

# Relatório - Modelagem Matemática

## Estudo de População de Aves na Amazônia

Usando o Modelo de Reação-Difusão para avaliar sobrevivência de populações em manchas de floresta em áreas desmatadas.

Paulo Roberto Rodrigues da Silva Filho  
Pedro Paulo Dantas Silva Martins  
Vicente Alves da Silva Sirufo

2024-07-20

## Contents

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modelagem</b>	<b>2</b>
2.1	Caso 1: Problema para uma população . . . . .	2
2.2	Caso 2: Problema para duas populações . . . . .	3

## 1 Introdução

Em função do processo de desmatamento da Amazônia, percebeu-se que, dentro das regiões desmatadas, formam-se manchas florestadas isoladas. Tais manchas podem ou não ser adequadas para a sustentação de populações animais. O modelo utilizado para se avaliar a capacidade de tais manchas sustentarem populações é o Modelo de Reação/Difusão, regido pela Equação Diferencial Parcial (EDP) FKPP (Modelo Fischer-Kolmogorov-Petrovsky-Piskunov). Foi avaliada a capacidade de sustentação de população de uma única espécie e, também, de duas espécies em competição.

Para entender o problema, vamos, primeiro, apresentar um diagrama, representando a floresta e áreas desmatadas, conforme pode ser visto na Figura 1. Conforme essa figura, temos uma grande área de floresta e uma área desmatada que possui manchas de floresta. A área desmatada pode suportar uma população mínima dos animais em estudo, ou suportar uma população temporária de forma que permita a migração dessas populações entre a área de floresta virgem e as manchas na área desmatada.

Uma vez dada essa representação de ambiente, padrão, podemos utilizar o Modelo de Reação-Difusão, assumindo que, entrando uma determinada população em uma mancha de floresta - ou estando essa população lá isolada, antes do processo de desmatamento - há condições de a população se reproduzir dentro dessa área, estando sujeita a restrições do meio, cooperação e competição intra-específica.

Já no caso de duas populações concorrendo na mesma região, devemos também assumir que a região desmatada tenha capacidade de suportar uma quantidade muito baixa dessas populações, de forma que a hipótese da difusão faça sentido. Fazemos, então, uma análise de ambas as populações em conjunto, em competição.

Tanto no caso da população isolada, quanto na de duas populações, a geometria das manchas (tamanho) e características intrínsecas delas permitem definir uma capacidade de carregamento das populações, que afetam as dinâmicas populacionais. A identificação de um tamanho mínimo de mancha e o isolamento dessa mancha em relação à área florestada, ou a outras manchas também são características relevantes para o estudo do problema.

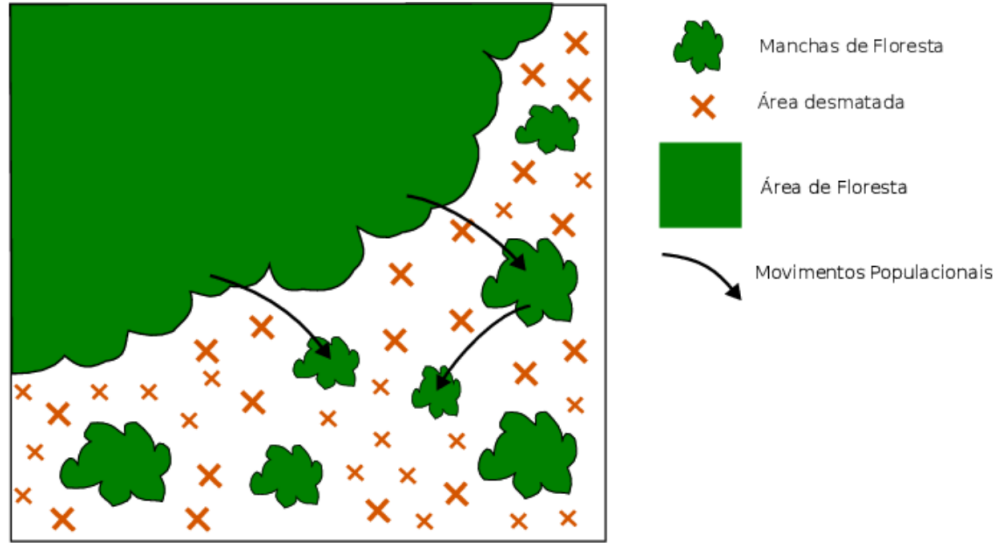


Figura 1: Representação de área florestada e de manchas de floresta. A área florestada pode ser imaginada como uma mancha de floresta de tamanho infinito, ou, apenas, uma área de tamanho grande o suficiente para ser considerada infinita.

## 2 Modelagem

Agora vamos apresentar os dois modelos avaliados, o modelo de uma população e o modelo de duas populações. Para ambos os casos são usados variantes da EDP FKPP, apresentadas tais variantes caso a caso.

### 2.1 Caso 1: Problema para uma população

Para o caso de uma população, o modelo considerado foi FKPP com um termo difusivo (termo de segunda ordem) e os termos reativos, com cooperação (termo linear) e com competição (termo quadrático), sobre uma população  $u$ :

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \alpha u - \beta u^2 + D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Com as condições de contorno de Dirichlet:

$$u(x = 0, L) = 0$$

Sendo:

- $\mathbf{u(x,t)}$ : a população presente na posição espacial e no tempo, na mancha de floresta ou em uma área florestada.
- $\mathbf{D}$ : taxa de difusividade da população - unidade: **comprimento<sup>2</sup>/tempo**.
- $\mathbf{a}$ : Taxa de crescimento populacional da espécie - unidade: **1/tempo**
- $\mathbf{b}$ : Se  $1/C$  é a capacidade de carregamento de uma população para uma mancha ou região de floresta, então  $C = \frac{b}{a}$ , de forma que  $\mathbf{b}$  indica as condições que atrapalhem o crescimento populacional, como geometria da região de mancha, competição por comida, entre outras.
- $\mathbf{l}$ : Comprimento (não adimensionalizado) da mancha ou região florestada

Para facilitar a análise, as seguintes transformações são feitas, para se adimensionalizar a equação e, então, avaliar as suas propriedades:

$$x = x' \sqrt{\frac{D}{a}}$$

$$\partial_x = \partial_{x'} \sqrt{\frac{a}{D}}$$

Depois, retornando o nome da variável de distância de  $\mathbf{x}'$  para  $\mathbf{x}$  e de tempo de  $\mathbf{t}'$  para  $\mathbf{t}$ , temos:

## 2.2 Caso 2: Problema para duas populações

lalalalala