - Membership functions

θ



$\dot{\theta}$



Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Fuzzy Controller: Backing up the Vehicle Into Maneuvering Space

- The control command is determined by the position of the vehicle relative to the parking space and the vehicle's orientation
  - Three inputs: $x_{d1} = x_d / l_p,\ y_{d1} = y_d / h_p,\ \theta$
  - Output: steering angle rate

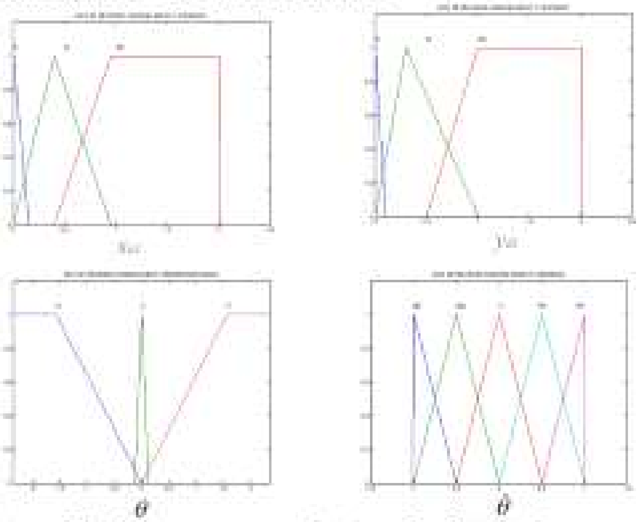
	x_{d1} / y_{d1}	S	B	VB
	S	PB	PB	
θ = N	B	PM	PB	PB
	VB			PM
	S	Z	Z	
θ = Z	B	Z	PB	PB
	VB			Z
	S	NB	Z	
θ = P	B	NM	Z	PM
	VB			NB

Fuzzy rules

Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

Fuzzy Controller: Backing up the Vehicle Into Maneuvering Space (cont'd)

- Membership functions of inputs and output



- The FLC for step 3 is the same as sub-step 2 of step 1.

Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Size of the Parking Space

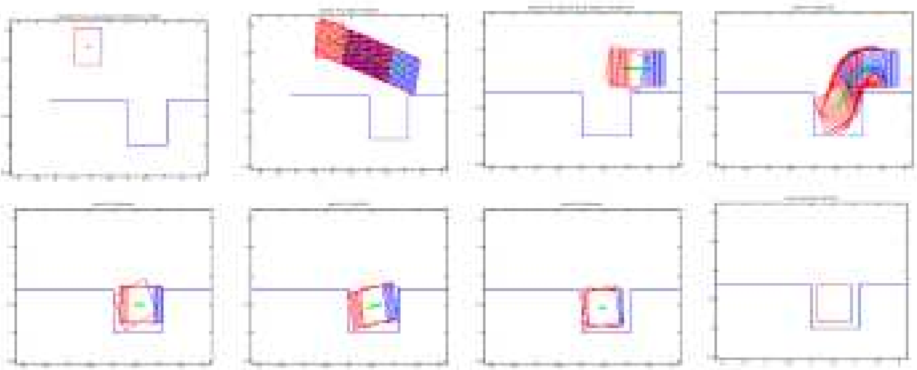
- The size of the parking space has significant impact on the degree of difficulty of the parallel parking maneuvering.
- To make vehicles maneuver smoothly and safely in tight spaces, fuzzy controllers were extensively fine tuned by other methods:
  - both manual and genetic algorithm tuning approaches were tried for the fuzzy controllers.
- The algorithm has the ability to park vehicles in a space that is 1.4 times the length and 1.2 times the width of the vehicles.
  - a tighter space compared with the spaces used in the literatures.

Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Simulation Results

- The proposed algorithm was seen to always successfully park the vehicle from any initial position if the desired ready-to-reserve position was reached.



Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Experimental Implementation

- Maneuvering process of an ATRV-Jr from an initial position to the final position.

Yanan Zhao, Emmanuel G. Collins, Jr.
Dept. of Mechanical Engineering
Florida A&M University- Florida State University

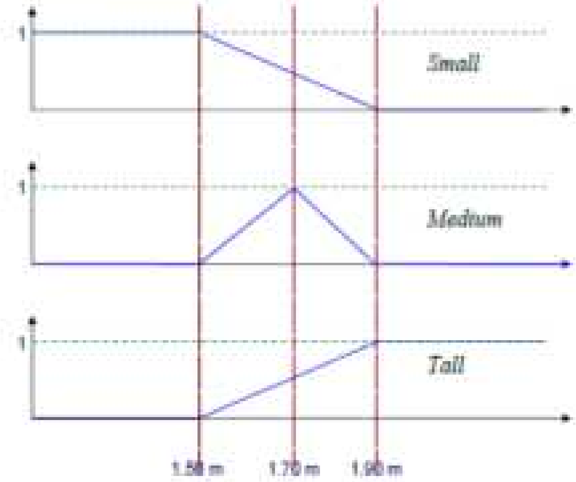
dominique.luzeaux@polytechnique.org

Exercices

Envoyez votre solution des 3 exercices simples suivants à :
dominique.luzeaux@polytechnique.org
dans un fichier (de préference pdf) intitulé
ROB316-prenom-nom

Exercice 1

- Représenter : *Small* U *Tall*.
- Représenter : (*Small* U *Medium*) – *Tall*.



dominique.luzeaux@polytechnique.org

Exercice 2

- Soit : X = {1,2,3,4,5} et A = 0,5/1+0,3/3+1/5.
- Calculer :
  - $\bar{A}$.
  - $A \cap \bar{A}$.
  - $A \cup \bar{A}$.
- Cela vous surprend-il ?

dominique.luzeaux@polytechnique.org

Exercice 3

- Représenter le concept : X = 'autour de 4' – 'autour de 4'.
- Cela vous surprend-il ?

  Indication : traduire le concept 'autour de 4' en une fonction d'appartenance raisonnable, et se rappeler que : $B - A = B \cap \bar{A}$

dominique.luzeaux@polytechnique.org