1. Метод Барьеров в LASSO

Для решения задачи LASSO с использованием метода барьеров, вводится вспомогательная функция:

$$f_t(x,u) = t * \left(\frac{1}{2}\|Ax - b\|_2^2 + \lambda(1_n, u)\right) - \sum(\log(u_i + x_i) + \log(u_i - x_i))$$

Для нахождения направления оптимизации, сначала вычисляем градиенты по переменным x и u. Следующим шагом является вычисление Гессиана, который состоит из вторых частных производных. С помощью метода Ньютона решаем систему уравнений. И далее нужно найти максимально допустимый шаг

Должны убедиться, что после обновления переменные x остаются в пределах от -u до u. Если направление обновления x больше направления обновления u, то в этом случае максимально допустимый шаг выбирается таким образом, чтобы изменение переменной x не превысило её верхнюю границу u. Если же направление обновления x меньше противоположного направления обновления u, то максимально допустимый шаг выбирается таким образом, чтобы изменение переменной x не стало меньше её нижней границы −u

Начальная точка должна находиться внутри области допустимых значений, а не на ее границе. Потому что метод использует барьерные функции, которые становятся бесконечно большими на границах области допустимых значений. Если начальная точка окажется на границе или за пределами допустимой области, алгоритм не сможет правильно вычислять значения и производные барьерной функции.

1.1 Поведение метода для различных значений гаммы

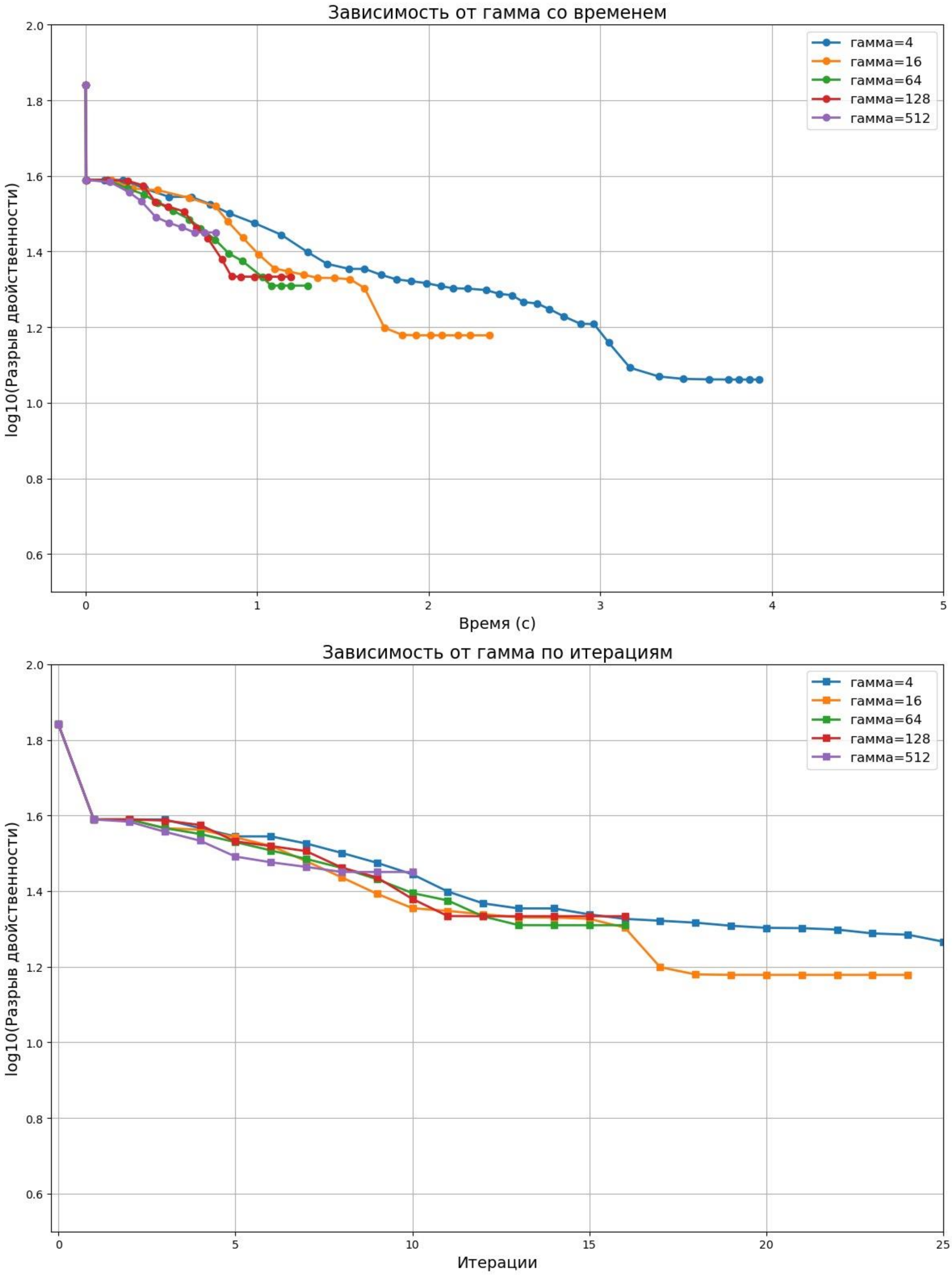

Рисунок 1. Зависимость зазора двойственности от времени работы и от итераций

Вывод:

При малых значениях гамма вроде 4 метод сходится медленно, требуя больше времени для сходимости. Логарифм двойственного разрыва убывает постепенно. Напротив, при больших значениях гамма (например, 128 или 512) метод сходится значительно быстрее, достигая более низкого уровня разрыва за меньшее время. Это видно как по времени, так и по итерациям

1.2 Поведение метода для различных значений ε inner

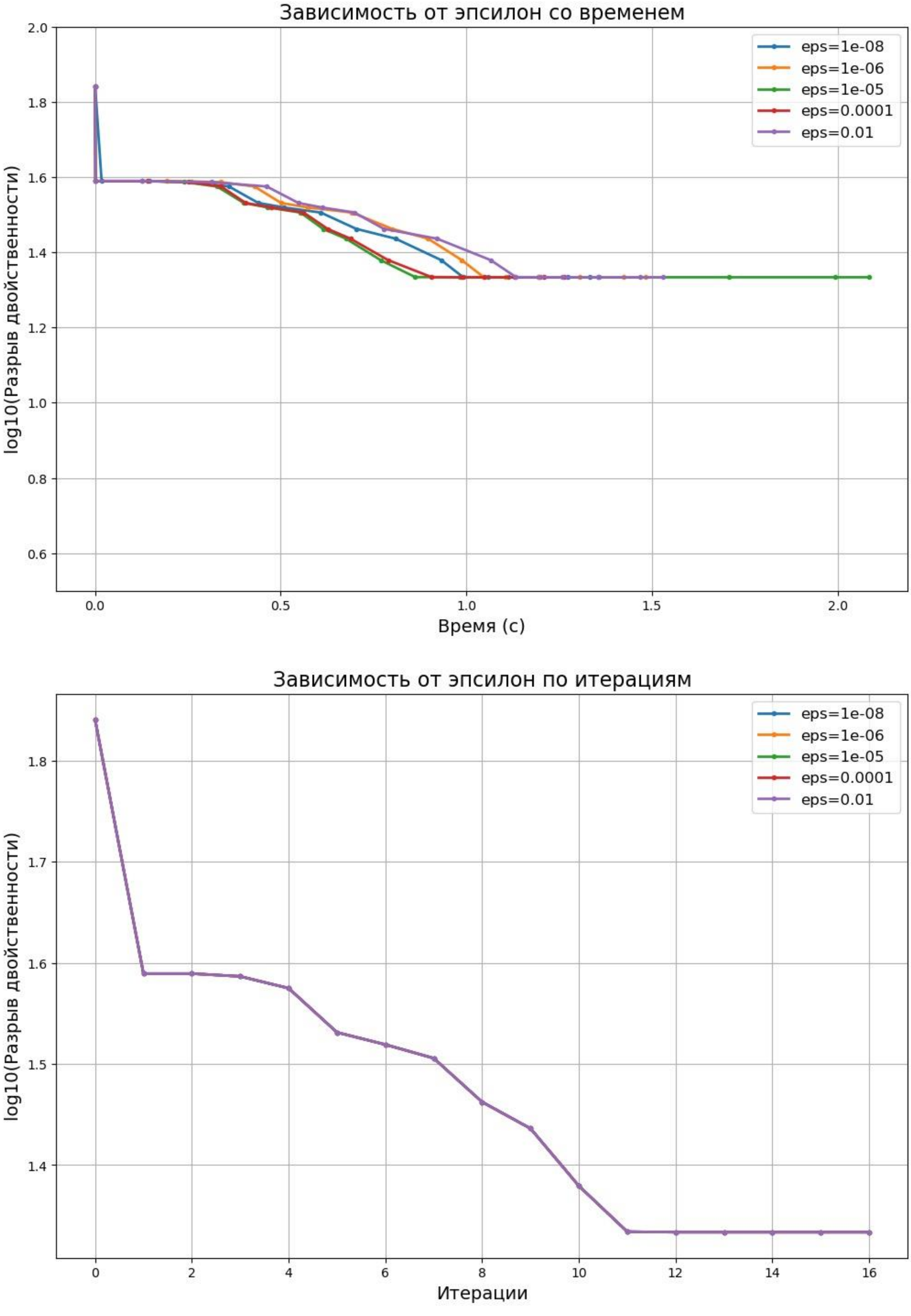

Рисунок 2. Зависимость зазора двойственности от времени работы и от итераций

Вывод:

значение эпс. влияет на время сходимости. Чем меньше значение, тем медленнее сходимость, так как методу Ньютона требуется больше итераций для достижения нужной точности. При этом, эпс. не влияет на количество итераций, необходимых для достижения сходимости. Это видно из того, что все графики зависимости логарифма двойственного разрыва от итераций практически совпадают

1.3 Поведение метода для различных значений размерности пространства признаков

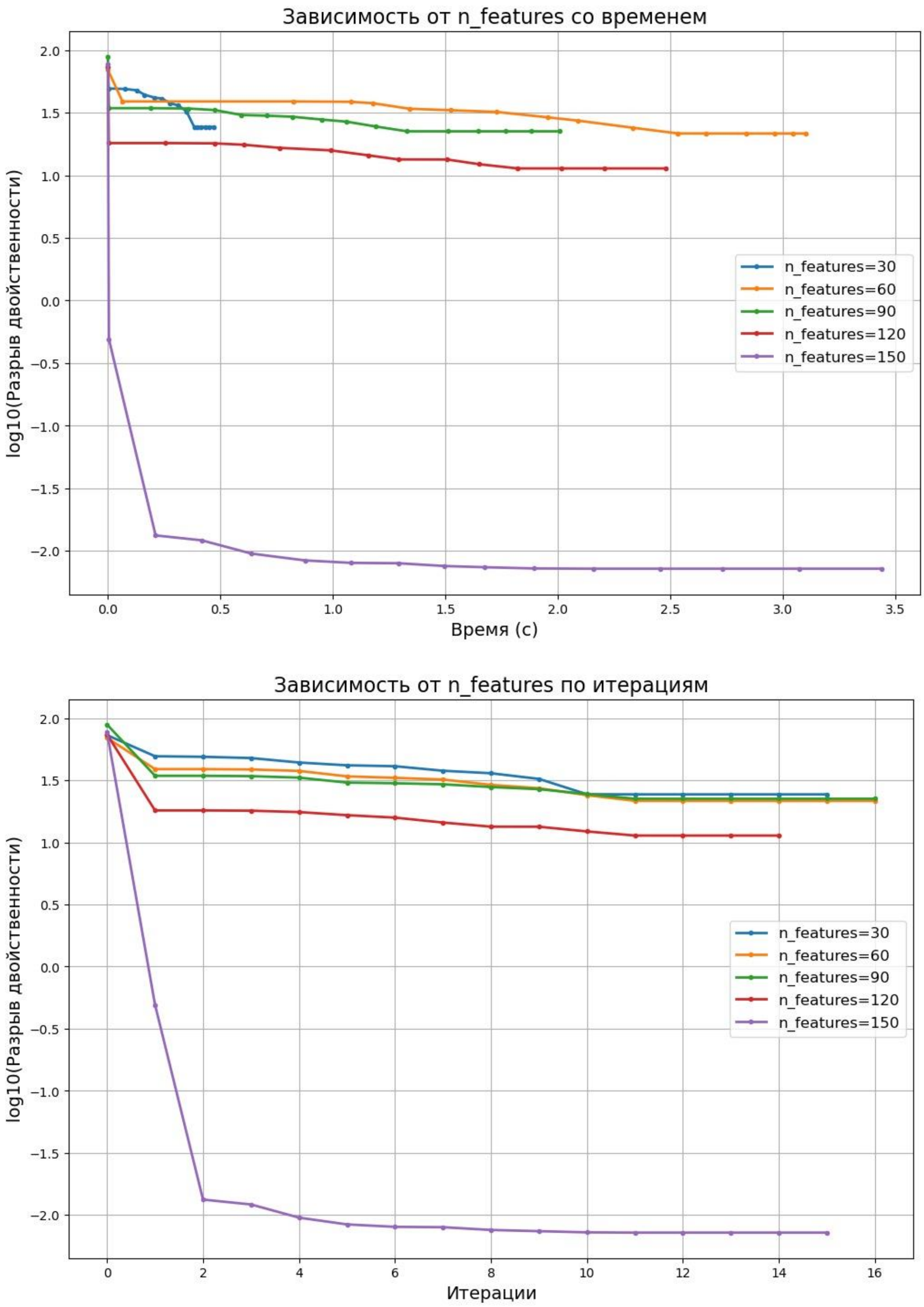

Рисунок 3. Зависимость зазора двойственности от времени работы и от итераций

Вывод:

с увеличением размерности задачи (количества признаков) увеличивается время работы метода и количество итераций, необходимых для достижения сходимости

1.4 Поведение метода для различных значений размера выборки

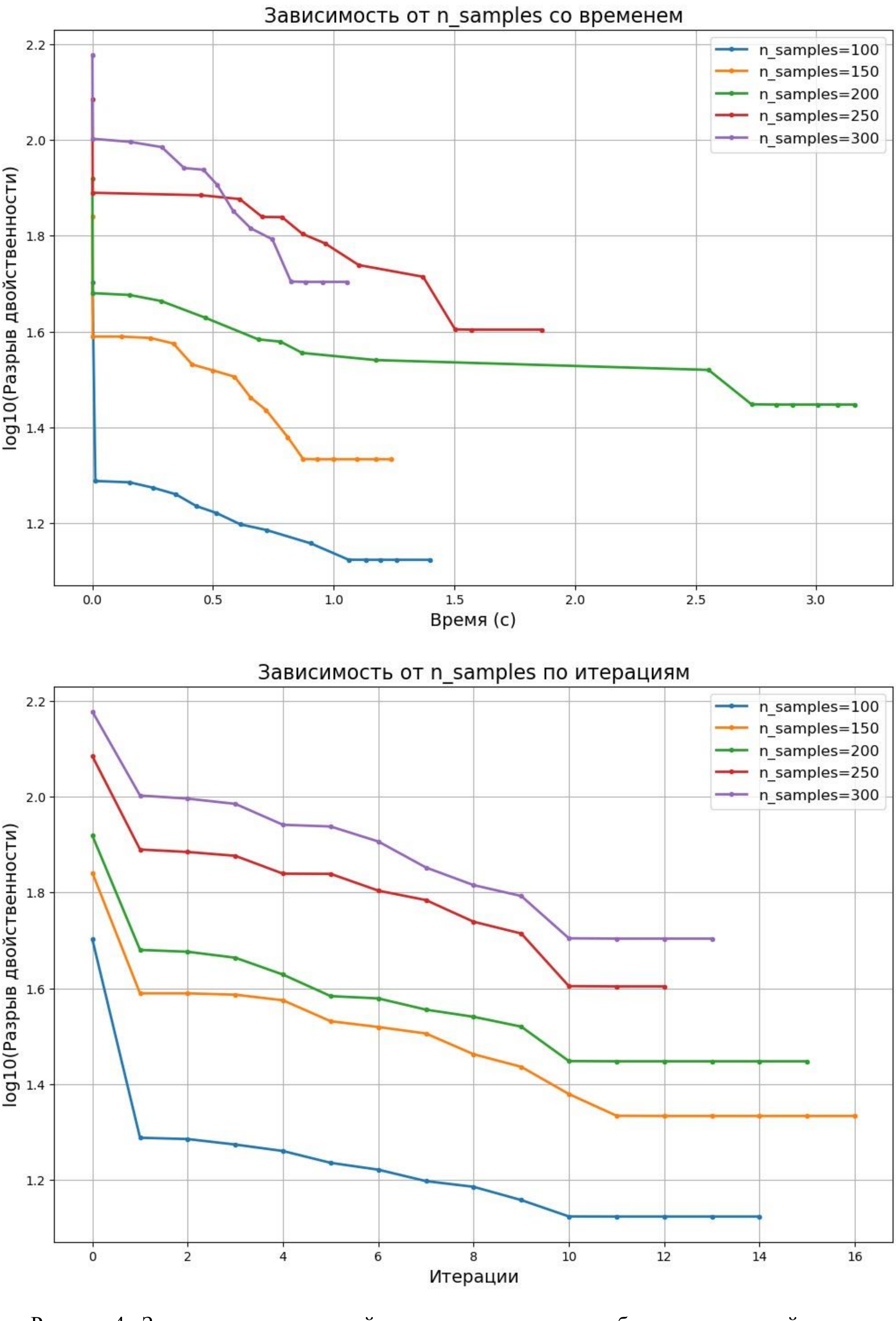

Рисунок 4. Зависимость зазора двойственности от времени работы и от итераций

Вывод:

графики показывают, что увеличение количества образцов приводит к увеличению времени сходимости метода. Для больших значений n метод сходится медленнее, а также требуется больше итераций для достижения сходимости. Для меньших же значений n все наоборот

1.5 Поведение метода для различных значений коэффициентов регуляризации λ

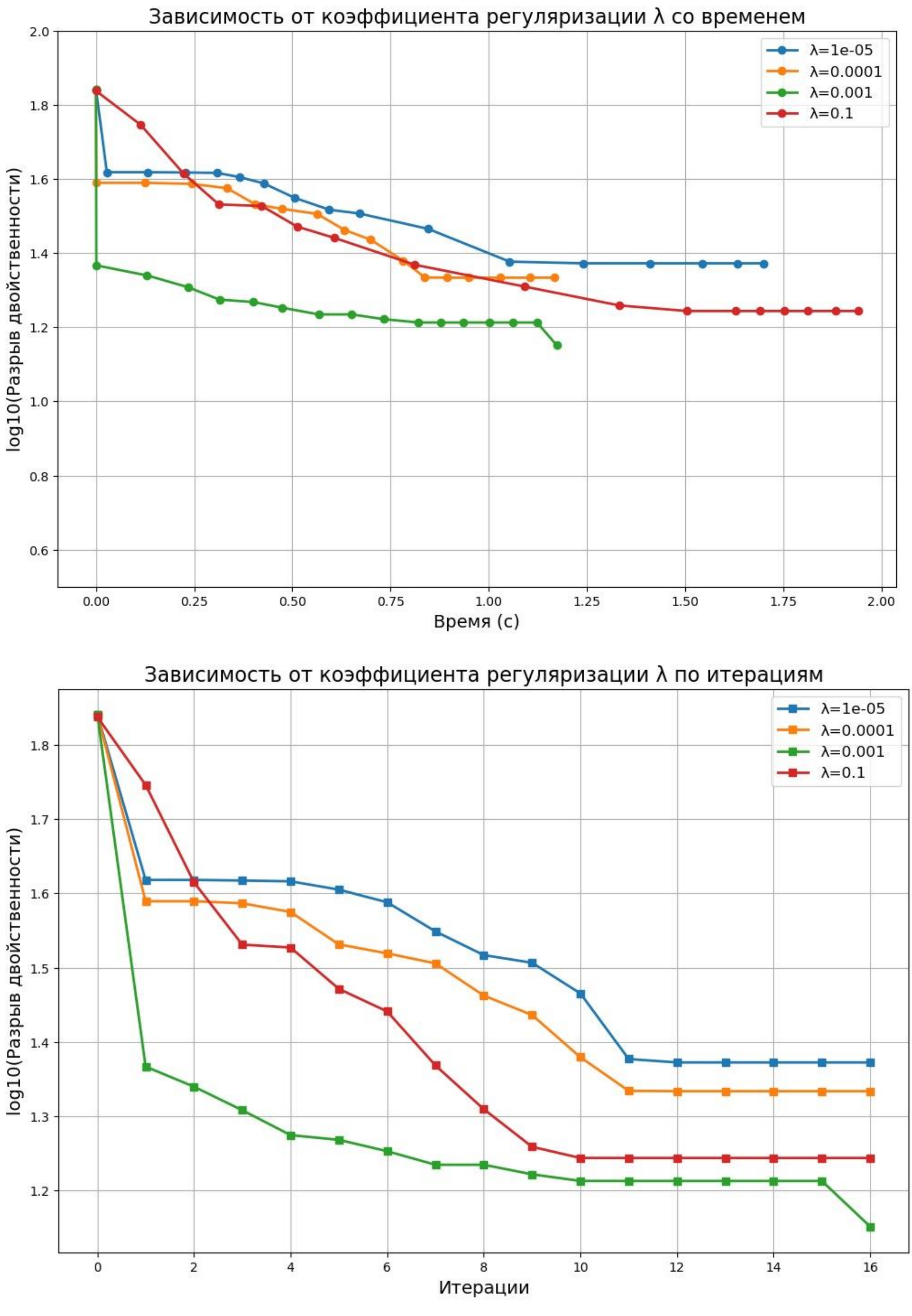

Рисунок 5. Зависимость зазора двойственности от времени работы и от итераций

Вывод:

При увеличении коэфф. метод сходится быстрее. Для больших значений (например, 0.1) логарифм двойственного разрыва убывает быстрее, что видно как по времени, так и по числу итераций. В то же время для малых значений, метод требует больше времени и итераций для достижения аналогичного уровня разрыва. Таким образом, увеличение коэфф. регуляризации ускоряет сходимость метода

Общий вывод:

Метод барьеров демонстрирует высокую эффективность и быструю сходимость. Это достигается благодаря использованию метода Ньютона, который особенно хорошо справляется с задачами малой размерности.

1) Гамма играет важную роль в скорости работы метода: увеличение этого параметра приводит к более быстрой сходимости
2) Эпсилон (точность для метода Ньютона) также оказывает влияние, но в основном на время работы метода, а не на количество итераций: с увеличением эпс. метод сходится быстрее
3) С увеличением размерности задачи по признакам или выборке время работы и количество итераций возрастают. Это связано с тем, что большее количество данных требует большего вычислительного времени для достижения сходимости
4) Коэффициент регуляризации также существенно влияет на процесс:
   при больших значениях коэффициента регуляризации метод достигает сходимости быстрее и требует меньшее количество итераций. Это связано с тем, что большие коэффициенты регуляризации усиливают предпочтение к сумме весов, что позволяет методу быстрее сходиться