

Part - III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours

Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are neither allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read the questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except nonprogrammable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. Let $A = \{x : x \text{ is an integer, } \frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\}$,
 $B = \{2, 3, 4\}$.

- a) Write A in the roster form. (1)
 b) Find the power set of $A \cup B$. (2)
 c) Verify that
 $(A - B) \cup (A \cap B) = A$. (2)

2. Let $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ and R be a relation on A defined by
 $R = \{(a, b) : b = a^2\}$.

- a) Write R in the roster form. (1)
 b) Find the range of R . (1)

3. Consider the real function
 $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$.

- a) Find the domain and range of the function. (2)
 b) Prove that
 $f(x) \cdot f(-x) + f(0) = 0$. (2)

4. a) Evaluate $\tan\left(\frac{13\pi}{6}\right)$. (1)
 b) If $\tan x = \frac{1}{2}$ and x is in the third quadrant, find $\sin x$ and $\cos x$. (2)

1. $A = \{x : x \text{ ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യ, } \frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\}$,
 $B = \{2, 3, 4\}$.

- a) A യെ പട്ടികാരിതയിൽ എഴുതുക. (1)
 b) $A \cup B$ യുടെ പവർസെറ്റ് കാണുക. (2)
 c) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ എന്നത് ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ എന്ന ഗണത്തിൽ നിർവ്വചിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ബന്ധമാണ്.
 $R = \{(a, b) : b = a^2\}$

- a) R നെ പട്ടികാരിതയിൽ എഴുതുക. (1)
 b) R ന്റെ രംഗം കാണുക. (1)

3. $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ എന്ന രേഖീയ ഏകദം പരിഗണിക്കുക.

- a) ഈ ഏകദത്തിന്റെ മണ്ഡലവും രംഗവും കാണുക. (2)
 b) $f(x) \cdot f(-x) + f(0) = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

4. a) $\tan\left(\frac{13\pi}{6}\right)$ ന്റെ വിലകാണുക. (1)

- b) $\tan x = \frac{1}{2}$ ഉം, x മൂന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലുമാണെങ്കിൽ $\sin x$ ഉം $\cos x$ ഉം കാണുക. (2)

5. Prove that

$$\frac{\cos 3x + \cos 7x - \cos 2x}{\sin 7x - \sin 3x - \sin 2x} = \cot 2x \quad (3)$$

6. Consider the statement,

" $n(n+1)(2n+1)$ is divisible by 6".

a) Verify the statement for $n = 2$. (1)

b) By assuming that $P(k)$ is true for a natural number k , verify that $P(k+1)$ is true. (3)

7. Consider the complex number,

$$Z = \frac{5 - \sqrt{3}i}{4 + 2\sqrt{3}i}$$

a) Express Z in the form $a + ib$. (2)

b) Express Z in the polar form. (3)

8. a) Solve the inequality

$$3(2-x) \geq 2(1-x) \quad (2)$$

b) Solve the following system of inequalities graphically.

$$2x + y \geq 4, \quad x + y \leq 3, \quad 2x - 3y \leq 6. \quad (3)$$

$$5. \quad \frac{\cos 3x + \cos 7x - \cos 2x}{\sin 7x - \sin 3x - \sin 2x} = \cot 2x$$

എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

6. " $n(n+1)(2n+1)$ നെ 6 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം" എന്ന പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക.

a) ഈ പ്രസ്താവന $n = 2$ ന് ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (1)

b) k എന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യയ്ക്ക് $P(k)$ എന്ന പ്രസ്താവന ശരിയാണെന്ന് സങ്കല്പിച്ച് $P(k+1)$ ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (3)

$$7. \quad Z = \frac{5 - \sqrt{3}i}{4 + 2\sqrt{3}i} \text{ എന്ന കോംപ്ലക്സ് നമ്പർ പരിഗണിക്കുക.}$$

a) Z നെ $a + ib$ രൂപത്തിലെഴുതുക. (2)

b) Z നെ പോളാർ രൂപത്തിലെഴുതുക. (3)

8. a) $3(2-x) \geq 2(1-x)$ എന്ന അസമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (2)

b) താഴെ പറയുന്ന അസമതകളുടെ സിസ്റ്റം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

$$2x + y \geq 4, \quad x + y \leq 3, \quad 2x - 3y \leq 6 \quad (3)$$

- c) Find the sum of first 10 terms of a G.P., whose 3rd term is 12 and 8th term is 384. (3)
12. The vertices of $\triangle ABC$ are $A(-2, 3)$, $B(2, -3)$ and $C(4, 5)$.
- a) Find the slope of BC . (1)
- b) Find the equation of the altitude of $\triangle ABC$ passing through A . (2)
13. a) Find the point of intersection of the lines $2x + y - 3 = 0$, $3x - y - 2 = 0$. (1)
- b) Find the equation of the line passing through the above point of intersection and parallel to the line $x + y + 1 = 0$. (2)
14. A hyperbola whose transverse axis is X -axis, center $(0, 0)$ and the foci $(\pm\sqrt{10}, 0)$ passes through the point $(3, 2)$.
- a) Find the equation of the hyperbola. (3)
- b) Find its eccentricity. (1)

- c) 3-ാം പദം 12 ഉം 8-ാം പദം 384 ഉം ആയ ഒരു G.P. യുടെ ആദ്യത്തെ 10 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക. (3)
12. $\triangle ABC$ യുടെ ശീർഷങ്ങൾ $A(-2, 3)$ ഉം $B(2, -3)$ ഉം $C(4, 5)$ ഉം ആണ്.
- a) BC യുടെ slope കാണുക. (1)
- b) $\triangle ABC$ യുടെ A യിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്ന ഉന്നതിയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (2)
13. a) $2x + y - 3 = 0$, $3x - y - 2 = 0$ എന്നീ രേഖകളുടെ സംഗമ ബിന്ദു കാണുക. (1)
- b) മുകളിൽ പറഞ്ഞ സംഗമ ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതും, $x + y + 1 = 0$ എന്ന രേഖയ്ക്ക് സമാന്തരവുമായ രേഖയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (2)
14. X -അക്ഷം ട്രാൻസ്വേഴ്സ് ആക്സിസും, $(0, 0)$ കേന്ദ്രവും $(\pm\sqrt{10}, 0)$ ഫോക്കസും ആയ ഒരു ഹൈപ്പർബോള $(3, 2)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽകൂടി കടന്നുപോകുന്നു.
- a) ഹൈപ്പർബോളയുടെ സമവാക്യം കാണുക. (3)
- b) ഇതിന്റെ എക്സെൻട്രിസിറ്റി കാണുക. (1)

15. a) If $\left(\frac{5}{3}, \frac{22}{3}, \frac{-22}{3}\right)$ is the centroid of ΔPQR with vertices $P(a, 7, -10)$, $Q(1, 2b, -6)$, $R(4, 9, 3c)$, find the values of a , b and c .

(2)

- b) Prove that ΔPQR is isosceles.

(2)

16. a) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} \right)$.

(1)

- b) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} \right)$.

(2)

17. Prove that

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right) = \frac{-1}{1 + \sin x}$$

(3)

OR

Find the derivative of $y = \cot x$ from first principles.

18. Consider the statement, "If x is an integer and x^2 is even, then x is also even".

- a) Write the converse of this statement.

(1)

- b) Prove the statement by the contra-positive method.

(3)

15. a) $P(a, 7, -10)$, $Q(1, 2b, -6)$, $R(4, 9, 3c)$ എന്നീ ശീർഷങ്ങളുള്ള ΔPQR ന്റെ സെൻട്രോയിഡ്

$$\left(\frac{5}{3}, \frac{22}{3}, \frac{-22}{3}\right) \text{ ആണെങ്കിൽ } a, b, c$$

എന്നിവയുടെ വില കാണുക.

(2)

- b) ΔPQR ഒരു സമപാർശ്വ

ത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(2)

16. a) വിലകാണുക. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} \right)$

(1)

- b) വിലകാണുക $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} \right)$

(2)

17. $\frac{d}{dx} \left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right) = \frac{-1}{1 + \sin x}$ എന്ന്

തെളിയിക്കുക.

(3)

അല്ലെങ്കിൽ

$y = \cot x$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് ഫസ്റ്റ് പ്രിൻസിപ്പിൾസിൽ കണ്ടുപിടിക്കുക.

18. "x ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യയും x^2 ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയും ആണെങ്കിൽ, x ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യ ആയിരിക്കും" എന്ന പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക.

- a) ഈ പ്രസ്താവനയുടെ കോൺവേഴ്സ് എഴുതുക.

(1)

- b) ഈ പ്രസ്താവന കോൺട്രാ പോസിറ്റീവ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് തെളിയിക്കുക.

(3)

19. Consider the following distribution.

19. താഴെ പറയുന്ന ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ പരിഗണിക്കുക.

Class ക്ലാസ്	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Frequency ഫ്രീക്വൻസി	6	15	13	7	9

a) Calculate the mean of the distribution. (2)

b) Calculate the standard deviation of the distribution. (3)

a) ഈ ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷന്റെ മാധ്യം കാണുക. (2)

b) ഈ ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഡീവിയേഷൻ കാണുക. (3)

20. In a class of 60 students, 30 opted for NCC, 32 opted for NSS and 24 opted for both NCC and NSS. If one of these students is selected at random, find :

a) The probability that the student opted for NCC or NSS. (2)

b) The probability that the student has opted for exactly one of NCC or NSS. (2)

20. 60 കുട്ടികളുള്ള ഒരു ക്ലാസിൽ, 30 പേർ NCC യിലും 32 പേർ NSS ലും 24 പേർ ഇവ രണ്ടിലും വരുന്ന രീതിയിലും ചേർന്നിട്ടുണ്ട്. ഈ ക്ലാസിൽനിന്ന് ഒരു കുട്ടിയെ റാൻഡമായി തെരഞ്ഞെടുത്താൽ

a) ഈ കുട്ടി NCC യിലോ NSS ലോ അംഗമാണെന്നതിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. (2)

b) തെരഞ്ഞെടുത്ത കുട്ടി NCC, NSS ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിൽ മാത്രം അംഗമാണെന്നതിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. (2)

$\frac{60}{n} = 2$