

## **Proseminar (3 LP)**

Zellularautomaten und diskrete komplexe Systeme  
im Sommersemester 2019

## **Ausarbeitung**

von **Klaus Philipp Theyssen**, Matr.nr. 2061578

## **Thema**

Ferdinand Peper and Jia Lee (2018)  
*On Non-polar Token-Pass Brownian Circuits*  
Reversibility and Universality, S.299-311

## **Erklärung**

gemäß §6 (11) der Prüfungsordnung Informatik (Bachelor) 2015

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Seminararbeit zum Proseminar „Zellularautomaten und diskrete komplexe Systeme“ im Sommersemester 2019 selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde.

---

(Klaus Philipp Theyssen, Matr.nr. 2061578)

# 1 Einführung

Bei Elektronik im Nanometer-Bereich sind Rauschen und Fluktuation entscheidende Faktoren die beim Entwurf entsprechender Schaltkreise zu beachten sind. Desweiteren ist ein geringer Energieverbrauch anzustreben, daher könnten in Zukunft Schaltkreise von Interesse sein die nur von einzelnen Partikeln geschaltet werden.

Die in dem Aufsatz [2] präsentierten brownschen Schaltkreise nutzen Tokens als Signale und setzen Fluktuation aktiv bei ihren Berechnungen ein. Die Fluktuation orientiert sich dabei an der brownschen Molekularbewegung in der Biologie.

In [1] werden brownsche Schaltkreise auf Basis von Petri-Netzen eingeführt und entsprechend formalisiert. Die in [1] vorgestellten Tokens der brownschen Schaltkreise haben implizit einen Bias in eine Richtung.

Zentrales Motiv in [2] ist, dass durch mehr Nichtdeterminismus weniger Funktionalität explizit modelliert werden muss und somit weniger Bauteile verwendet werden müssen.

# 2 Grundlagen

Zunächst werden die im Aufsatz behandelten Schaltkreis Typen vorgestellt um Unterschiede in Funktionalität und Aufbau hervorzuheben. Dann wird das T-Element betrachtet und wie sich damit die Universalität der brownschen token-pass Schaltkreise ergibt.

Tokens sind diskrete nicht teilbare Einheiten die Signale modellieren. Alle hier vorgestellten Schaltkreise sind asynchron, dies bedeutet sie haben keinen Zeitgeber und es kann nebenläufig zu Änderungen am Signal kommen. Sie sind robust gegen Verzögerungen (delay-insentive), was heißt, dass Verzögerungen in der Signalweiterleitung nicht zu unkorrekten Berechnungen führen.

## 2.1 Token-based Schaltkreise

In token-basierte Schaltkreise werden Signale als einzelne diskrete Token (Partikel) auf den Kabeln modelliert. Es gibt keine weiteren Einschränkungen bezüglich Token und Tokenweiterleitung, z.B. dürfen Tokens erzeugt werden und die Kabel wechseln.

Ein Beispiel für token basierte Schaltkreise sind Petri-Netze.

In [1] wird die formale Definition von Petri-Netze auf brownsche Schaltkreise übertragen.

Token basierte Schaltkreise die delay insentive sind können mit einer Menge von Schaltkreisprimitiven konstruiert werden, genauso wie synchrone Schaltkreise aus NOT-Gattern und UND-Gattern. Eine solche Menge nennt man dann universell und Abbildung 1 gibt dafür ein Beispiel. Dabei führt Merge zwei Kabel zu einem zusammen, wobei die Tokens einfach nur weitergeleitet werden. Fork

macht aus einem Token zwei. Tria fügt zwei Tokens zusammen und je nach Eingabekabel kommt die Ausgabe auf ein bestimmtes Kabel. Für jedes Input Token  $I_i$  ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) und  $I_j$  ( $j \in \{1, 2, 3\}$ ) erhalten wir das Ausgabe Token auf  $O_{6-i-j}$ . Wobei das Zusammenführen beim Tria nur funktioniert wenn zwei Tokens da sind, ein einzelnes Token wartet solange bis ein zweites kommt. Diese Funktionalität in asynchronen Schaltkreisen hat die Aufgabe die verschiedenen nebenläufigen Berechnungen zu synchronisieren und entspricht gewissermaen dem Takt in synchronen Schaltkreisen und ist deshalb hervorzuheben.

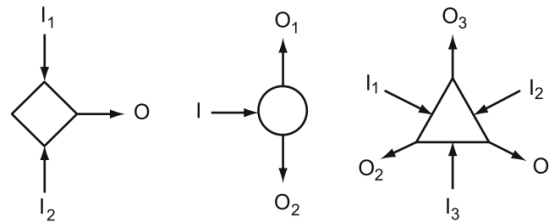


Abbildung 1: Merge, Fork und Tria

## 2.2 Token-pass Schaltkreise

Der Name kommt von der Bauweise dieser Schaltkreise, sie verbinden einfach nur Kabel miteinander durch die Tokens hindurchlaufen. Token-pass Schaltkreisen lassen die Zahl der Tokens gleich. Tokens können nicht entstehen oder verschwinden und auch nicht auf andere Kabel wechseln. quivalenz von token-pass und token-based zeigen (ein kabel wird zu zwei) die entsprechenden TP-Merge, TP-Fork, TP-Tria. Token-pass Schaltkreise haben eine Menge an Eingabekabeln die in den Schaltkreis führen und eine Menge an Ausgabekabeln. Dabei innerhalb des Schaltkreises können Schleifen sein.

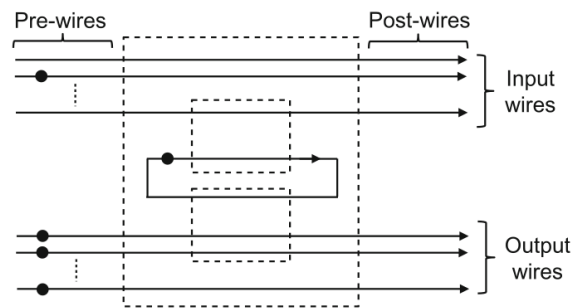


Abbildung 2: Token Pass Schema

## 2.3 Brownsche Schaltkreise

Haben wie token-basierte Schaltkreise auch Tokens die sich auf Kabeln bewegen und in Schaltkreiselementen miteinander interagieren. Allerdings wird hier die Interaktion durch Fluktuation getrieben und dient als treibende Kraft für das Zusammenwirken der Tokens innerhalb der Schaltkreiselemente. Dies ermöglicht Deadlocks mithilfe von Backtracking aufzulösen, was sich in einfacherem Design widerspiegelt.

### 2.3.1 Polare token-pass brownsche Schaltkreise

In polaren token-pass Schaltkreisen existiert eine bevorzugte Richtung der Token, gekennzeichnet durch einen Pfeil. Besonders bei den pre-Kabeln und post-Kabeln (also für Ein- und Ausgabe) ist dies sinnvoll.

### 2.3.2 Nichtpolare token-pass brownsche Schaltkreise

Hier können die Tokens frei fluktuieren, allerdings haben die T-Elemente eine Einschränkung (kreise und blank symbole) wie sie Tokens verarbeiten. Außerdem gibt es hier die Möglichkeit von Terminatoren, dies sind Kabel mit einem Ende auf dem Tokens sich einfach nur vor und zurück bewegen. In einem nicht polaren token-pass Schaltkreis kann es aber auch vereinzelt polare Kabel geben, wenn dies für die Berechnung Sinn macht. Ein Beispiel sind die Ein- und AusgabeKabel da hier Tokens immer nur in eine Richtung gehen sollten und nicht nach erfolgreicher Berechnung diese wieder rückwärtslaufen. Die nicht-polaren Schaltkreise ermöglichen einfacheres Design und Verwendung von weniger T-Elementen, weil bestimmtes Verhalten zum Verhindern von Deadlocks nicht explizit modelliert werden muss.

## 3 T-Element

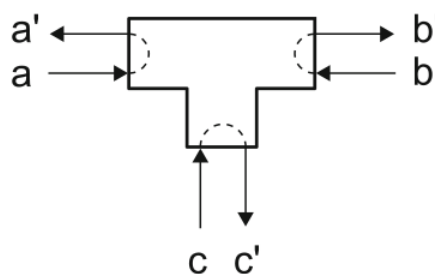


Abbildung 3: T-Element

Grundlegende Funktion des T-Elementes entspricht mit Abbildung 3. Eingang c ist der Basis Eingang des T-Elementes hier muss immer ein Token anliegen damit

es zur Verarbeitung kommt. Wenn jetzt bei c ein Token anliegt und bei einem der beiden anderen Eingänge a oder b noch ein Token anliegt werden diese vom T-Element entlang des gestrichelten Halbkreises auf das parallel verlaufende Kabel überführt. Wenn bei a und b ein Token anliegt wird zufällig eines der beiden ausgewählt und mit c überführt.

In Abbildung 4 ist zu erkennen wie die token basierten Schaltkreispimitive (Merge, Fork und Tria) mit mithilfe des T-Elementes nachgebaut werden. Theorem: Das brown'sche T-Element ist universell für die Klasse der token pass Schaltkreise.

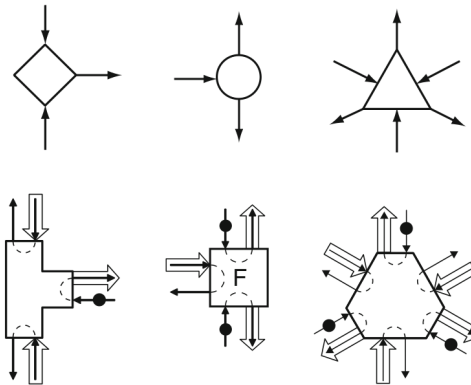


Abbildung 4: Äquivalenz Token based Token pass

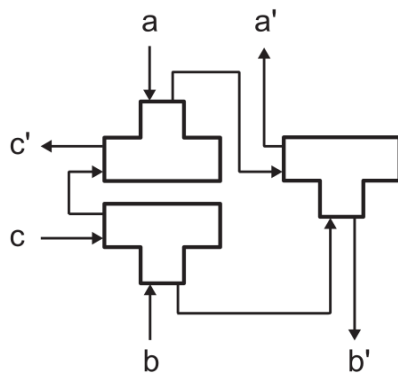


Abbildung 5: Fork aus T-Elementen

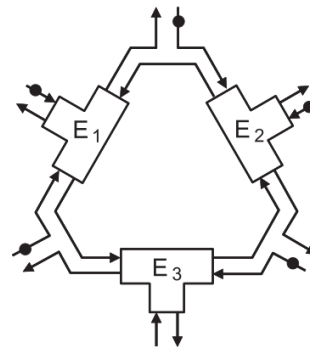


Abbildung 6: Tria aus T-Elementen

Allerdings ist das Nachbauen von token basierten Schaltkreisen mithilfe der TP-Merge, TP-Fork und TP-Tria nicht effizient. Da hier die Besonderheit des Fluktuerens der Tokens nicht ausgenutzt wird. Beispielsweise benötigt ein 1-Bit Speicher der naiv mithilfe der Schaltkreisp primitiven nachgebaut ist insgesamt 26 T-Elemente. Im nächsten Abschnitt werden wir sehen das dies sehr viel effizienter möglich ist wenn man Eigenschaften der brown'schen token pass Schaltkreise

beim Design richtig ausnutzt.

## 4 1-Bit Speicher

Nun soll anhand eines 1-Bit Speichers die Funktionsweise von brownischen token-pass Schaltkreisen erläutert werden. Mithilfe von polaren T-Elementen ist es möglich einen 1-Bit Speicher mit 8 T-Elementen zu bauen [1]. Bei nicht-polaren brownischen T-Elementen sind es sogar nur 7 [2]. Grundsätzlich gibt es jeweils eine Menge an T-Elementen für das Lesen bzw. Schreiben. Von zentraler Bedeutung ist ein Token in der Mitte des Schaltkreises, das über seine Position den derzeitigen Zustand des Speichers angibt.

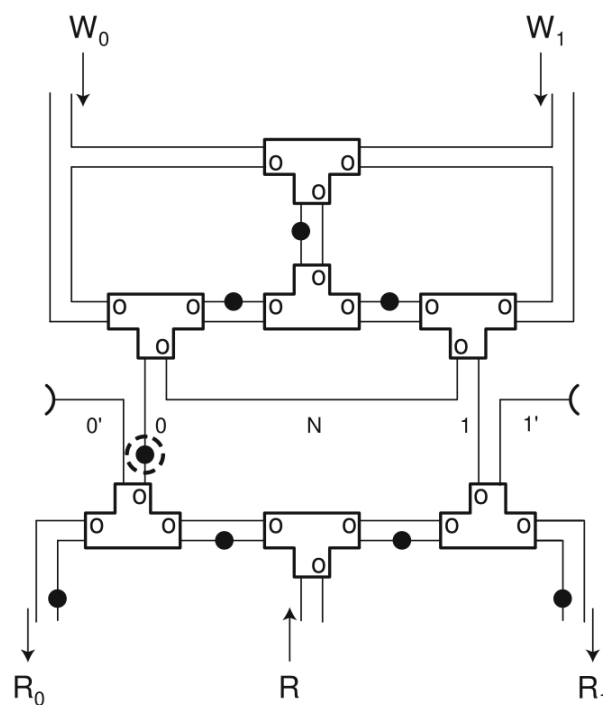


Abbildung 7: 1-Bit Speicher nicht polar token pass

### 4.1 Nicht polarer token-pass 1-Bit Speicher

Es werden nur 7 T-Elemente benötigt auch, hier Konzept von Lesen und Schreiben erklären und Bedeutung/ Nutzen von Terminator Kabeln. Das Deadlock Backtracking zeigen.

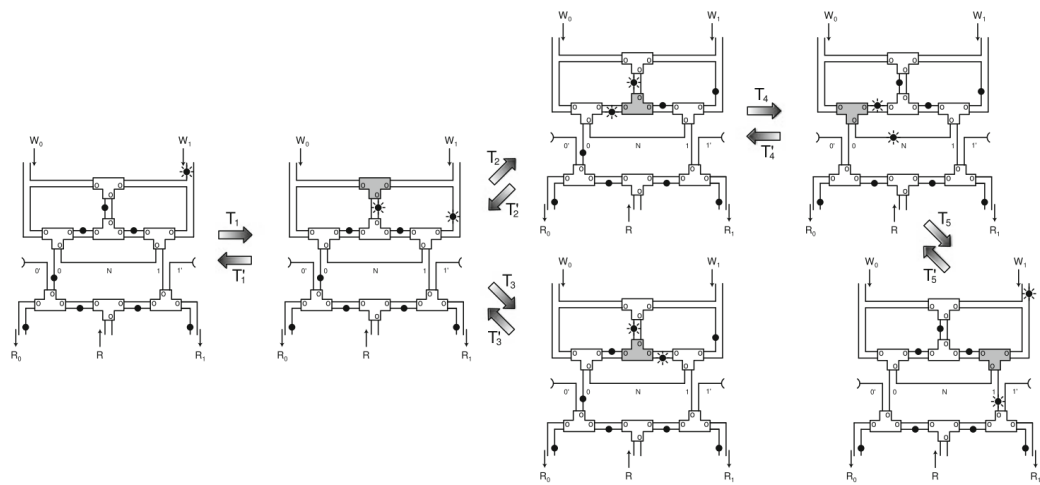


Abbildung 8: Schreiben einer 1

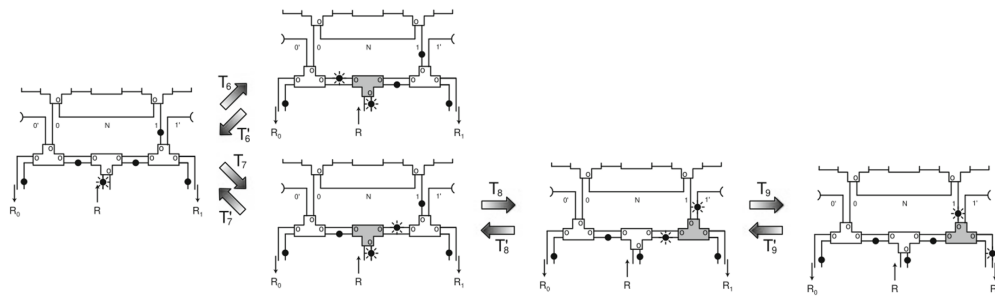


Abbildung 9: Lesen einer 1

## 5 UND-Bauteil

Als Teil meiner Eigenarbeit im Rahmen dieses Proseminars habe ich ein UND-Gatter mithilfe von nicht-polaren T-Elementen entworfen. Es benutzt den Deadlock Backtracking Mechanismus und jede mögliche Eingabe wird mit jeder möglichen Ausgabe und-verknüpft. Dabei werden zunächst T-Elemente zum modellieren der möglichen Wege benutzt, die beiden Eingabe Token versuchen sich also zu entsprechen zu finden. Haben sich beide Input Tokens gefunden wird ein Token weitergeleitet bei den Eingaben A1 und B1 wird dieses Token direkt zu Ausgabe C1, bei allen anderen Eingabemöglichkeiten werden die Token mithilfe von zwei weiteren T-Elementen zusammengeführt für die Ausgabe C0.



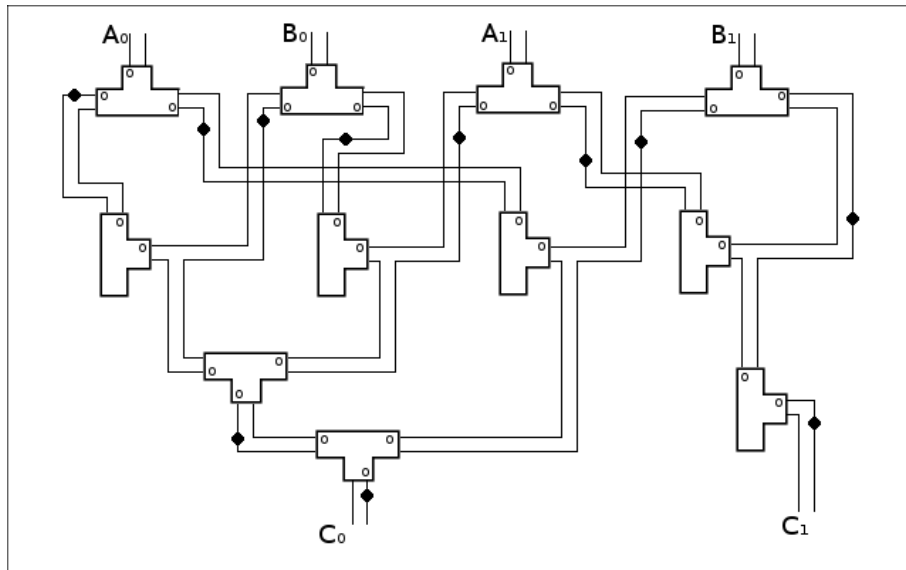


Abbildung 10: UND-Gatter aus 11 T-Elementen

## 5.1 Initialisierung

Es ist eine Initialisierung auf der Abbildung gegeben (die Position der Tokens), außerdem sind die Kreise in den T-Elementen für eine korrekte Berechnung elementar. Diese Initialisierung ist nicht eindeutig und auch die Anordnung der Elemente ist veränderbar, was im Hinblick auf möglichst kurze Kabel für eine schnellere Berechnung von Interesse ist.

## 5.2 Korrektheit

Eine interessante Frage ist nun ob die Korrektheit dieses Schaltkreises beweisbar ist. Wenn wir die angegebene Initialisierung voraussetzen können, können wir uns die Korrektheit schnell klar machen indem :

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dem Paper [2] wird eine neue Art von Schaltkreis vorgestellt der zukünftig in der Nanoelektronik eingesetzt werden könnte. Aufbauend auf den polaren Brown'schen token pass Schaltkreisen aus [1] werden nicht polare Kabel und T-Elemente eingeführt deren Token keinen Bias in eine Richtung haben. Dabei ist das Konzept von Brown'scher Bewegung der Signale (Tokens) der interessante und neue Aspekt der es ermöglicht neue Arten von Schaltkreisen zu designen und auf ihre Eigenschaften zu untersuchen. Jedoch sind Dinge wie Geschwindigkeit der Berechnung, Korrektheit beweisen und welche Arten von konkreten Implementierungen möglich sind noch zu klären.

## 6.1 Geschwindigkeit der Berechnung

Die Fluktoation der Tokens auf einem Kabel der Länge  $L$  führt zu erwarteter Zeit  $O(L^2)$ . Desweiteren kann man Sperren einsetzen, sodass Tokens auf bestimmten Kabeln sich nur in eine Richtung bewegen können. Dies ist auf den Ausgabekabeln sinnvoll.

### 6.1.1 Ein langes Kabel vs. viele T-Elemente

Eine interessante Frage wäre außerdem wie sich die Geschwindigkeit eines Token um eine gewisse Strecke zu überfinden verhält. Wenn einerseits nur ein langes Kabel durchlaufen wird. Oder mehrere T-Elemente zwischengebaut sind bei denen das Token jeweils am Basis Eingang ankommt um das Signal weiterzuleiten. Damit verbunden ist die Frage wann genau zwei Token vom T-Element verarbeitet werden, müssen diese in einem gewissen Bereich vorliegen (diskret).

## 6.2 Design und Korrektheit

Zwar sind mit nicht polaren brown'schen Schaltkreisen Schaltkreiselemente mit weniger Bauteilen möglich. Allerdings ist das Vorgehen beim Entwerfen und Überprüfen dieser Art von Schaltkreisen auf Korrektheit noch unklar.

## 6.3 Implementierung

Das T-Element ist geeignet um theoretisch dieses Berechnungsmodell zu untersuchen ist jedoch für eine Implementierung nicht optimal. Es hat zu viele Kabel und ist zu komplex um sinnvoll als Schaltkreisprimitive eingesetzt zu werden. Allerdings ist es für einfachere Schaltkreiselemente nicht möglich in auch ohne Fluktuation zu funktionieren. Auch kann es zu Interaktionen zwischen Tokens kommen die von bei diesem Modell nicht beachtet werden. (z.B. Elektronen als Tokens und entsprechende Elektromagnetische Felder) Auch kann es zu Interaktionen zwischen Tokens kommen die von bei diesem Modell nicht beachtet werden. (z.B. Elektronen als Tokens und entsprechende Elektromagnetische Felder). Desweiteren sind Dinge wie Token bleiben nur auf einem Kabel nicht unbedingt leicht um zu setzen für die Implementierung.

## Literatur

- [1] Peper F., Lee J., Carmona J., Cortadella J., and Morita K. Brownian circuits: Fundamentals. *ACM J. Emerg. Technol. Comput. Syst.*, 9(1):1–24, 2013.
- [2] Ferdinand Peper and Jia Lee. On non-polar token-pass brownian circuits. In Ivan Zelinka, Andrew Adamatzky, and Guanrong Chen, editors, *Reversibility and Universality*, volume 30 of *ECC*, pages 299–312. Springer, 2018.