TEMA: TEORIA DE ERRORES

1) Suponga que dispone Ud. de una computadora que permite una representación en punto flotante normalizada sin signo con las siguientes características: b = 2 (base), t = 3 (mantisa) y e = 2 (exponente) .
   a) Represente en la recta real todos los números positivos que esta representación permite.
   b) Identifique el número más chico y el más grande que el sistema permite representar.
   c) Represente los siguientes números a =1.65 y b = 0.8. Explicar en cada caso cómo se realiza la representación y cómo afecta la mantisa elegida para la representación de estos valores
   d) ¿Qué sucede si se intenta realizar la operación a + b utilizando esta computadora? Realice la operación y explique.
   e) Dados x = 0.4378 e y = 0.375. ¿Qué sucede si se intenta hacer la diferencia x - y usando esta representación? Operar y explicar.
   f) Respecto a los resultados de los apartados anteriores extraer conclusiones respecto a la representación de números de punto flotante utilizando una mantisa normalizada.
   g) Indicar cuales serían las diferencias al utilizar un sistema de representación donde t = 2 y e = 3.
2) Aplique la aritmética de redondeo a tres dígitos para realizar los siguientes cálculos a lápiz y papel. Calcule los errores absoluto y relativo respecto del valor exacto. Explicar los resultados.
   a) $133 + 0.921$
   b) $133 - 0.499$
   c) $(121 - 0.327) - 119$
   d) $(121 - 119) - 0.327$
   e) $\frac{\frac{13}{14} - \frac{6}{7}}{2e - 5.4}$
   f) $-10\pi + 6e - \frac{3}{62}$

3) La serie infinita $f(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i^4}$ converge a un valor de $f(n) = \frac{\pi^4}{90}$ conforme n tiende a infinito.

   Escriba un programa de **simple precisión**[1] para calcular *f(n)* para n=10000 por medio del cálculo de la suma desde i = 1 hasta 10000. Después realice el cálculo en sentido inverso. En cada caso, calcule el error relativo. Explique los resultados.

4) Considere la función $f(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2x}, para x \neq 0$

   a) Calcule el $f(x)$ analíticamente.

   b) Calcule numéricamente con un programa en Python. ¿Qué ocurre cuando se intenta evaluar la función para valores de x pequeños? Considere f(x) para **$x = 10^{-n}$, con n = 1, ..., 20.**

[1] Investigue sobre los distintos tipos de precisión que permite Python usando Numpy

5) Escriba en Python un programa para calcular

$$f(x) = x^8 - 8x^7 + 28x^6 - 56x^5 + 70x^4 - 56x^3 + 28x^2 - 8x + 1$$
$$g(x) = (x - 1)^8$$

en puntos igualmente espaciados sobre el intervalo [0.999, 1.001]. Grafique f(x) y g(x). ¿Los resultados obtenidos son correctos? Explique.

6) Bajo ciertas condiciones, la frecuencia óptima de funcionamiento de un procesador multinúcleo, puede expresarse con:

$$f = \sqrt[3]{\frac{P}{2kn}}$$

donde P es la potencia, k una constante y n el número de núcleos. Suponiendo que se requiera determinar el valor de k, encontrar la expresión del error propagado. Usar la expresión para acotar el error en el cálculo de la constante k para el caso particular de un procesador con 14 núcleos si se miden *f=4.7[GHz]* y *P=115[W]* con errores $e_f = 0.5$ y $e_P = 2.5$, respectivamente.

7) A partir del siguiente función, realice la evaluación en $f(1.53)$

$$f(x) = 1.01e^{4x} - 4.62e^{3x} - 3.11e^{2x} + 12.2e^{x} - 1.99$$

a) Utilizando redondeo a tres cifras
b) Utilizando truncamiento a tres cifras.
c) Repita los apartados a y b, pero usando la técnica de anidamiento de polinomios (Método de Horner)
d) Calcule los errores relativos en todos los casos.

ADICIONALES

8) Usando Python realice la siguiente suma:

$$S = 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1$$

¿El resultado obtenido es correcto?, caso contrario explique qué está sucediendo y cómo podría obtener la solución correcta.

9) Utilizando la función round, pruebe redondear los valores 3.45 y 5.55 con 1 cifra decimal. ¿Obtiene los valores esperados? En Python, verifique los valores representados en la mantisa utilizando la función Decimal de la librería decimal.