1.Mostre,usando análise e simulação,que o gerador de números aleatórios definido por $x_{i+1}=5x_i$ mod (7) e um gerador de período completo.Determine a sequência gerada para sementes $x_0=4$ e $x_0=7$. Compare as sequências e comente os resultados.

$X_{i+1} = a\ x_i$ mod p

a=5(primo) p=7(primo)

O período máximo deste gerador e wo= p-1 e e obtido se, e somente se, a e uma raiz primitiva do módulo p e x_0=! 0 a é uma raiz primitiva de p,se, e somente se $x_n=a^n$ mod p =! 1 para n =1,2,3,.....,p-2.

Para $x_0=4$
X_1=5*4 mod 7 = 6
X_2=5*6 mod 7 =2
X_3=5*2 mod 7=3
X_4=5*3 mod 7 =1
X_5=5*1 mod 7 =5
X_6=5*5 mod 7 =4

Para $x_0=7$
X_1=5*7 mod 7 = 0
X_1=5*0 mod 7 = 0

Para $x_0=4$, tem um período completo porque possui um padrão cíclico ou seja após 6 iterações retorna ao estado inicial.

Para $x_0=7$, o período é 1 porque a sequência gera um valor repetido.

Se pode perceber que quando a semente inicial não é divisível pelo módulo 7, o gerador de números aleatórios e de período completo.

Quando a semente é igual ao módulo ou seja é divisível pelo módulo , o período é reduzido a 1.

2. O número de chamadas para o help- desk de uma empresa tem uma distribuição de Poisson com 60 chamadas por um período de 10 horas. Se c= a variável aleatória para o número de chamadas por hora,encontre:

a) A probabilidade de que o suporte tecnico nao receba chamadas em uma determinada hora
b) A probabilidade de que o suporte técnico receba menos de oito chamadas em uma determinada hora
c) O número médio de chamadas por hora E(c)
d) A variancia de c
e) O desvio padrão de c

A fdp de uma distribuição de poisson é dada por :

$P(X=x) = [e^{-(\lambda t)}.(\lambda t)^x] /x!$

Onde t(em unidades de tempo,comprimento área ou volume) e um intervalo de tempo ou espaço no qual os eventos ocorrem, e λ e uma taxa média de ocorrência por unidade de tempo ou espaço.

λ*t =60[chamadas]/10 [horas] * [horas] = 6 [chamadas]/[horas]

a) $P(X=0)= [e^{-6}.6^0]/0! = e^{-6}$

b) X= {0,1,2,3,4,5,6,7}

$P(X=0)=[e^{-6}.6^0]/0! = e^{-6}$

$P(X=1)= [e^{-6}.6^{1}]/1! = 0,0144$

$P(X=2)= [e^{-6}.6^{2}]/2! = 0,0432$

$P(X=3)= [e^{-6}.6^{3}]/3! = 0,0864$

$P(X=4)=[e^{-6}.6^{4}]/4! = 0,1296$

$P(X=5)= [e^{-6}.6^{5}]/5! = 0,1555$

$P(X=6)=[e^{-6}.6^{6}]/6! = 0,15552$

$P(X=7)= [e^{-6}.6^{7}]/7! = 0,1334$

$P(X<=8)=P(X=0)+ P(X=1)+ P(X=2)+ P(X=3)+ P(X=4)+ P(X=5)+ P(X=6)+ P(X=7)= 0,72042$

c) $E(c) = \lambda= 6$
d) $Var(c)=\lambda=6$
e) $DP(c)=\sqrt{\lambda}=2,45$

3. Um fabricante de pistões de metal descobre que, em média,15% de seus pistões são rejeitados porque são superdimensionados ou subdimensionados. Qual é a probabilidade de um lote de 8 pistões conter

a) Não mais que 2 rejeitados
b) Pelo menos 6 rejeitados

Traçar o histograma da variável analisada.

100% = 1

15% = 0,15 = q (sucesso)

85% = 0,85 = 1-q (fracasso)
n= 8

a) Não mais que 2 rejeitados
   X = 0,1,2

   Aplicando a fdp binomial

   P(X=0) = 0,27
   P(X=1) = 0,384
   P(X=2) 0,237

   P($\leq$ 2) $= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,891$

b) Pelo menos 6 pistoes

   P(X$\geq$ 6) $= 1 - P(X < 6)$
   P(X<6) =P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)

   P(X=0)= 0,27
   P(X=1)=0,384
   P(X=2)=0,237
   P(X=3)= 0,083
   P(X=4)=0,002
   P(X=5)=0,002

   P(X<6)= 0,979

   P(X$\geq$ 6) $= 1 - P(X < 6)$= 0,021

4. Se ocorrem falhas de energia elétrica de acordo com uma distribuição de Poisson com uma média de 6 falhas a cada duas semanas,calcule a probabilidade de que ao menos 2 falhas durante uma semana específica. Traçar o histograma analisada.

P(X=x) = $[e^{-(\lambda t)}.(\lambda t)^x]$ /x!

$\lambda.t \; = 6[falhas]/2\;[semanas]\;.\;[semanas]$
$\lambda.t \; = \; 3\;[falhas]/\;[\;semanas]$

P(X≥2) = 1 - P(X<2)

P(X<2)= P(X=0) + P(X=1)
P(X=0)=$[e^{-3}.3^{0}]/0!$
P(X=0) =0,049

P(X=1)=$[e^{-3}.3^{1}]/1!$
P(X=1) =0,147

P(X<2) = 0,196

P(X≥2) = 1 - P(X<2) = 1 - 0,196 = 0,804

5. O número de dias que os viajantes compram com antecedência suas passagens aéreas pode ser modelado por uma distribuição exponencial com o tempo médio igual a 28 dias. Encontre a probabilidade de um viajante comprar uma passagem com menos de 4 dias de antecedência. Traçar a pdf da variável analisada.

$P(X=x)=\lambda\, e^{-\lambda x}$
$E(x) = 28 \Rightarrow E(x)=\frac{1}{\lambda}\Rightarrow\lambda=0{,}0357$

$P(x<4)= 1 - P(x\geq 4)$

$P(X=x) = e^{-\lambda x}$
$P(x\geq 4)= e^{-0{,}0357x}$

$P(x \geq 4) = e^{-0,0357*4}$

$P(x \geq 4)=0,866$

$P(x<4)= 1 - P(x \geq 4)= 0,134$

6. A distribuição discreta geométrica conta o número de tentativas até o primeiro sucesso. A pmf é dada por $f(x)= p(1-p)^{x-1}$, onde p representa a probabilidade de sucesso e x o número de tentativas. Fazer um algoritmo para a geração das variáveis aleatórias geométricas. Com o algoritmo proposto. Calcular
Uma urna tem 30 bolas brancas e 20 bolas pretas.Qual a probabilidade de que a 6ta bola retirada com reposição seja a primeira bola preta ?

30 bolas brancas (1-p) fracasso $P(B)=\frac{30}{50}=0,6$

20 bolas pretas (p) sucesso $P(P)=\frac{20}{50}=0,4$

$x=6$

$P(X=x)= p(1-p)^{x-1}$

$P(X=6)=0,4(0,6)^{5}$
$P(X=6)= 0,0311$

7. Utilizando o método da inversa gerar amostras para a distribuição

$f(x)= e^x/e^2-1 \quad , 0\leq x \leq 2$

$F(X)= 1/e^2-1\int_0^x e^x\,dx \Rightarrow 1/ e^2- 1[e^x-1]$

$F(X)= U$

$U = e^x-1/e^2-1 \Rightarrow U(e^2-1)+1 = e^x$

$\ln e^x=\ln[U(e^2-1)+1]$

$x= \ln[U(e^2-1)+1]$

$F^{-1}(x)=\ln[U(e^2-1)+1]$

8. Utilizando o método da aceitação/rejeição gerar amostras para a distribuição

$f(x)= 1,5\, x^2, \ -1<x<1$

Plotar a pdf analitica e o histograma normalizado

a= -1

b= 1

$g(x)=\frac{1}{b-a} =\frac{1}{2} \quad ,-1<x<1$

$\frac{f(x)}{g(x)}= 3x^2$

$C = \max \frac{f(x)}{g(x)}$

$C= \max 3x^2$

Para x= - 1 e x= 1

C=3