



---

**TEMA: ECUACIONES NO LINEALES**

**PARTE 1**

- 1) Se está tratando de localizar, con mayor precisión, la raíz de  $f(x) = x^{-1} - \operatorname{tg}(x)$  que está entre  $[0.5, \pi/2]$  :
  - a) Graficar la función.
  - b) Encuentre los tres próximos intervalos que acotan la raíz, usando el método de bisección y los puntos  $x_1 = 0.5$  y  $x_2 \approx \pi/2$  (1.5). ¿Qué características tiene este método? En cada iteración calcule el error obtenido.
  - c) Usando  $x_1 = 0.5$  y  $x_2 \approx \pi/2$  (1.5) aplique el método de la secante con tres iteraciones. ¿Qué características tiene este método? Calcule el error cometido en cada iteración.
  - d) Compare los resultados de a) y b) y saque conclusiones.
  - e) Programe el método de Regula Falsi y el método de la Secante. Pruebe el código para la función dada y estime en cada caso las iteraciones necesarias para llegar a una precisión de  $10^{-3}$ . ¿Cuál es la diferencia entre ambos métodos?
- 2) Implemente el Método de Newton–Raphson en Python. ¿Qué ocurre si ejecuta el algoritmo con la función  $f(x) = x^3 - x$ , con el valor inicial  $x_0 = \sqrt{1/5}$ ?
- 3) Realice un programa del Método de Newton–Raphson para encontrar las raíces de:
  - i)  $f(x) = \operatorname{sen}(x) - \frac{1}{2} \sqrt{x}$
  - ii)  $g(x) = \operatorname{tg}(x) - 0.5x$
  - iii)  $h(x) = x^{10} - 1$
  - iv) la raíz múltiple de  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$
  - v)  $f(x) = x^2 - x - 2.5$
  - vi) la función  $f(x)$  del apartado 1)



- a) Grafique y analice qué dificultades podría tener en los cálculos de algunas de las raíces pedidas.
- b) Compare y saque conclusiones.
- 4) La ecuación  $x^2 - 2x - 3 = 0$  tiene dos raíces, en  $x = -1$  y en  $x = 3$ .
- a) Grafique la función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  en el intervalo :  $[-4, 4]$
- b) Se proponen las siguientes funciones de iteración

$$g_1(x) = \sqrt{2x + 3} \quad g_2(x) = \frac{x^2 - 3}{2} \quad g_3(x) = \frac{3}{x - 2}$$

Implemente el método de punto fijo para aproximar las raíces de la función  $f(x)$  con cada una de estas funciones, calculando el error en cada iteración.

Utilizando los siguientes valores iniciales:

i)  $-4$    ii)  $-0.99$    iii)  $3.5$    iv)  $2$    v)  $0$

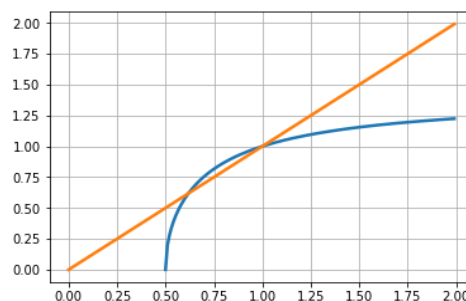
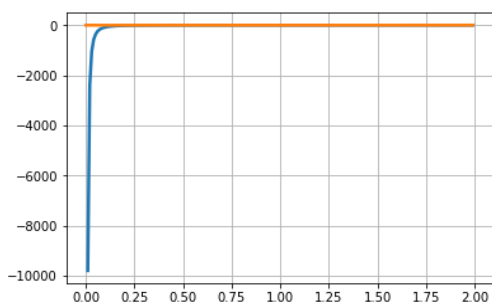
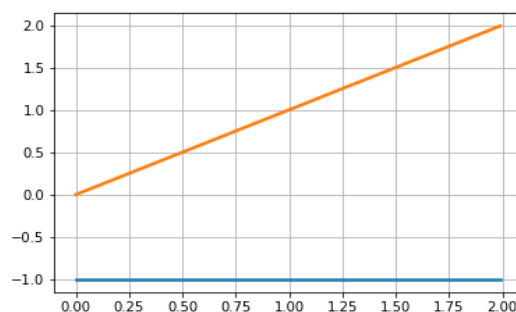
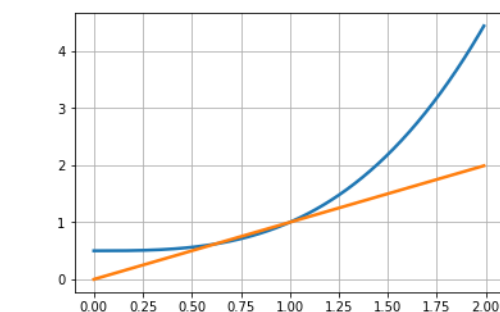
- ¿Cómo influye la elección de la función de iteración? Y de los puntos iniciales?
- Grafique en un mismo eje cartesiano cada función  $g(x)$ ,  $f(x)$  y la primera bisectriz. ¿Qué puede observar?

- 5) La función  $f(x) = x^2 + x - 1$  tiene una raíz en  $x = 0.6180339$ .
- a) Proponga 3 funciones de iteración  $g(x)$  para estimar esta raíz. Grafique cada una de las funciones de iteración junto a  $f(x)$ . Analice y escriba con cuál de las funciones propuestas el método va a converger.
- b) La función de iteración  $g_1(x) = 1/(x+1)$  converge a la raíz para  $x_0=1$ . ¿Cuántas iteraciones del método de punto fijo se requieren para obtener la raíz correcta hasta 3 dígitos? Calcular el error en cada iteración.
- c) Programe el método de Steffensen (usando aceleración de Aitken) y repita el cálculo del apartado anterior, ¿cuántas iteraciones se requieren? Calcular los errores cometidos. ¿Qué concluye?



### Ejercicios adicionales

- 1) Dada  $f(x) = x^3 - 2x + 1$  y dadas las gráficas de diferentes funciones (en azul) de iteración (graficadas junto a la primera bisección- en naranja), indicar cuales de ellas considera que pueden hacer que el método de punto fijo converja. ¿Por qué? ¿Cómo afecta la elección del valor inicial  $p=1/2$ , para usar el método?



- 2) Comparar los resultados usando el método de Newton y de Regula Falsi para aproximar la raíz del apartado anterior usando diferentes precisiones.