LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

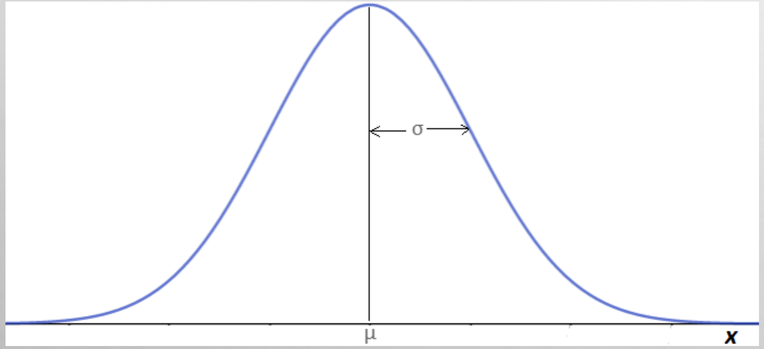
LA CAMPANA QUE SUENA EN TODAS PARTES!!!

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

LA V. A. X TIENE DISTRIBUCIÓN NORMAL SI SU FUNCIÓN DE DENSIDAD ES:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \qquad -\infty < x < \infty$$

- DONDE μ , σ SON CONSTANTES TALES QUE $-\infty < \mu < \infty$ Y $\sigma > 0$.



SE PUEDE DEMOSTRAR QUE

1) $f_X(x) > 0 \quad -\infty < x < \infty$
2) $$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$$
3) $EX = \mu$ y $Var(X) = \sigma^2$
4) Notación: $X \sim N(\mu , \sigma)$
5) $X \sim N(\mu , \sigma)$ es simétrica alrededor de μ.

<u>DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR</u> (Z) Z~N(0,1)

- CUANDO $\mu = 0$ Y $\sigma = 1$ X~N(0, 1) Y SE DENOTA POR Z.
- SU FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA SE DENOTA POR ϕ,

  ES DECIR, $\phi(Z) = P(Z \leq Z)$
- ESTA TABULADA
- CUALQUIER DISTRIBUCIÓN NORMAL PUEDE SER TRANSFORMADA A UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR:

RESULTADO IMPORTANTE

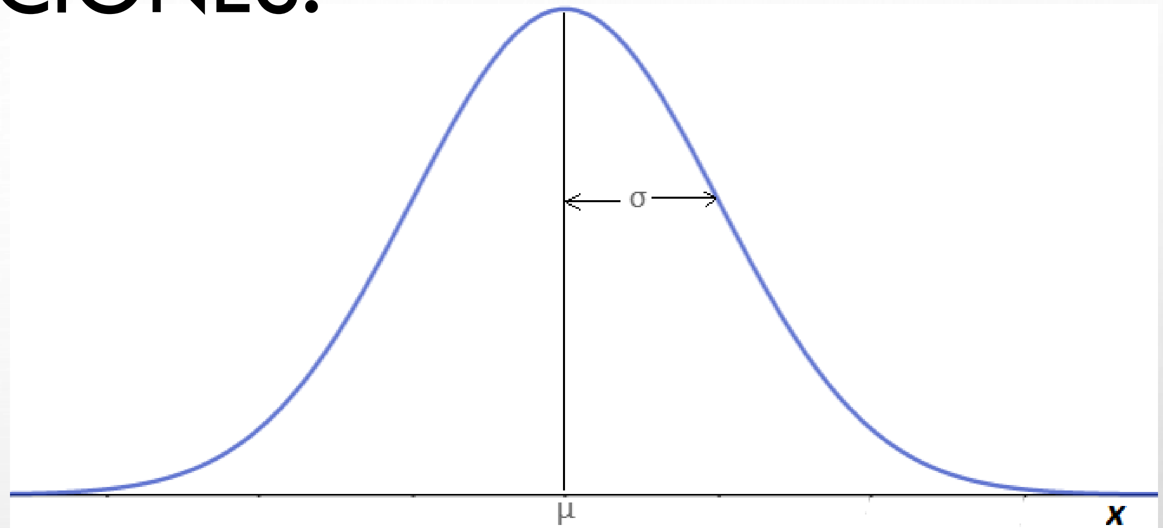
Resultado: Si $X \sim N(\mu, \sigma)$entonces la v. a. $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$

Se utiliza para el cálculo de probabilidades, por ejemplo

$$P(a < X \leq b) = P(a-\mu < X-\mu \leq b-\mu) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

$\phi\left(\dfrac{b-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$ de tabla o usando aplicación del celular

OBSERVACIONES:



- $\phi(-z)=1-\phi(z)$

EJEMPLO:

SI $\phi(z)=0,8 \Rightarrow z= 0,84$

SI $\phi(z)=0,3 \Rightarrow 1-\phi(-z)=0,3 \Rightarrow -z=0,52 \Rightarrow z=-0,52$

EJEMPLO 1

- LA CANTIDAD DE RADIACIÓN CÓSMICA A LA QUE SE EXPONE UNA PERSONA AL VOLAR EN AVIÓN POR EEUU ES UNA VARIABLE ALEATORIA CON DISTRIBUCIÓN NORMAL CON MEDIA

μ =4.35 MREM. Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR σ=0.59 MREM.

DETERMINE LA PROBABILIDAD DE QUE LA CANTIDAD DE RADIACIÓN ESTÉ ENTRE 4.00 Y 5.00 MREM.

- X= "CANTIDAD DE RADIACIÓN A LA QUE SE EXPONE"
- X~ N(4.35, 0.59)

EJEMPLO 1

- X= “CANTIDAD DE RADIACIÓN A LA QUE SE EXPONE”
- X~ N(4.35, 0.59)

$$P(4 < X < 5) = P\left(\frac{4-4.35}{0.59} < \frac{X-4.35}{0.59} < \frac{5-4.35}{0.59}\right) = P(-0.59 < Z < 1.10)$$

- $=\phi(1,10)-\phi(-0,59)=\phi(1,10) - [\ 1 - \phi(0,59)\ ]=0,5867$

EJEMPLO 2

- SE USAN MEDIDORES PARA RECHAZAR COMPONENTES CUYAS DIMENSIONES NO SE ENCUENTRAN DENTRO DE LA ESPECIFICACIÓN $1.50 \pm d$. SE SABE QUE ESTA DIMENSIÓN TIENE DISTRIBUCIÓN $N(1.50, 0.2)$.
- DETERMINE D PARA QUE LA ESPECIFICACIÓN CUBRA EL 90% DE LAS MEDICIONES.

- X = "DIMENSIÓN QUE SE MIDE" $X \sim N(1.50, 0.2)$

EJEMPLO 2

X = “DIMENSIÓN QUE SE MIDE”   X~N(1.50, 0.2)

¿D TAL QUE X $\in$ 1.50 $\pm$ D?

P(1.50 – D < X < 1.50+D) = P(-D < X-1.50 <D)

$$= P\left(\frac{-d}{0.2} < \frac{X-1.50}{0.2} < \frac{d}{0.2}\right) = \Phi\left(\frac{d}{0.2}\right) - \Phi\left(-\frac{d}{0.2}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{d}{0.2}\right) - \left[1 - \Phi\left(\frac{d}{0.2}\right)\right] = 0.90$$

$$2\Phi\left(\frac{d}{0.2}\right) - 1 = 0.90 \Rightarrow \Phi\left(\frac{d}{0.2}\right) = \frac{1+0.90}{2} = 0.95 \Rightarrow \frac{d}{0.2} = 1.65$$

$$\Rightarrow d = 1.65 \times 0.2 = 0.33$$