



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

Diseño y Análisis de Algoritmos - IIC2283 - 2^{do} semestre - 2024

Tarea 3

Teoría de Números y Transformada rápida de Fourier

Publicación : Jueves 14 de noviembre
Github Classroom : <https://classroom.github.com/a/vqVM4nUU>
Entrega : Viernes 29 de noviembre

Indicaciones

- La tarea es estrictamente individual.
- La solución debe ser entregada en los archivos `t3p1.py` y `t3p2.py` del repositorio privado asignado mediante GitHub Classroom para esta tarea. Se revisará el último *commit* subido antes de la entrega al repositorio. Se usará Python 3.10.X para la revisión.
- El *input* para el programa debe ser obtenido desde *standard input*. El *output* debe ser entregado mediante *standard output*.
- La corrección se realizará mediante *tests* automatizados acordes al formato de *input* y *output* especificado. Cada *test* tendrá un *timeout* según lo que se especifica como tiempo esperado.
- Un *test* se considerará **reprobado** en caso de que 1) dado el *input* el *output* sea incorrecto, 2) exista un error de *runtime* durante su ejecución, o 3) el *timeout* se cumpla durante su ejecución. En otro caso, el *test* se considerará **aprobado**.
- No se permite el uso de librerías externas a la librería estándar de Python a *priori*. Consultar en las [issues del repositorio oficial del curso](#) en caso de requerir una.
- A 5 días de la fecha final del plazo, se publicará un test de gran tamaño para cada parte, siendo el único test que publicaremos. La habilidad de generar tests es parte de la evaluación.
- Para esta tarea aplica la política de atrasos descrita en el programa del curso.

1. Funciones de capibara

Sea A una constante, P un número primo. Se define el conjunto

$$C_{A,P} = \{f : [0, P-1] \mapsto [0, P-1] \mid f(Ax \bmod P) \equiv A \cdot f(x) \bmod P, \forall x \in [0, P-1]\}.$$

Es decir, todas las funciones que usen todos los elementos del dominio y logren satisfacer la condición dada.

Escriba un programa que dados A y P , retorne $|C_{A,P}|$.

Input

Una línea con los enteros A y P ($3 \leq P \leq 5000000$, $0 \leq A \leq P-1$)

Output

Un entero que indique $|C_{A,P}|$. Para no afectar a la complejidad del problema, deberá entregar sus respuestas en módulo 2147483647.

Tiempo límite

Se espera que la solución se ejecute en un tiempo **menor o igual a 2 segundos** para cualquier instancia de input según las restricciones dadas.

Complejidad esperada

Se espera que la solución posea una complejidad de $O(P)$.

Hint

Use algoritmos basados en la teoría de números.

Ejemplos

Input de ejemplo 1
3 5
Output de ejemplo 1
5

Input de ejemplo 2
1 5
Output de ejemplo 2
3125

Input de ejemplo 2
6 7
Output de ejemplo 2
343

2. Coincidencias de Federico

El problema de *match* de *strings* es muy conocido y estudiado en diversas áreas, a esto, también se puede agregar un factor F (llamado factor de Federico), el cual puede generar nuevas propiedades. Supongamos que tenemos un documento D de N caracteres y un objetivo O de largo $N' < N$. Para ambos casos, decimos que D_i o O_i es el carácter en la posición i de los correspondientes strings.

El objetivo puede coincidir en las posiciones $i \in [0, N - N']$ del documento. Dado un factor de Federico F , podemos formar un match parcial de forma que O puede coincidir con D en la posición i si $\forall j \in [i, i + N' - 1], \exists z, |z - j| \leq F \wedge D_z = O_{j-i}$

Es claro que mientras mayor sea F , mayor será el número de coincidencias, con tope en $N - N'$, así que interesa saber cuál es el menor F tal que O coincida con D exactamente $N - N'$ veces.

Input

La primera línea poseerá los enteros N y N' ($1 \leq N' < N \leq 4000$). Luego serán 2 líneas con D y O respectivamente. Ambos serán strings se compondrán de solo vocales en mayúscula y ambos poseerán las mismas letras.

Output

Un entero, indicando el menor número F posible para tener $N - N'$ coincidencias.

Tiempo límite

Se espera que la solución se ejecute en un tiempo **menor o igual a 2 segundos** para cualquier instancia de input según las restricciones dadas.

Complejidad esperada

Se espera que la solución posea una complejidad de $O(N \cdot \log^2(N))$.

Adicional

Soluciones que no utilicen la transformada rápida de Fourier no serán consideradas y serán evaluadas con nota mínima.

Ejemplos

Input de ejemplo 1
10 2 EEEEEEIEEE IE
Output de ejemplo 1
6

Input de ejemplo 2
15 3 EAIAAAAIIEEAEAA IAE
Output de ejemplo 2
4

Input de ejemplo 3
18 9 AAAAAAAAAAAAAAAAAAAA AAAAAAAA
Output de ejemplo 3
0

Política de integridad académica

Los/as estudiantes de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile deben mantener un comportamiento acorde a la Declaración de Principios de la Universidad. En particular, se espera que mantengan altos estándares de honestidad académica. Cualquier acto deshonesto o fraude académico está prohibido; los/as estudiantes que incurran en este tipo de acciones se exponen a un Procedimiento Sumario. Es responsabilidad de cada estudiante conocer y respetar el documento sobre Integridad Académica publicado por la Dirección de Docencia de la Escuela de Ingeniería.

Específicamente, para los cursos del Departamento de Ciencia de la Computación, rige obligatoriamente la siguiente política de integridad académica. Todo trabajo presentado por un/a estudiante para los efectos de la evaluación de un curso debe ser hecho individualmente por el/la estudiante, sin apoyo en material de terceros. Por “trabajo” se entiende en general las interrogaciones escritas, las tareas de programación u otras, los trabajos de laboratorio, los proyectos, el examen, entre otros.

En particular, si un/a estudiante copia un trabajo, o si a un/a estudiante se le prueba que compró o intentó comprar un trabajo, obtendrá nota final 1.1 en el curso y se solicitará a la Dirección de Pregrado de la Escuela de Ingeniería que no le permita retirar el curso de la carga académica semestral.

Por “copia” se entiende incluir en el trabajo presentado como propio, partes hechas por otra persona. En caso de que corresponda a “copia” a otros estudiantes, la sanción anterior se aplicará a todos los involucrados. En todos los casos, se informará a la Dirección de Pregrado de la Escuela de Ingeniería para que tome sanciones adicionales si lo estima conveniente.

También se entiende por copia extraer contenido sin modificarlo sustancialmente desde fuentes digitales como Wikipedia o mediante el uso de asistentes inteligentes como ChatGPT o Copilot. Se entiende que una modificación sustancial involucra el análisis crítico de la información extraída y en consecuencia todas las modificaciones y mejoras que de este análisis se desprendan. Cualquiera sea el caso, el uso de fuentes bibliográficas, digitales o asistentes debe declararse de forma explícita, y debe indicarse cómo el/la estudiante mejoró la información extraída para cumplir con los objetivos de la actividad evaluativa.

Obviamente, está permitido usar material disponible públicamente, por ejemplo, libros o contenidos tomados de Internet, siempre y cuando se incluya la referencia correspondiente.

Lo anterior se entiende como complemento al Reglamento del Estudiante de la Pontificia Universidad Católica de Chile (<https://registrosacademicos.uc.cl/reglamentos/estudiantiles/>). Por ello, es posible pedir a la Universidad la aplicación de sanciones adicionales especificadas en dicho reglamento.

Compromiso del Código de Honor

Este curso suscribe el Código de Honor establecido por la Universidad, el que es vinculante. Todo trabajo evaluado en este curso debe ser propio. En caso de que exista colaboración permitida con otros/as estudiantes, el trabajo deberá referenciar y atribuir correctamente dicha contribución a quien corresponda. Como estudiante es un deber conocer el Código de Honor (<https://www.uc.cl/codigo-de-honor/>)