Inhalt

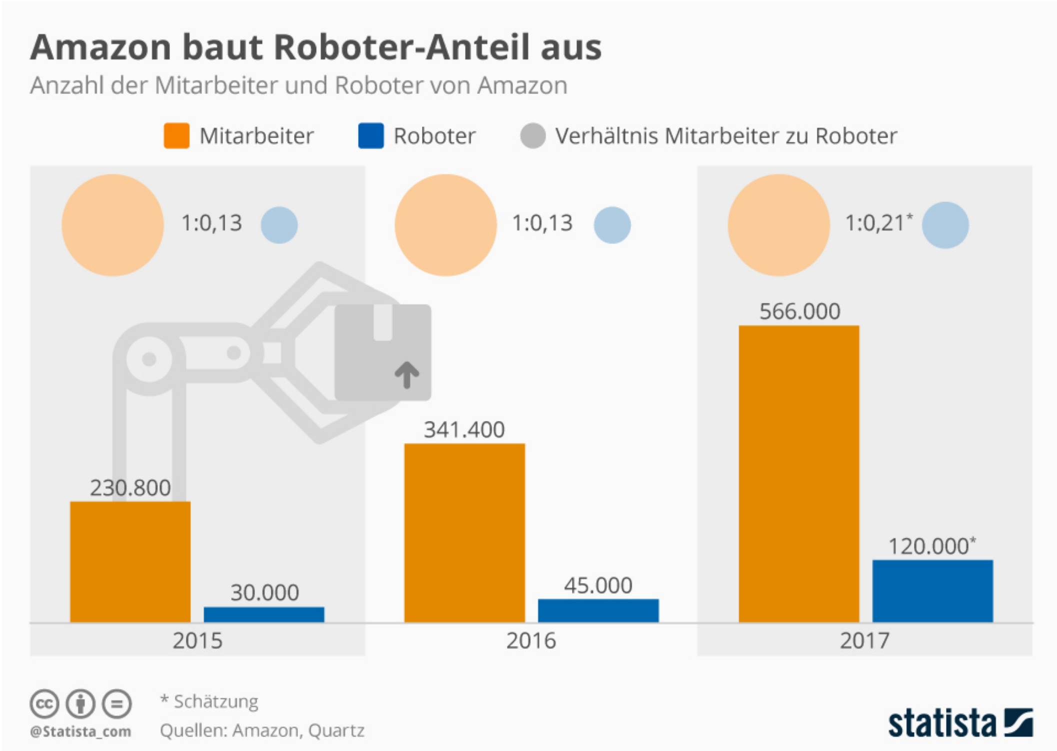
Inhalt

Investitionen in Mobilrobotik steigen stark

- Juni 2010: Adept Technology kauft MobileRobots Inc.
- April 2011: Sebastian Thrun lässt sich von seinen Lehrverpflichtungen an der Stanford University entbinden um voll bei Google (Driverless Car) zu arbeiten.
- März 2012: Amazon kauft Kiva Systems für 775 Millionen US Dollar.
- 2013: Google kauft sieben kleinere Robotik Firmen: Schaft, Industrial Perception, Meka, Redwood Robotics, Bot & Dolly, Autofuss, Holomni
- November 2013: Apple kündigt an, in 2014 10,5 Milliarden US Dollar in Robotik (Logistik und Produktion) zu investieren.
- Dezember 2013: Google kauft Boston Dynamics.
- Dezember 2014: Amazon gibt bekannt, dass inzwischen mehr als 15.000 mobile Roboter von Kiva Systems in 10 Distributionszentren eingesetzt werden.

- 2017: Amazon nimmt schätzungsweise 75.000 neue mobile Roboter in Betrieb.

- August 2023: Der Hamburger Intralogistik-Pionier Jungheinrich übernimmt den Münchner Robotik-Spezialisten Magazino. Die 2014 gegründete Magazino beschäftigt rund 130 Mitarbeitende und verfügt über eines der größten Entwicklungsteams Europas in der mobilen Robotik.



Literatur zu mobilen Robotern

- Corke, Peter: *Robotics and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB®*, Springer, 2022, https://doi.org/10.1007/978-3-030-79179-7
- Hertzberg, Joachim; Lingemann, Kai; Nüchter, Andreas: *Mobile Roboter*, Springer Verlag, 2012, http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-01726-1
- Siegwart, Roland; Nourbakhsh, Illah R.: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, MIT Press, 2nd Edition, 2011

Unterschiede zur Kinematik stationärer Roboter

- Die Bewegung radgetriebener mobiler Roboter findet in der xy-Ebene statt und nicht wie bei stationären Robotern im xyz-Raum.

- Mobile Roboter können verschiedene Posen (x, y, θ) in der Ebene einnehmen, die Pose ist eine Funktion der Zeit: $\boldsymbol{p}(t) = (x(t), y(t), \theta(t))^{\mathrm{T}}$.

- Die Ableitung der Pose nach der Zeit $\dot{\boldsymbol{p}}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{\theta}(t))^{\mathrm{T}}$ ist die Geschwindigkeit des Roboters.

- Die Kinematik mobiler radgetriebener Roboter wird im Geschwindigkeitsraum $\dot{\boldsymbol{p}} \in \mathbb{R}^3$ beschrieben.

- Die Anzahl der Freiheitsgrade im Geschwindigkeitsraum wird auch als Differentiable Degrees of Freedom (DDoF) bezeichnet.

- Mobile Roboter sind häufig durch nichtholonome Zwangsbedingungen in ihren Bewegungsmöglichkeiten im Geschwindigkeitsraum eingeschränkt, DDoF < 3, (sie können nicht aus dem Stand heraus in alle Richtungen fahren und sich gleichzeitig drehen.)
  - Beispiel: Ein Fahrzeug mit Vorderradlenkung kann nicht seitlich einparken.
  - Mobile Roboter, die nichtholonomen Zwangsbedingungen unterworfen sind, heißen auch nichtholonome mobile Roboter, alle anderen holonome mobile Roboter oder omnidirektionale mobile Roboter.
  - Nichtholonome mobile Roboter erfordern einen erhöhten Aufwand bei der Pfadplanung.

Homogene Koordinaten in der 2D Ebene

- Die Bewegung radgetriebener mobiler Roboter findet in der xy-Ebene (2D) statt und nicht wie bei stationären Robotern im xyz-Raum (3D).
- Ein Körper und damit auch ein mobiler Roboter hat 2 translatorische Freiheitsgrade (x, y) und einen rotatorischen Freiheitsgrad θ.
- Mobile Roboter können verschiedene Posen $\boldsymbol{p} = (x, y, \theta)^{\mathrm{T}}$ in der Ebene einnehmen.
- Homogene Transformationen vereinfachen sich:

$$^{0}\boldsymbol{r}_{0P} = {}^{0}\boldsymbol{T}_{1}\,{}^{1}\boldsymbol{r}_{1P} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}, \; {}^{0}\boldsymbol{T}_{1} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & x \\ -\sin\theta & \cos\theta & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wobei $\boldsymbol{r}$ homogene Koordinaten in 2D sind und $\boldsymbol{T}$ eine homogene Transformationsmatrix in 2D ist.

Bewegung eines mobilen Roboters in der xy-Ebene

Bewegt sich ein mobiler Roboter in der xy-Ebene ist seine Pose eine Funktion der Zeit: $\boldsymbol{p}(t) = (x(t), y(t), \theta(t))^{\mathrm{T}}$. Die Ableitung der Pose nach der Zeit ist die Geschwindigkeit des Roboters:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}(t)}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} \mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t \\ \mathrm{d}y(t)/\mathrm{d}t \\ \mathrm{d}\theta(t)/\mathrm{d}t \end{pmatrix} = \dot{\boldsymbol{p}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{pmatrix}$$

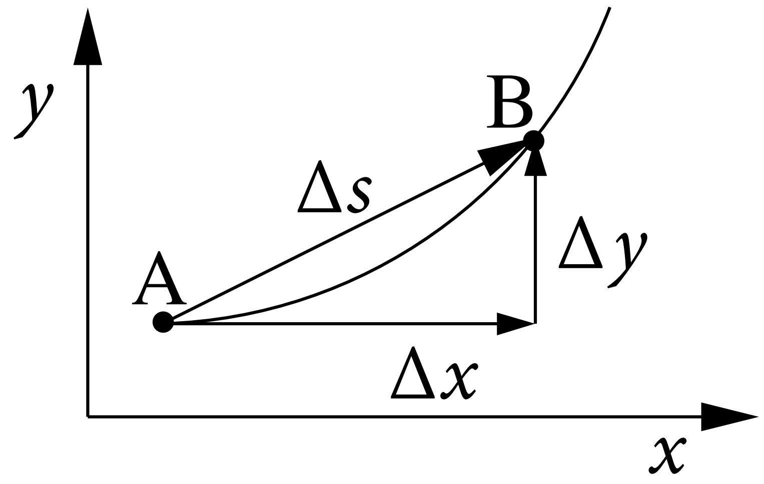
welche wiederum eine Funktion der Zeit ist.

Die Geschwindigkeit des Roboters kann in eine translatorische $\boldsymbol{v}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t))^{\mathrm{T}}$ und eine rotatorische Geschwindigkeit $\dot{\theta}(t)$ zerlegt werden.

Translatorische Geschwindigkeit auf einer Bahn

Die translatorische Geschwindigkeit auf einer Bahn im Punkt A ergibt sich näherungsweise durch die Ortsänderung $(\Delta x, \Delta y)^{\mathrm{T}}$ und die dafür benötigte Zeit Δt.

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \Delta x / \Delta t \\ \Delta y / \Delta t \end{pmatrix}$$



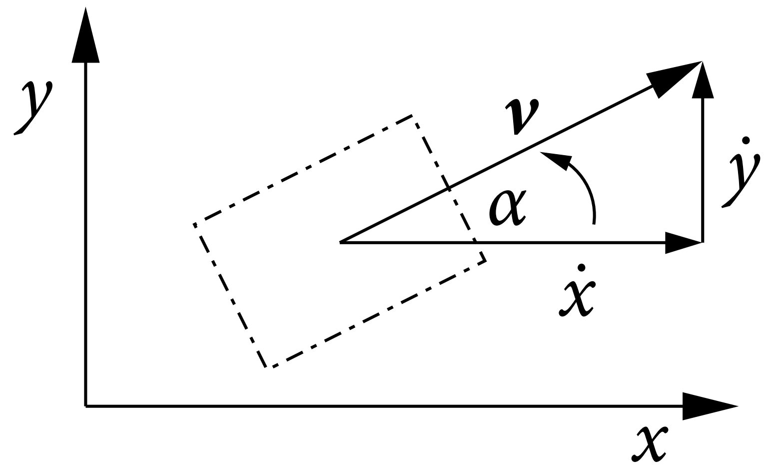
Der Geschwindigkeitsvektor $\boldsymbol{v}$ hat dabei die Richtung der Sehne Δs. Verschiebt man den Punkt B in Richtung A, ergibt sich als Grenzwert $\lim\limits_{\Delta t \to 0}$ die Geschwindigkeit im Punkt A als Differential:

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{d}x(t) / \mathrm{d}t \\ \mathrm{d}y(t) / \mathrm{d}t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$

Darstellung der translatorische Geschwindigkeit in Polarkoordinaten

Der Geschwindigkeitsverktor kann grafisch in einem kartesischen Koordinatensystem dargestellt werden.

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{\mathrm{d}x(t)}\!/_{\mathrm{d}t} \\ {}^{\mathrm{d}y(t)}\!/_{\mathrm{d}t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix}$$



Die Länge des Vektors $\boldsymbol{v}$ entspricht dem Betrag der Geschwindigkeit, die Richtung ist die Bewegungsrichtung in kartesichen Koordinaten.

Betrag $|\boldsymbol{v}|$ und Bewegungsrichtung α (Polarkoordinaten) können daraus berechnet werden:

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}, \ \alpha = \operatorname{atan2}(\dot{y}, \dot{x})$$

Es gilt $\dot{x} = |\boldsymbol{v}| \cdot \cos\alpha$ und $\dot{y} = |\boldsymbol{v}| \cdot \sin\alpha$

Rotationsgeschwindigkeit eines Körpers in der Ebene

- Neben der translatorischen Bewegung $\boldsymbol{v} = (\dot{x}, \dot{y})^\mathrm{T}$ eines Körpers kann dieser zur gleichen Zeit um eine Hochachse (z-Achse) rotieren.

- Diese rotatorische Bewegung kann durch die Rotationsgeschwindigkeit $\omega_z = {}^{\mathrm{d}\theta(t)}\!/_{\mathrm{d}t} = \dot{\theta}$ beschrieben werden.

- Die Rotationsgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ ist eine Winkelgeschwindigkeit und wird typischerweise im Bogenmaß angegeben $[\dot{\theta}] = {}^{\mathrm{rad}}\!/_{\mathrm{s}}$.

- Der Radiant (Einheitenzeichen: rad) ist ein Winkelmaß, bei dem der Winkel durch die Länge des entsprechenden Kreisbogens im Einheitskreis angegeben wird.

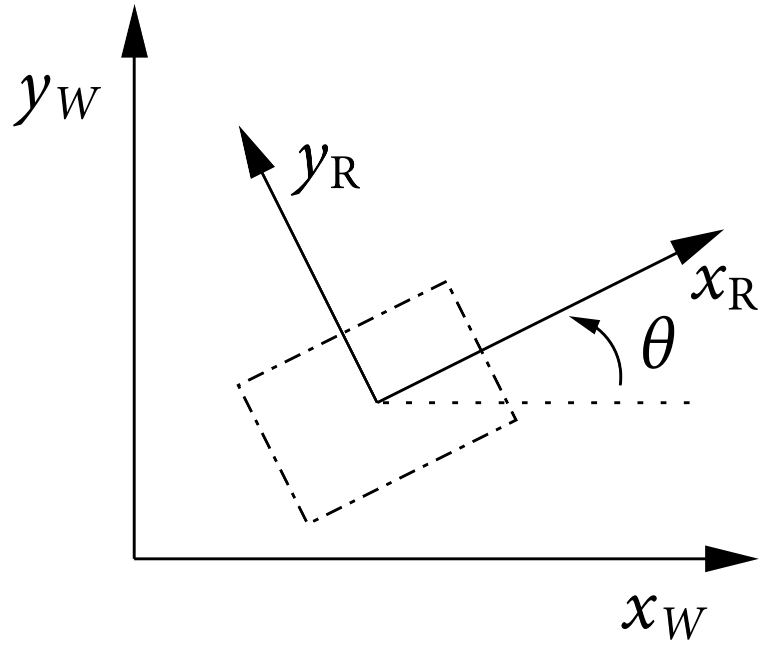
- Da $\mathrm{rad} = \mathrm{m}/\mathrm{m}$ gilt, kann die Hilfsmaßeinheit rad auch weggelassen werden, so dass $[\dot{\theta}] = {}^{1}\!/_{\mathrm{s}}$ ebenso richtig ist.

Koordinatensysteme

Transformation zwischen Geschwindigkeiten in Roboterkoordinaten und Weltkoordinaten

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{W} \\ \dot{y}_\mathrm{W} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{y}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{y}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{W} \\ \dot{y}_\mathrm{W} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$



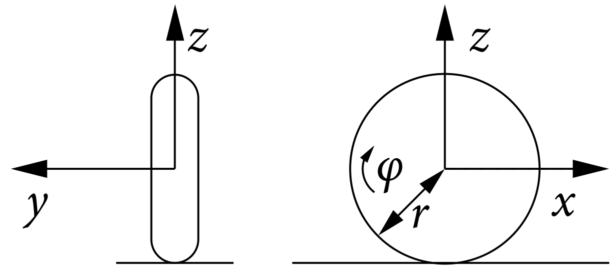
Konfigurationen radgetriebener mobiler Roboter

- Differentialantrieb (keine aktive Lenkung)
- Skid-Steering (Räder oder auch Kette)
- Gelenkte Räder (angetrieben oder antriebslos)
- Synchro-Antrieb
- Omni-Wheels
- Mecanum-Räder

Modell eines Standardrades

Annahmen:

- Das Rad bewegt sich auf einer ebenen (planaren) Fläche.
- Das Rad hat nur einen Kontaktpunkt zu dieser Fläche.
- Die rotatorische Reibung in diesem Punkt ist so gering, dass eine Rotation um diesen Punkt (z-Achse) möglich ist.
- Die translatorische Reibung zwischen Rad und Fläche ist so groß, dass kein translatorischer Schlupf möglich ist.



$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_y$$

$$\dot{x} = v_x = r \cdot \dot{\varphi} = r \cdot \omega_y$$

$$\dot{y} = v_y = 0$$

Differentialantrieb mit Stützrädern

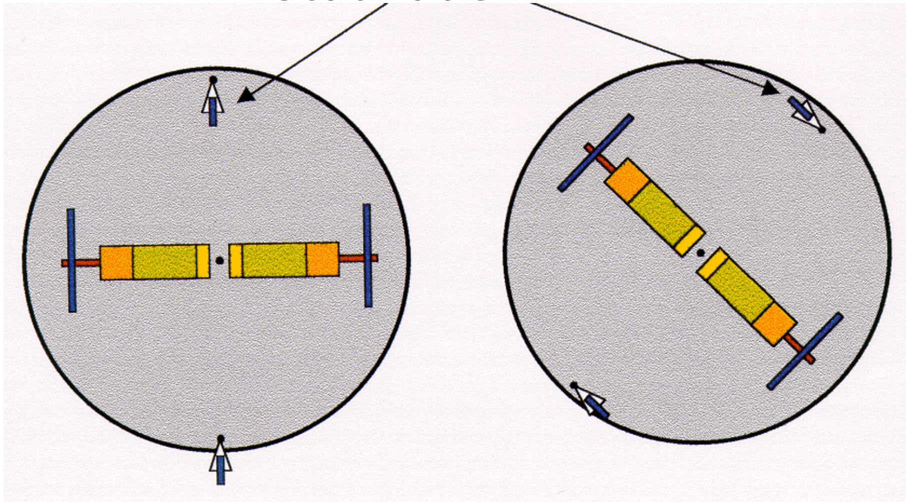
Vorteile:

- Einfache Konstruktion
- Einfache Bahngleichungen
- Einfache Steuerung
- Auf der Stelle drehbar

Nachteile:

- Holonome Zwangsbedingung (nur 2 Freiheitsgrade, 2 DDoF)
- Ungenauer Geradeauslauf

Stützräder



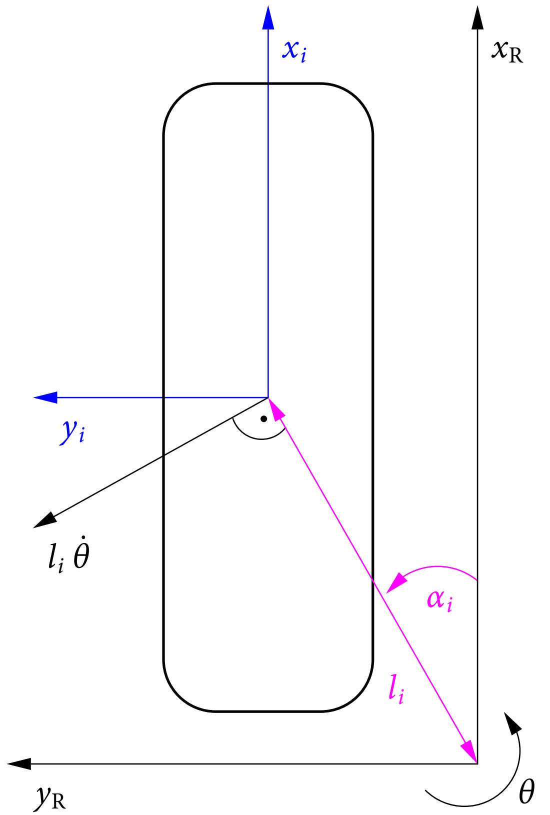
rot: Achsen
blau: Räder
grün: Motoren
orange: Getriebe
gelb: Encoder

Beispiel 1: Pioneer-DX, MobileRobots

Beispiel 2: TurfRob – Mobiler Roboter zur Pflege von Kunstrasenplätzen

Beispiel 3: $D4_{max}$ – Mobiler Löschroboter aus dem Projekt A-DRZ

Kinematik eines mobilen Roboters mit Standardrädern



- Im Rad i liegt das Radkoordinatensystem K_i.
- δ_i definiert den Winkel zwischen dem Roboterkoordinatensystem K_R und dem Radkoordinatensystem K_i (hier $0°$).
- Der Antrieb erfolgt bei positiver Rotation um die y_i-Achse in Richtung der x_i-Achse.
- Das Rad hat einen Kontaktpunkt zur Fläche und kann um diesen Punkt frei rotieren (Rotation um die z_i-Achse).
- Der Auflagepunkt des Rades wird gegenüber dem Roboterkoordinatensystem K_R in Polarkoordinaten durch den Winkel α_i und den Abstand l_i definiert.

Durch die Bewegung des Roboters wirken drei Geschwindigkeitsvektoren auf den Auflagepunkt des Rades ($\dot{x}_\mathrm{R}$, $\dot{y}_\mathrm{R}$, $l \cdot \dot{\theta}$). Diese drei Geschwindigkeitsvektoren lassen sich in die x- und y-Komponente des Radkoordinatensystems K_i zerlegen.

$$\dot{x}_i^\mathrm{R} = \dot{x}_\mathrm{R} \cos(\delta_i) + \dot{y}_\mathrm{R} \sin(\delta_i) + l_i\,\dot{\theta}\,\cos\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i\right)$$

$$\dot{y}_i^\mathrm{R} = -\dot{x}_\mathrm{R} \sin(\delta_i) + \dot{y}_\mathrm{R} \cos(\delta_i) + l_i\,\dot{\theta}\,\sin\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i\right)$$

Durch die Rotation des Rades ergibt sich im Auflagepunkt der Geschwindigkeitsvektor $\dot{x}_i^\varphi = r\,\dot{\varphi}_i,\ \dot{y}_i^\varphi = 0$. Durch Gleichsetzen ergeben sich folgende kinematische Gleichungen:

$$r\,\dot{\varphi}_i = \dot{x}_\mathrm{R} \cos(\delta_i) + \dot{y}_\mathrm{R} \sin(\delta_i) + l_i\,\dot{\theta}\,\cos\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i\right)$$

$$0 = -\dot{x}_\mathrm{R} \sin(\delta_i) + \dot{y}_\mathrm{R} \cos(\delta_i) + l_i\,\dot{\theta}\,\sin\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i\right)$$

In Vektorschreibweise ergibt sich daraus:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_i \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) & l_i \sin(\delta_i - \alpha_i) \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) & l_i \cos(\delta_i - \alpha_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{y}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

Für jedes Rad erhält man zwei kinematische Gleichungen, die einmal die angetriebene Richtung ($\dot{x}_i = r\,\dot{\varphi}_i$) und einmal die dazu orthogonale Richtung ($\dot{y}_i = 0$) beschreiben.

Vorgehensweise bei der Herleitung der kinematischen Gleichungen

- Mithilfe der kinematischen Gleichungen des Rades lässt sich aus den drei Geschwindigkeitskomponenten des mobilen Roboters $\dot{\boldsymbol{p}}_\mathrm{R} = (\dot{x}_\mathrm{R}, \dot{y}_\mathrm{R}, \dot{\theta})^\mathrm{T}$ die Geschwindigkeit jedes einzelnen Rades $\dot{\varphi}_i$ bestimmen.

- Kombiniert man die kinematischen Gleichungen aller Räder eines mobilen Roboters zu einem Gleichungssystem, erhält man die Rückwärtstransformation, welche die Radgeschwindigkeiten aus den Geschwindigkeiten des Roboters im Roboterkoordinatensystem bestimmt: $\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{p}}_\mathrm{R})$ mit $\dot{\boldsymbol{\varphi}} = (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \ldots, \dot{\varphi}_n)^\mathrm{T}$.

- Die Rückwärtstransformation wird für die Bahnregelung verwendet, bei der die Geschwindigkeiten der angetriebenen Räder $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ aus den Geschwindigkeiten der Bahn in Weltkoordinaten $\dot{\boldsymbol{p}}_\mathrm{W}$ bestimmt werden. Die Geschwindigkeiten der Bahn werden dazu wiederum in Geschwindigkeiten im Roboterkoordinatensystem umgerechnet: $\dot{\boldsymbol{p}}_\mathrm{R} = \boldsymbol{R}(\theta)\dot{\boldsymbol{p}}_\mathrm{W}$.

- Das inverse Gleichungssystem ist die Vorwärtstransformation, welche die Geschwindigkeiten des Roboters im Roboterkoordinatensystem aus den sensorisch erfassten Radgeschwindigkeiten bestimmt $\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{f}^{-1}(\dot{\boldsymbol{\varphi}})$ und bei Robotern mit mehr als drei sensorisch erfassten Rädern überbestimmt ist.

- Die Vorwärtstransformation wird mittels Invertierung der Rückwärtstransformation bestimmt. Bei einem überbestimmten Gleichungssystem wird dies mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt.

- Die Vorwärtstransformation wird für die Odometrie genutzt. Bei der Odometrie wird die Position des mobilen Roboters aus der Bewegung der Räder bestimmt. Aus den Geschwindigkeiten der Räder $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ wird die Geschwindigkeit des Roboters im Roboterkoordinatensystem $\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{R}}$ und daraus im Weltkoordinatensystem bestimmt $\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{W}} = \boldsymbol{R}^{-1}(\theta)\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{R}}$. Durch Aufintegration $\int \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{W}}$ beginnend mit einer Startpose $\boldsymbol{p}_0$ wird die Pose im Weltkoordinatensystem $\boldsymbol{p}_{\mathrm{W}}$ bestimmt.

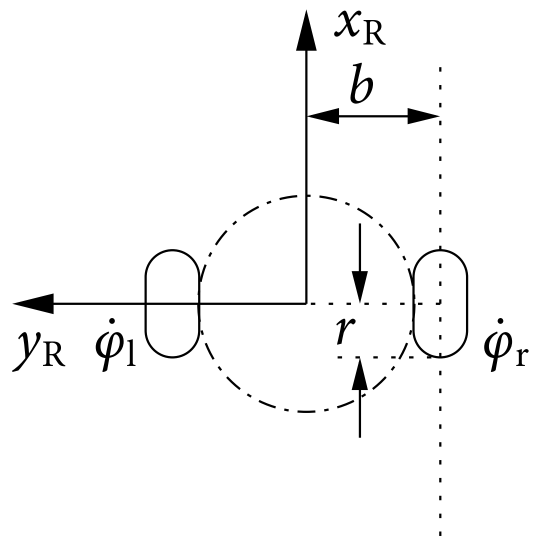
Kinematik eines mobilen Roboters mit Differentialantrieb

i	δ_i	α_i	l_i
r	0	$-\frac{\pi}{2}$	b
l	0	$+\frac{\pi}{2}$	b

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_r \\ 0 \\ \dot{\varphi}_l \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 1 & 0 & +b \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -b \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{y}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \dot{y}_\mathrm{R} = 0$$

Rückwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_r \\ \dot{\varphi}_l \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 1 & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$



Vorwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \frac{r}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_r \\ \dot{\varphi}_l \end{pmatrix}$$

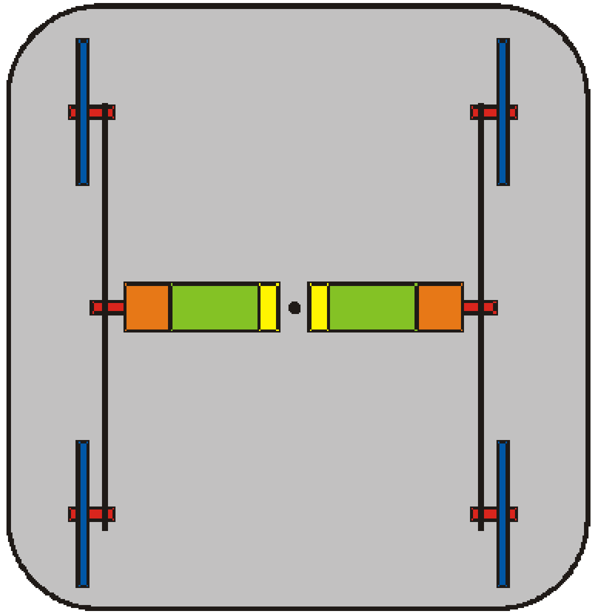
Differentialantrieb ohne Stützräder (Skid Steering)

Vorteile:

- Einfache Konstruktion
- Einfache Bahngleichungen
- Einfache Steuerung
- Geländegängigkeit

Nachteile:

- Hohes Moment bei Kurvenfahrt
- Sehr starke Reibung und Schlupf
- Schwierige Positionsbestimmung



rot: Achsen
blau: Räder
grün: Motoren
orange: Getriebe
gelb: Encoder

Beispiel 1: Pioneer-AT, MobileRobots

Beispiel 2: Fenrir, Fraunhofer FKIE

Beispiel 3: Husky, Clearpath Robotics

Kinematik eines mobilen Roboters mit Skid-Steering

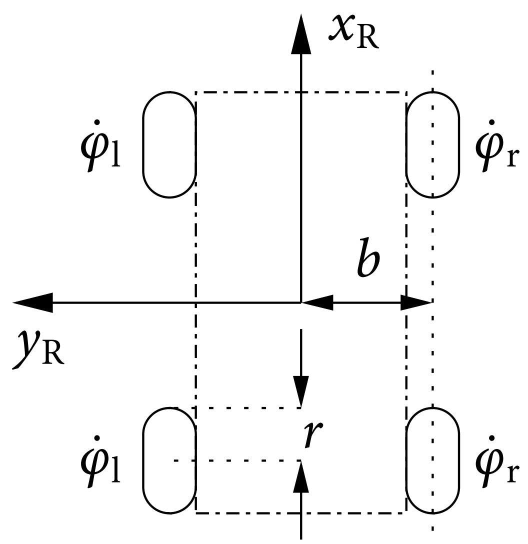
Der Roboter kann nur unter Verletzung der angenommenen Voraussetzungen für das Standardrad ($\dot{y}_i = 0$) drehen. Die Transformationsbeziehungen gelten für die Drehung deshalb nur näherungsweise.

Rückwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_r \\ \dot{\varphi}_l \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 1 & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

Vorwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \frac{r}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_r \\ \dot{\varphi}_l \end{pmatrix}$$



Das Omni-Wheel (auch Allseitenrad oder Stanford-Rad)

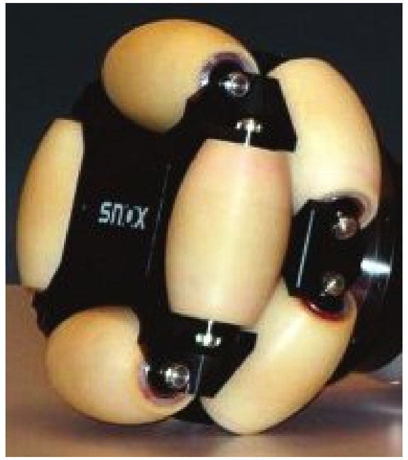
- Bei Omni-Wheels besteht die Lauffläche des Rades aus Rollen, deren Drehachsen im rechten Winkel zur Drehachse des Hauptrades liegen. Dies erlaubt ein freies Verschieben des Rades in axialer Richtung.

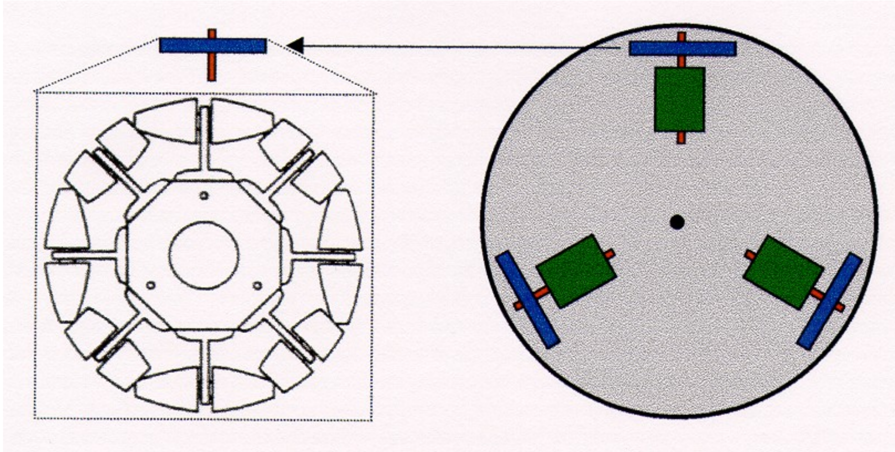
- Es wurde erstmals 1919 von J. Grabowiecki in den USA patentiert (US Patent 1305535).

- Die Zwangsbedingung des Standardrades in axialer Richtung ($\dot{y}_i = 0$) entfällt.

- Mobile Roboter mit mindestens drei angetriebene Omni-Wheels können sich durch die gezielte Ansteuerung der Räder mit vorgegebenen Radgeschwindigkeiten in jede Richtung bewegen und gleichzeitig drehen.

Dreirad mit Omni-Wheels (auch Allseitenräder oder Stanford-Räder)





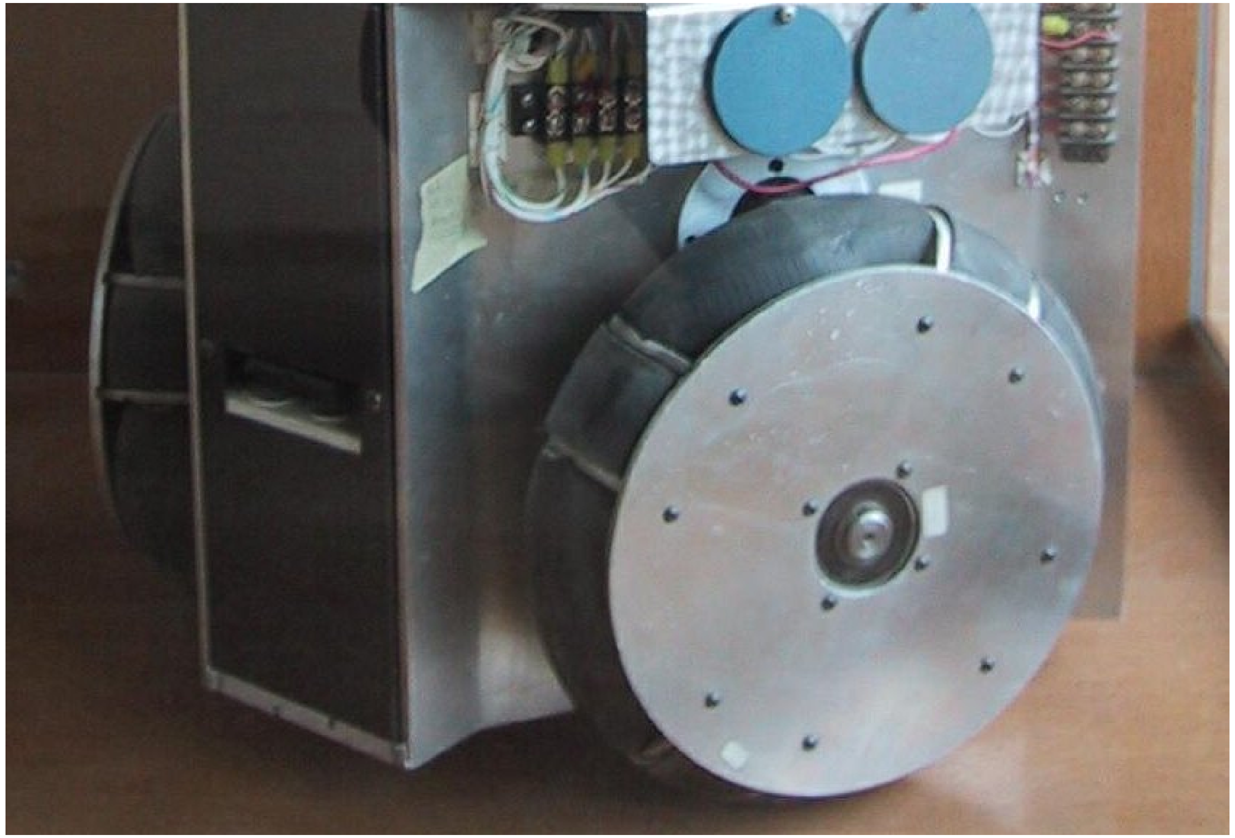
Vorteile:

- Maximale Beweglichkeit (3 Freiheitsgrade)
- Keine aktive Lenkung
- Geringer Aufwand

Nachteile:

- Schlechte Standfestigkeit (3 Räder)
- Geringer Wirkungsgrad (Reibung Rollen)
- Hoher Schlupf bei Translation
- Schlechte Odometrie

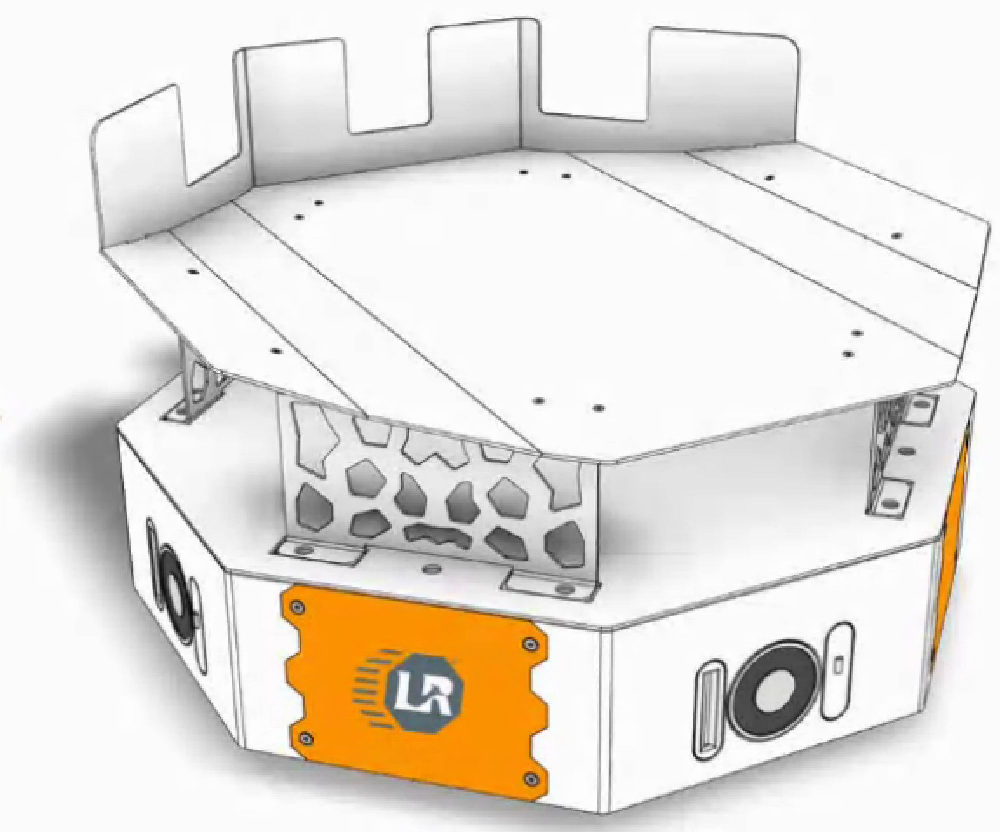
Beispiel 1: Stanford Mobie Robot

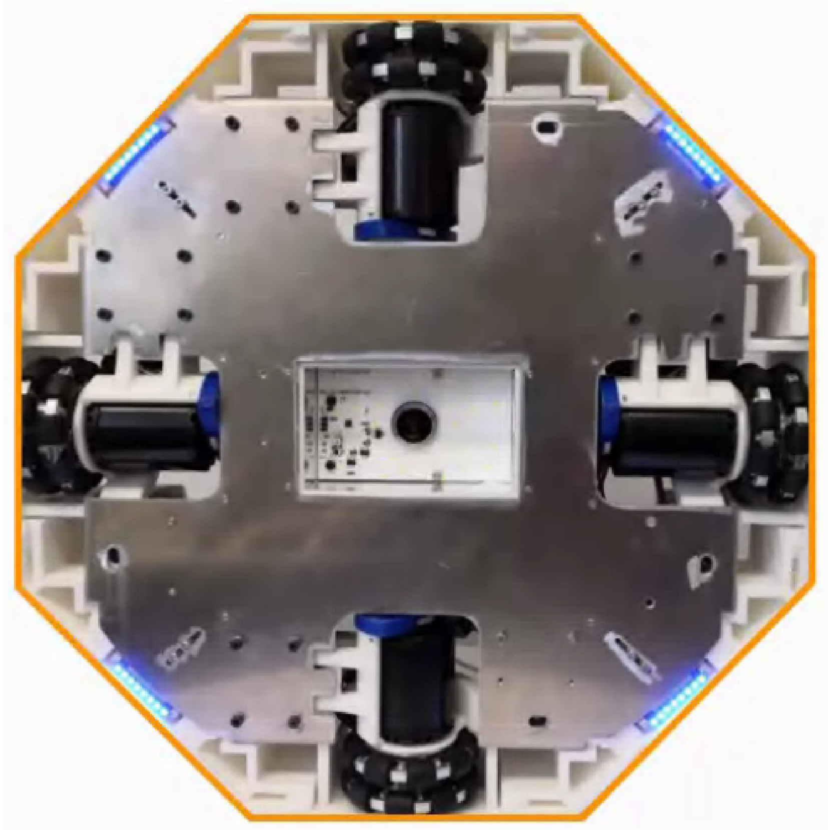


Beispiel 2: Robotino® von Festo

Beispiel 3: Snox Automated Guided Vehicle (AGV)

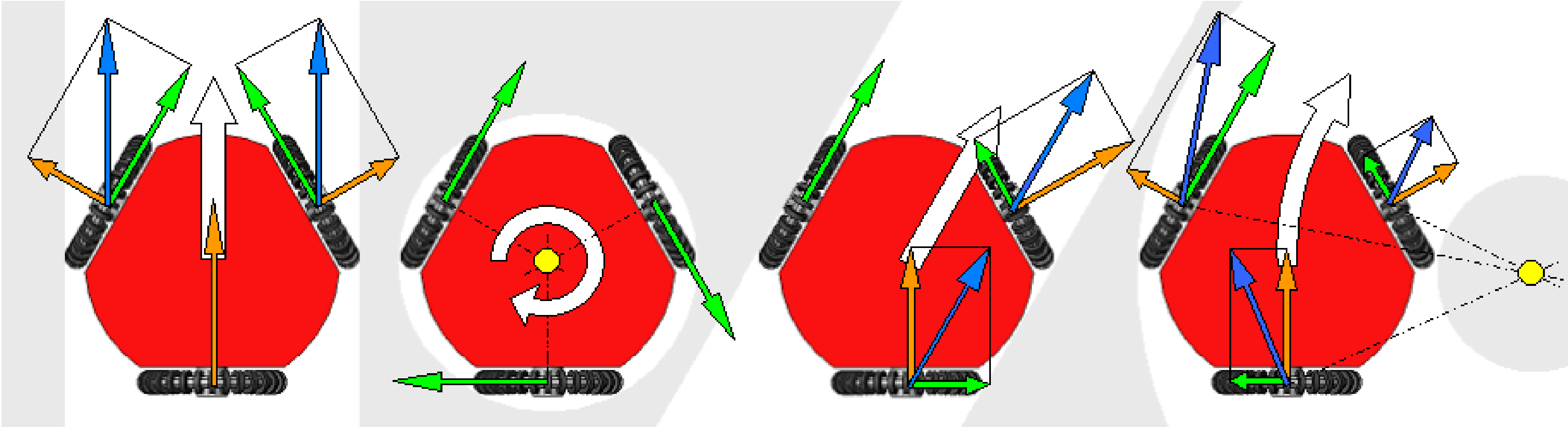
Beispiel 4: LoadRunner® Fraunhofer IML





https://www.youtube.com/watch?v=XtDjhCBFe7Y

Beispielhafte Bewegungen eines Roboters mit Omni-Wheels



Idealisiertes Modell des Omni-Wheels

- Das Modell des Omni-Wheels entspricht dem des Standardrades, die Zwangsbedingung in axialer Richtung $\dot{y}_i = 0$ entfällt jedoch.

- Es gibt daher nur eine kinematische Gleichung des Omni-Wheels:

$$\frac{1}{r}\begin{pmatrix}\cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) & l_i \sin(\delta_i - \alpha_i)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{x}_\mathrm{R} \\ \dot{y}_\mathrm{R} \\ \dot{\theta}\end{pmatrix} = \dot{\varphi}_i$$

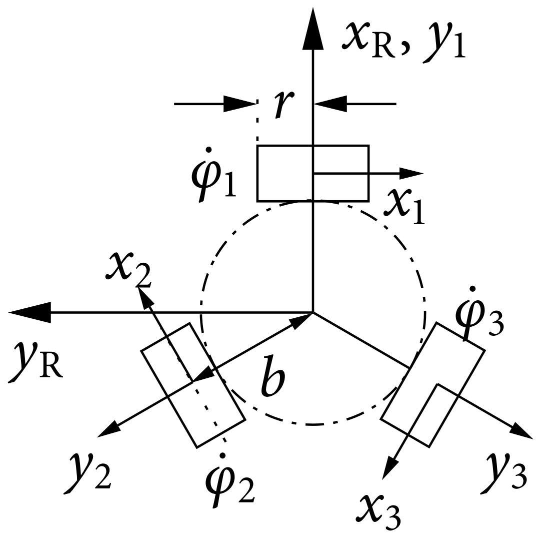
Für das Fahrwerk auf der nächsten Seite gilt: $l_i = b$

i	δ_i	α_i	$\delta_i - \alpha_i$
1	-90°	0°	-90°
2	30°	120°	-90°
3	150°	-120°	-90°

Kinematik eines Roboters mit Omni-Wheels

Rückwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -b \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & -b \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$



Vorwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_R \\ \dot{y}_R \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \frac{r}{3} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ -2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{pmatrix}$$

Mecanum-Rad

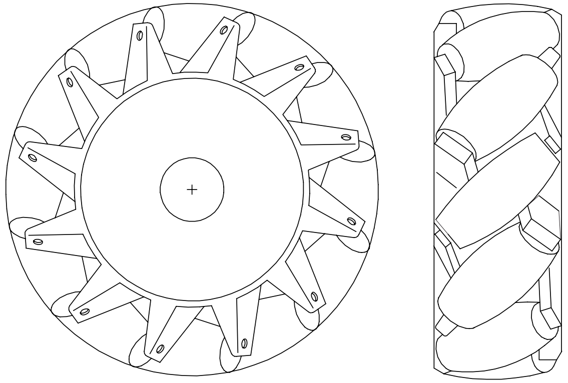
- Erfindung 1972 von Bengt Ilon bei der schwedischen Firma Mecanum AB (US Patent US3876255A)

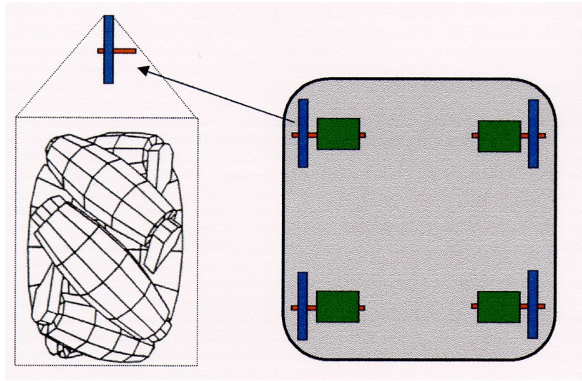
- Das Mecanum-Rad ist eine Weiterentwicklung des Omni-Wheels. Auf dem Rad sind freibewegliche Rollen im Winkel von 45° angebracht.

- Die damit gebauten Roboter haben typischerweise vier solcher Räder, die im Rechteck angeordnet sind. Die Achsen der geneigten Rollen zeigen dabei entweder zur Fahrzeugmitte oder liegen alle auf einem Kreis.

- Die Drehzahl und die Drehrichtung jedes Rades wird über die Steuerung des Roboters einzeln vorgegeben, wodurch eine beliebige Bewegung in der Ebene erreicht werden kann (Beweglichkeit eines Luftkissenfahrzeugs).

Vierrad mit Mecanum-Rädern





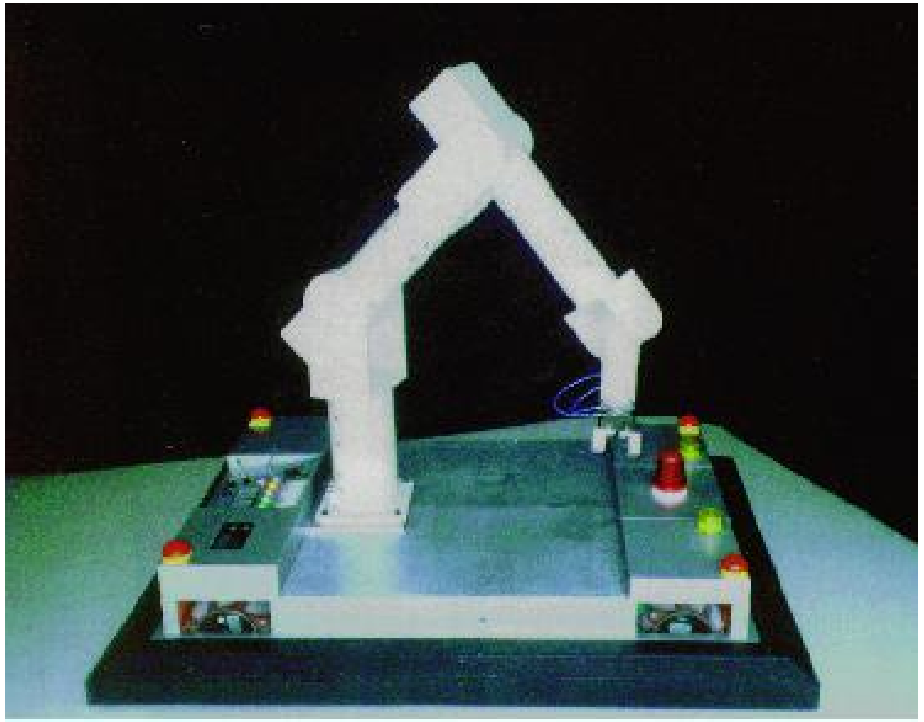
Vorteile:

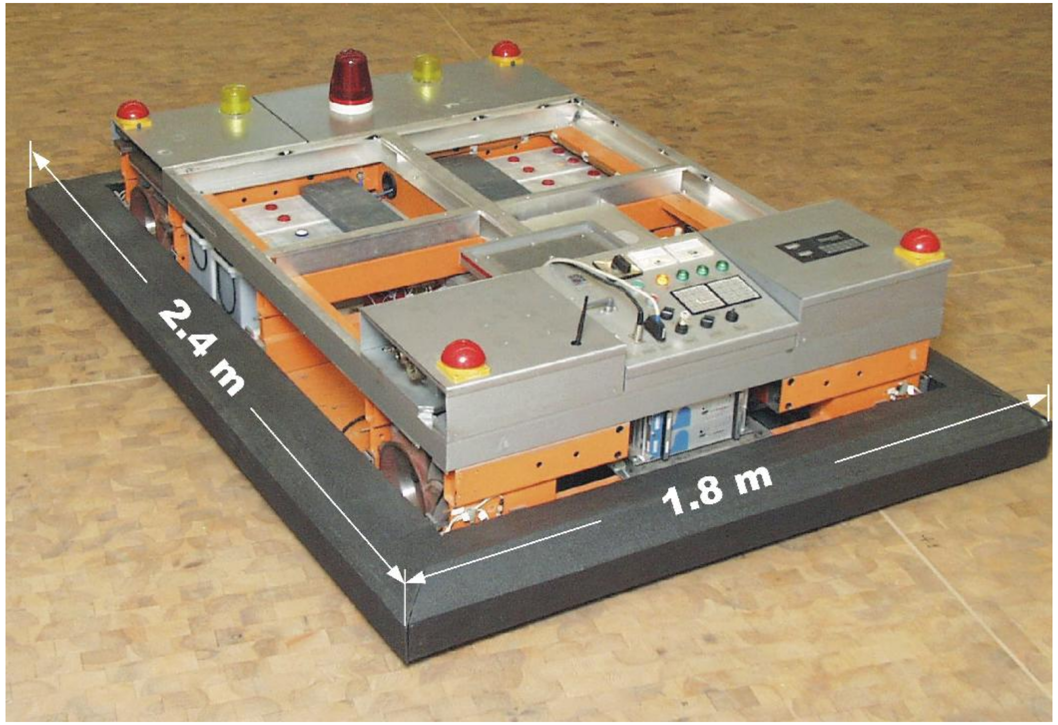
- Maximale Beweglichkeit
  (3 Freiheitsgrade)
- Keine aktive Lenkung
- Schwerlast geeignet
- Hoher Wirkungsgrad bei Vorwärtsfahrt

Nachteile:

- Aufwändige Steuerungsalgorithmen
- Höherer Schlupf und geringer Wirkungsgrad bei Seitwärtsfahrt
- Bodenkontakt aller Räder erforderlich

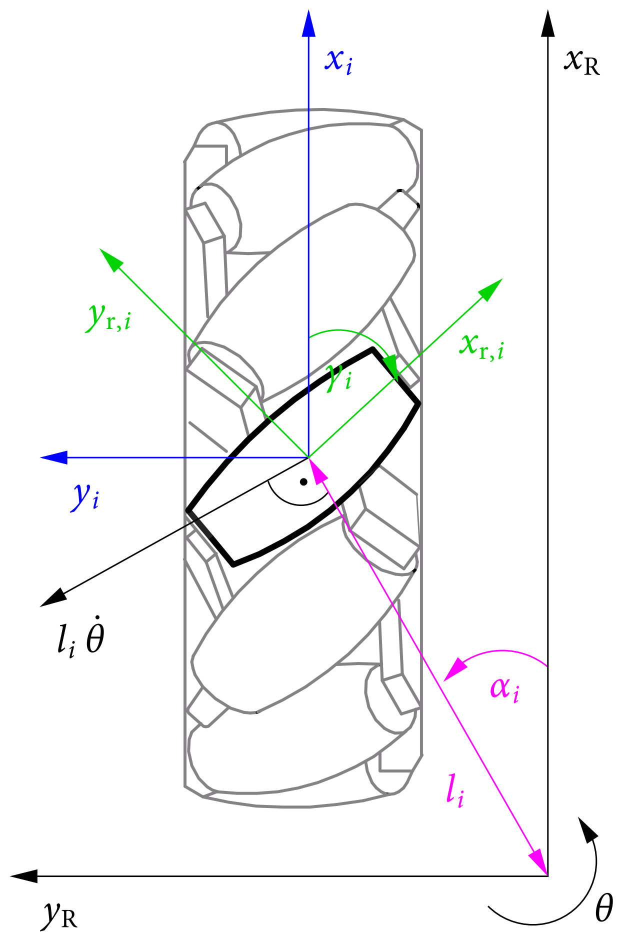
Mobiler Roboter der FernUniversität Hagen





Omni-Rollstuhl der FernUniversität Hagen

Idealisiertes Modell des Mecanum-Rades



Dargestellt ist die Rolle, die auf dem Boden aufliegt.

- Im Rad i liegt das Koordinatensystem K_i. Der Antrieb erfolgt in Richtung der x_i-Achse.
- Das Rad hat über die aufliegende Rolle einen Kontaktpunkt zur Fläche und kann um diesen Punkt frei rotieren (Rotation um die z_i-Achse). Der Kontaktpunkt befindet sich idealisiert stets in der Mitte des Rades.
- Im Zentrum der auf der Fläche aufliegenden Rolle liegt das Koordinatensystem $K_{r,i}$. Die $x_{r,i}$-Achse liegt dabei in der Wellenachse der Rolle.
- Das Rad kann sich entlang der $y_{r,i}$-Achse frei bewegen.

Der Auflagepunkt des Rades (der Rolle) wird gegenüber dem Roboterkoordinatensystem K_R durch den Winkel α_i und den Abstand l_i definiert. Durch die Bewegung des Roboters wirken drei Geschwindigkeitsvektoren auf den Auflagepunkt des Rades ($\dot{x}_\mathrm{R}$, $\dot{y}_\mathrm{R}$, $l \cdot \dot{\theta}$). Diese drei Geschwindigkeitsvektoren lassen sich in die x- und y-Komponente des Rollenkoordinatensystems $K_{\mathrm{r},i}$ zerlegen.

$$\dot{x}_{\mathrm{r},i}^{\mathrm{R}} = \dot{x}_\mathrm{R} \cos(\gamma_i + \delta_i) + \dot{y}_\mathrm{R} \sin(\gamma_i + \delta_i) + l_i \, \dot{\theta} \, \cos\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i - \gamma_i\right)$$

$$\dot{y}_{\mathrm{r},i}^{\mathrm{R}} = -\dot{x}_\mathrm{R} \sin(\gamma_i + \delta_i) + \dot{y}_\mathrm{R} \cos(\gamma_i + \delta_i) + l_i \, \dot{\theta} \, \sin\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i - \gamma_i\right)$$

wobei γ_i der Rotationswinkel zwischen dem Rollenkoordinatensystem und dem Radkoordinatensystem ist (üblicherweise $\pm 45^\circ$), δ_i ist der Winkel zwischen Roboterkoordinatensystem und Radkoordinatensystem (üblicherweise 0°).
Durch die Rotation des Rades ergibt sich der Geschwindigkeitsvektor $\dot{x}_i = r \cdot \dot{\varphi}_i$ im Auflagepunkt, der auch in die x- und y-Komponente des Rollenkoordinatensystems $K_{\mathrm{r},i}$ zerlegt werden kann:

$$\dot{x}_{\mathrm{r},i}^{\varphi} = r \, \dot{\varphi}_i \, \cos(\gamma_i), \qquad \dot{y}_{\mathrm{r},i}^{\varphi} = -r \, \dot{\varphi}_i \, \sin(\gamma_i)$$

Da sich die Rolle in Wellenrichtung nicht gegenüber dem Rad und dem Roboterkoordinatensystem bewegen kann, muss die Radbewegung gleich der Roboterbewegung sein ($\dot{x}^{\mathrm{R}}_{\mathrm{r},i} = \dot{x}^{\varphi}_{\mathrm{r},i}$).

$$\dot{x}_{\mathrm{R}} \cos(\gamma_i + \delta_i) + \dot{y}_{\mathrm{R}} \sin(\gamma_i + \delta_i) + l_i \, \dot{\theta} \cos\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2} - \delta_i - \gamma_i\right) = r \, \dot{\varphi}_i \cos(\gamma_i)$$

$$\frac{1}{r \cdot \cos(\gamma_i)} \begin{pmatrix} \cos(\delta_i + \gamma_i) & \sin(\delta_i + \gamma_i) & l_i \sin(\delta_i + \gamma_i - \alpha_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_{\mathrm{R}} \\ \dot{y}_{\mathrm{R}} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \dot{\varphi}_i$$

Bei einem idealen Mecanum-Fahrwerk gilt: $\delta_i = 0$ und $l_i = \sqrt{a^2 + b^2}$

i	δ_i	α_i	γ_i
1	0	$-\arctan\left(\frac{a}{b}\right)$	$+\frac{\pi}{4}$
2	0	$+\arctan\left(\frac{a}{b}\right)$	$-\frac{\pi}{4}$
3	0	$\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$	$+\frac{\pi}{4}$
4	0	$-\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$	$-\frac{\pi}{4}$

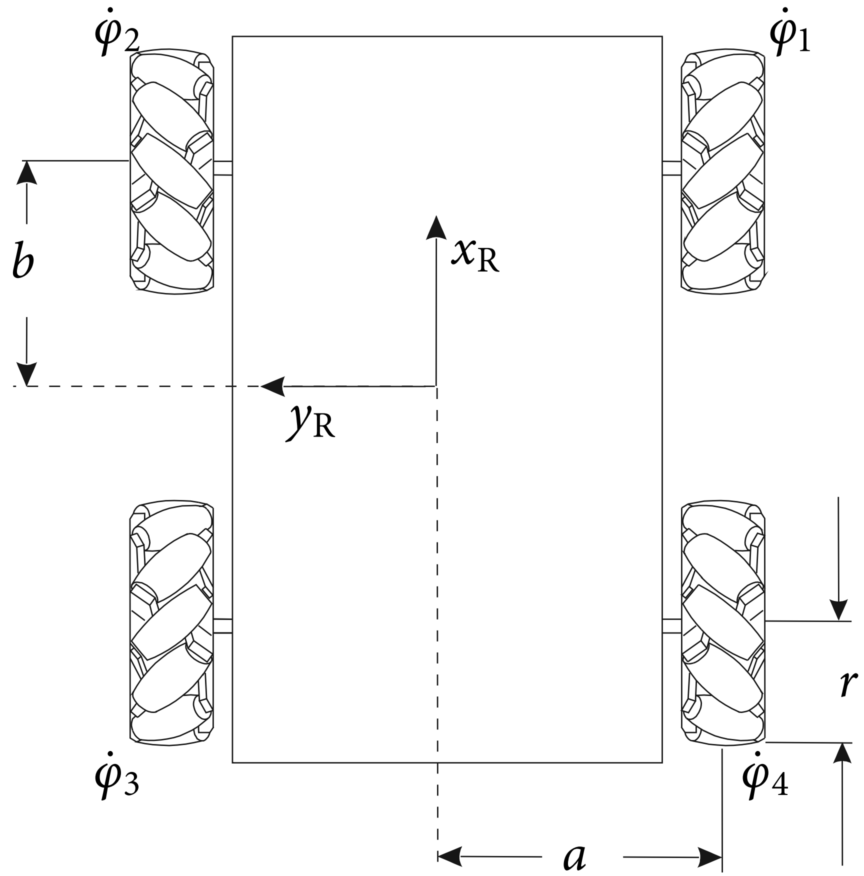
Kinematik eines Mecanumfahrzeuges

Rückwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot\varphi_1 \\ \dot\varphi_2 \\ \dot\varphi_3 \\ \dot\varphi_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} 1 & +1 & (a+b) \\ 1 & -1 & -(a+b) \\ 1 & +1 & -(a+b) \\ 1 & -1 & (a+b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot x_R \\ \dot y_R \\ \dot\theta \end{pmatrix}$$

Vorwärtstransformation:

$$\begin{pmatrix} \dot x_R \\ \dot y_R \\ \dot\theta \end{pmatrix} = \frac{r}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ \frac{1}{a+b} & \frac{-1}{a+b} & \frac{-1}{a+b} & \frac{1}{a+b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot\varphi_1 \\ \dot\varphi_2 \\ \dot\varphi_3 \\ \dot\varphi_4 \end{pmatrix}$$

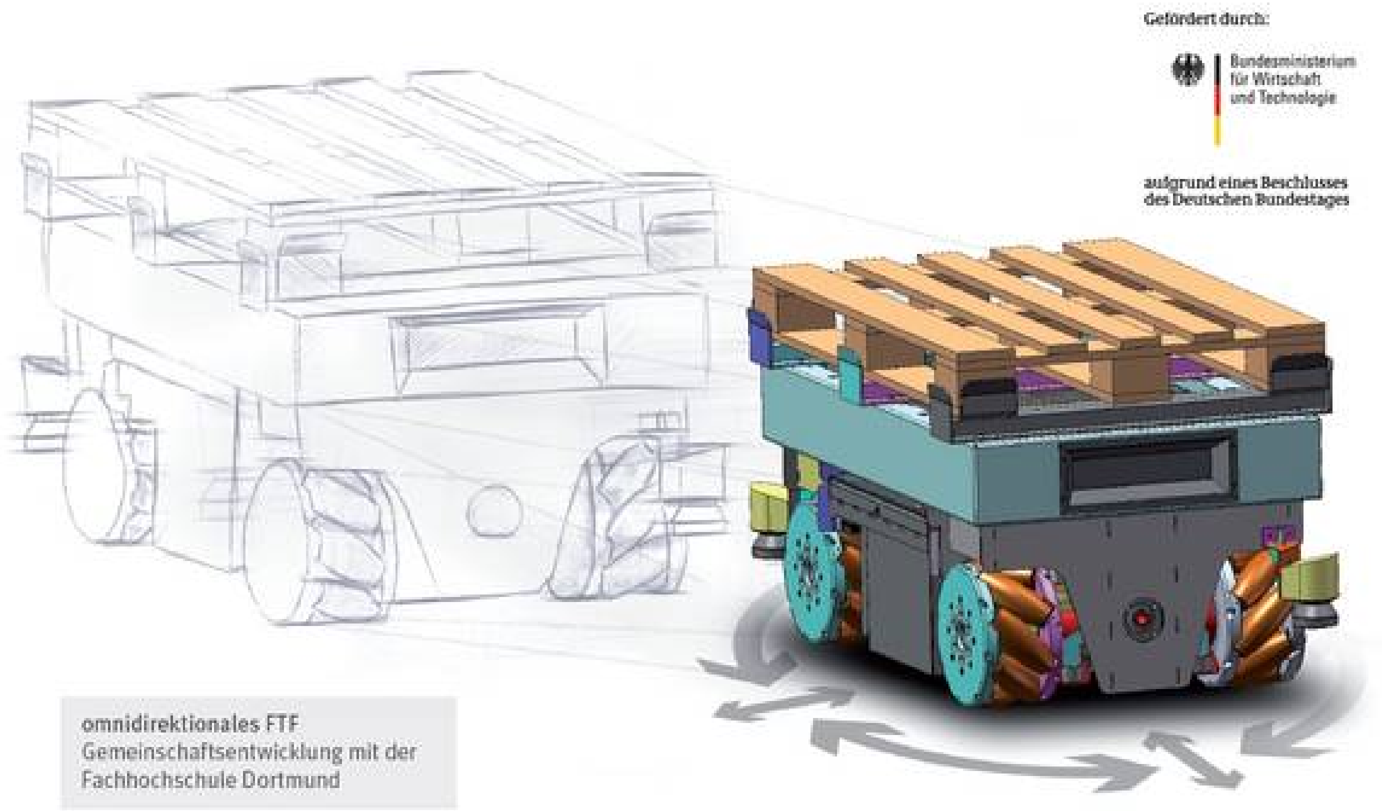


Dargestellt ist der Roboter in der Draufsicht. Die auf dem Boden aufliegenden Rollen sind entgegengesetzt geneigt.

Omnidirektionaler Transportroboter OmniRob (2010)

D4$_{omni}$ – Modularer Roboter aus dem Projekt A-DRZ (2019)

Projekt mit der imetron Gesellschaft für industrielle Mechatronik mbH



Industrieller Einsatz von Mecanum-Antrieben

http://www.airtrax.com http://www.miag.de

Videos: Sidewinder, MP2, Rollstuhl

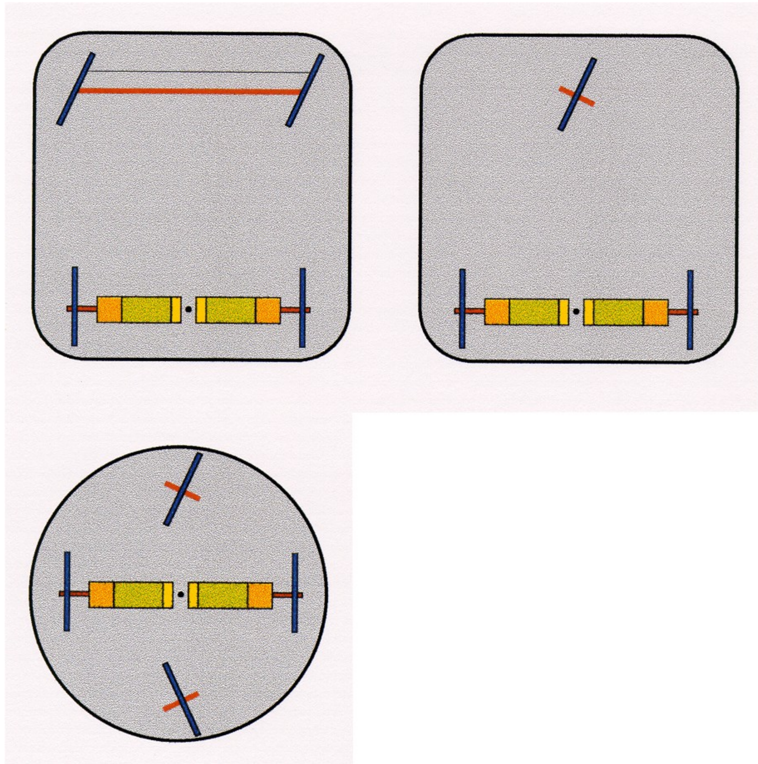
Schwerlastfahrzeuge der MBB Fertigungstechnik GmbH

KUKA omniMove


KUKA Concept omniRob

KUKA youBot

Nicht angetriebene Lenkräder



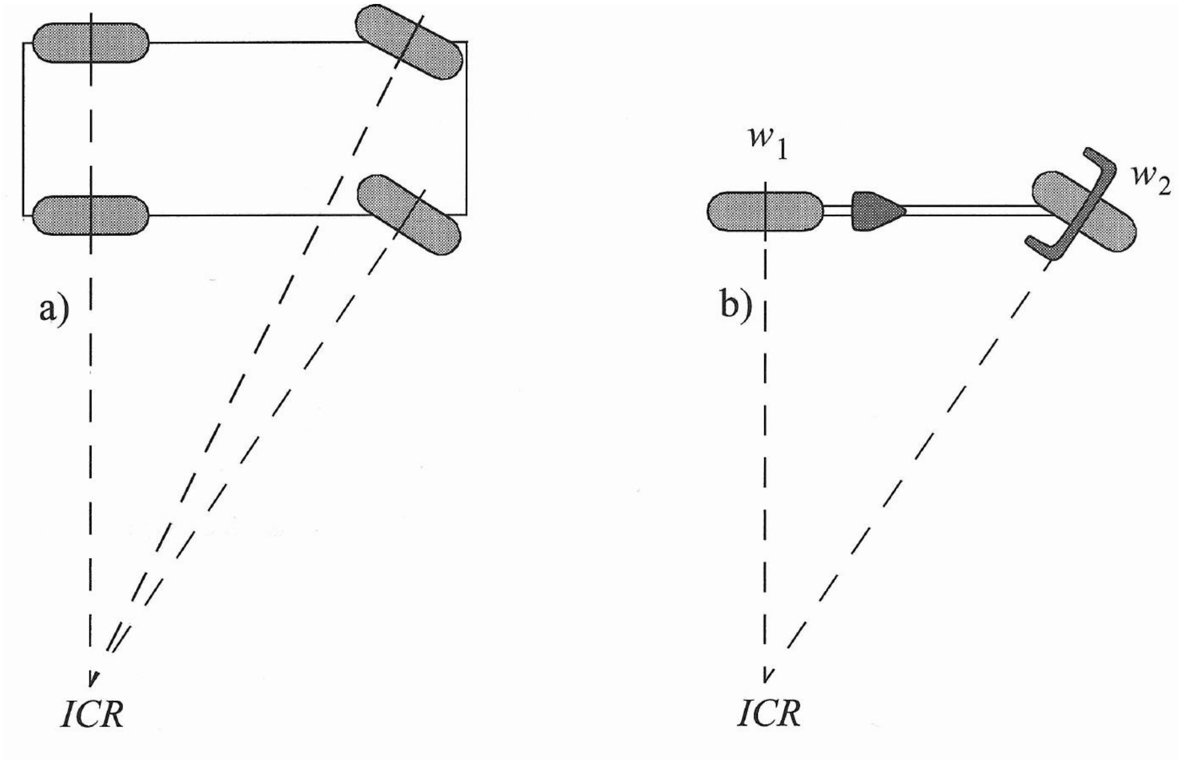
Vorteile:

- Gute Spurtreue

Nachteile:

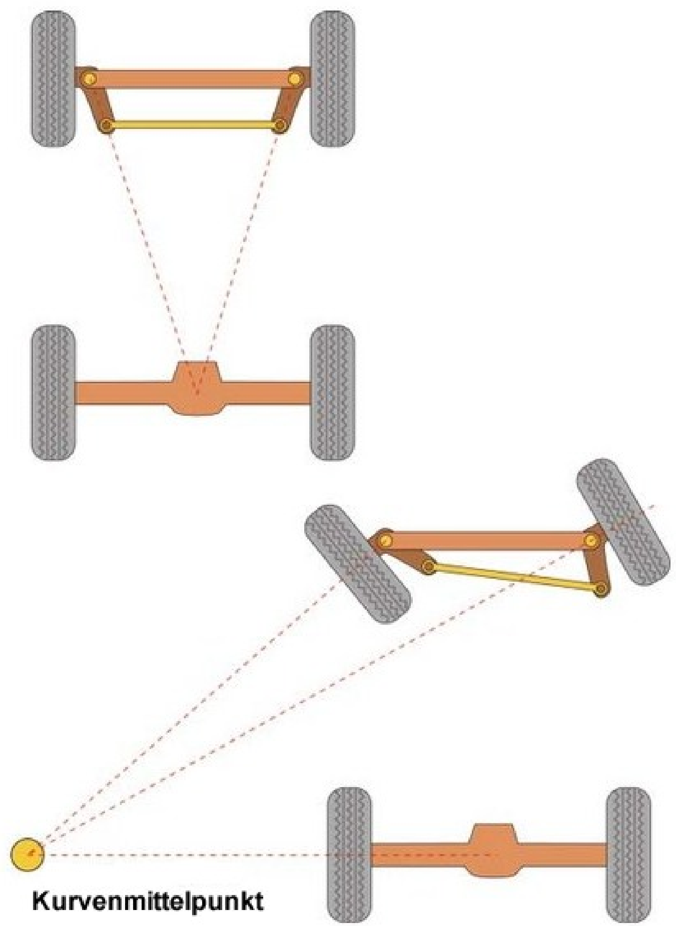
- Konstruktionsaufwand
- Steuerung schwierig
- Navigation schwierig
- Großer Platzbedarf für Rangiermanöver

Instantaneous Center of Rotation (ICR)

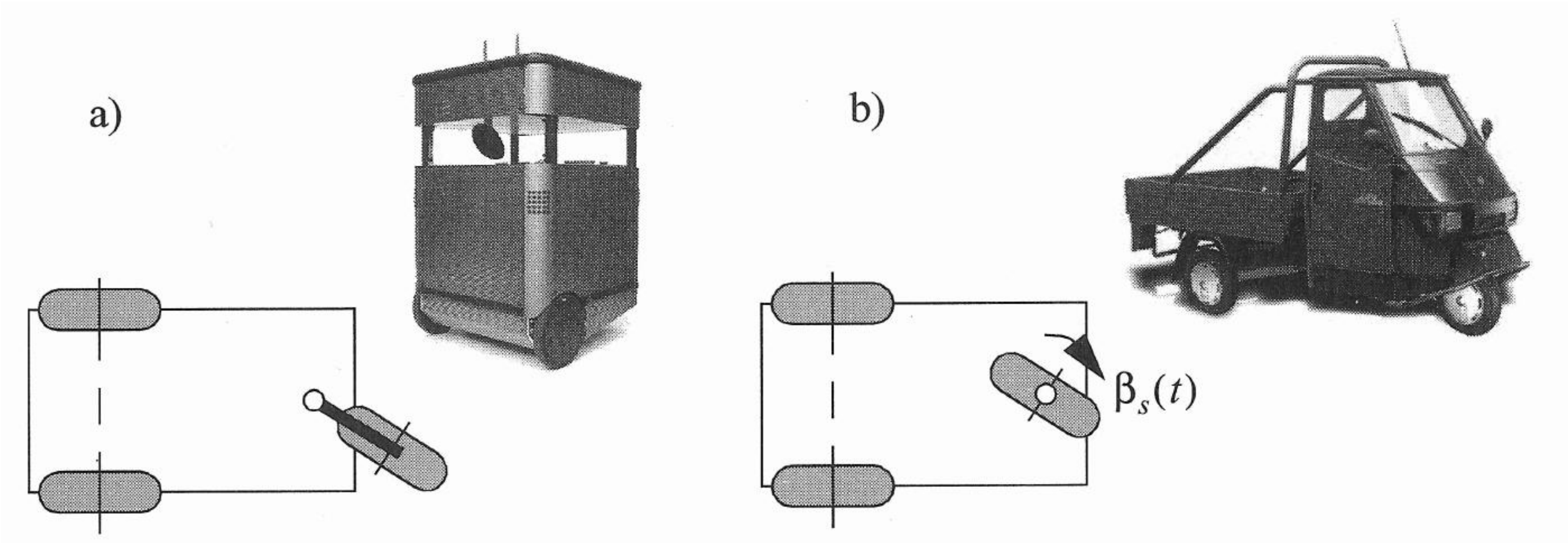


a) Vierrad mit Ackermann-Lenkung   b) Zweirad

Ackermann-Lenkung eines Vierrads

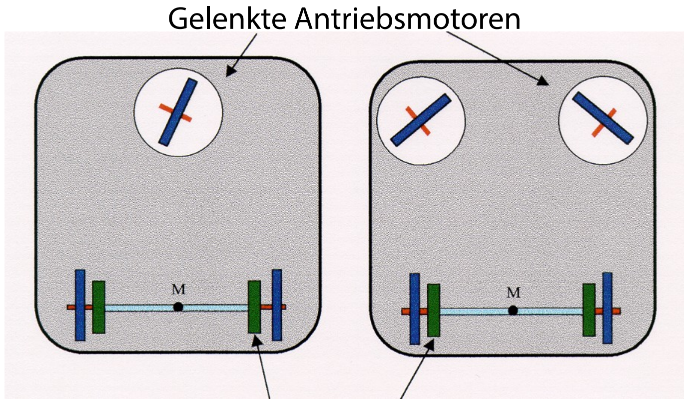


Unterschiedliche Typen von Dreirädern



a) Differentialantrieb mit Castor-Rad   b) Angetriebenes Doppelrad mit gelenktem Rad

Angetriebene Lenkräder



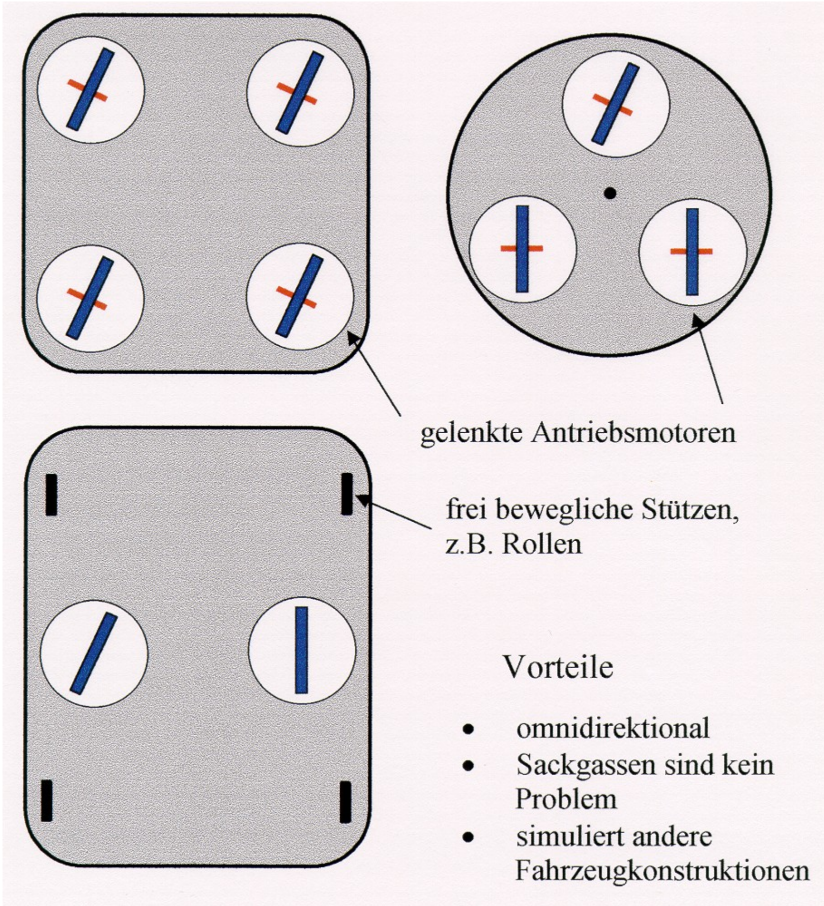
Vorteile:

- Sehr gute Spurtreue
- Einfache Positionsbestimmung
- Auf der Stelle drehbar

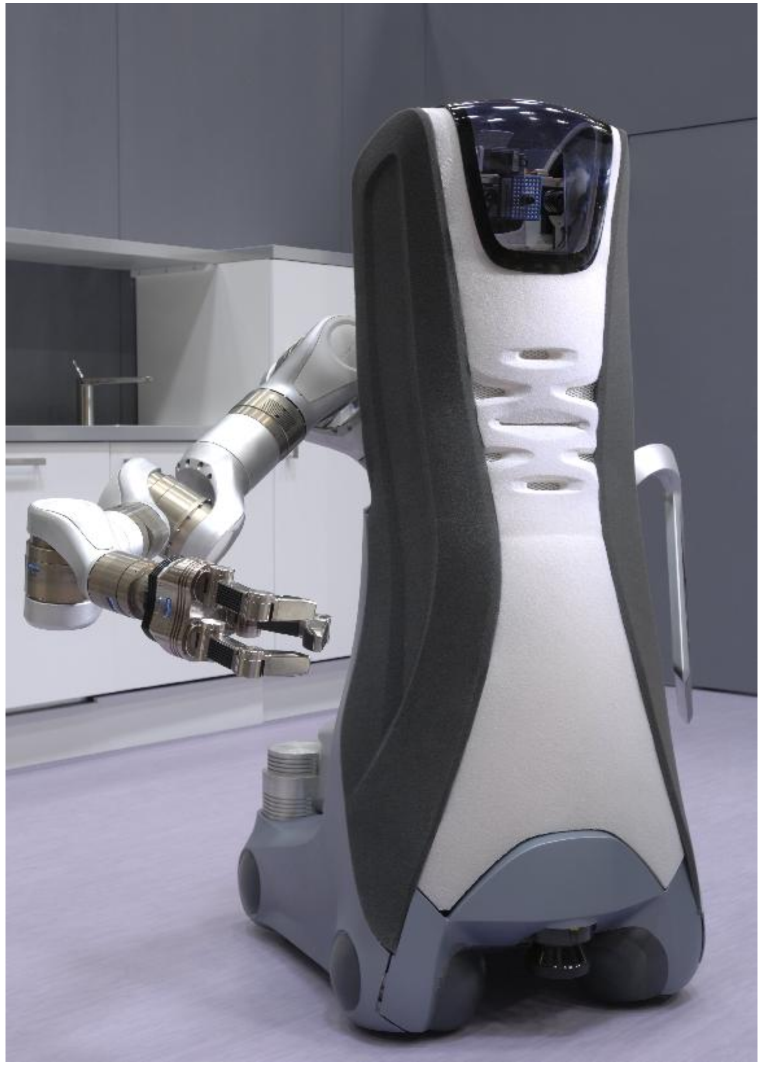
Nachteile:

- Aufwändige Konstruktion
- Komplizierte Synchronisation
- Aufwändige Steuerung
- Haftungsverlust des Antriebs

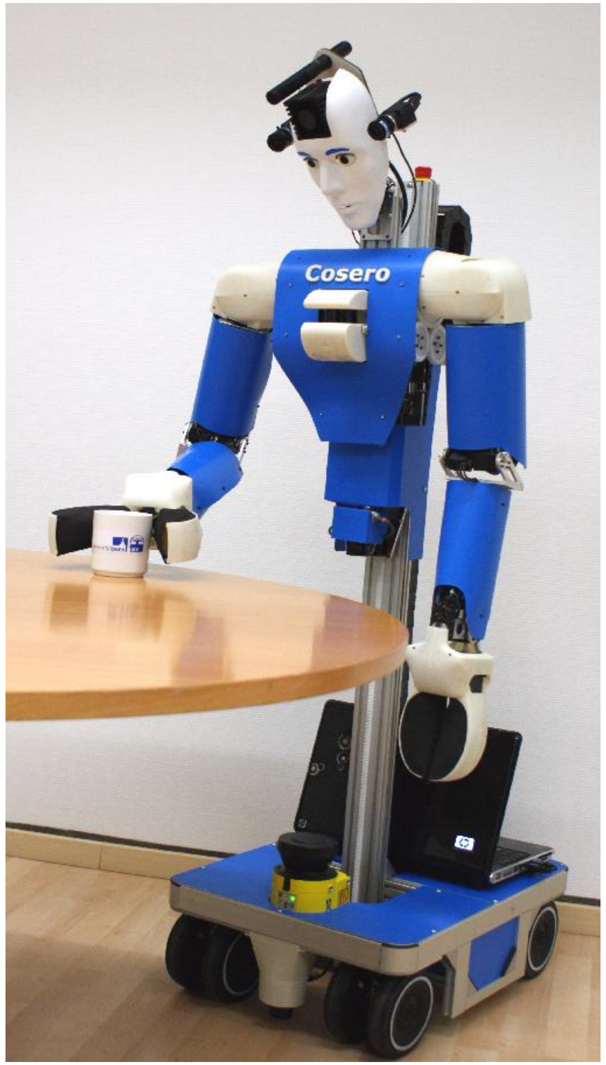
Omnidirektionaler Antrieb mit gelenkten Antriebsrädern

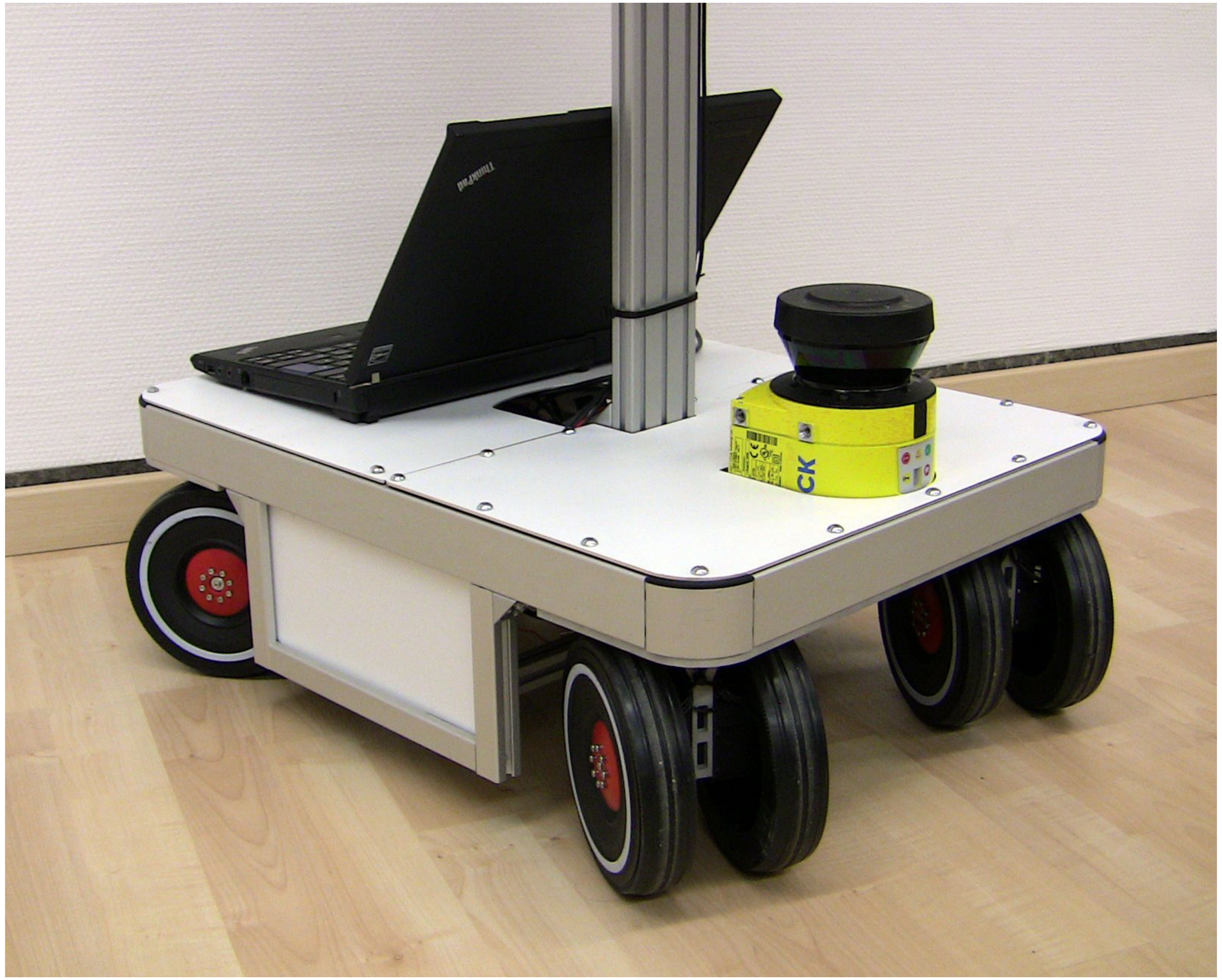


Beispiel 1: MPO-700 von Neobotix (Platform des Care-O-bot® 3)



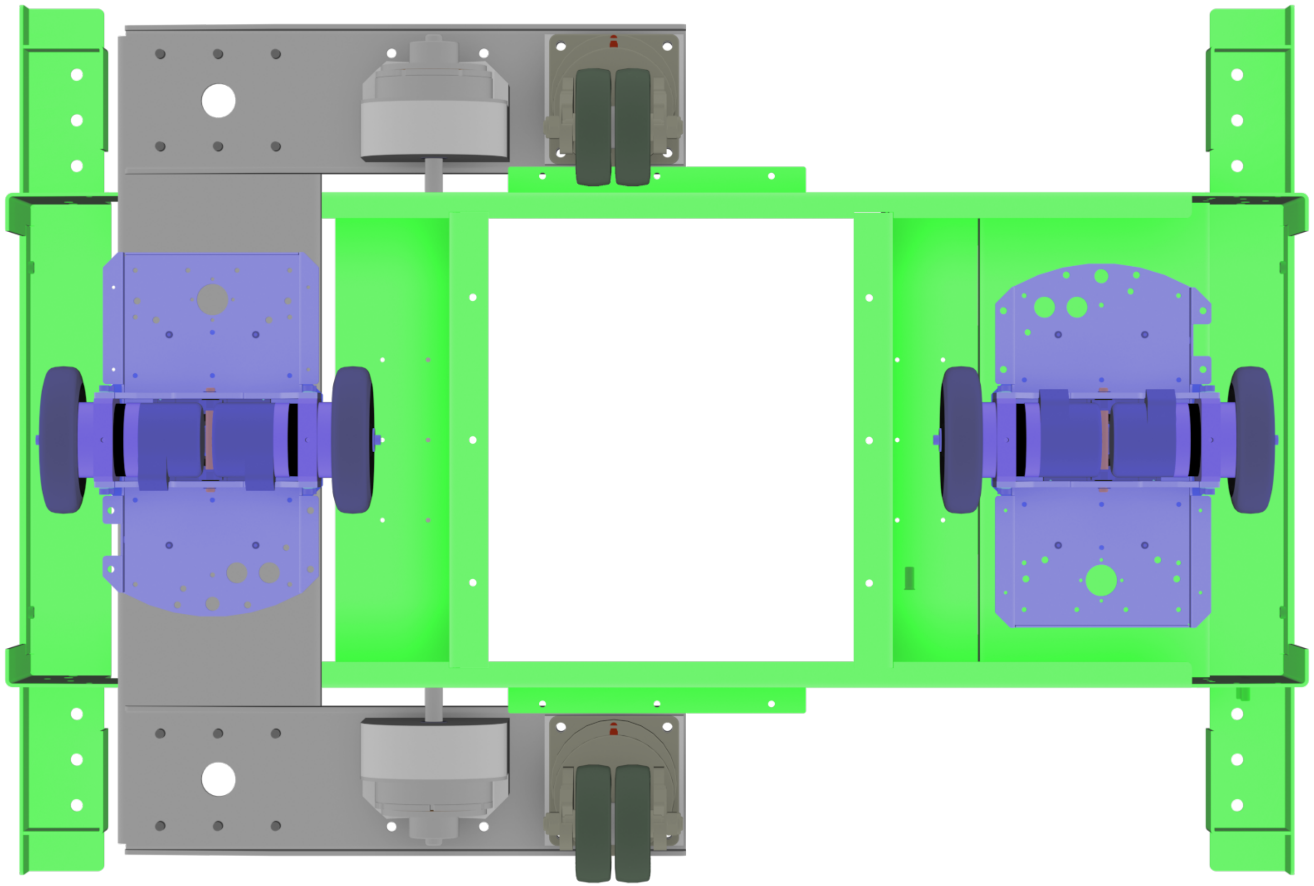
Beispiel 2: VolksBot® Omni



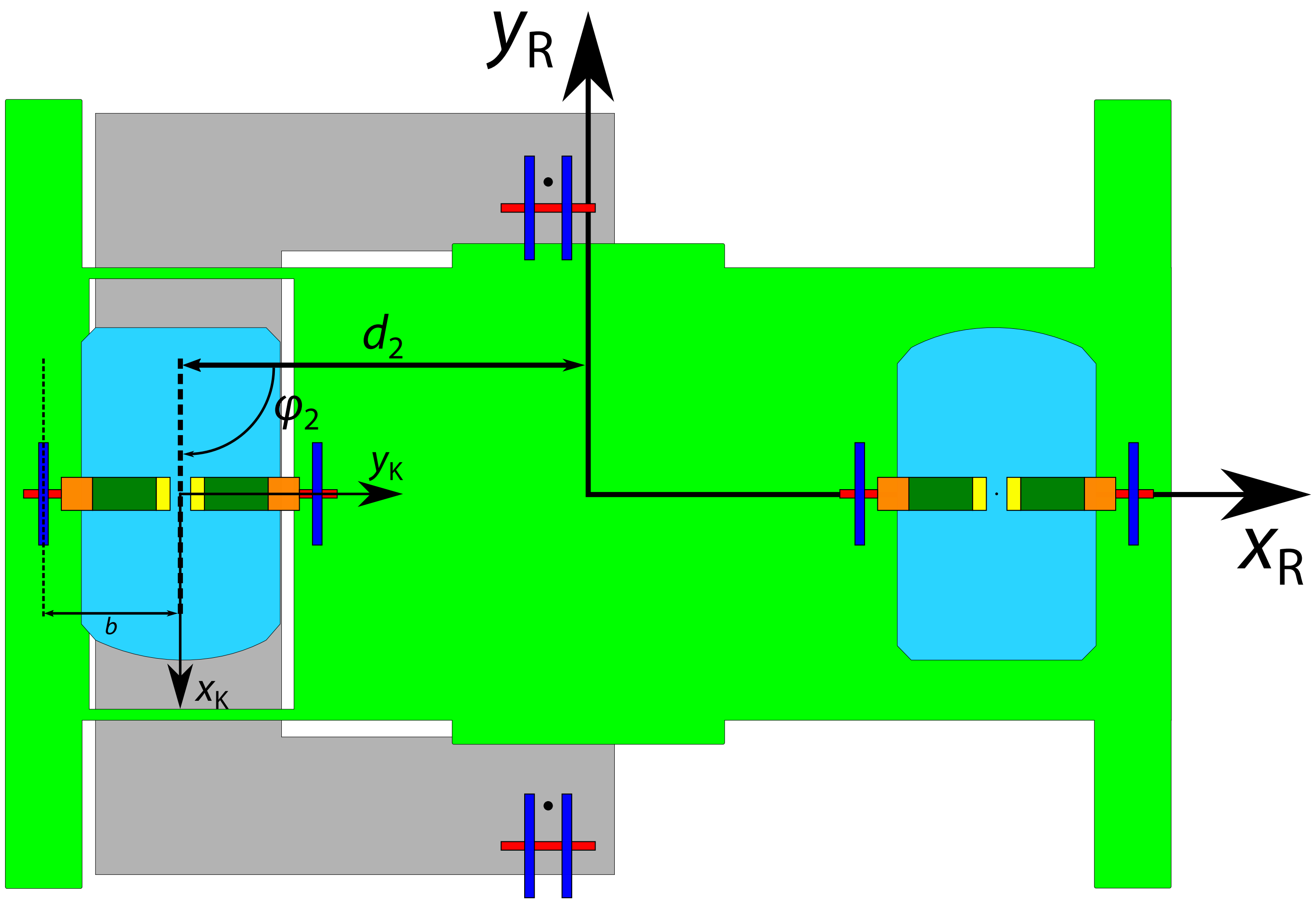


Beispiel 3: MobileRobot-Plattform

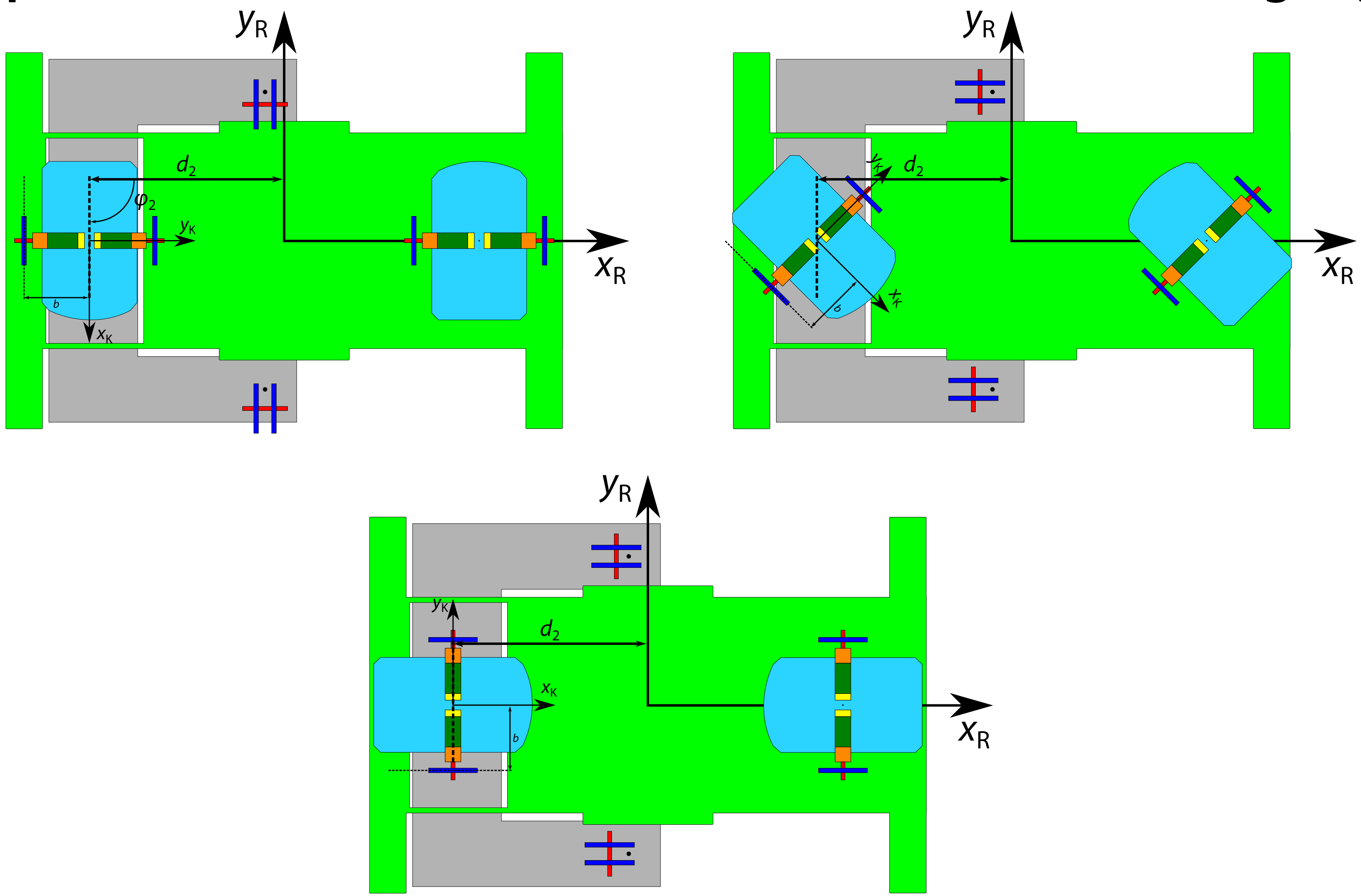
Beispiel 3: MobileRobot-Plattform, Ansicht von unten



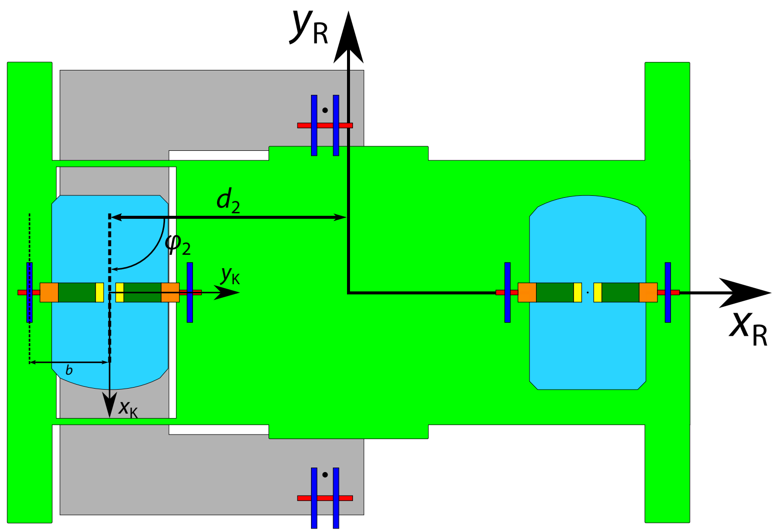
Beispiel 3: MobileRobot-Plattform, Kinematik



Beispiel 3: MobileRobot-Plattform, omnidirektionale Bewegung

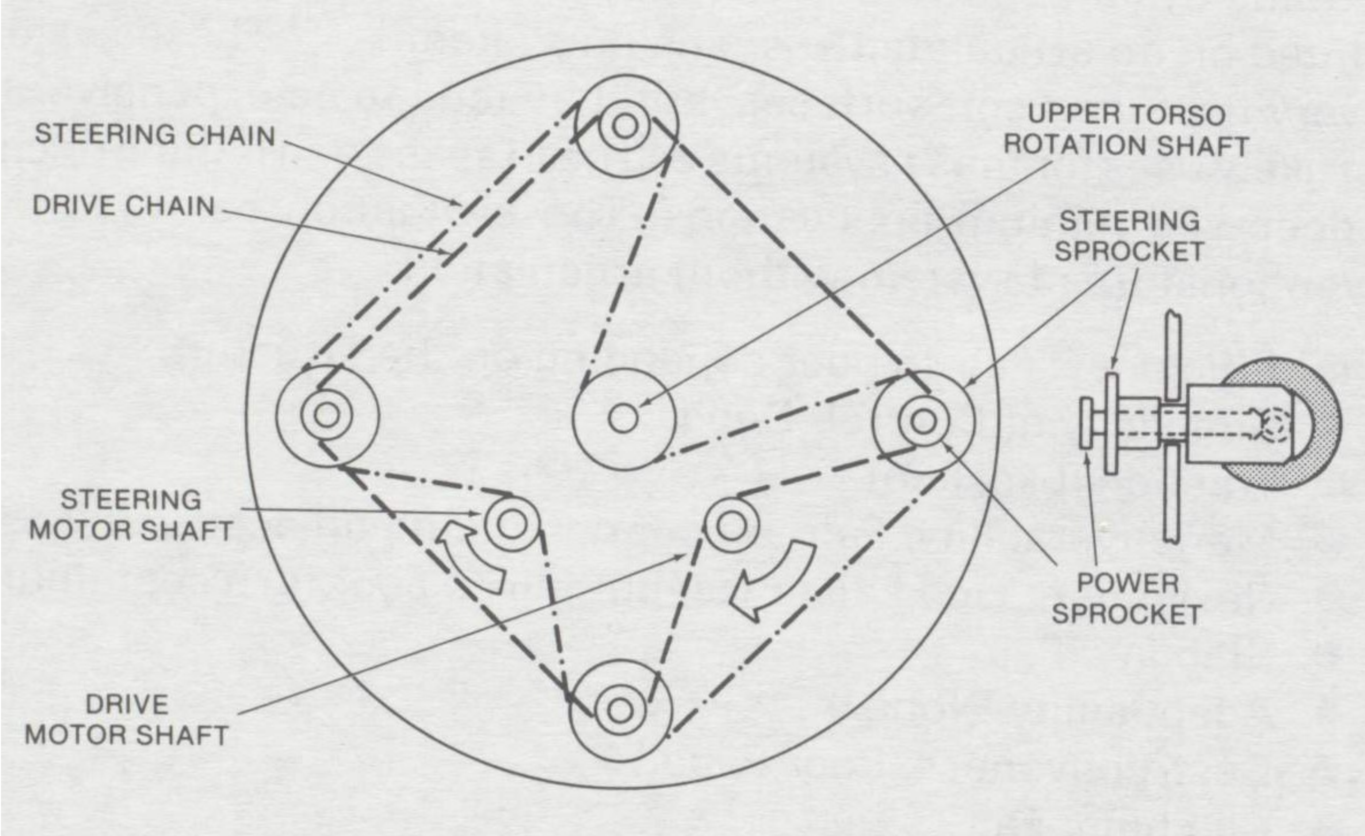


Beispiel 3: MobileRobot-Plattform



- Zwei unabhängige Differentialantriebe der Firma Götting KG
- Der Rahmen verbindet beide Differentialantriebe zu einem omnidirektionalen Roboter
- Kinematik siehe: Heß, Daniel; Trinh, Buu Hai Dang; Parys, Mathias; Röhrig, Christof: *MobileRobot: Control of a Redundant Kinematic using Drive-Steering Modules for Mobile Manipulation*. In: Proceedings of the 56th International Symposium on Robotics (ISR Europe), Stuttgart, Germany, 2023.

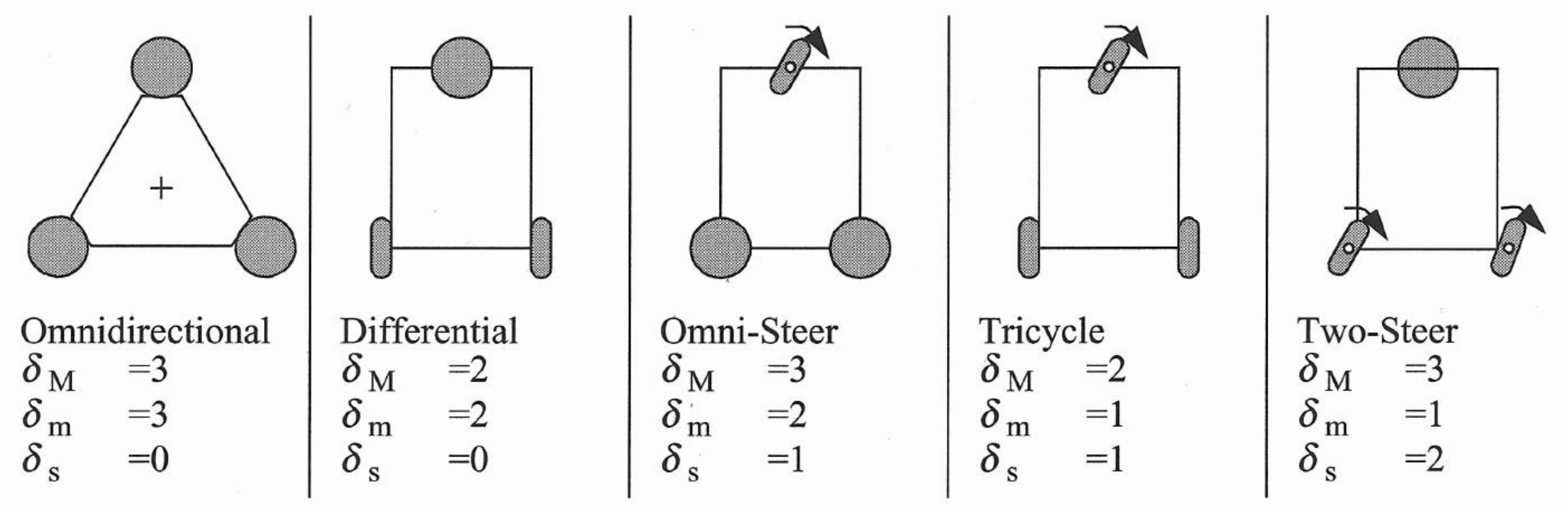
Synchro-Drive



(B) Top view.

Beispiel für Synchro-Drive: Nomad 200

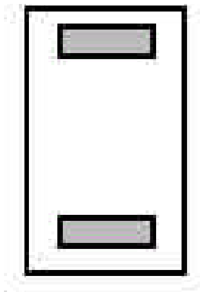
Manövrierfähigkeit von 5 Dreiradtypen



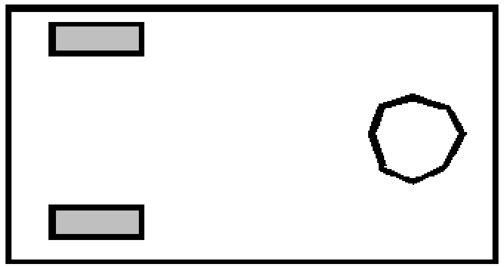
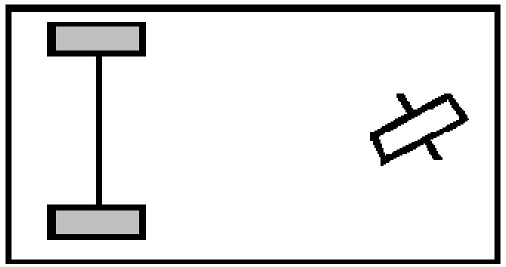
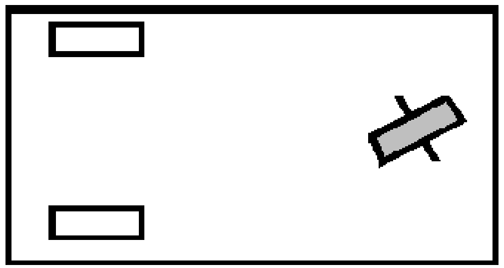
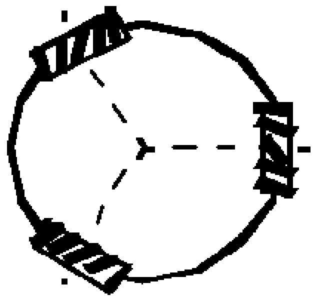
$\delta_M = \delta_m + \delta_s$ mit δ_M Manövrierfähigkeit, δ_m Mobilität, δ_s Lenkfähigkeit

Mögliche Kinematiken (2 und 3 Räder)

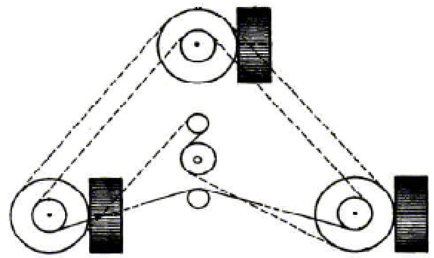
- Two wheels

- Three wheels

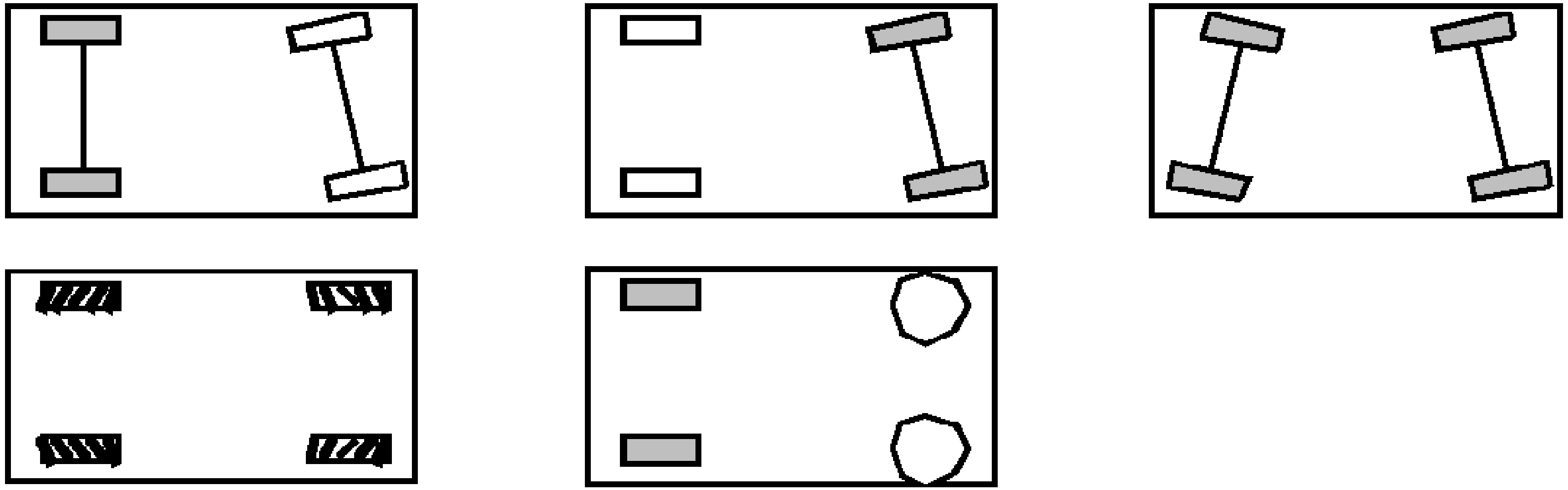
Omnidirectional Drive



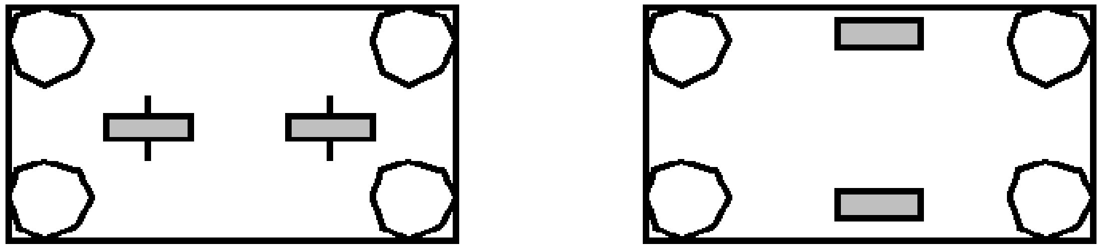
Synchro Drive

Mögliche Kinematiken (4 und 6 Räder)

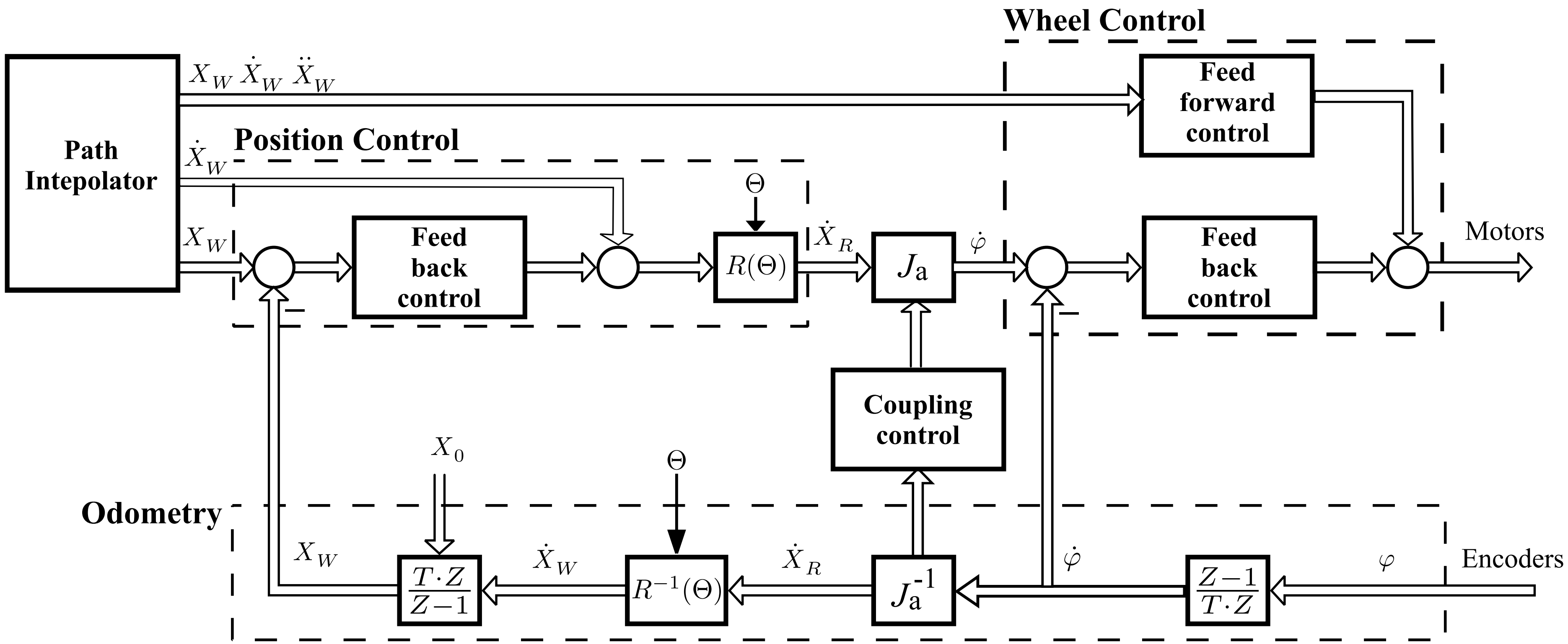
- Four wheels



- Six wheels



Bahnregelung omnidirektionaler mobiler Roboter



Zusammenfassung

- Die Bewegung radgetriebener mobiler Roboter findet in der xy-Ebene statt und nicht wie bei stationären Robotern im xyz-Raum.

- Mobile Roboter können verschiedene Posen (x, y, θ) in der Ebene einnehmen.

- Bewegt sich ein mobiler Roboter in der xy-Ebene ist seine Pose eine Funktion der Zeit:
$\boldsymbol{p}(t) = (x(t), y(t), \theta(t))^{\mathrm{T}}$.

- Die Ableitung der Pose nach der Zeit ist die Geschwindigkeit des Roboters:
$\dot{\boldsymbol{p}}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{\theta}(t)^{\mathrm{T}}$.

- Die Kinematik mobiler radgetriebener Roboter wird im Geschwindigkeitsraum beschrieben.

- Mobile Roboter sind häufig durch nichtholonome Zwangsbedingungen in ihren Bewegungsmöglichkeiten im Geschwindigeitsraum eingeschränkt.

- Die Bewegungsmöglichkeiten im Geschwindigkeitsraum werden als Differential Degrees of Freedom (DDoF) bezeichnet.

- Mobile Roboter, die nichtholonomen Zwangsbedingungen unterworfen sind, heißen auch nichtholonome mobile Roboter, alle anderen holonome mobile Roboter oder omnidirektionale mobile Roboter.

- Mittels Koordinatentransformation können die Geschwindigkeiten zwischen Roboter- und Weltkoordinatensystem transformiert werde (S. 117).

- Ein Standardrad hat zwei Freiheitsgrade: Es kann sich um die z-Achse drehen und entlang der x-Achse translatorisch bewegen (S. 119).

- Ein mobiler Roboter mit Differentialantrieb besitzt zwei unabhängig voneinander angetriebene Standardräder (S. 129).

- Die Rückwärtstransformation bestimmt die Radgeschwindigkeiten aus den Geschwindigkeiten des Roboters im Roboterkoordinatensystem: $\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{R}})$, mit $\dot{\boldsymbol{\varphi}} = (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \ldots, \dot{\varphi}_n)^{\mathrm{T}}$. Die

Vorwärtstransformation bestimmt die Geschwindigkeiten des Roboters im Roboterkoordinatensystem aus den sensorisch erfassten Radgeschwindigkeiten: $\dot{\boldsymbol{p}}_\mathrm{R} = \boldsymbol{f}^{-1}(\dot{\boldsymbol{\varphi}})$ (S. 127).

- Beim Omni-Wheel besteht die Lauffläche des Rades aus Rollen, deren Drehachsen im rechten Winkel zur Drehachse des Hauptrades liegen, es besitzt alle drei Freiheitsgrade in der Ebene (S. 135).
- Das Mecanum-Rad ist eine Weiterentwicklung des Omni-Wheels. Auf dem Rad sind freibewegliche Rollen im Winkel von $45°$ angebracht (S. 144).
- Das Instantaneous Center of Rotation (ICR) beschreibt das momentane Zentrum der Kreisbahn bei Kurvenfahrt (S. 161).
- Omnidirektionale mobile Roboter können auch mit gelenkten Standardrädern realisiert werden (S. 165).
- Beim Synchro-Drive werden alle Räder von einem zentralen Motor angetrieben und mit einem weiteren Motor gelenkt (S. 173).

Lernziele

- Sie kennen die Unterschiede zwischen der Kinematik mobiler Roboter und der Kinematik stationärer Roboter.
- Sie wissen was eine nichtholonome Zwangsbedingung ist und was diese für die Kinematik mobiler Roboter bedeutet.
- Sie kennen die grundlegenden Konfigurationen mobiler Roboter.
- Sie wissen, was man unter einem Freiheitsgrad eines mobilen Roboters versteht.
- Sie können Bewegungen vom Roboterkoordinatensystem in das Weltkoordinatensystem und umgekehrt transformieren.
- Sie können die kinematischen Gleichungen für einen Roboter mit Differentialantrieb aufstellen.
- Sie können für einen Differentialantrieb die Bewegungen der Räder für vorgegebene Bahnen berechnen.

- Sie wissen wie gelenkte Räder für vorgegebene Bahnen anzusteuern sind.
- Sie wissen wie omnidirektionale Roboter aufgebaut werden können.
- Sie können die kinematischen Gleichungen für einen Roboter mit Omni-Wheels oder Mecanumrädern aufstellen.
- Sie können für einen omnidirektionelen Roboter die Bewegungen der Räder für vorgegebene Bahnen berechnen.
- Sie kennen die Funktionsweise eines SynchroDrive.
- Sie können die Manövrierfähigkeit für vorgegebene mobile Roboter bestimmen.