

- 문제에서 따로 설명하지 않는 사항은 수업 시간에 다룬 내용과 동일하며, 문제를 간단히 하기 위해 바람직하지 않은 수치를 이용할 수도 있음
- 시간 복잡도는 가능한 간단하고 tight하게 표시할 것
- 가능한 효율적인 방식을 이용한다고 가정하고 답할 것

[1-1] 상호 배타적 집합 표현에 대한 다음 물음에 답하세요. 단, 집합 연산의 효율을 높이기 위한 모든 기법을 이용한다.

Make-Set(1);

Make-Set(2);

Make-Set(3);

Make-Set(4);

Union(3, 4);

Union(2, 4);

- (1) 연결 리스트를 이용한 집합 표현의 경우, 위의 연산을 모두 수행한 후 집합 표현을 트리 그림으로 나타내세요.
- (2) 트리를 이용한 집합 표현의 경우, 위의 연산을 모두 수행한 후 집합 표현을 트리 그림으로 나타내세요.
- (3) 트리를 이용한 집합 표현의 경우, 원소 수가 n 인 경우, m 번의 집합 연산을 수행하는 시간 복잡도는?

[2-1] 다음은 X_m, Y_n 의 LCS(Longest Common Subsequence) 길이를 구하는 알고리즘이다. 물음에 답하세요.

LCS(m, n)

```
{  
    if (m = 0 or n = 0) then return 0;  
    else if ( $x_m = y_n$ ) then return LCS(m-1, n-1) + 1;  
    else return _____;  
}
```

(1) $X_m = "yAxBCDEFGy"$, $Y_n = "AyByCyDyEyFyGy"$ 일 때, LCS와 LCS의 길이를 구하세요.

(2) 위 알고리즘의 빈 칸을 채우세요.

(3) 이 알고리즘의 문제점은 무엇이고, 그 문제점을 해결하기 위한 방법은 무엇인가?

[2-2] 동적 프로그래밍 기법을 이용하여 $n \times n$ 행렬 경로 문제를 풀고자 한다. 물음에 답하세요.

(1) 다음과 같은 3×3 크기의 행렬 m 에서 (1, 1)에서 (3, 3)에 이르는 경로의 최대 점수를 구하는 과정을 배열 c 에 표시하였다. 빈칸 a) ~ c)에 들어갈 값을 구하세요. 다음과 같이 식과 답을 적고, 어떤 값을 나타내는 값인지 b)에 대해서만 그 의미를 적을 것

- a) _____ + _____ = _____
- b) _____ + _____ = _____ (의미: _____)
- c) _____ + _____ = _____

3 x 3 행렬 m

j	1	2	3
i 1	1	1	2
2	4	5	5
3	2	2	3

배열 c

j	0	1	2	3
i 0	0	0	0	0
1	0	1	2	4
2	0	5	10	15
3	0	a)	b)	c)

(2) 위에서 구한 (1, 1)에서 (3, 3)에 이르는 경로의 최대 점수는 얼마인가?

(3) 행렬 경로 문제의 동적 프로그래밍 알고리즘의 시간 복잡도는?

[2-3] 동적 프로그래밍 기법을 이용하여 3 x n 테이블의 돌 놓기 문제를 풀고자 한다. 물음에 답하세요.

(1) 다음과 같은 3 x 4 크기의 테이블에 대한 돌 놓기 문제에서 최대 점수를 구하는 과정을 배열 peb에 표시하였다. 빈칸 a) ~ d)에 들어갈 값을 구하세요. 다음과 같이 식과 답을 적고, 어떤 값을 나타내는 값인지 b)에 대해서만 그 의미를 적을 것

- a) _____ + _____ = _____
- b) _____ + _____ = _____ (의미: _____)
- c) _____ + _____ = _____
- d) _____ + _____ = _____

3 x 4 테이블

i	1	2	3	4
	2	4	2	-2
	2	1	3	3
	3	-5	1	6

배열 peb

	i	1	2	3	4
패턴	1	2	7	8	a)
	2	2	6	10	b)
	3	3	-3	8	c)
	4	5	1	9	d)

(2) 위에서 구한 3 x 4 테이블의 돌 놓기 문제의 최대 점수는 얼마인가?

(3) 돌 놓기 문제의 동적 프로그래밍 알고리즘의 시간 복잡도는?

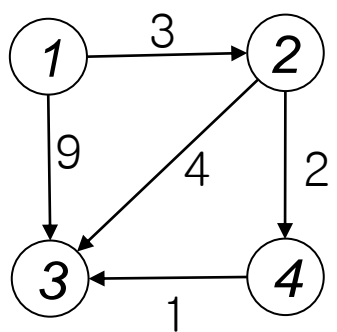
[3-1] 다음은 그래프 $G=(V, E)$ 에서 모든 정점들 간의 최단 경로를 구하는 알고리즘이다. 이에 대해 물음에 답하세요. 단, $V = \{1, 2, 3, \dots n\}$

FloydWarshall(G)

```
{
  for i ← 1 to n
    for j ← 1 to n
       $d^0_{ij} \leftarrow w_{ij}$ ;
  for k ← 1 to n
    for i ← 1 to n
      for j ← 1 to n
         $d^k_{ij} \leftarrow \min \{d^{k-1}_{ij}, d^{k-1}_{ik} + d^{k-1}_{kj}\};$ 
}
```

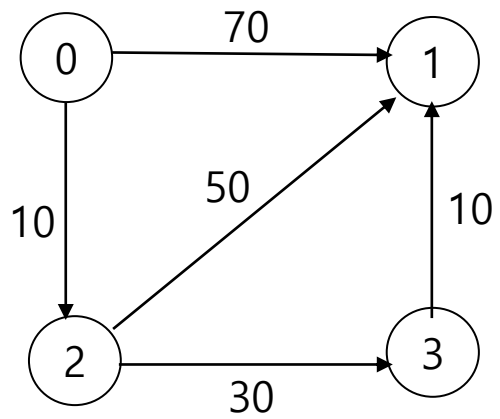
d^k_{ij} : 정점 집합 $\{1, 2, \dots, k\}$ 에 속하는 것들만 거쳐 i 에서 j 에 이르는 최단경로 길이
▷ 중간정점 집합 $\{1, 2, \dots, k\}$
▷ i : 시작 정점
▷ j : 마지막 정점

(1) 그래프 G 가 다음과 같을 때, d^0_{13} , d^1_{13} , d^2_{13} , d^3_{13} , d^4_{13} 의 값은 각각 얼마인가?



(2) 그래프 $G=(V, E)$ 에 대한 FloydWarshall 알고리즘의 시간 복잡도는?

[3-2] 단일 시작점 최단경로를 구하는 Dijkstra 알고리즘을 이용하여 다음 그래프에 대해 시작 정점을 0으로 하여 최단 경로를 구하고자 한다. 물음에 답하세요.



(1) 알고리즘 수행 과정에서 한 번에 하나의 정점이 S(최단 경로가 확정된 정점 집합)에 포함된다. 가장 먼저 S에 포함되는 정점은 0이다. S에 포함되는 순서대로 정점 번호를 적으세요.

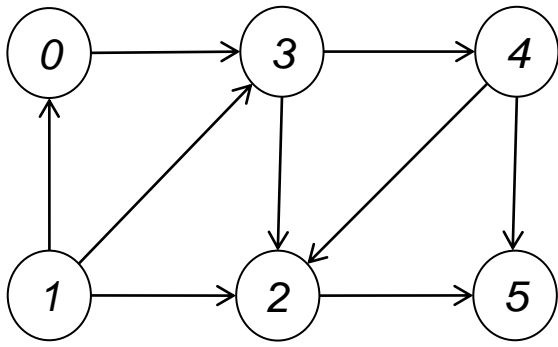
답: 0, _____.

(2) 알고리즘 수행을 마친 후 d[]의 값을 적으세요. d[u]는 시작 정점 0에서 정점 u까지의 최단경로 거리이다.

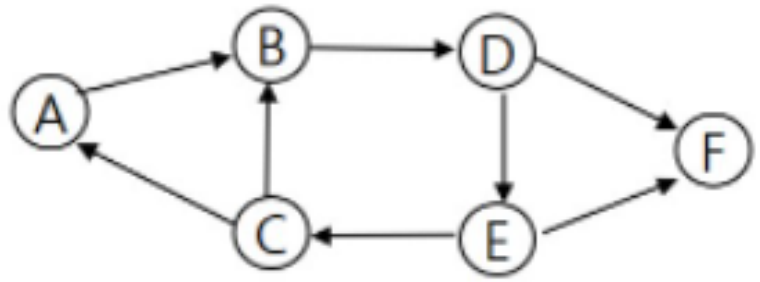
	0	1	2	3
d				

(3) 그래프 $G = (V, E)$ 에 대한 Dijkstra 알고리즘의 시간 복잡도를 O-표기로 나타내세요.

[3-3] 다음 그래프에 대해 위상 정렬(topological sort)을 수행한 결과를 적으세요. 위상 순서대로 정점 번호 0~5를 나열하면 됨



[3-4] 다음 그래프의 strongly connected component 개수는?



[4-1] 아래 4가지 문제 중에서 그리디 알고리즘을 이용하여 최적해를 구할 수 있는 문제를 하나만 선택하여

- (1) 어떤 문제를 선택했는지 적고,
- (2) 선택한 문제에 대해 설명하고,
- (3) 선택한 문제의 최적해를 구하는 방법(알고리즘)을 설명하세요.

이진 트리의 최적합 경로 찾기

회의실 배정 문제

보따리 문제

동전 바꾸기

[5-1] 텍스트 문자열 A와 패턴 문자열 P가 다음과 같을 때, 매칭 성공이 총 몇 번 일어나는가?

A = "aababababb"

P = "abab"

[5-2] 다음 문자열 매칭 알고리즘에 대해 물음에 답하세요. 단, 텍스트 문자열 A는 길이 n, 패턴 문자열 P의 길이는 m이며, $n \gg m$

```
naiveMatching(A[ ], P[ ])
{
    for i ← 1 to n-m+1{
        if (P[1...m] = A[i...i+m-1]) then // (가)
            A[i] 자리에서 매칭이 일어났음을 알린다;
    }
}
```

- (1) 이 알고리즘은 앞선 매칭 과정에서 얻은 정보를 이용하여 다음 매칭을 수행하는가?
- (2) for 반복문의 수행 횟수는 $O(n)$, $O(m)$ 중 어느 것인가?
- (3) 라인 (가)에서 $P[1...m] = A[i...i+m-1]$ 비교의 시간 복잡도는?
- (4) 이 알고리즘의 수행 시간 복잡도는?

[5-3] 유한 오토마타를 이용하여 문자열 매칭을 수행하고자 한다. 물음에 답하세요. 단, 알파벳은 $\{0, 1\}$ 이다.

(1) 패턴 문자열 **P1 = "1101"**일 때, 이 패턴에 대한 유한 오토마타를 그림으로 나타내세요.

(2) 문제 (1)의 답과 같이 패턴 문자열 P1에 대한 유한 오토마타가 구성되었을 때, 텍스트 문자열 **A = "11101101"**에 대한 문자열 매칭을 수행하고자 한다. 이 매칭 작업에서 발생하는 상태 전이 전 과정을 적으세요. 시작 상태부터 전이 순서대로 상태 기호를 적을 것

(3) 패턴 문자열의 길이가 m , 텍스트 문자열의 길이가 n 일 때, 매칭 과정(유한 오토마타를 구성하는 전처리 과정은 제외)의 시간 복잡도를 적으세요.

[5-4] 텍스트 문자열의 길이는 n , 패턴 문자열의 길이는 m 일 때, 라빈-카프 알고리즘을 이용하여 문자열 매칭을 수행하고자 한다.

p 는 패턴 문자열의 수치값이고,

b_i 는 텍스트 문자열의 i 번째 문자로부터 시작하는 길이 m 인 부분 문자열의 수치값이다.

- (1) p 를 구하는 시간 복잡도를 θ -표기로 나타내세요.
- (2) b_i 로부터 b_{i+1} 을 구하는 시간 복잡도를 θ -표기로 나타내세요.
- (3) p 와 b_i 가 일치하는 경우 진짜 매칭인지 알아보는 시간 복잡도를 O -표기로 나타내세요.
- (4) 매칭 횟수가 상수 번인 경우, 라빈-카프 알고리즘의 평균 시간 복잡도를 θ -표기로 나타내세요.
- (5) 알파벳은 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 이고, 수치값이 커지는 것을 방지하기 위해 나머지 연산에 사용할 $q = 100$ 이라고 하자.

텍스트 문자열 **A** = “711199939911199011” 패턴 문자열 **P** = “11199” 일 때,

$p = 99$ 이고, $b_1 = 19$ 이다.

p 와 b_i 가 일치하는 경우가 총 몇번 발생하고, 이중 진짜 매칭은 몇번, 가짜 매칭은 몇번인가?
(라빈-카프 알고리즘의 개념을 묻는 문제로서, 실제 구현과는 차이가 있을 수 있음)

[5-5] 텍스트 문자열(A)에 대한 패턴 문자열(P)의 문자열 매칭을 수행하고자 한다. 매칭 과정에서 텍스트 문자열의 문자를 모두 검사하지 않고도 매칭 작업을 수행할 수 있는 방법을 제시하세요.

- (1) 사용할 알고리즘의 이름을 적고,
- (2) 다음 P, A의 예를 이용하여 알고리즘을 설명할 것.

A

d	a	d	a	t	a	t	o	c	o	d	a	t	a	d	d	t
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

P

d	a	t	a
---	---	---	---

[6-1] 다음은 NP-완비(NP-complete)에 관련된 설명이다. 괄호 안에서 올바른 것을 골라 적으세요.

- (1) 문제 크기가 n 일 때, 시간 복잡도가 $O(2^n)$ 인 문제는 (P-문제이다, P-문제가 아니다).
- (2) 문제 크기가 n 일 때, 시간 복잡도가 $O(\log n)$ 인 문제는 (P-문제이다, P-문제가 아니다).
- (3) NP-완비에서 NP는 (Nondeterministic Polynomial, Non Polynomial) 의 준말이다.
- (4) (최장 단순 경로, 최단 단순 경로) 문제는 P-문제이고, (최장 단순 경로, 최단 단순 경로) 문제는 NP-완비 문제이다.
- (5) 어떤 문제가 NP-완비라는 확증이 있으면 (정확한 해, 근사 해) 를 구하는 알고리즘을 개발하는 노력을 하는 것이 바람직하다.