

Unidad 2: Propiedades de la Probabilidad

**Probabilidad y Estadística
Año 2020**



Propiedades (Ejercicio Demostrar)

- 1) $P(\emptyset)=0$
- 2) Si A_1, A_2, \dots, A_n tales que $\forall i \neq j A_i \cap A_j = \emptyset$, entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

- 3) $\forall A \subset S \quad P(A^c) = 1 - P(A)$
- 4) $\forall A \subset S \quad 0 \leq P(A) \leq 1$
- 5) Si $A, B \subset S$ y $A \subset B$ entonces $P(A) \leq P(B)$
- 6) Si $A, B \subset S$ entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$



Mas resultados

Generalización de la propiedad 6):

- Si $A, B, C \subset S$ entonces

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

Recordemos que

- $A = AB^C \cup AB$
- $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$
- $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$
- A, B disjuntos (o mutuamente excluyentes) $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.

$$A \cap B = AB$$

$$A \cup B = A + B$$



Demostración 2)

Sea A_1, A_2, \dots, A_n tales que $\forall i \neq j \quad A_i \cap A_j = \emptyset$

Sea $A_{n+1} = A_{n+2} = \dots = \emptyset$

Entonces $\forall i \neq j \quad A_i \cap A_j = \emptyset$

Luego por Axioma iii) se tiene que

Entonces:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$



Ejemplo

En una cierta población, el 10% de la gente es rica, el 5% es famosa y un 3% es rica y famosa. Se elige una persona de la población al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona no sea rica?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea rica pero no famosa?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea rica o famosa?



continuación

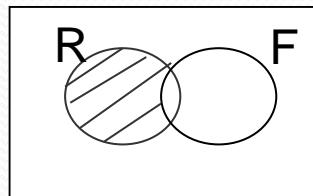
- Datos del problema
 - $R = \text{La persona es rica}$ $P(R) = 0.10$
 - $F = \text{La persona es famosa}$ $P(F) = 0.05$
 - $P(R \cap F) = 0.03$
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona no sea rica?

$A = \text{La persona no es rica.}$

$$A = R^c \Rightarrow P(A) = 1 - P(R) = 1 - 0.10 = 0.90$$

continuación

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea rica pero no famosa?



$$B = R \cap F^c$$

$$R = (R \cap F) \cup (R \cap F^c)$$

$$P(R) = P(R \cap F) + P(R \cap F^c) \Rightarrow P(B) = P(R) - P(R \cap F) = 0.10 - 0.03 = 0.07$$

continuación

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea rica o famosa?

C = La persona es rica o famosa

$$C = R \cup F \Rightarrow P(C) = P(R) + P(F) - P(R \cap F) = 0.10 + 0.05 - 0.03 = 0.12$$

¿Cuál sería el diagrama?