알고리즘

11장 그리디 알고리즘
(greedy algorithm)

학습목표

- 그리디 알고리즘의 특징을 파악한다.
- 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되는 예와 그렇지 않은 예를 관찰한다.

그리디 알고리즘

- 그리디 알고리즘(greedy algorithm)이란
  - 눈앞의 이익만 우선 추구하는 알고리즘을 총칭
- 그리디 알고리즘은 최적화 문제를 대상으로 함
  - 대부분 최적해를 보장하지 못한다.
  - 드물게 최적해가 보장되는 경우도 있다.
  - 목표: 최적해를 찾을 수 있으면 찾고, 어려우면 주어진 시간 내에 그런 대로 괜찮은 해를 찾는다.
- 현재 시점에 가장 이득이 되어 보이는 해를 선택하는 행위를 반복한다.

do {
    우선 가장 **좋아 보이는** 선택을 한다.
} **until** (해 구성 완료)

최소 신장 트리를 찾는 그리디 알고리즘

Prim(G, r) ▷ 정점 r로부터 시작하여 G=(V, E) 의 최소신장트리를 구함

{

$S \leftarrow \Phi$; $T \leftarrow \Phi$; ▷ S: 정점 집합, T: 간선 집합

정점 r을 집합 S에 포함시킴;

while ($S \neq V$) {

S에서 V-S를 연결하는 간선들 중 최소 길이인 (x, y) 를 찾음;

▷ ($x \in S$, $y \in V$-S)

간선 (x, y)를 T에 포함시킴;

정점 y를 집합 S에 포함시킴;

}

}

그리디 알고리즘의 전형적 구조

Greedy(C)   ▷ C: 원소들의 총집합

{

  $S \leftarrow \Phi$;

  while ($C \neq \Phi$ **and** S는 아직 온전한 해가 아님) {

    $x \leftarrow C$에서 현재 시점에서 가장 좋아 보이는 원소를 하나 선택;

    집합 C에서 x 제거;   ▷ $C \leftarrow C - \{x\}$

    if (S에 x를 더해도 됨) **then** $S \leftarrow S \cup \{x\}$;

  }

  if (S가 온전한 해임) **then return** S;

              else return "해 없음!";

}

그리디 알고리즘과 최적 해

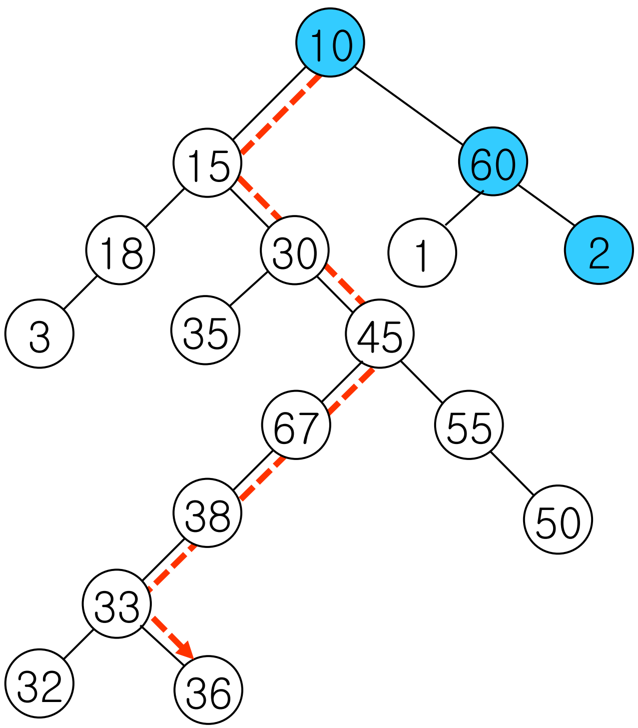
- 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되지 않는 예
  - 이진 트리의 최적합 경로 찾기
  - 동전 바꾸기
  - 보따리 문제
- 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되는 예
  - 최소 신장 트리 : 프림 알고리즘, 크루스칼 알고리즘
  - 최단 경로 : 다익스트라 알고리즘
  - 회의실 배정 문제

이진 트리의 최적합 경로 찾기

- 이진 트리의 최적합 경로 찾기
  - 각 노드에 양의 가중치가 할당된 이진 트리
    - 노드의 가중치는 미리 알 수 없고, 어떤 노드에 이르면 그 노드의 자식 노드 가중치를 알 수 있다.
    - 루트부터 시작해 왼쪽/오른쪽 중 분기할 방향을 매 단계 결정
    - 각 경로의 점수는 루트 노드에서 리프 노드에 이를 때까지 만난 노드의 가중치 합
  - 문제: 경로의 점수를 최대화하는 경로를 찾아라.
  - 그리디 알고리즘으로는 최적해가 보장되지 않는다.

이진 트리의 최적합 경로 찾기

- 이진 트리의 최적합 경로 찾기 예



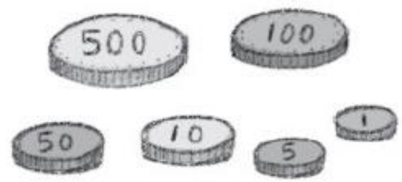
동전 바꾸기

- 동전 바꾸기
  - 문제: 동전을 모아 특정 액수를 만들되 동전의 개수를 최소로 하라.
  - 모든 동전의 액면이 바로 아래 액면의 배수가 되면 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장된다.
    - 예) 500원, 100원, 50원, 10원, 5원, 1원
  - 그렇지 않으면 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되지 않는다.
    - 예) 500원, 400원, 100원, 75원, 50원

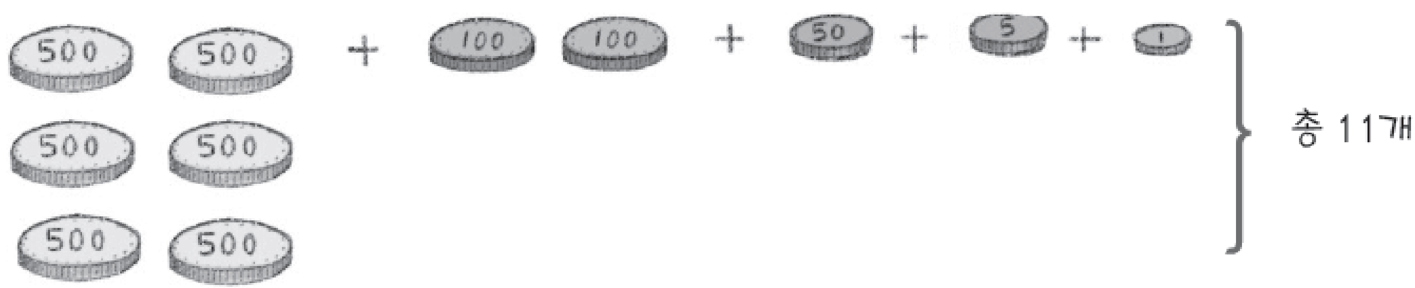
동전 바꾸기

- 동전 바꾸기 예
  - 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되는 경우

동전의 액면

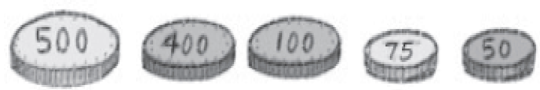


3,256원 만들기
(그리디 알고리즘)



- 동전 바꾸기 예
  - 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되지 않는 경우

동전의 액면



1,300원 만들기
(그리디 알고리즘)

보따리 문제

- 보따리 문제(0/1 Knapsack Problem)
  - 문제: 용량이 정해진 보따리에 가치와 부피가 제 각각인 물건들을 넣되, 보따리에 넣은 물건의 총 가치가 최대가 되도록 하라.
  - 그리디 알고리즘
    - 보따리 용량을 초과하지 않는 한, 단위 부피 당 가치가 큰 물건부터 보따리에 넣는다.
    - 이 그리디 알고리즘은 최적해를 보장하지 못한다.
    - 물건을 자를 수 있다면(Fractional Knapsack Problem) 이 방식으로 최적해를 보장할 수 있다.

보따리 문제

- 보따리 문제 예
  - 보따리 용량 21L
  - 물건의 가격과 부피 단위 부피 당 가치

    A: 250원, 10L

    B: 450원, 15L

    C: 270원, 10L
  - 그리디 알고리즘
    - 보따리에 B를 넣음 → 물건의 총 가치 450원
  - 최적 해
    - 보따리에 A, C 를 넣음 → 물건의 총 가치 520원

그리디 알고리즘과 최적 해

- 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되지 않는 예
  - 이진 트리의 최적합 경로 찾기
  - 동전 바꾸기
  - 보따리 문제
- 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장되는 예
  - 최소 신장 트리 : 프림 알고리즘, 크루스칼 알고리즘
  - 최단 경로 : 다익스트라 알고리즘
  - 회의실 배정 문제
  - 허프만 코딩 알고리즘

최소 신장 트리

- 최소 신장 트리 찾기를 위한 프림 알고리즘과 크루스칼 알고리즘
- 프림 알고리즘

Prim(G, r) ▷ 정점 r로부터 시작하여 G=(V, E) 의 최소신장트리를 구함
{
    $S \leftarrow \Phi$; $T \leftarrow \Phi$; ▷S: 정점 집합, T: 간선 집합
    정점 r을 집합 S에 포함시킴;
    while ($S \neq V$) {
        S에서 V-S를 연결하는 간선들 중 최소 길이인 (x, y) 를 찾음;
                ▷ ($x \in S$, $y \in V$-S)
        간선 (x, y)를 T에 포함시킴;
        정점 y를 집합 S에 포함시킴;
    }
}

greedy한 부분

회의실 배정 문제

- 회의실 배정 문제
  - 회사에 회의실이 1개이다.
  - 여러 부서에서 회의실 사용을 신청한다.
    - 회의 시작 시간과 종료 시간을 명시해서 신청
  - 문제: 겹치는 시간이 없게 가장 많은 수의 회의를 소화하도록 회의실 사용 스케줄을 정하라.
  - Greedy한 아이디어들
    - 소요 시간이 가장 짧은 회의순 배정
    - 시작 시간이 가장 이른 회의순 배정
    - 종료 시간이 가장 이른 회의순 배정

이것만이 최적해를 보장한다.

회의실 배정 문제

- 회의실 배정 문제 예
  - 8개의 회의 신청(시작 시간, 종료 시간)
  - 종료 시간 순 정렬 후, 앞에서 부터 겹치지 않게 고름

    (3, 5)
    (1, 6)
    (6, 7)
    (5, 9)
    (8, 13)
    (7, 14)
    (12, 18)
    (16, 20)

요약

- 그리디 알고리즘은 눈앞의 이익만 추구하는 알고리즘을 총칭한다.
- 그리디 알고리즘은 대부분 최적해를 보장하지 못한다.
- 어떤 문제들은 그리디 알고리즘으로 최적해가 보장된다.