

## **Proseminar (3 LP)**

Zellularautomaten und diskrete komplexe Systeme  
im Sommersemester 2019

## **Ausarbeitung**

von **Klaus Philipp Theyssen**, Matr.nr. 2061578

## **Thema**

Ferdinand Peper and Jia Lee (2018)  
*On Non-polar Token-Pass Brownian Circuits*  
Reversibility and Universality, S.299-311

## **Erklärung**

gemäß §6 (11) der Prüfungsordnung Informatik (Bachelor) 2015

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Seminararbeit zum Proseminar „Zellularautomaten und diskrete komplexe Systeme“ im Sommersemester 2019 selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde.

---

(Klaus Philipp Theyssen, Matr.nr. 2061578)

# 1 Einführung

Bei Elektronik im nanometer Bereich sind Rauschen und Fluktuation entscheidende Faktoren die beim Entwurf entsprechender Schaltkreise zu beachten sind. Desweiteren ist ein geringerer Energieverbrauch anzustreben, daher werden in Zukunft Geräte von Interesse sein die nur von einzelnen Partikeln geschaltet werden. Die in diesem Paper präsentierten Brown'schen Schaltkreise nutzen Tokens als Signale und setzen Fluktuation aktiv bei ihren Berechnungen ein. Die Fluktuation orientiert sich dabei an der Brown'schen Molekularbewegung in der Biologie. Im Paper Fundamentals: Brownian Circuits[2] wurden Brown'sche Schaltkreise vorgestellt und das T-Element, welches für die Klasse von Schaltkreisen universell ist, eingeführt.

## 2 Grundlagen

Tokens sind diskrete nicht teilbare Einheiten die Signale modellieren. Zunächst werden die im Paper behandelten Schaltkreis Typen vorgestellt um Unterschiede in Funktionalität und Aufbau hervorzuheben. Dann wird das T-Element betrachtet und wie sich damit die Universalität der Brown'schen Token pass Schaltkreise ergibt. Allgemein sind alle hier vorgestellten Schaltkreise asynchron, dies bedeutet sie haben keinen Zeitgeber und es kann nebenläufig zu Änderungen am Signal kommen. Sie sind robust gegen Verzögerungen (delay-insentive), was heißt das Verzögerungen in der Signalweiterleitung nicht zu unkorrekten Berechnungen führen.

### 2.1 Token-based Schaltkreise

Token basierte Schaltkreise sind wichtig für physikalische Implementierungen bei denen Signale diskret sind. Dabei basieren die Schaltungen auf der Bewegung von einzelnen Ladungen. Ein Beispiel für token basierte Schaltkreise sind Petrinetze. Token basierte Schaltkreise die delay insentive sind können mit einer Menge von Schaltkreisprimitiven konstruiert werden, genauso wie synchrone Schaltkreise aus NOT-Gattern und UND-Gattern. Eine solche Menge nennt man dann universell und Abbildung 1 gibt dafür ein Beispiel. Dabei führt Merge zwei Tokens zu einem zusammen. Fork macht aus einem Token zwei. Tria fügt zwei Tokens zusammen und je nach eingabe Kabel kommt die Ausgabe auf ein bestimmtes Kabel. Wobei das Zusammenführen beim Tria nur funktioniert wenn zwei Tokens da sind, also ein einzelnes Token wartet solange bis ein zweites kommt. Diese Funktionalität in asynchronen Schaltkreisen entspricht dem Takt in synchronen Schaltkreises und ist deshalb hervorzuheben.

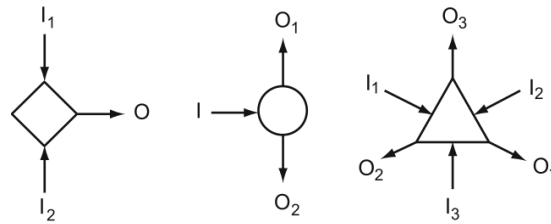


Abbildung 1: Merge, Fork und Tria

## 2.2 Brown'sche Schaltkreise

Sie haben wie token-basierte Schaltkreise auch Tokens die sich auf Kabeln bewegen und in Schaltkreiselementen miteinander interagieren. Allerdings wird hier die Interaktion durch Fluktuation getrieben und dient als treibende Kraft für das Zusammenwirken der Tokens innerhalb der Schaltkreiselemente. Dies ermöglicht Deadlocks mithilfe von Backtracking aufzulösen, was sich in einfacherem Design widerspiegelt.

## 2.3 Token-pass Schaltkreise

Der Name kommt von der Bauweise dieser Schaltkreise, sie verbinden einfach nur Kabel miteinander durch die Tokens hindurchlaufen. Token-pass Schaltkreise lassen die Zahl der Tokens gleich. Tokens können nicht entstehen oder verschwinden und auch nicht auf andere Kabel wechseln. Äquivalenz von Token-pass und token-based zeigen (ein kabel wird zu zwei) die entsprechenden TP-Merge, TP-Fork, TP-Tria. Token-pass Schaltkreise haben eine Menge an Eingabekabeln die in den Schaltkreis führen und eine Menge an Ausgabekabeln. Dabei innerhalb des Schaltkreises können Schleifen sein.

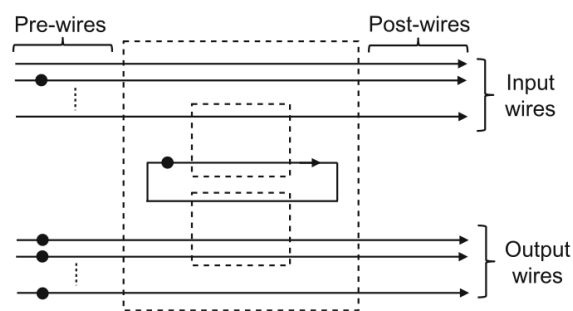


Abbildung 2: Token Pass Schema

### 2.3.1 Polare token-pass Schaltkreise

In polaren token-pass Schaltkreisen existiert eine bevorzugte Richtung der Token, gekennzeichnet durch einen Pfeil. Besonders bei den pre-Kabeln und post-Kabeln (also für Ein- und Ausgabe) ist dies sinnvoll.

### 2.3.2 Nicht polare token-pass Schaltkreise

Hier können die Tokens frei fluktuieren, allerdings haben die T-Elemente eine Einschränkung (Kreise und Blank-Symbole), wie sie Tokens verarbeiten. Außerdem gibt es hier die Möglichkeit von Terminatoren, dies sind Kabel mit einem Ende, auf dem Tokens sich einfach nur vor und zurück bewegen. In einem nicht polaren token-pass Schaltkreis kann es aber auch vereinzelt polare Kabel geben, wenn dies für die Berechnung Sinn macht. Ein Beispiel sind die Ein- und Ausgabekabel, da hier Tokens immer nur in eine Richtung gehen sollten und nicht nach erfolgreicher Berechnung wieder rückwärtslaufen. Die nicht-polaren Schaltkreise ermöglichen einfacheres Design und Verwendung von weniger T-Elementen, weil bestimmtes Verhalten zum Verhindern von Deadlocks nicht explizit modelliert werden muss.

## 3 T-Element

Grundlegende Funktion des T-Elementes entspricht mit Abbildung 3. Eingang c ist der Basis Eingang des T-Elementes, hier muss immer ein Token anliegen, damit es zur Verarbeitung kommt. Wenn jetzt bei c ein Token anliegt und bei einem der beiden anderen Eingänge a oder b noch ein Token anliegt, werden diese vom T-Element entlang des gestrichelten Halbkreises auf das parallel verlaufende Kabel überführt. Wenn bei a und b ein Token anliegt, wird zufällig eines der beiden ausgewählt und mit c überführt.

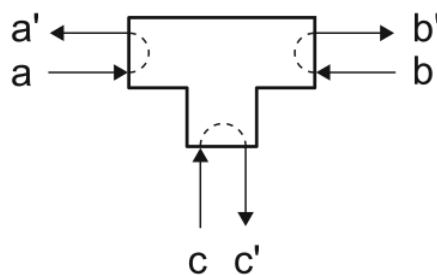


Abbildung 3: T-Element

In Abbildung 4 ist zu erkennen, wie die token-basierten Schaltkreisperimitive (Merge, Fork und Triad) mit Hilfe des T-Elementes nachgebaut werden können. Theorem: Das Brown'sche T-Element ist universell für die Klasse der token-pass Schaltkreise.

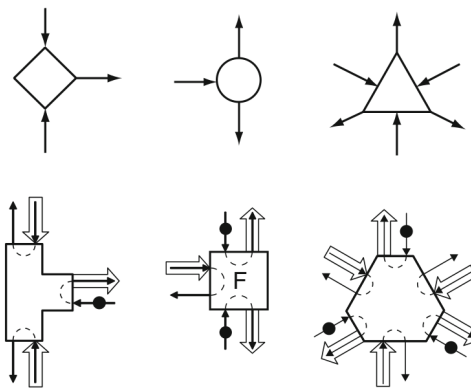


Abbildung 4: Äquivalenz Token based Token pass

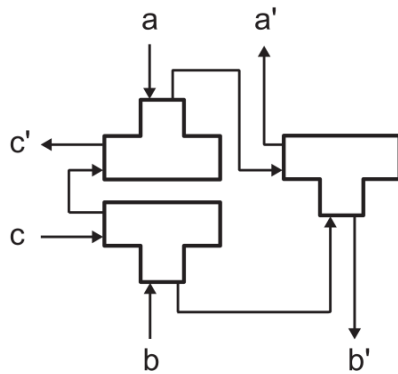


Abbildung 5: Fork aus T-Elementen

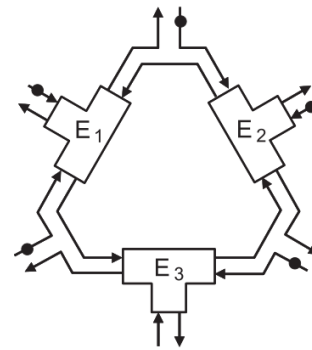


Abbildung 6: Tria aus T-Elementen

Allerdings ist das Nachbauen von token basierten Schaltkreisen mithilfe der TP-Merge, TP-Fork und TP-Tria nicht effizient. Da hier die Besonderheit des Fluktuierens der Tokens nicht ausgenutzt wird. Beispielsweise benötigt ein 1-Bit Speicher der naiv mithilfe der Schaltkreisprimitiven nachgebaut ist insgesamt 26 T-Elemente. Im nächsten Abschnitt werden wir sehen das dies sehr viel effizienter möglich ist wenn man Eigenschaften der brown'schen token pass Schaltkreise beim Design richtig ausnutzt.

## 4 1-Bit Speicher

Nun soll anhand eines 1-Bit Speichers die Funktionsweise von brown'schen token-pass Schaltkreisen erläutert werden. Mithilfe von polaren T-Elementen ist es möglich einen 1-Bit Speicher mit 8 T-Elementen zu bauen Fundamentals [2]. Bei nicht-polaren brown'schen T-Elementen sind es sogar nur 7.

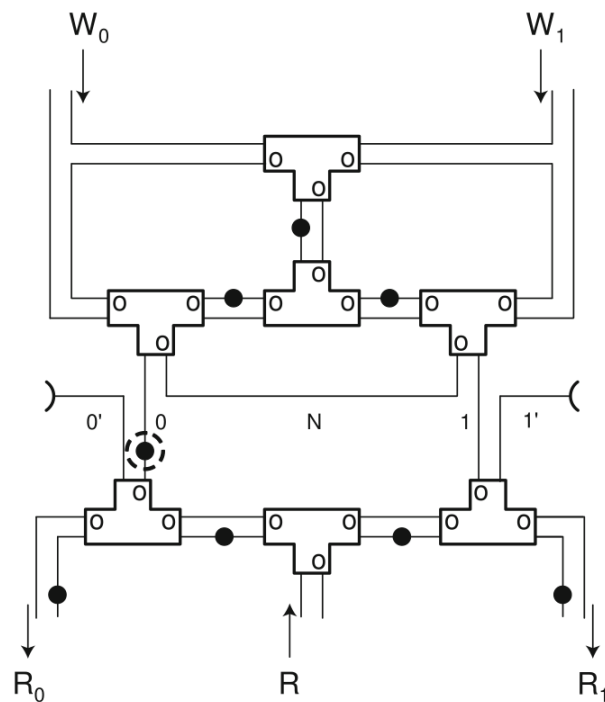


Abbildung 7: 1-Bit Speicher nicht polar token pass

#### 4.1 Nicht polarer token-pass 1-Bit Speicher

Es werden nur 7 T-Elemente benötigt auch, hier Konzept von Lesen und Schreiben erklären und Bedeutung/ Nutzen von Terminator Kabeln. Das Deadlock Backtracking zeigen.

### 5 UND-Bauteil

Eigenschaften Eigenschaften Als Teil meiner Eigenarbeit im Rahmen dieses Proseminars habe ich ein UND-Gatter mithilfe von nicht-polaren T-Elementen entworfen. Es benutzt den Deadlock backtracking Mechanismus und verundet ansonsten jede mögliche Eingabe mit jeder möglichen Ausgaben. Dabei werden zunächst T-Element zum modellieren der möglichen Wege benutzt, also das Token kann einen davon wählen, was wiederum der richtige ist oder zu einem Deadlock führt. Solange bis sich beide Input Tokens "gefunden"haben. Dann werden bei der C0 Ausgabe zwei Tokens benutzt um einfach die möglichen Wege zu verbinden.

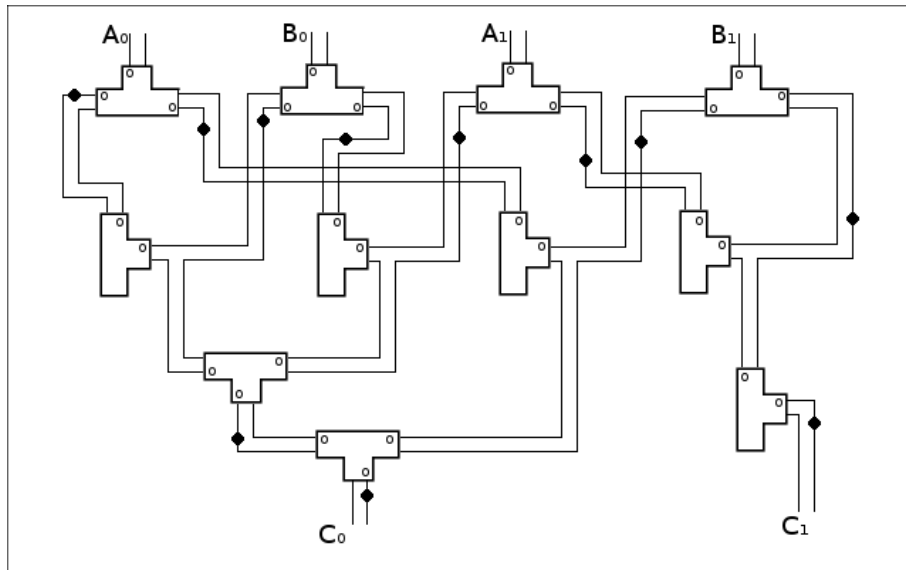


Abbildung 8: UND-Gatter aus 11 T-Elementen

### 5.1 Initialisierung

Es ist eine Initialisierung auf der Abbildung gegeben (die Position der Tokens), außerdem sind die Kreise in den T-Elementen für eine korrekte Berechnung elementar. Diese Initialisierung ist natürlich nicht eindeutig und auch die Anordnung der Elemente ist veränderbar was die Funktion nicht beeinflusst.

### 5.2 Korrektheit

Eine interessante Frage ist nun ob die Korrektheit dieses Schaltkreises beweisbar ist. Wenn wir die angegebene Initialisierung voraussetzen können, können wir uns die Korrektheit schnell klar machen indem :

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dem Paper (Non-polar token-pass Brownian Circuits) [1] wird eine neue Art von Schaltkreis vorgestellt der zukünftig in der Nanoelektronik eingesetzt werden könnte. Dabei ist das Konzept von Brown'scher Bewegung der Signale (Tokens) der interessante und neue Aspekt der es ermöglicht neue Arten von Schaltkreisen zu designen und auf ihre Eigenschaften zu untersuchen. Jedoch sind Dinge wie Geschwindigkeit der Berechnung, Korrektheit beweisen und welche Arten von konkreten Implementierungen möglich sind noch zu klären.



## 6.1 Wann ist Berechnung vorbei?

## 6.2 Geschwindigkeit der Berechnung

### 6.2.1 Ein langes Kabel vs. viele T-Elemente

## 6.3 Implementierung

cite [3] test

cite 2 [4] test

cite 3 [1]

cite [2] tess

## Literatur

- [1] Peper F., Lee J., Carmona J., Cortadella J., and Morita K. Brownian circuits: Fundamentals. *ACM J. Emerg. Technol. Comput. Syst.*, 9(1):1–24, 2013.
- [2] Ferdinand Peper and Jia Lee. On non-polar token-pass brownian circuits. In Ivan Zelinka, Andrew Adamatzky, and Guanrong Chen, editors, *Reversibility and Universality*, volume 30 of *ECC*, pages 299–312. Springer, 2018.
- [3] Thomas Worsch. (Intrinsically?) universal asynchronous cellular automata. In Georgios Sirakoulis and Stefania Bandini, editors, *Proceedings ACRI 2012*, volume 7495 of *LNCS*, pages 689–698. Springer, 2012.
- [4] Thomas Worsch and Hidenosuke Nishio. Achieving universality of CA by changing the neighborhood. *Journal of Cellular Automata*, 4(3):237–246, 2009.