

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego nr  
1, zadanie nr 6

Michał Szpunar, Kacper Michalski, Mateusz Palkowski

Warszawa, 2020

# Spis treści

<b>1. Wstęp</b>	2
1.1. Cel projektu	2
1.2. Opis algorytmów	2
1.2.1. PID	2
1.2.2. DMC	2
<b>2. Sprawdzenie poprawności wartości początkowych <math>U_{PP}</math> oraz <math>Y_{PP}</math></b>	4
<b>3. Badanie obiektu</b>	5
3.1. Symulacja różnych odpowiedzi skokowych obiektu	5
3.2. Charakterystyka statyczna	6
<b>4. Odpowiedź skokowa</b>	7
<b>5. Implementacja PID</b>	8
<b>6. Implementacja DMC</b>	10
<b>7. Dobranie nastaw regulatorów metodą eksperymentalną</b>	12
7.1. Eksperymentalne dobranie parametrów PID	12
7.2. Eksperymentalne dobranie parametrów DMC	17
<b>8. Optymalizacja nastaw regulatora z użyciem dostępnych funkcji optymalizujących</b>	30
8.1. Optymalizacja regulatora PID	30
8.2. Optymalizacja regulatora DMC	30

# 1. Wstęp

## 1.1. Cel projektu

Celem projektu było zbadanie właściwości danego obiektu oraz próba regulacji z wykorzystaniem dyskretnych algorytmów PID oraz DMC w wersji analitycznej. Częścią zadania było również uwzględnienie ograniczeń sterowania narzuconych w treści projektu.

Symulacja obiektu odbywała się za pośrednictwem funkcji `symulacja_obiektu6Y`. Ustalono punkt pracy dla wartości  $U_{PP} = 1,1$ ,  $Y_{PP} = 2,5$ , natomiast ograniczenia wartości sygnału sterującego miały wartości  $U^{\min} = 0,6$ ,  $U^{\max} = 1,6$ .

## 1.2. Opis algorytmów

### 1.2.1. PID

W zadaniu projektowym wykorzystany został regulator PID. Algorytm ten, na podstawie obliczonej wartości uchybu oraz dobranych nastaw, wyznacza wartość sterowania dla chwili  $k$ . Elementami struktury algorytmu są następujące stałe:

- $K$  - stała proporcjonalna
- $T_i$  - stała całkowania
- $T_d$  - stała różniczkowania
- $T$  - czas próbkowania

Dobranie nastaw algorytmu oznacza znalezienie możliwie optymalnych nastaw zapewniających najlepszą jakość regulacji.

Po wyznaczeniu parametrów, należy obliczyć współczynniki prawa regulacji używając następujących wzorów:

$$r_2 = \frac{KT_d}{T} \quad (1.1)$$

$$r_1 = K\left(\frac{T}{2T_i} - \frac{2T_d}{T} - 1\right) \quad (1.2)$$

$$r_0 = K\left(\frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} + 1\right) \quad (1.3)$$

Prawo regulacji regulatora opisane jest równaniem:

$$u(k) = r_2e(k-2) + r_1e(k-2) + r_0e(k) + u(k-1) \quad (1.4)$$

### 1.2.2. DMC

Regulator DMC jest algorytmem predykcyjnym wyznaczającym trajektorię sygnału wyjściowego oraz przyszłe przyrosty sterowań. DMC potrzebuje wcześniejszej informacji o obiekcie w postaci odpowiedzi skokowej. Parametrami algorytmu są:

- $D$  - horyzont dynamiki
- $N$  - horyzont predykcji
- $N_u$  - horyzont sterownia

—  $\lambda$  - kara za zmianę sterownia

Strojenie algorytmu polega na odpowiednim dobraniu parametrów tak, by zapewnić możliwie najlepszą jakość regulacji.

Aby otrzymać prawo regulacji, należy wyznaczyć szereg współczynników: Macierz dynamiczną  $\mathbf{M}$  oraz macierz  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ s_2 & s_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \cdots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{\Psi} \mathbf{M} + \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{\Psi} \quad (1.6)$$

Macierz  $\mathbf{M}^P$  oraz wektor zmian sterowania  $\Delta \mathbf{U}^P$ :

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \cdots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \cdots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \cdots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\Delta \mathbf{U}^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \Delta u(k-2) \\ \vdots \\ \Delta u(k-(D-1)) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Na podstawie powyższych macierzy oraz wektorów, można obliczyć parametry regulatora:

$$k_e = \sum_{i=1}^N K_{1,i} \quad (1.9)$$

$$k_u = \overline{\mathbf{K}}_1 \mathbf{M}^P \quad (1.10)$$

a następnie wyznaczyć sterowanie z następującego prawa regulacji:

$$e(k) = y_{\text{zad}}(k) - y(k) \quad (1.11)$$

$$u(k|k) = u(k-1) + k_e e(k) - k_u \Delta \mathbf{U}^P(k) \quad (1.12)$$

Ograniczenie wartości sygnału sterującego przez wartości maksymalną i minimalną wykonane jest w następujący sposób:

1. jeżeli  $u(k|k) < u_{\min}$  wtedy  $u(k|k) = u_{\min}$
2. jeżeli jeżeli  $u(k|k) > u_{\max}$  wtedy  $u(k|k) = u_{\max}$
3.  $u(k) = u(k|k)$

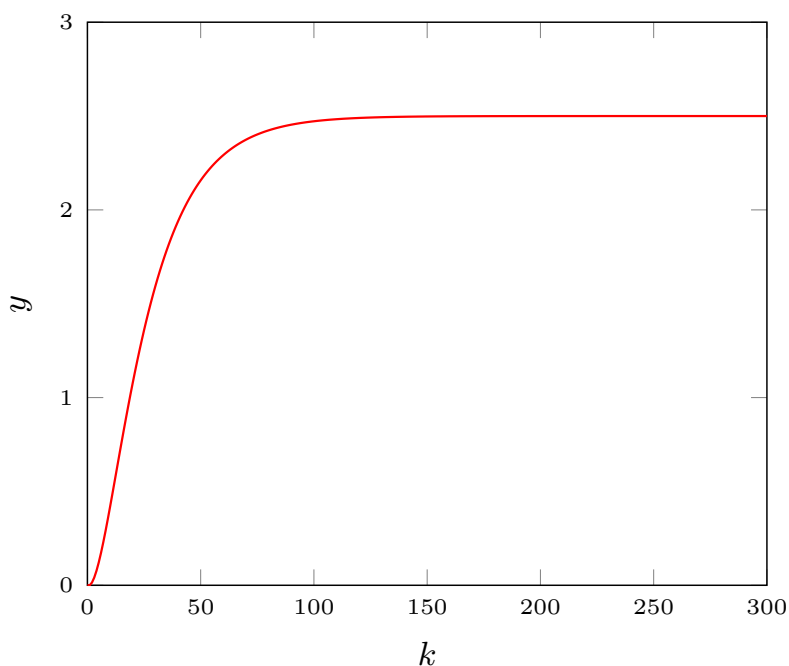
## 2. Sprawdzenie poprawności wartości początkowych $U_{PP}$ oraz $Y_{PP}$

Aby sprawdzić poprawność założonego punktu pracy, przyjęto, że sterowanie obiektu na czas symulacji będzie stałe, równe  $U_{PP}$ . Po czasie ustalenia się odpowiedzi obiektu, zbadano wartość wyjścia oraz porównano ją z  $Y_{PP}$ .

Poniżej zamieszczono kod programu użytego do rozwiązania zadania:

```
1 %wyznaczanie y_pp dla u_pp = 1.1
2 u_pp = 1.1;
3
4 t_sim = 300;
5 y = [0;0];
6
7 for k=2:t_sim
8     y_temp = symulacja_obiektu6Y(u_pp,u_pp,y(k),y(k-1));
9     y = [y;y_temp];
10 end
11
12 y_pp = y(end);
```

Po ustalonym czasie symulacji  $t_{sim} = 300$  zbadano przebieg sygnału wyjściowego.



Rys. 2.1. Odpowiedź układu dla ustalonego  $u = U_{PP}$

Wartość, na której ustalił się sygnał wyjściowy to 2,5, co potwierdza poprawność założonego punktu pracy.

## 3. Badanie obiektu

### 3.1. Symulacja różnych odpowiedzi skokowych obiektu

Poniżej zamieszczono kod programu przeprowadzającego symulację obiektu dla ustalonych  $u$  z przedziału  $\langle U^{\min}, U^{\max} \rangle$  uzyskując różne odpowiedzi skokowe.

```
1 t_sim2 = 300;
2
3 %konstruowanie sygnalow sterujacych
4 step_tim = 0;
5
6 u_base = ones(1,step_tim)*u_pp;
7 u_step_temp = ones(1,t_sim2 - step_tim)*1.3;
8 u_step2_temp = ones(1,t_sim2 - step_tim);
9 u_step3_temp = ones(1,t_sim2 - step_tim)*1.6;
10
11 u_step = [u_base, u_step_temp];
12 u_step2 = [u_base, u_step2_temp];
13 u_step3 = [u_base, u_step3_temp];
14
15 y = ones(t_sim2, 1)*y_pp;
16 y2 = ones(t_sim2, 1)*y_pp;
17 y3 = ones(t_sim2, 1)*y_pp;
18
19 for k = 3:t_sim2
20     if k-11 <= 0
21         y(k) = symulacja_obiektu6Y(u_pp,u_pp,y(k-1),y(k-2));
22         y2(k) = symulacja_obiektu6Y(u_pp,u_pp,y2(k-1),y2(k-2));
23         y3(k) = symulacja_obiektu6Y(u_pp,u_pp,y3(k-1),y3(k-2));
24     else
25         y(k) = symulacja_obiektu6Y(u_step(k-10),u_step(k-11),y(k-1),y(k-2));
26         y2(k) = symulacja_obiektu6Y(u_step2(k-10),u_step2(k-11),y2(k-1),y2(k-2));
27         y3(k) = symulacja_obiektu6Y(u_step3(k-10),u_step3(k-11),y3(k-1),y3(k-2));
28     end
29 end
```

W wyniku przeprowadzenia symulacji, otrzymano następujące przebiegi:

Na pierwszy rzut oka obiekt wydaje się mieć liniową strukturę. Aby jednak to potwierdzić, należy wyznaczyć charakterystykę statyczną.

### 3.2. Charakterystyka statyczna

Aby wyznaczyć charakterystykę statyczną, stworzono symulację dla równomiernie rozłożonych wartości sterowania z zakresu  $\langle U^{\min}, U^{\max} \rangle$ . Dla każdej z wartości sterowania wykonywano

skok, a następnie czekano, aż wartość sygnału wyjściowego się ustabilizuje. Kod symulacji zamieszczony został poniżej:

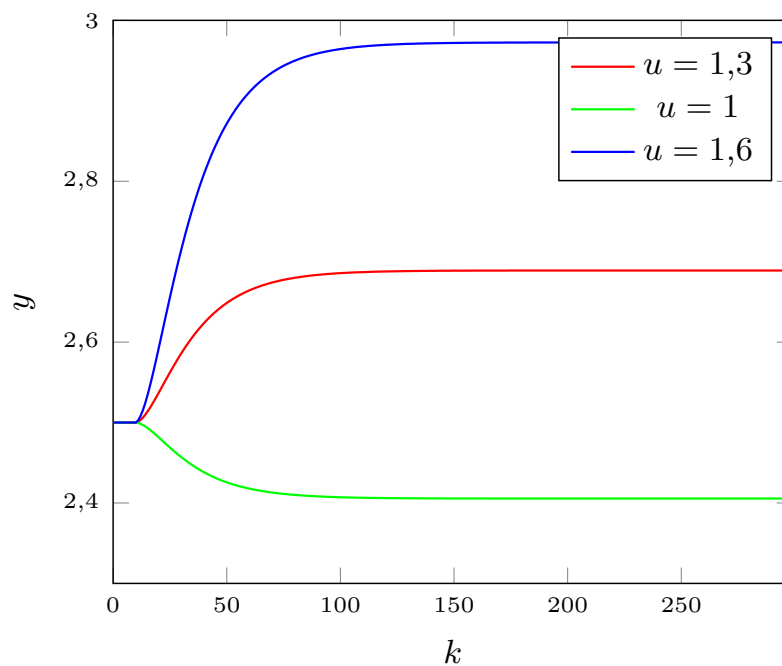
```
1 t_sim = 400;
2 y_wyj = [];
3
4 for u = 0.6:0.01:1.6
5     y = [0;0];
6     for k=2:t_sim
7         y_temp = symulacja_obiektu6Y(u,u,y(k),y(k-1));
8         y = [y;y_temp];
9     end
10    y_wyj = [y_wyj; y(end)];
11 end
```

Poniżej zaprezentowany został wynik symulacji: Wyraźnie widać, że charakterystyka statyczna obiektu jest liniowa. Można zatem obliczyć wzmocnienie statyczne obiektu mając na uwadze zależność:

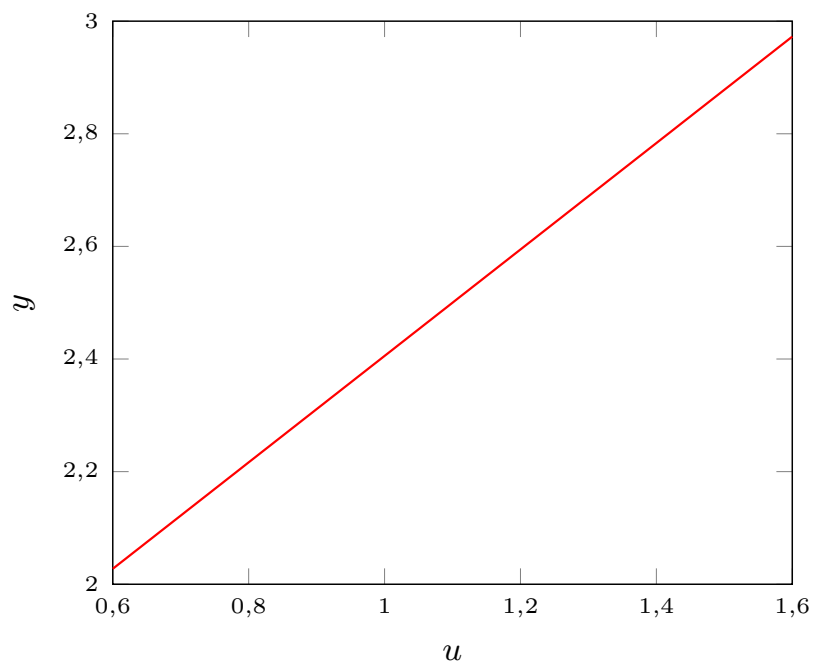
$$K_{\text{stat}} = \frac{Y^{\text{max}} - Y^{\text{min}}}{U^{\text{max}} - U^{\text{min}}} \quad (3.1)$$

gdzie  $Y^{\text{min}}$ ,  $Y^{\text{max}}$  są sygnałami wyjściowymi dla skrajnych wartości sygnału sterującego.

Na podstawie powyższych rozważań obliczono  $K_{\text{stat}} = 0,936$



Rys. 3.1. Odpowiedzi układu dla różnych wymuszeń



Rys. 3.2. Przybliżona charakterystyka statyczna układu

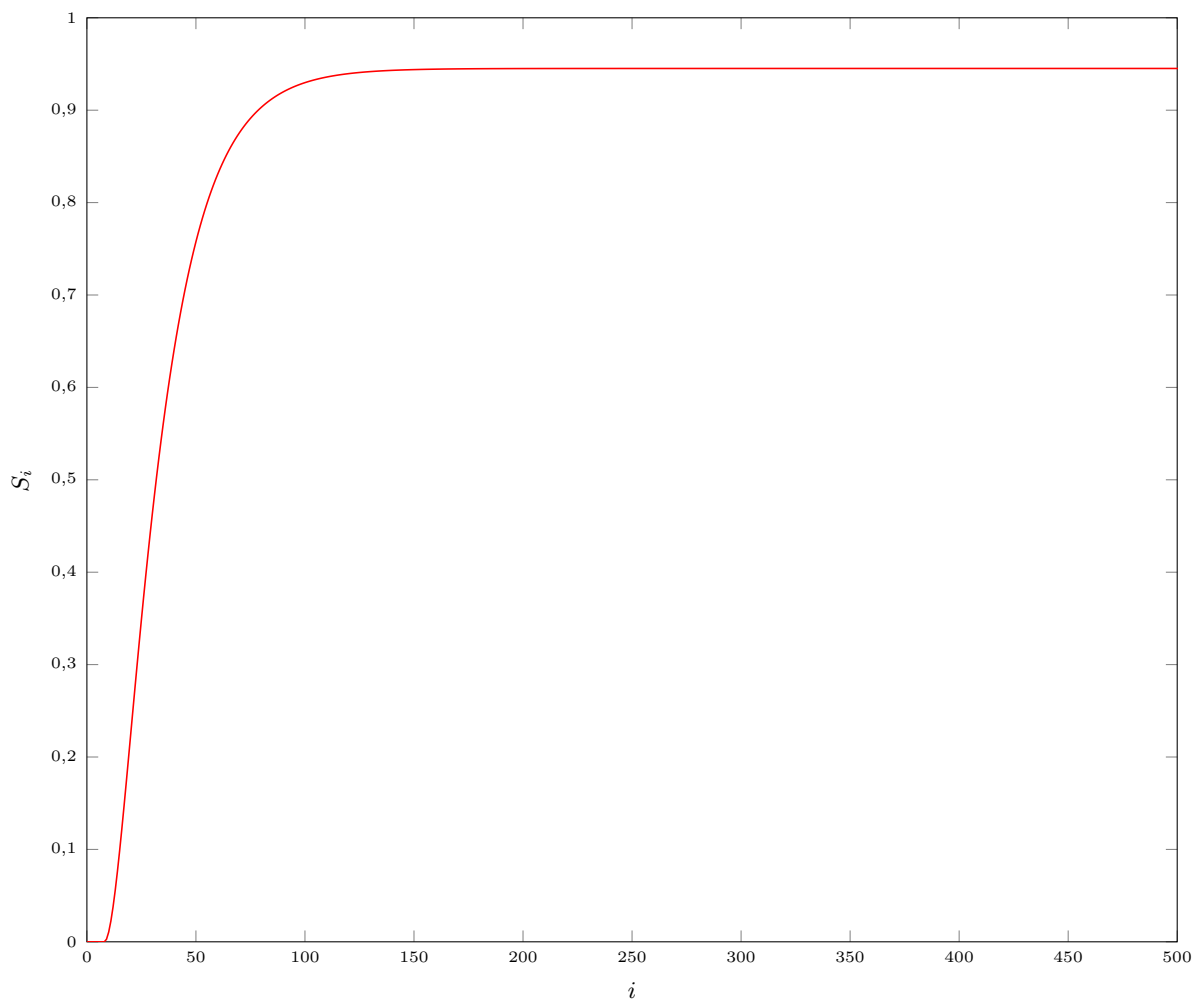


## 4. Odpowiedź skokowa

Odpowiedź skokowa to odpowiedź układu na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego w chwili  $k = 0$ . Z powodu ograniczeń sterowania obiektu, skok jednostkowy jest niemożliwy, dlatego należy przeskalować odpowiedź skokową w następujący sposób:

$$\Delta S_i = \frac{S_i^0 - Y_{pp}}{\Delta U}, \text{ dla } i = 1, \dots, N \quad (4.1)$$

gdzie  $N$  to wybrana długość odpowiedzi skokowej. Odpowiedź skokowa prezentowana na wykresie 4.1 została otrzymana z przeskalowania odpowiedzi obiektu po skoku z  $u_{pp} = 1,1$  do  $u = 1,4$ .



Rys. 4.1. Odpowiedź skokowa

## 5. Implementacja PID

Poniższy listing zawiera implementację dyskretnego regulatora PID w języku Matlab. W liniach 18, 19 i 20 obliczane są parametry  $r_0$ ,  $r_1$  i  $r_2$ , które następnie są wykorzystywane razem z uchybami z chwil  $k$ ,  $k-1$  i  $k-2$  do obliczenia przyrostu sterowania  $\Delta U$  w linii 47. W związku z istnieniem ograniczeń w postaci

$$-\Delta U^{\max} \leq \Delta U(k) \leq \Delta U^{\max} \quad (5.1)$$

gdzie  $\Delta U^{\max} = 0,1$  oraz

$$0,6 \leq U(k) \leq 1,6 \quad (5.2)$$

należy przycinać sygnał wyjściowy regulatora. Dzieje się to w liniach 50-60. Aby ograniczyć liczbę instrukcji `if` najpierw ograniczany jest przyrost sygnału sterującego  $\Delta U$ , a potem wartość sygnału sterującego  $U$ .

```
1 % Ograniczenia
2 du_max = 0.1;
3 u_min = 0.6;
4 u_max = 1.6;
5 % Punkt pracy
6 u_pp = 1.1;
7 y_pp = 2.5;
8 % Wskaznik jakosci
9 piderr = 0;
10 %Okres regulacji
11 T=1;
12 % Nastawy PID
13 params = [4.4817, 14.4945, 6.8265];
14 K = params(1);
15 Ti = params(2);
16 Td = params(3);
17
18 r0 = K * (1 + (T/(2*Ti)) + (Td/T));
19 r1 = K * ((T/(2*Ti)) - (2*Td/T) - 1);
20 r2 = K*Td/T;
21
22 % Czas symulacji
23 t_sim = 800;
24 % Zadana trajektoria
25 y_zad = ones(t_sim, 1) * 2.7;
26 y_zad(100:250) = 2.9;
27 y_zad(250:400) = 2.7;
28 y_zad(400:600) = 2.4;
29 % Inicjalizacja wektorow y, u, e
30 y = ones(t_sim, 1) * y_pp;
31 u = ones(t_sim, 1) * u_pp;
32 e = zeros(t_sim, 1);
```

```
33
34 % Petla, w ktorej odbywa sie symulacja
35 for k = 3:t_sim
36     % Symulacja obiektu
37     if k-11 <= 0
38         y(k) = symulacja_obiektu6Y(u_pp,u_pp,y(k-1),y(k-2));
39     else
40         y(k) = symulacja_obiektu6Y(u(k-10),u(k-11),y(k-1),y(k-2));
41     end
42     % Obliczenie uchybu
43     e(k) = y_zad(k) - y(k);
44     % Obliczenie wskaźnika jakości
45     piderr = piderr + e(k)^2;
46     % Obliczenie przyrostu sterowania
47     du = r2*e(k-2) + r1*e(k-1) + r0*e(k);
48
49     % Nałożenie ograniczeń
50     if du>du_max
51         du = du_max;
52     elseif du<-du_max
53         du = -du_max;
54     end
55     uk = u(k-1) + du;
56     if uk>u_max
57         uk = u_max;
58     elseif uk<u_min
59         uk = u_min;
60     end
61     u(k) = uk;
62 end
```

## 6. Implementacja DMC

Zaimplementowany regulator to DMC w wersji analitycznej „oszczędnej”, czyli w każdej chwili liczona jest tylko obecny przyrost sterowania, a nie cały wektor przewidywanych przyrostów. Poniższy fragment kodu zawiera inicjalizację potrzebnych parametrów  $D$ ,  $N$ ,  $N_u$  i  $\lambda$  oraz oblicza macierze, które są wyznaczone „offline”, czyli  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{M}_p$  i  $\mathbf{K}$ . Na ich podstawie obliczane są  $k_e$  i  $\mathbf{k}_u$ . DMC również obowiązują ograniczenia, są zaimplementowane dokładnie tak samo jak w przypadku PID.

```
1 % Ograniczenia
2 du_max = 0.1;
3 u_min = 0.6;
4 u_max = 1.6;
5 % Punkt pracy
6 u_pp = 1.1;
7 y_pp = 2.5;
8 % Nastawy
9 D = 200;
10 N = 32;
11 Nu = 3;
12 lambda = 1;
13 % Macierz M
14 M = zeros(N,Nu);
15 for i = 1:size(M,1)
16     for j = 1:size(M,2)
17         if i>=j
18             M(i,j) = s(i-j+1);
19         end
20     end
21 end
22 % Macierz Mp
23 Mp = zeros(N,D-1);
24 for i = 1:size(Mp,1)
25     for j = 1:size(Mp,2)
26         if i+j<D
27             Mp(i,j) = s(i+j) - s(j);
28         else
29             Mp(i,j) = s(D) - s(j);
30         end
31     end
32 end
33 % Macierz K
34 K = ((M'*M + lambda*eye(Nu))^-1)*M';
35 ke = sum(K(1,:));
36 ku = zeros(D-1,1);
37 for i = 1:D-1
```

```

38     ku(i) = K(1,:) * Mp(:,i);
39 end

```

Poniższy fragment zawiera główną pętlę symulacji. W lini 20 obliczany jest przyrost sterowania, na który zostają nałożone ograniczenia. Zmienna `current_sum` obliczana w lini 16 i używana do obliczenia przyrostu sterowania to składnik sumy składającej się na przyrost sterowania

$$k_u \Delta U^P(k) \quad (6.1)$$

```

1  % Petla, w ktorej odbywa sie symulacja
2  for k = 3:t_sim4
3      % Symulacja obiektu
4      if k-11 <= 0
5          y(k) = symulacja_obiektu6Y(u_pp,u_pp,y(k-1),y(k-2));
6      else
7          y(k) = symulacja_obiektu6Y(u(k-10),u(k-11),y(k-1),y(k-2));
8      end
9      % Obliczenie uchybu
10     e(k) = y_zad(k) - y(k);
11     dmcerr = dmcerr + e(k)^2;
12     % Obliczenie sumy
13     current_sum = 0;
14     for i = 1:D-1
15         if k-i > 1
16             current_sum = current_sum + ku(i) * du(k-i);
17         end
18     end
19     % Obliczenie przyrostu sterowania
20     duk = ke*e(k) - current_sum;
21
22     % Nalozenie ograniczen
23     if duk>du_max
24         duk = du_max;
25     elseif duk<-du_max
26         duk = -du_max;
27     end
28     du(k) = duk;
29     uk = u(k-1) + duk;
30     if uk>u_max
31         uk = u_max;
32     elseif uk<u_min
33         uk = u_min;
34     end
35     u(k) = uk;
36 end

```

Działanie obu regulatorów zostanie zaprezentowane w kolejnych punktach.

## 7. Dobranie nastaw regulatorów metodą eksperymentalną

Zadanie 5 polegało na dobraniu nastaw regulatora PID i DMC metodą eksperymentalną w oparciu o przebiegi i wskaźnik jakości regulacji  $E$ :

$$E = \sum_{k=1}^{k_{\text{konc}}} (y^{\text{zad}}(k) - y(k))^2 \quad (7.1)$$

dla zaproponowanej przez nas trajektorii zmian sygnału zadanego  $y^{\text{zad}}$  (Rys 6.1.).

Ponieważ wskaźnik  $E$  zliczany był już w poprzednim zadaniu, kod Matlabowy będzie tu taki sam jak w zadaniu 4.

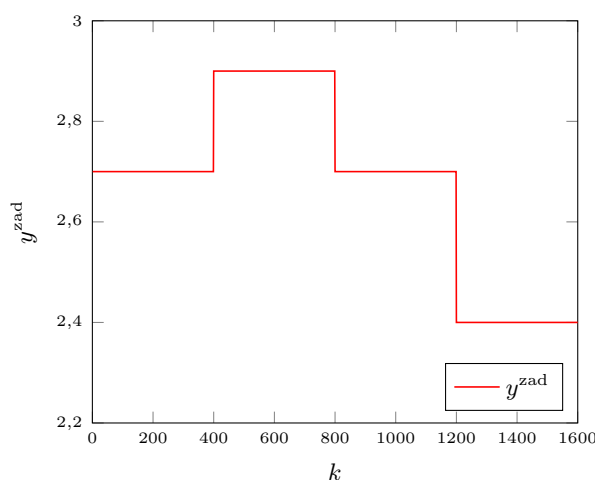
### 7.1. Eksperymentalne dobranie parametrów PID

Do eksperymentalnego dobrania parametrów PID użyto następującej metody eksperymentalnej:

1. Zwiększanie wpływu członu P przy wyłączonych członach I i D, aż dla pojedynczego skoku wartości zadanej, wartość regulowana będzie wykonywała stałe, niegasnące oscylacje wokół wartości zadanej.
2. Dla wartości równej połowie uzyskanej w kroku pierwszym i wyłączonym członie D, dobranie wartości  $T_i$  dającej zadowalające wyniki.
3. Dla wartości  $K$  i  $T_i$  dobranych w kroku drugim, dobranie wartości  $T_d$  dającej zadowalające wyniki.

Stałe oscylacje obiektu osiągnięto dla  $K_{\text{kryt}} = 3,95$  (Rys 6.2.).

Warto zaznaczyć, że z powodu ograniczeń, każda wartość oscylacji powodująca ich rośnięcie doprowadzi w końcu do stałych oscylacji - należy więc być ostrożnym z dobieraniem parametru



Rys. 7.1. Trajektoria zmian sygnału  $y^{\text{zad}}$  na której przeprowadzimy symulacje

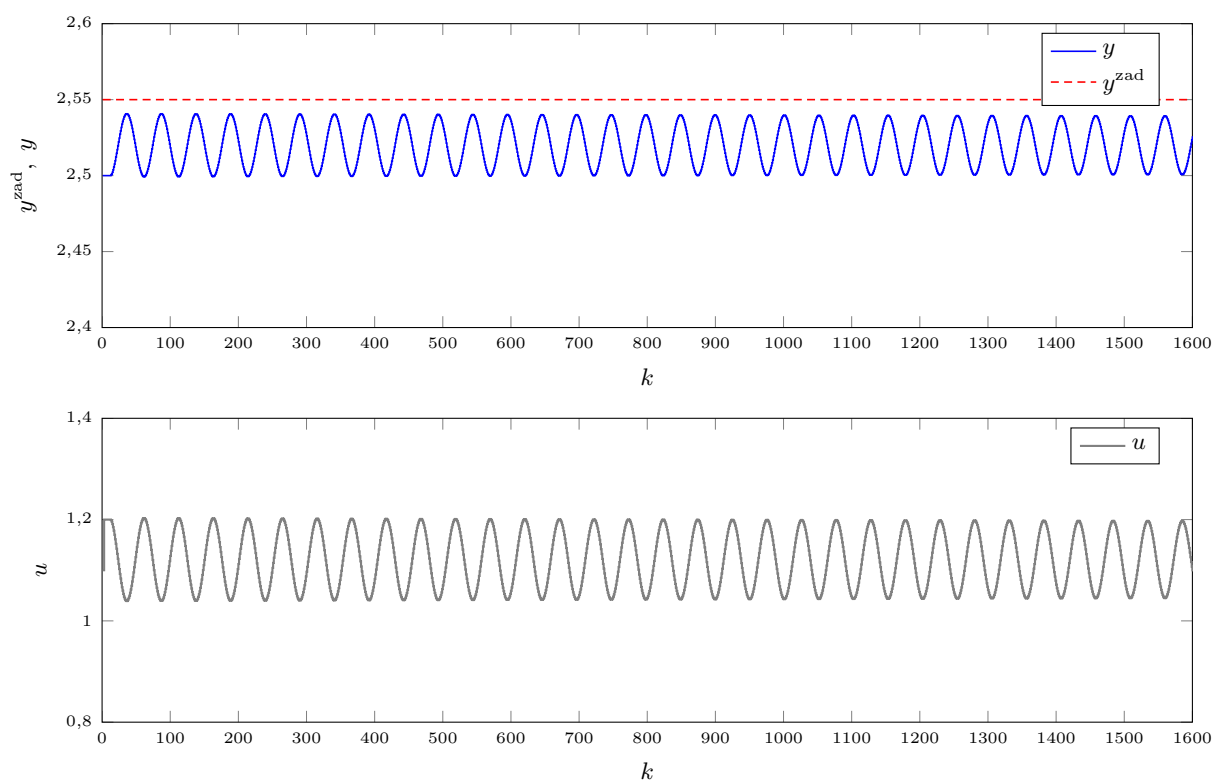
$K$ , żeby parametr  $u$  nie został obciążony przez minimalizację, gdyż mogłoby to fałszywie sugerować stałość oscylacji.

Dla  $K = \frac{1}{2}K_{\text{kryt}}$  wyznaczonego z oscylacji otrzymujemy przebieg z Rys 6.3.

Uchyb ustalony jest zdecydowanie za wysoki, żeby uznać regulację za zadowalającą. Dobierzemy więc teraz parametr  $T_i$  włączając tym samym człon całkujący. Powinno pomóc to zredukować uchyb ustalony. Na rysunkach 6.4 - 6.12 przedstawiono regulację dla różnych, eksperymentalnie dobieranych wartości parametru  $T_i$ .

Widzimy, że najmniejszy błąd  $E$  wystąpił dla  $T_{\text{mi}} = 24$ . Warto też zauważyć, że dla mniejszych wartości  $T_i$  zaczęły występować wolno gasnące oscylacje wartości wyjściowej. Jak widać jednak na Rys 6.9, oscylacje te są na tyle małe i gasną wystarczająco szybko, że można je tolerować. Następnym krokiem jest dobranie parametru  $T_d$ . Dobierany był dla parametru  $K = 1,975$  i parametru  $T_i = 24$ .

Jak widać z tabelki dodanie członu różniczkującego zwiększyło wartość błędu  $E$ . Na rysunkach widać jednak, że występujące wcześniej oscylacje znacznie zmniejszyły się dzięki działaniu członu,

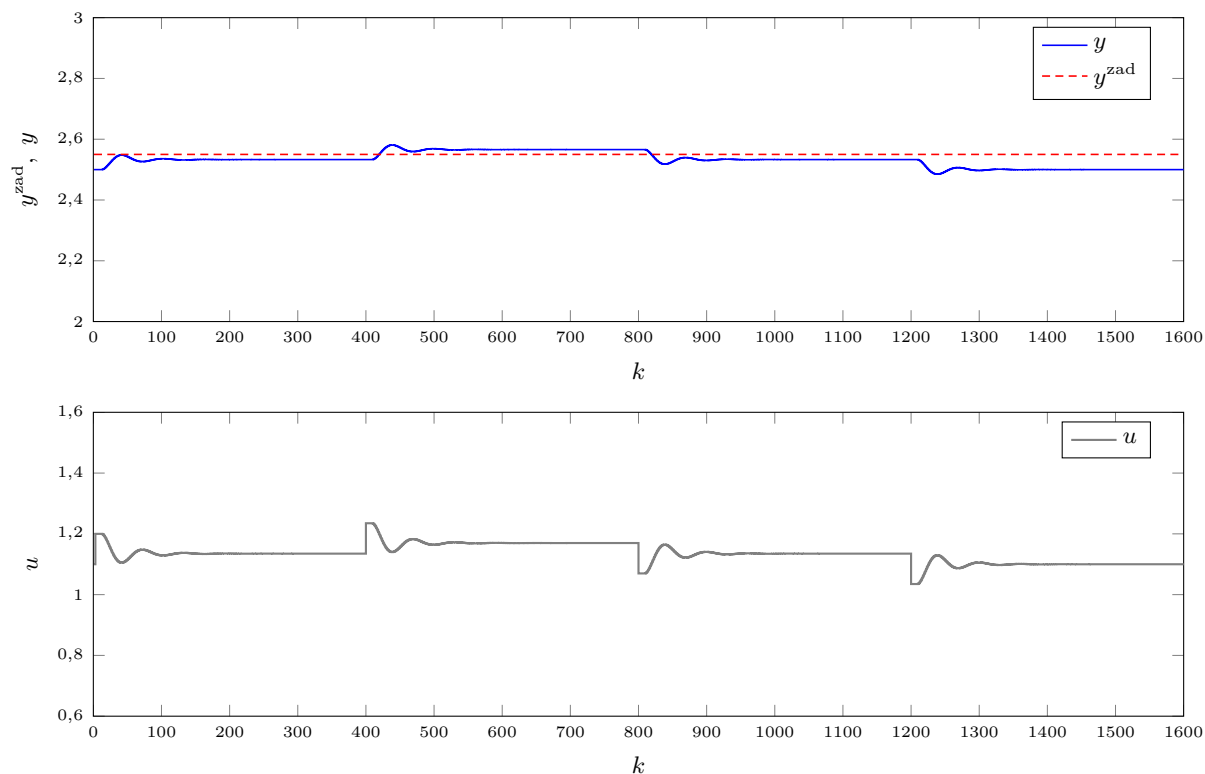


Rys. 7.2. Stałe (w pewnym przybliżeniu) oscylacje wartości wyjściowej  $y$

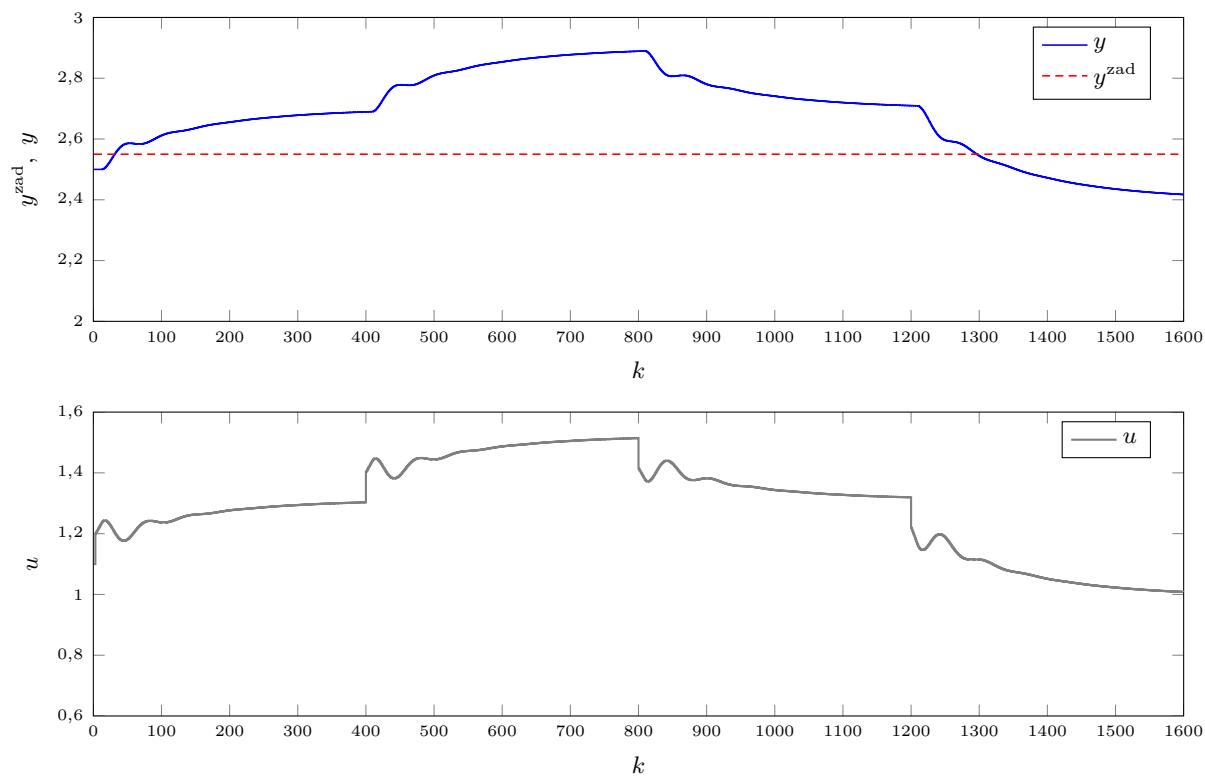
Tab. 7.1. Porównanie wielkości błędu  $E$  dla różnych wartości parametru  $T_i$  i dla parametru  $K = 1,975$

$T_i$	$E$
<i>inf</i>	71,3457
100	13,9366
50	7,8122
30	5,8606
27	5,6896
25	5,6210
24	5,6081
22	5,6506
20	5,8522
10	18,3320

co jest pożądane, zwłaszcza dla obiektów rzeczywistych. Można dobrać różne wartości  $T_d$  w zależności od pożądanego tłumienia oscylacji, jako kompromis między tłumieniem a wskaźnikiem



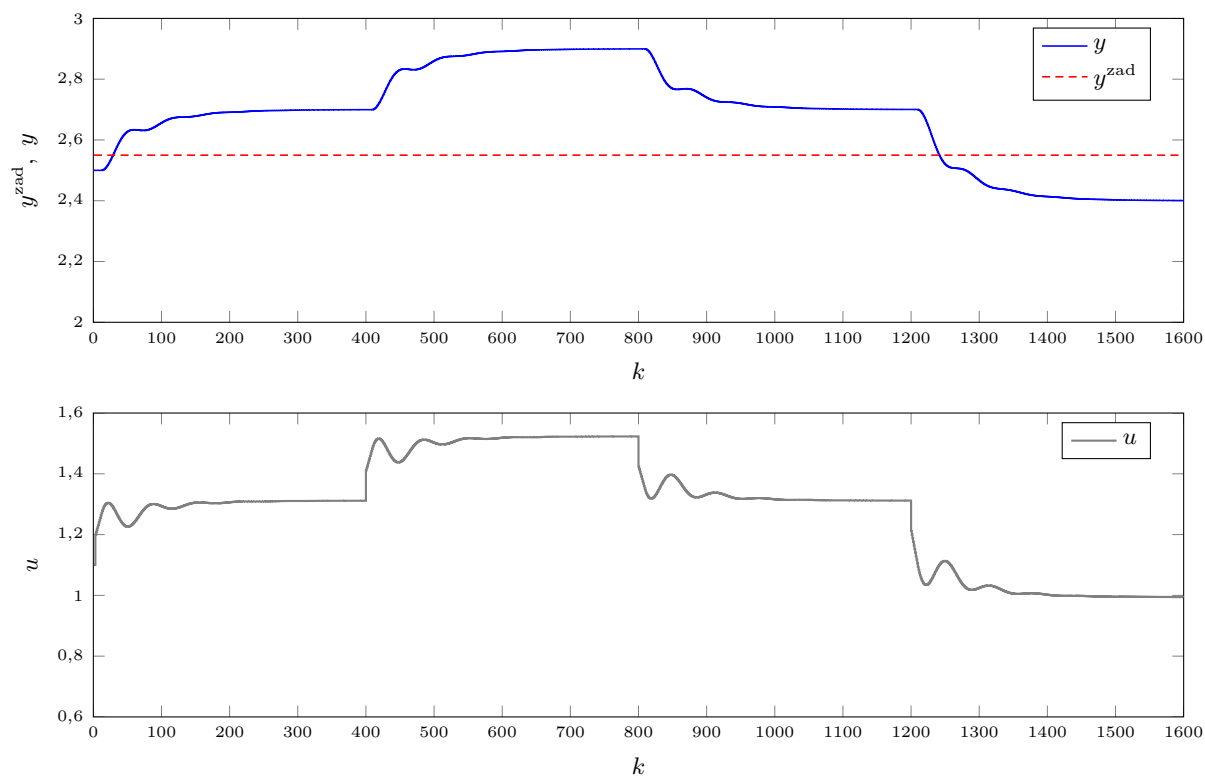
Rys. 7.3. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = \text{inf}$ ,  $T_d = 0$



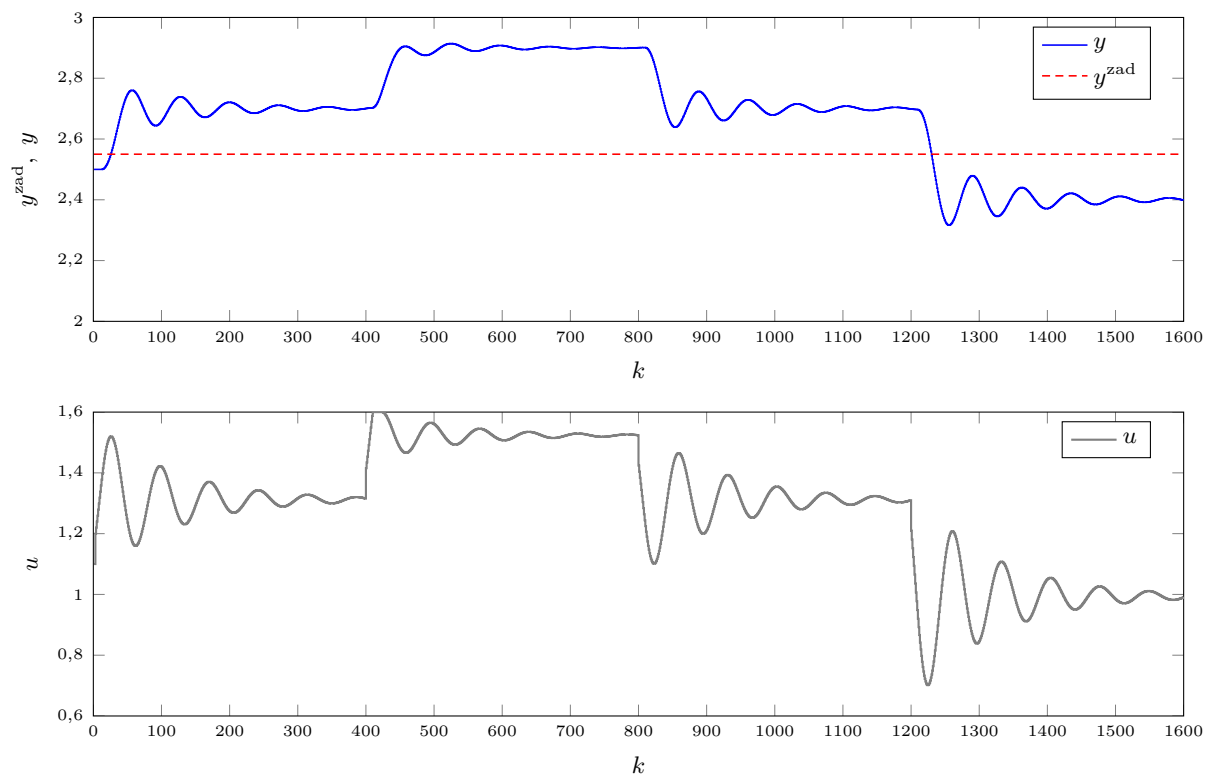
Rys. 7.4. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 100$ ,  $T_d = 0$



jakości  $E$  wybrane zostało  $T_d = 3$  (Rys 6.17). Ostateczne parametry PID otrzymane w wyniku

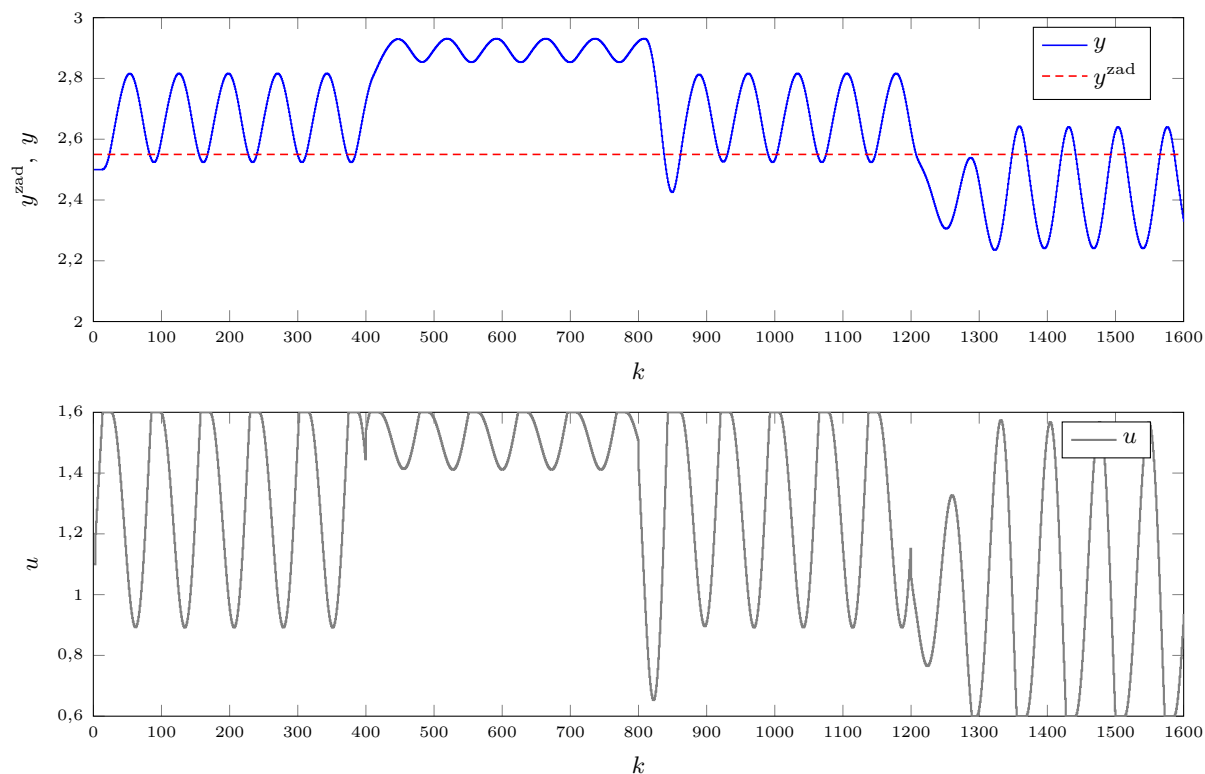


Rys. 7.5. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 50$ ,  $T_d = 0$

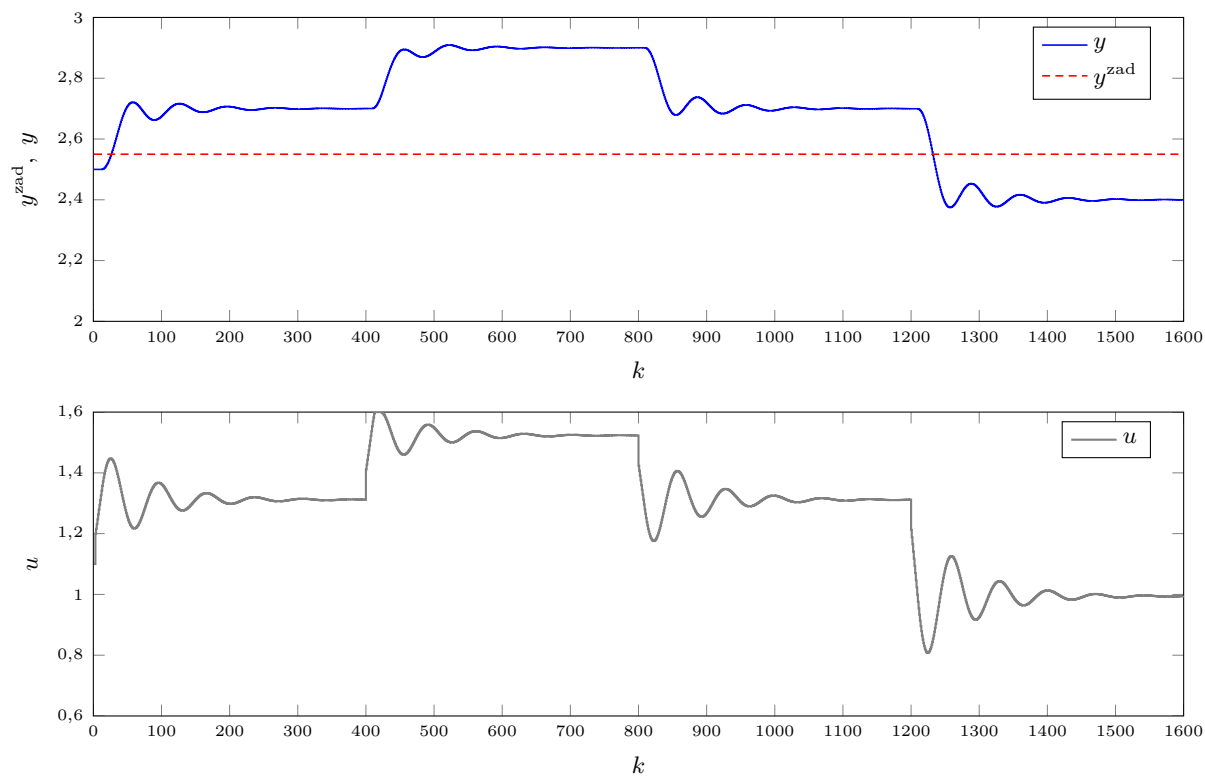


Rys. 7.6. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 20$ ,  $T_d = 0$

eksperymentów to:  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 3$ . Oczywiście nie są to pewnie idealne parametry regulatora.



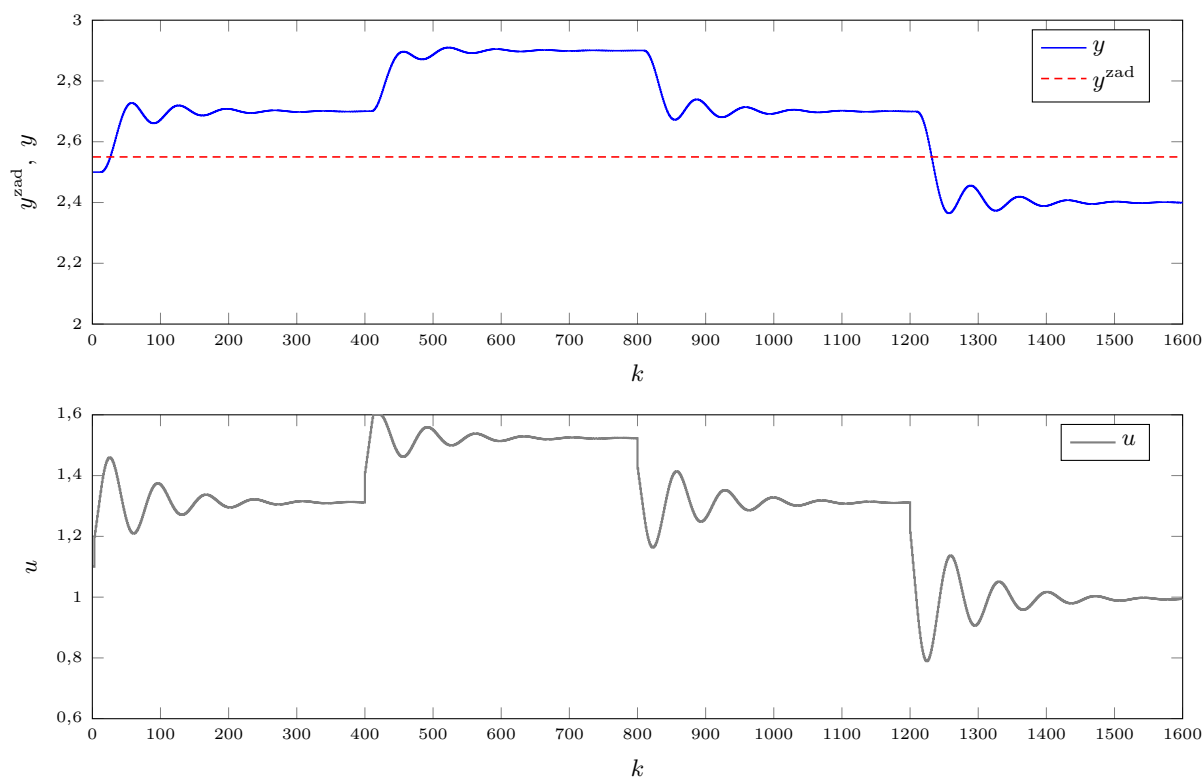
Rys. 7.7. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 10$ ,  $T_d = 0$



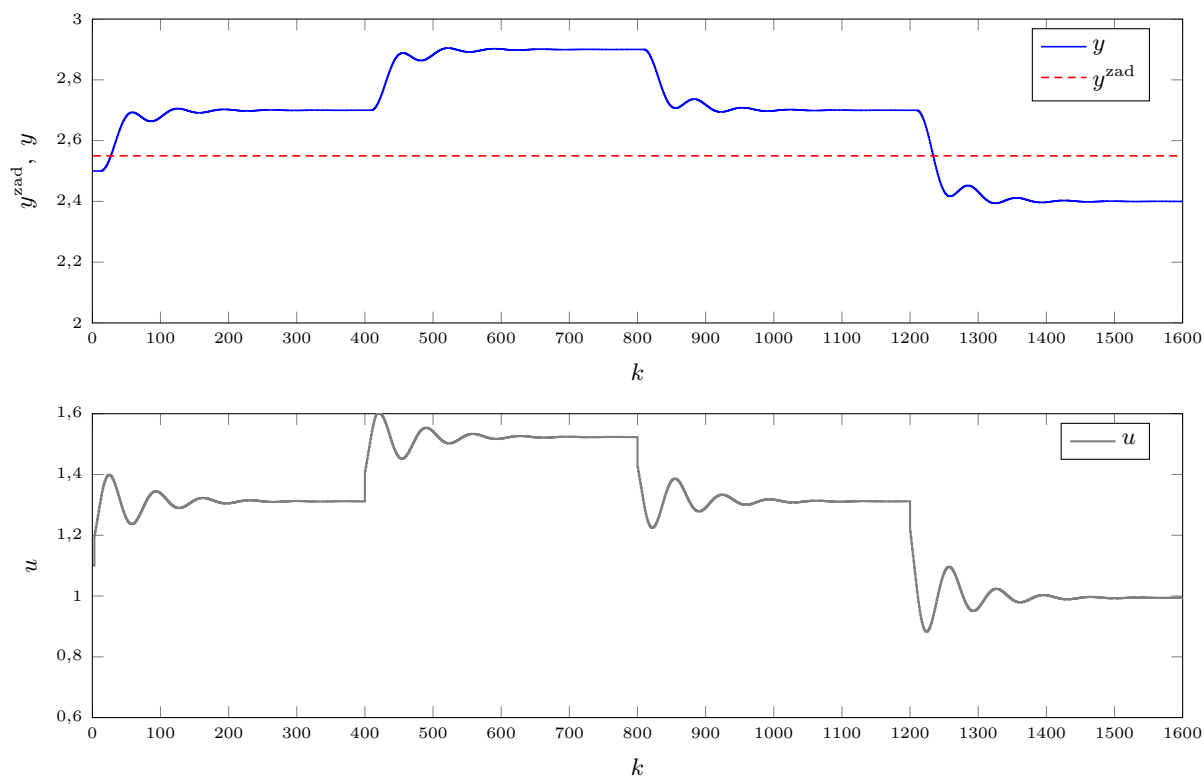
Rys. 7.8. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 25$ ,  $T_d = 0$

## 7.2. Eksperymentalne dobranie parametrów DMC

Do eksperymentalnego dobrania parametrów DMC użyto następującej metody eksperymentalnej:

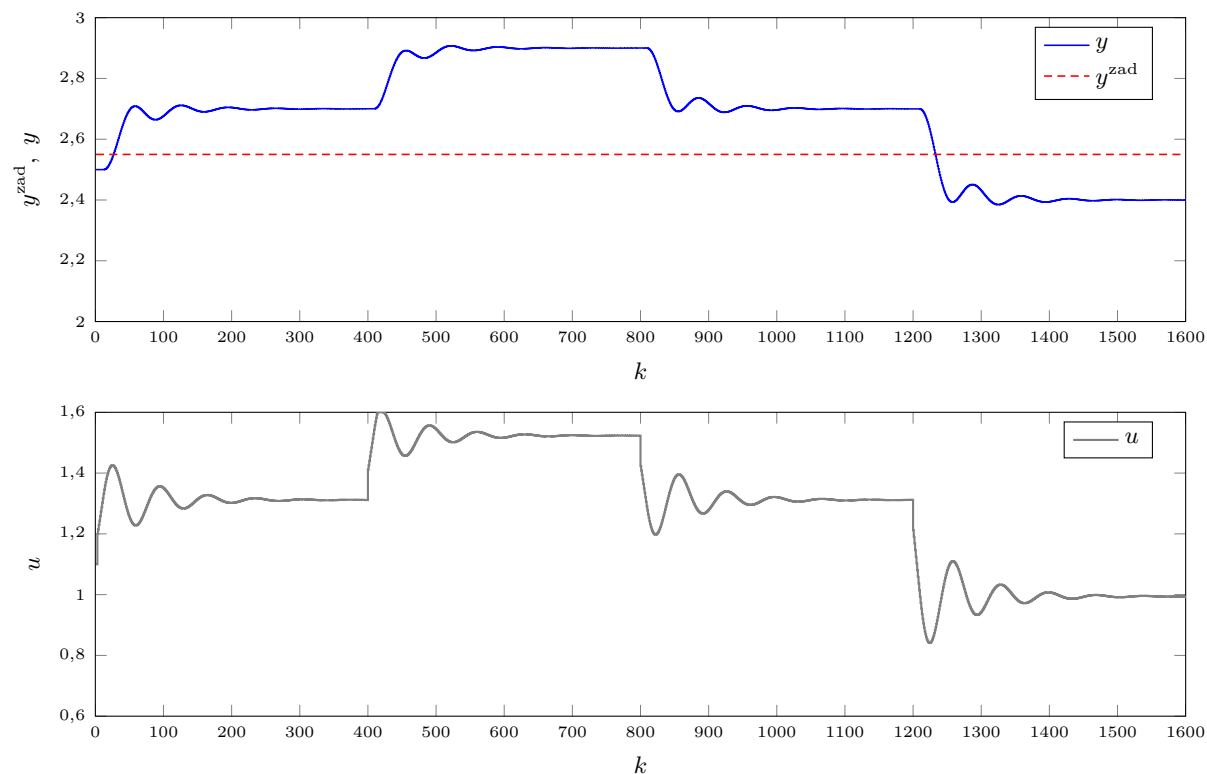
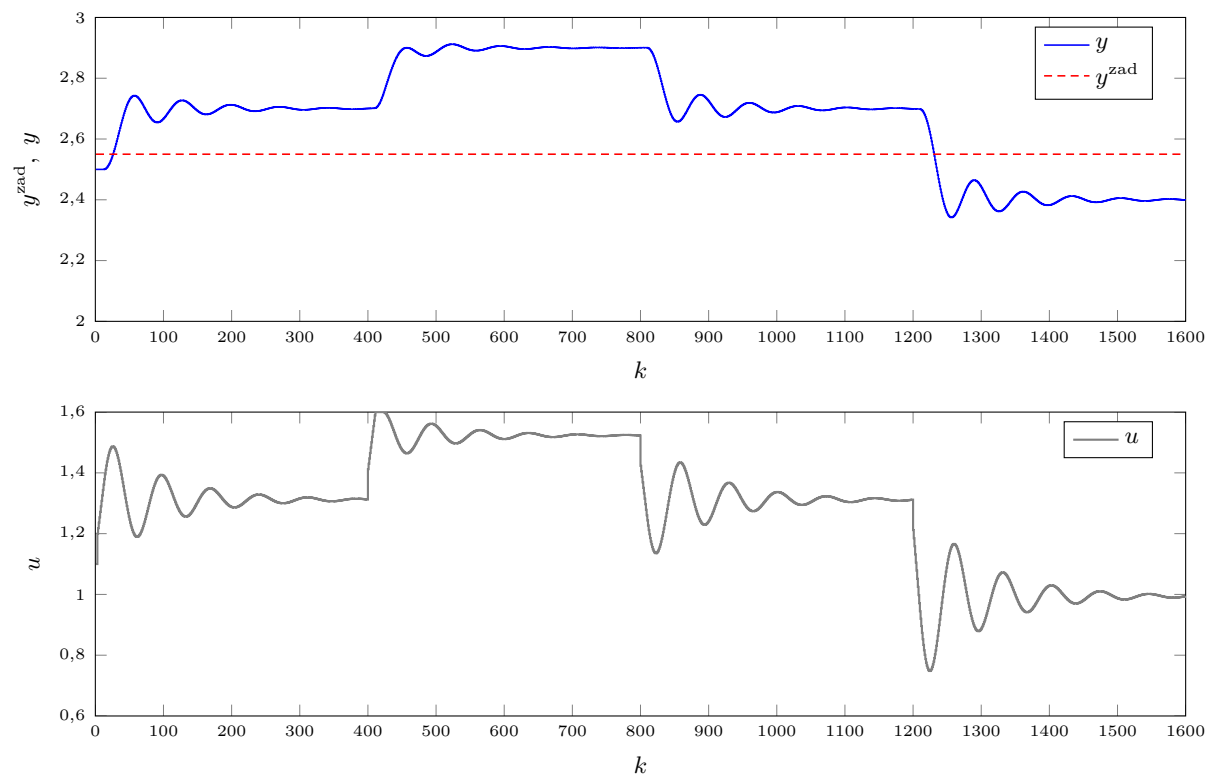


Rys. 7.9. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 0$

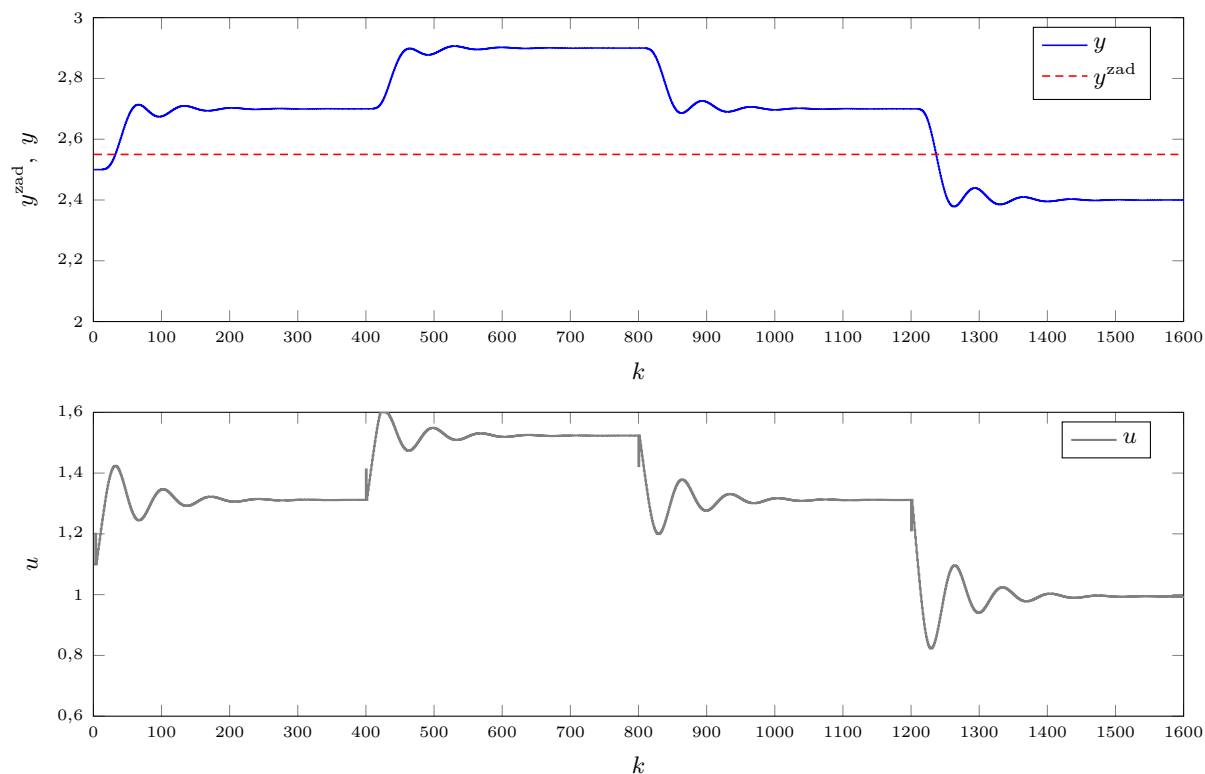


Rys. 7.10. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 30$ ,  $T_d = 0$

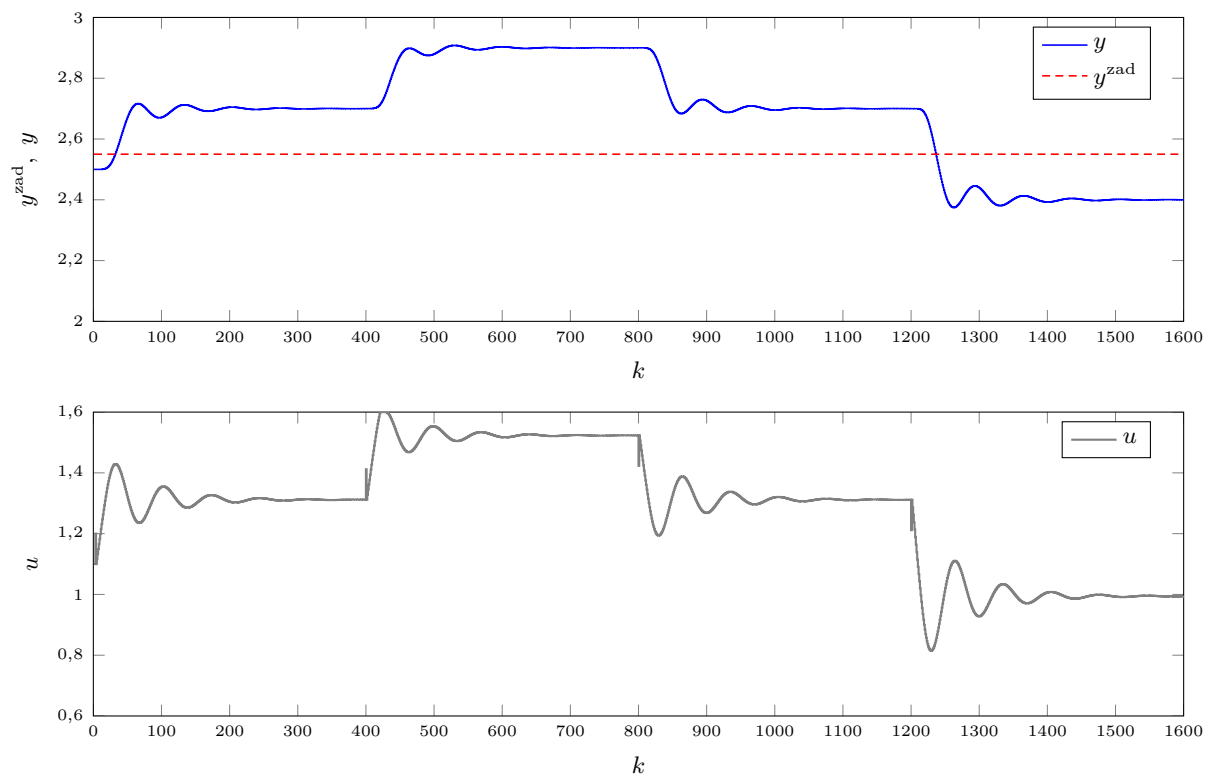
1. Przyjęcie maksymalnego możliwego parametry  $D$ , równego długości odpowiedzi skokowej aż do jej ustabilizowania, w naszym przypadku  $D = 200$ .

Rys. 7.11. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 27$ ,  $T_d = 0$ Rys. 7.12. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 22$ ,  $T_d = 0$

2. Dla maksymalnie dużego parametru  $D$  stopniowe zmniejszanie parametrów  $N$  i  $N_u$  ( $N$  musi być cały czas równe  $N_u$ , aż osiągniemy zadowalające wyniki).

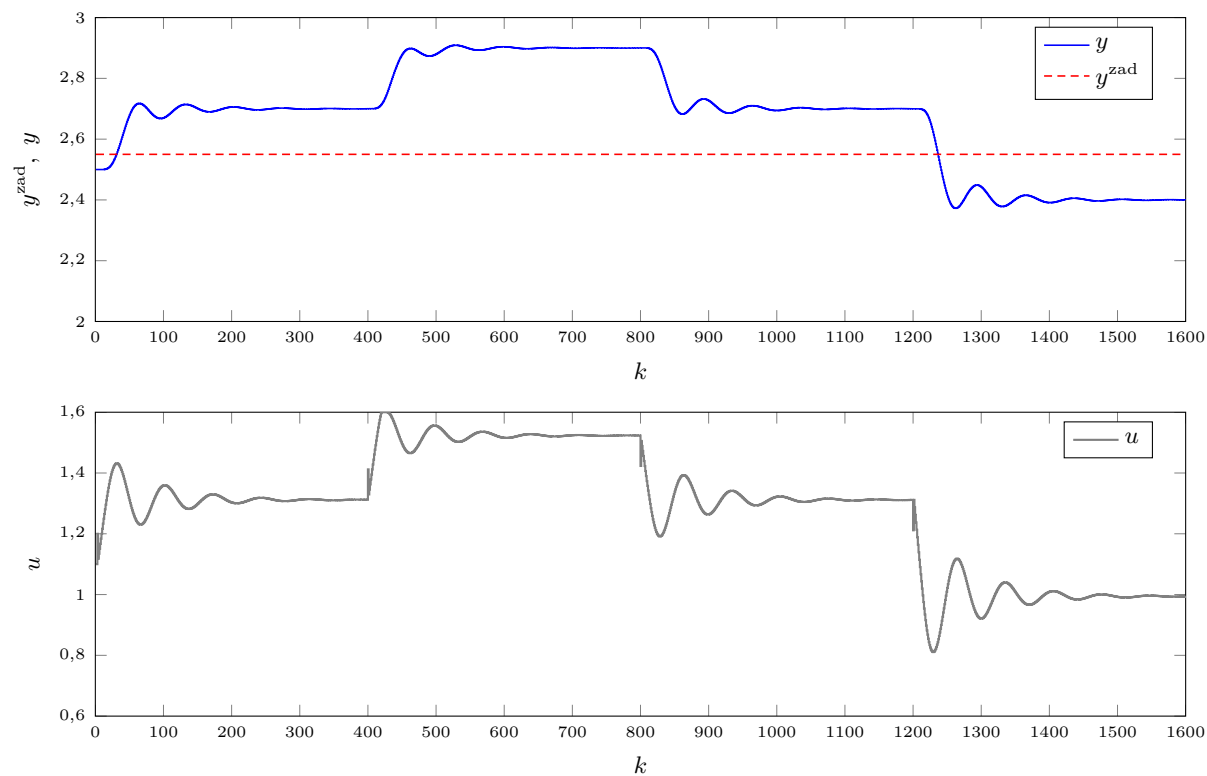


Rys. 7.13. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 1$

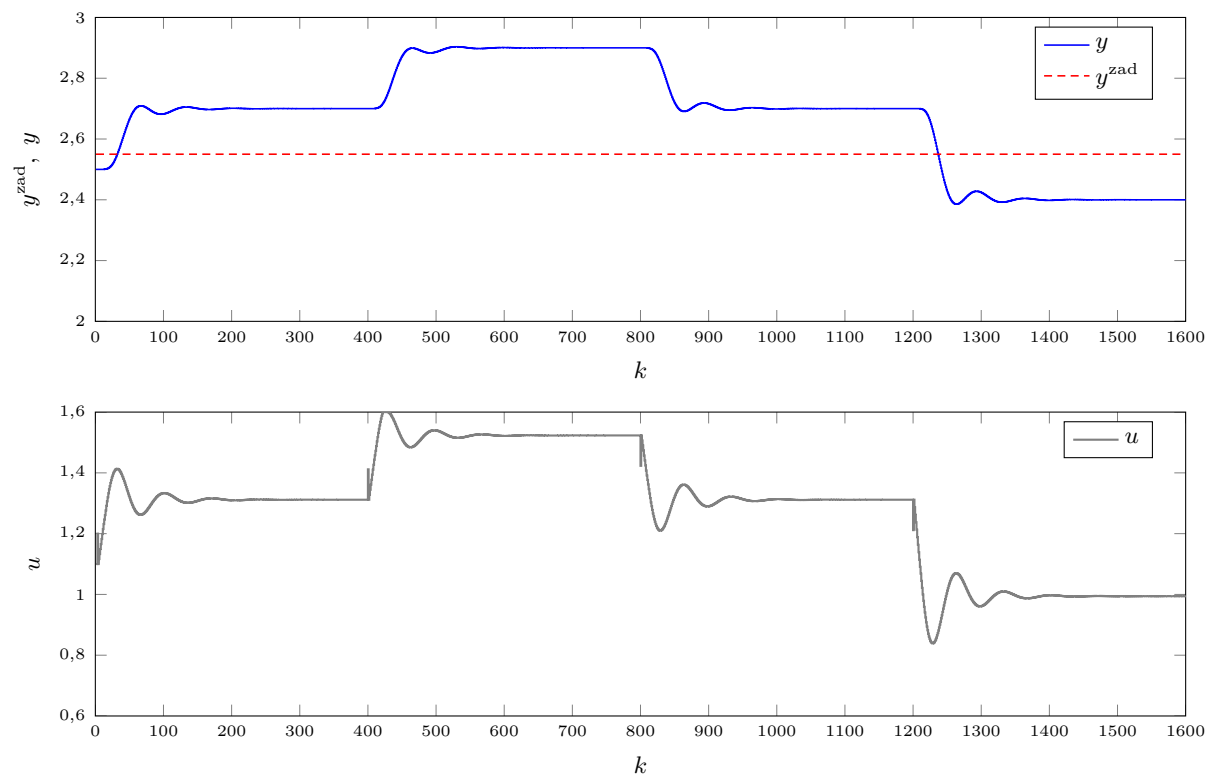


Rys. 7.14. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 0,5$

3. Dla tak dobranych parametrów  $D$  i  $N$  dobranie parametru  $N_u$  dającego zadowalające wyniki.

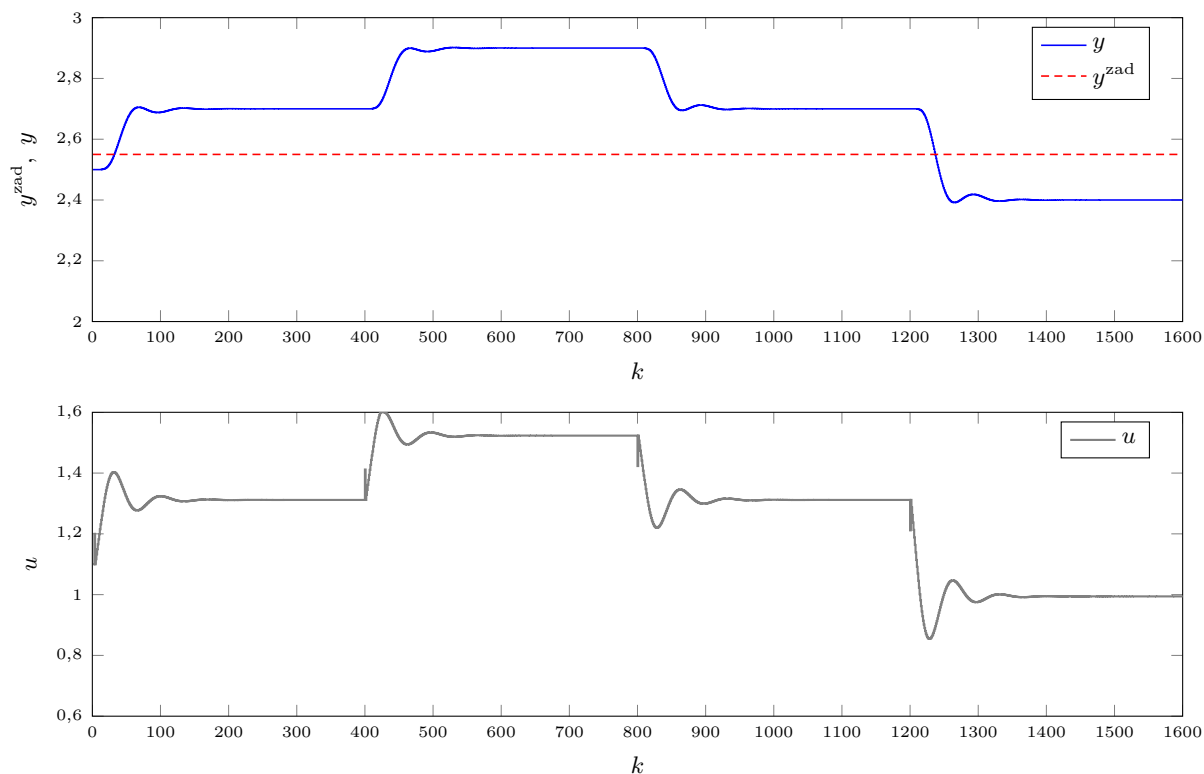


Rys. 7.15. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 0,25$

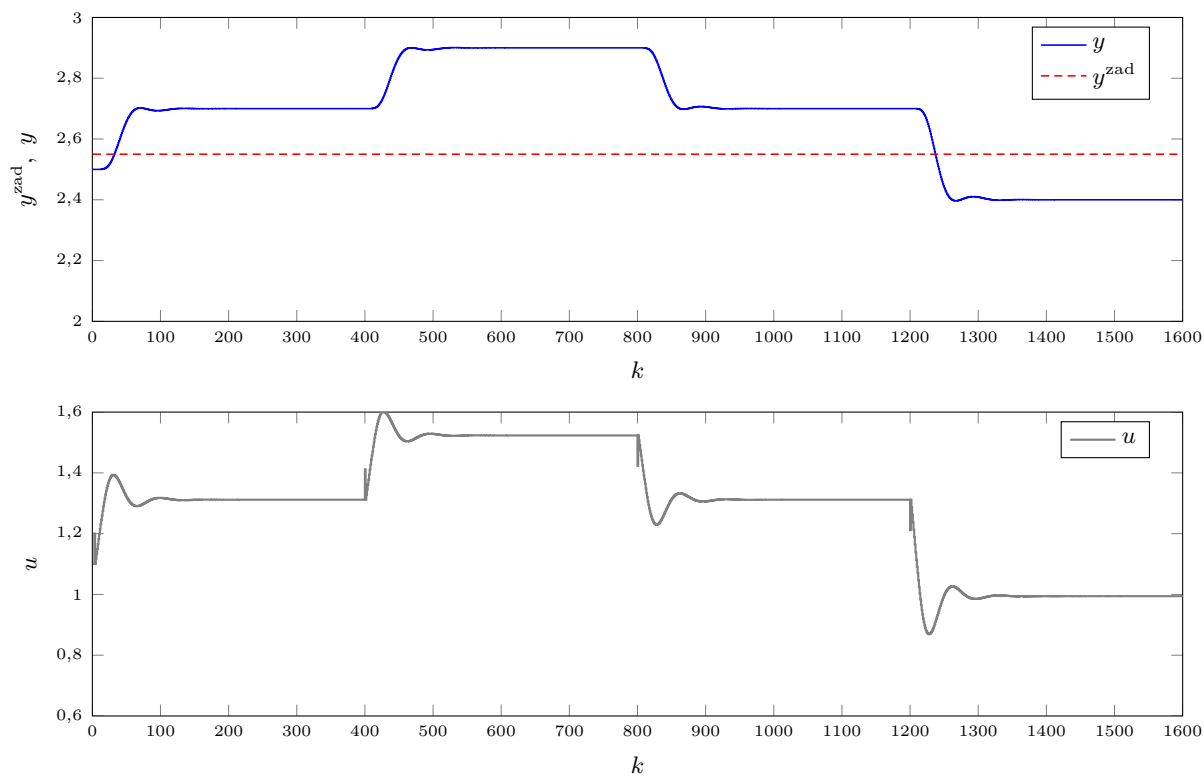


Rys. 7.16. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 2$

Wyjściowy regulator DMC ( $D = N = N_u = 200$ ) przedstawiony jest na Rys 6.13. Po błędzie i ryunku widać, że już i taki regulator DMC sprawia się lepiej niż regulator PID. Ponieważ dla



Rys. 7.17. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 3$



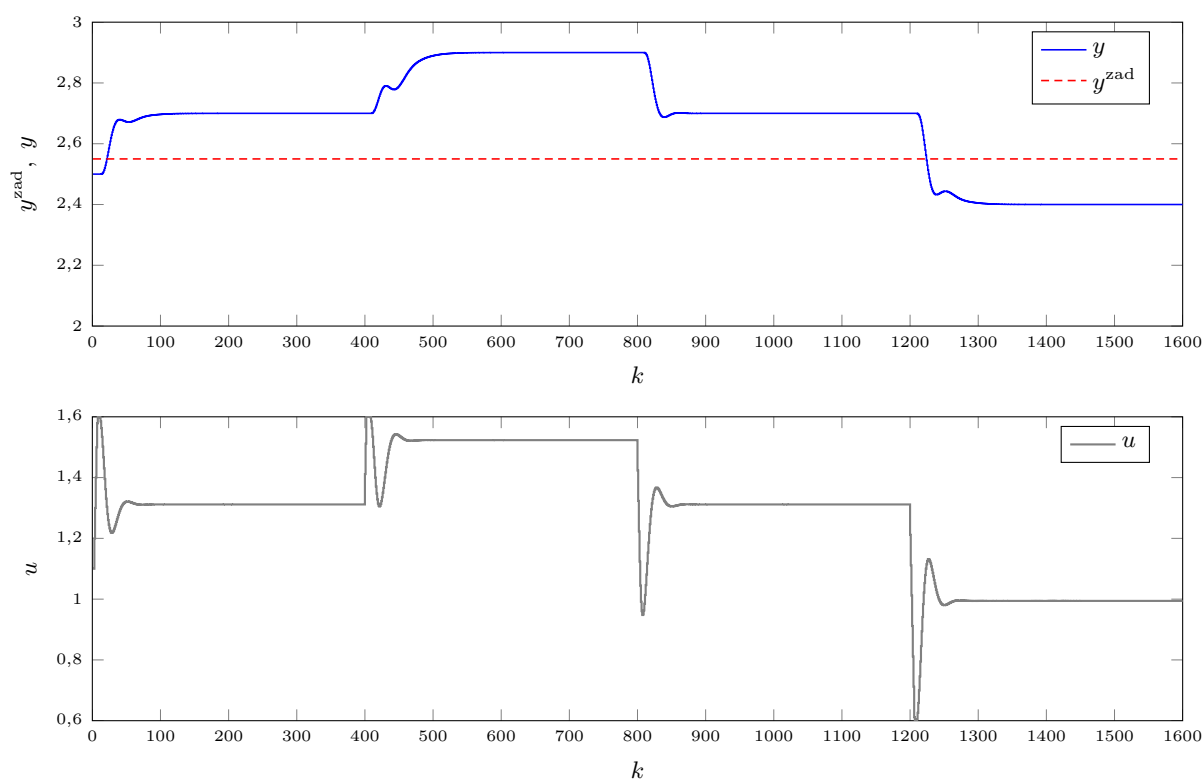
Rys. 7.18. Regulator PID dla  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 4$

wartości  $N \geq 50$  regulator zachowywał się w przybliżeniu identycznie nie zamieszczone zostały wykresy dla nich.

Większość przebiegów zapewnia zadowalający kształt funkcji wyjściowej, dlatego wybierając

Tab. 7.2. Porównanie wielkości błędu  $E$  dla różnych wartości parametru  $T_d$  i dla parametru  $K = 1.975$  oraz parametru  $T_i = 24$

$T_d$	$E$
0	5,6081
0,5	6,6090
0,25	6,4963
1	6,5853
2	6,5632
3	6,5644
4	6,5808



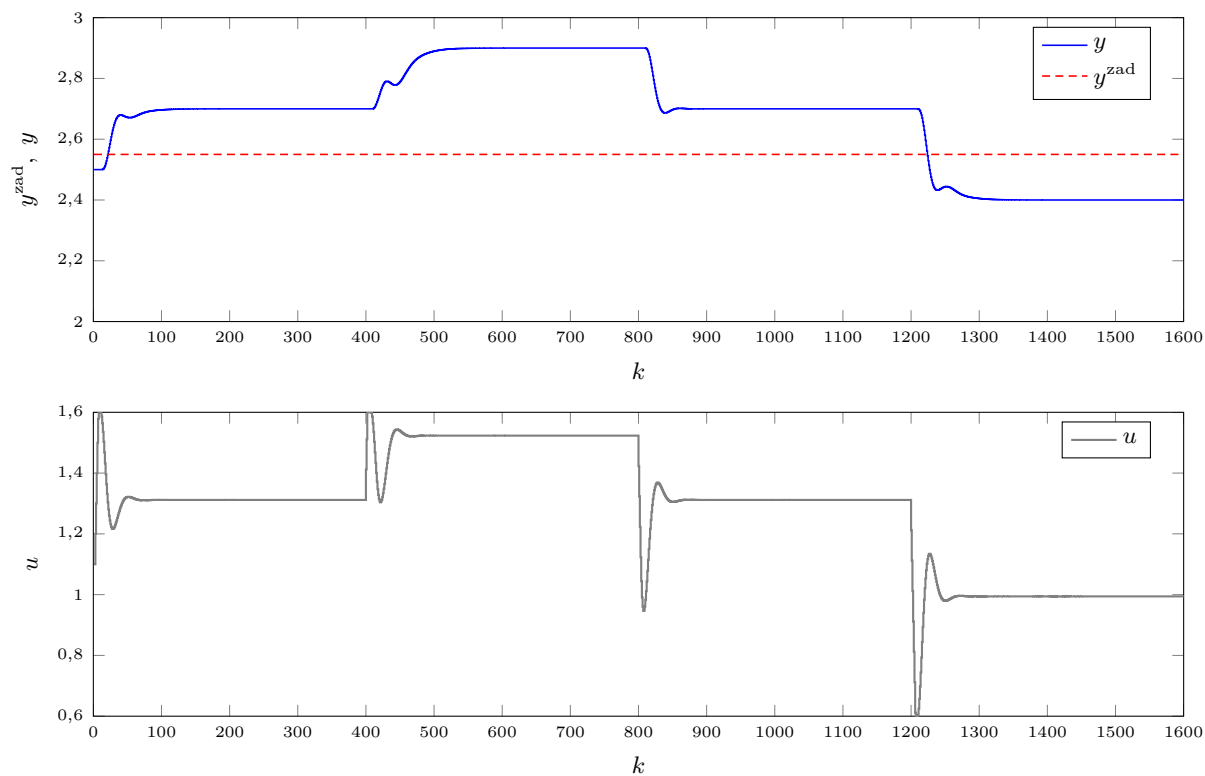
Rys. 7.19. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 200$ ,  $N_u = 200$

Tab. 7.3. Porównanie wielkości błędu  $E$  dla różnych wartości parametrów  $N$  i  $N_u$  i dla parametru  $D = 200$

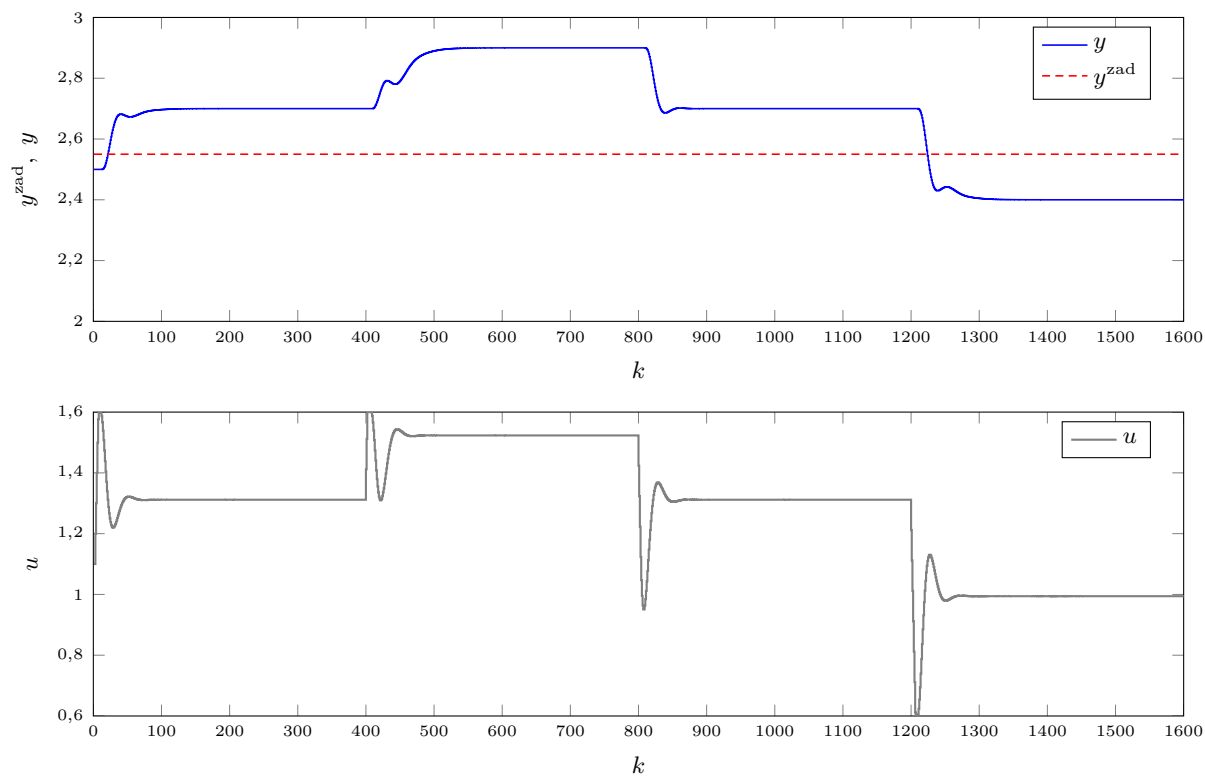
$N$ i $N_u$	$E$
200	4,8557
150	4,8557
100	4,8557
50	4,8556
40	4,8571
35	4,8403
30	4,8356
32	4,8301
27	4,8876
25	4,9796
20	5,3776



najlepszą wartość parametru  $N$  kierować będziemy się wartością wskaźnika jakości  $E$ , co sprawia, że najlepszą regulację otrzymujemy dla  $N = N_u = 32$ . Wartość parametru  $N_u$  dobierana więc

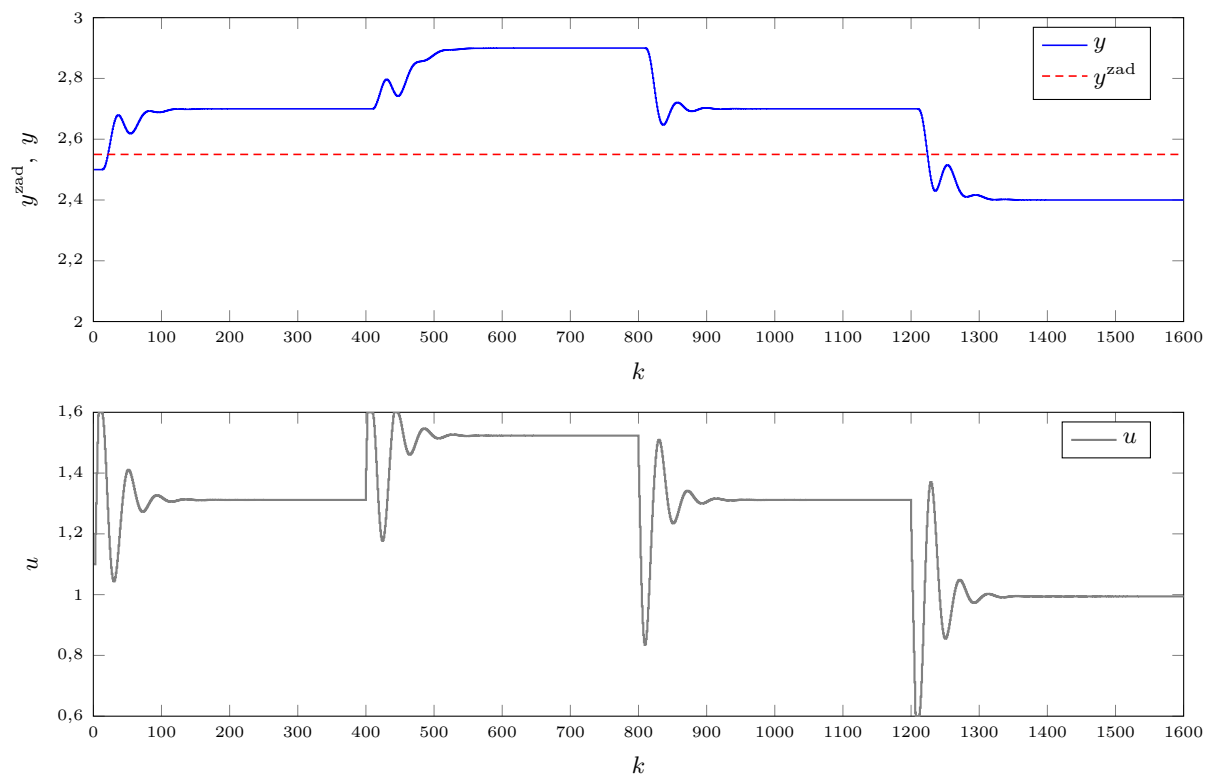


Rys. 7.20. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 40$ ,  $N_u = 40$

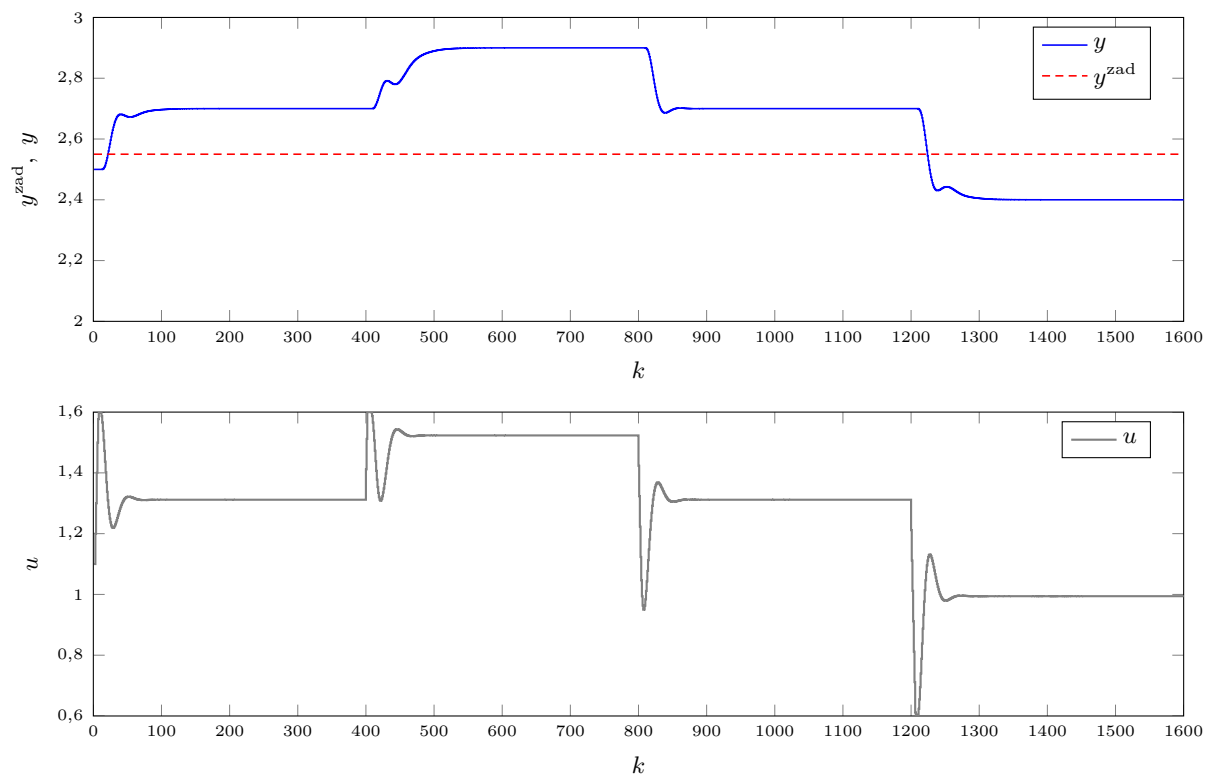


Rys. 7.21. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 30$ ,  $N_u = 30$

będzie dla  $D = 200$  i  $N = 32$ . Ponieważ dla wartości  $N_u \geq 18$  regulator zachowywał się w przybliżeniu identycznie nie zamieszczone zostały wykresy dla nich.

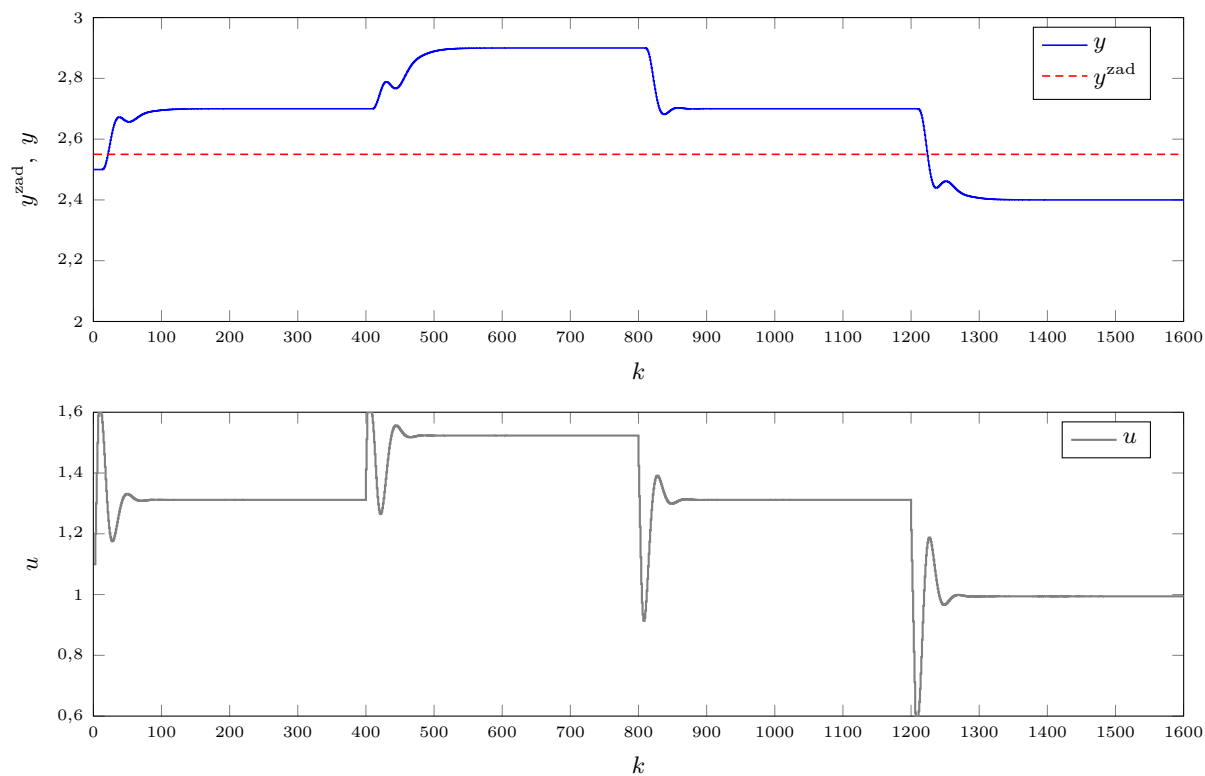


Rys. 7.22. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 20$ ,  $N_u = 20$

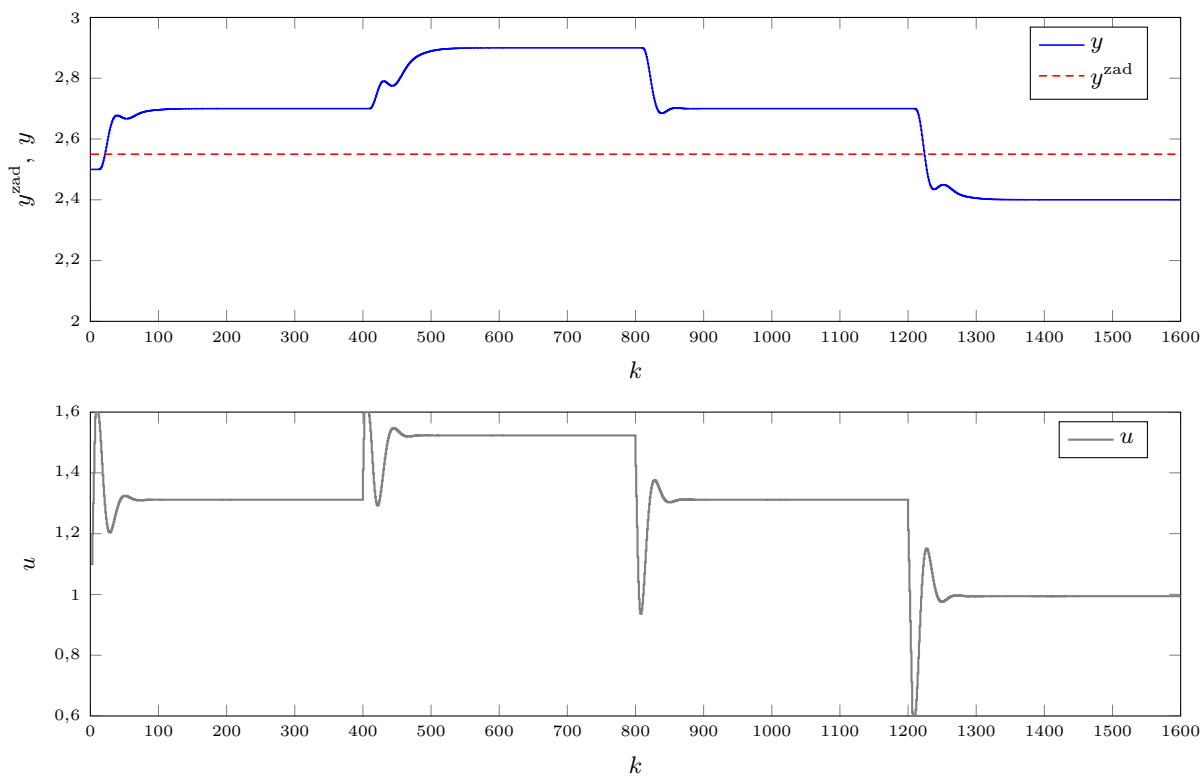


Rys. 7.23. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 35$ ,  $N_u = 35$

Dla różnych wartości parametru  $N_u$  przebiegi są w większości podobne, jedynie wartość wskaź-

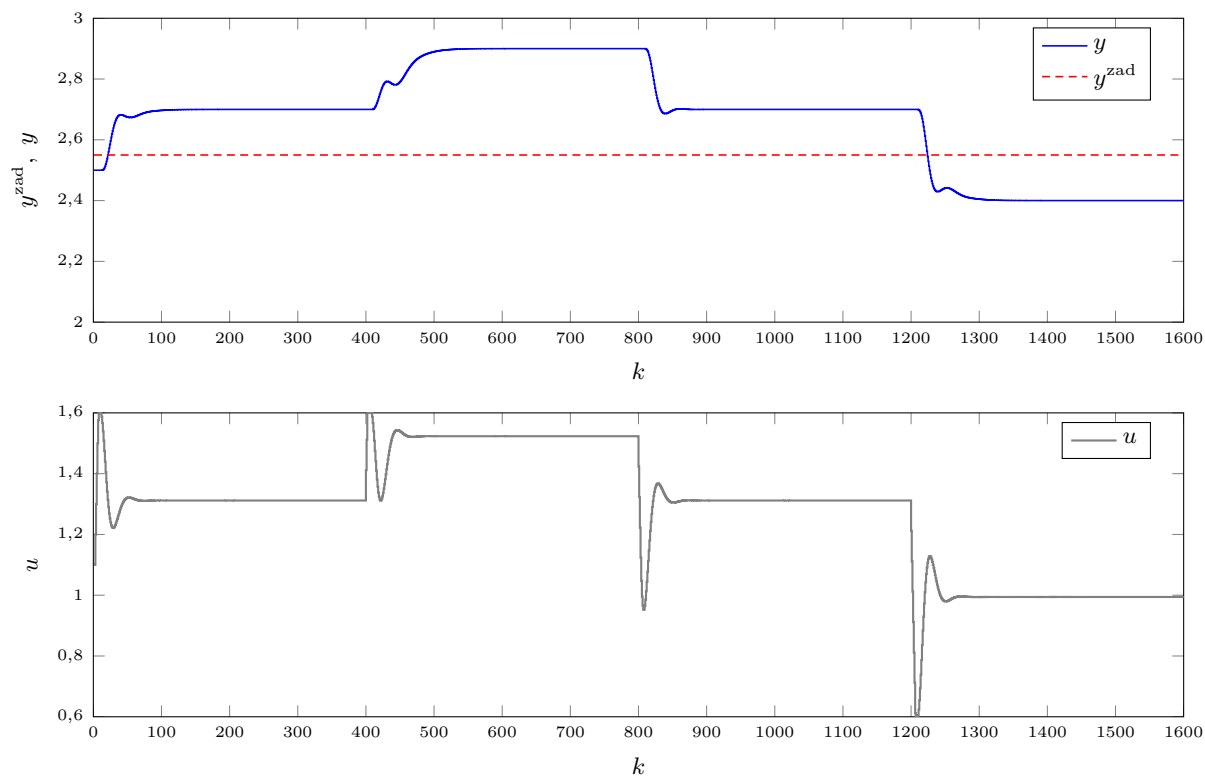


Rys. 7.24. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 25$ ,  $N_u = 25$

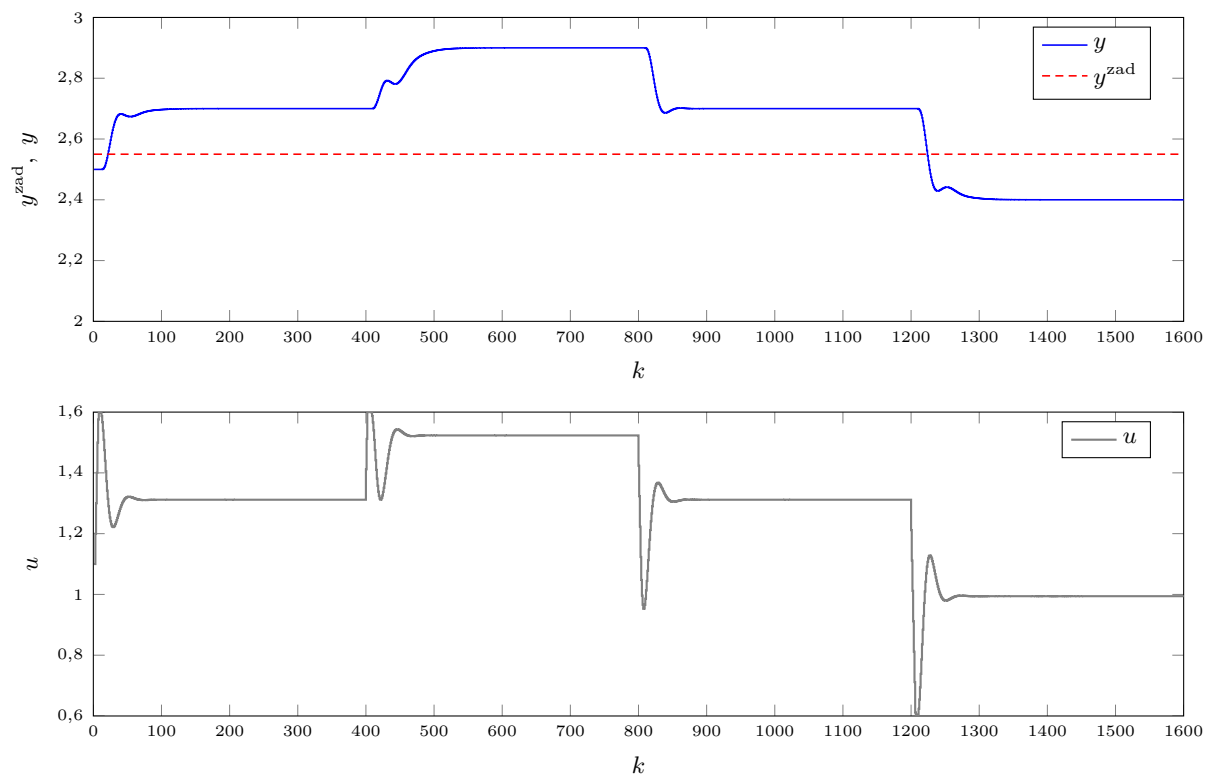


Rys. 7.25. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 27$ ,  $N_u = 27$

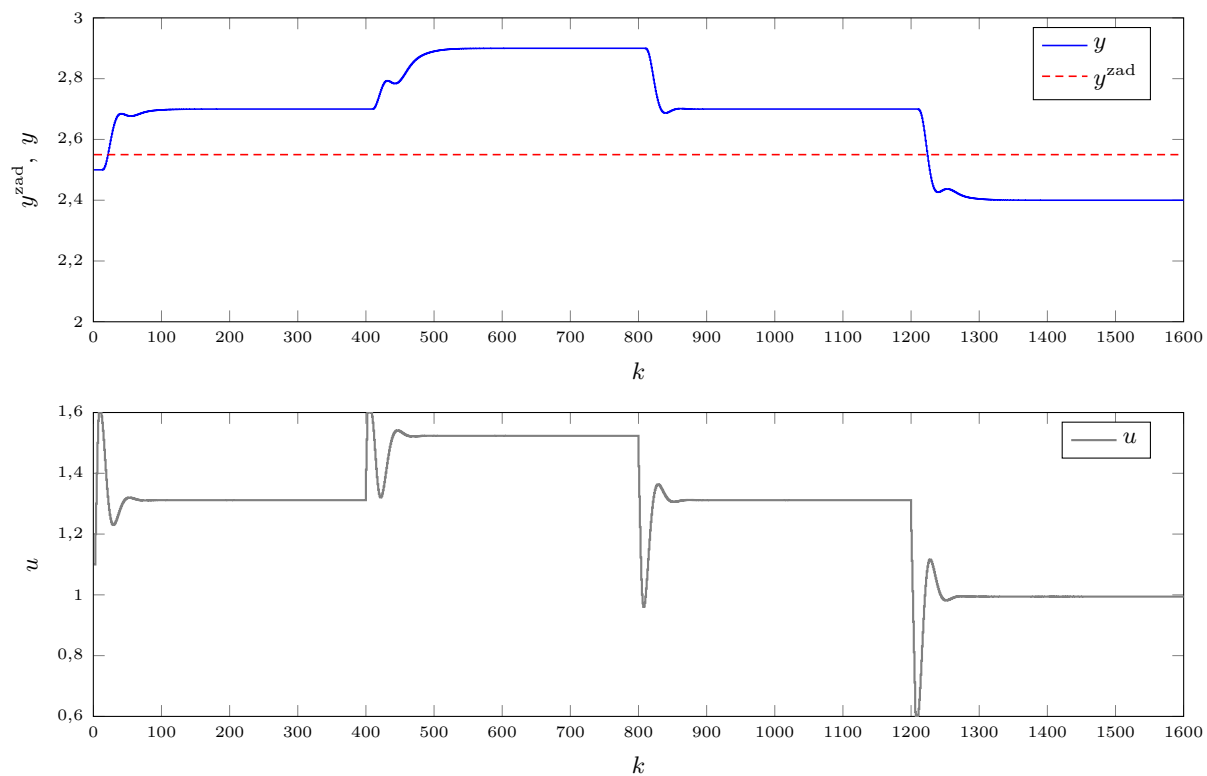
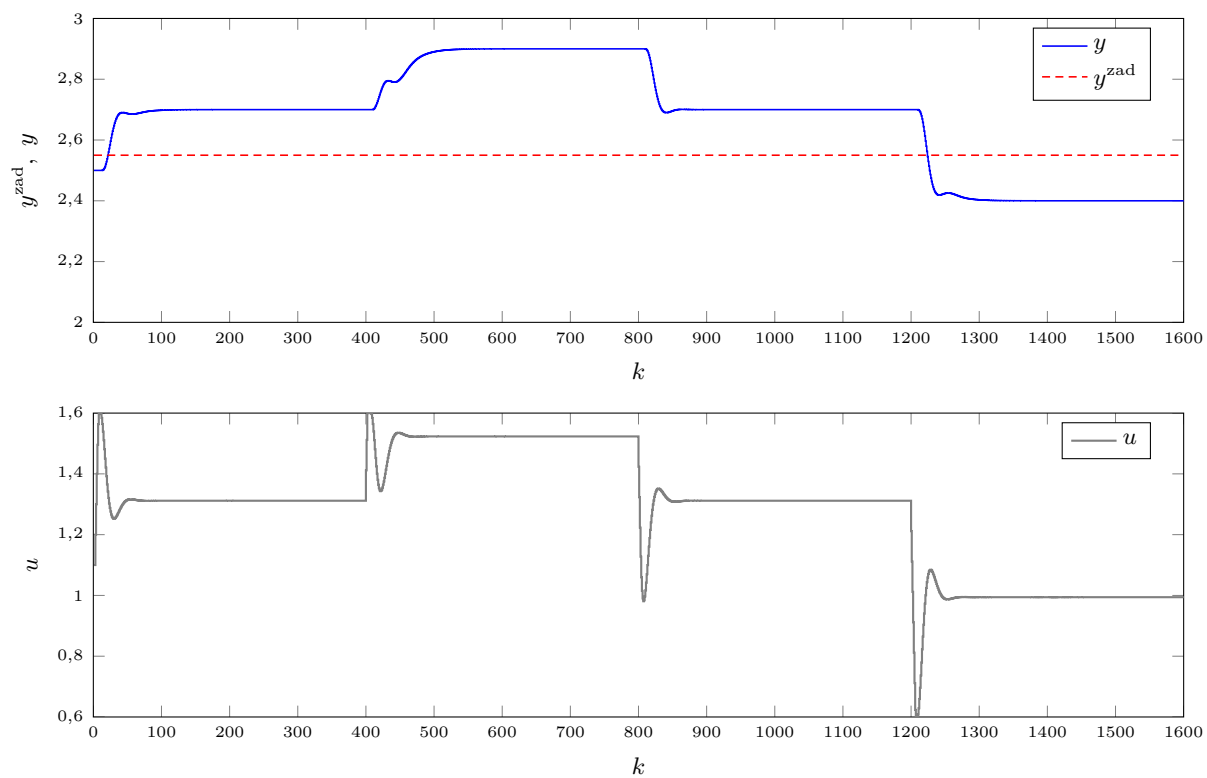
nika jakości  $E$  różni się nieznacznie między nimi. Z tego powodu, wybrany zostanie regulator o parametrach  $D = 200$ ,  $N = 32$  i  $N_u = 4$  (Rys 6.31).

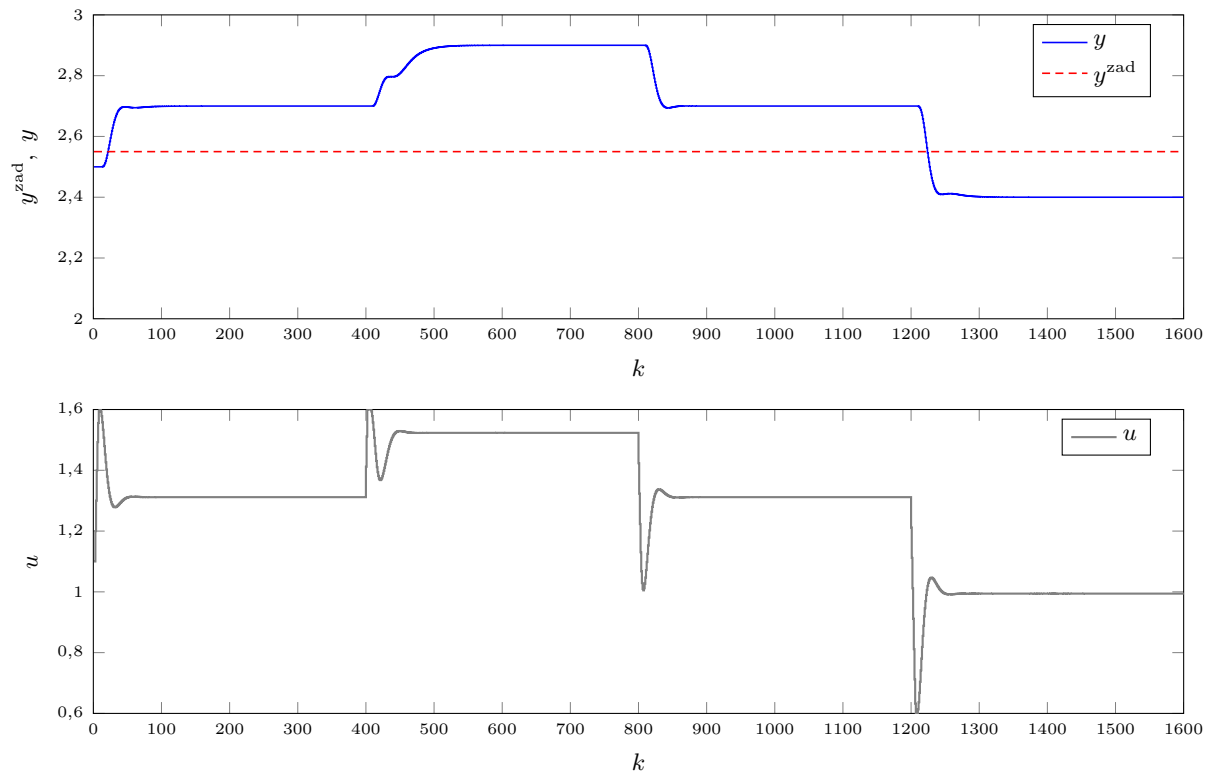
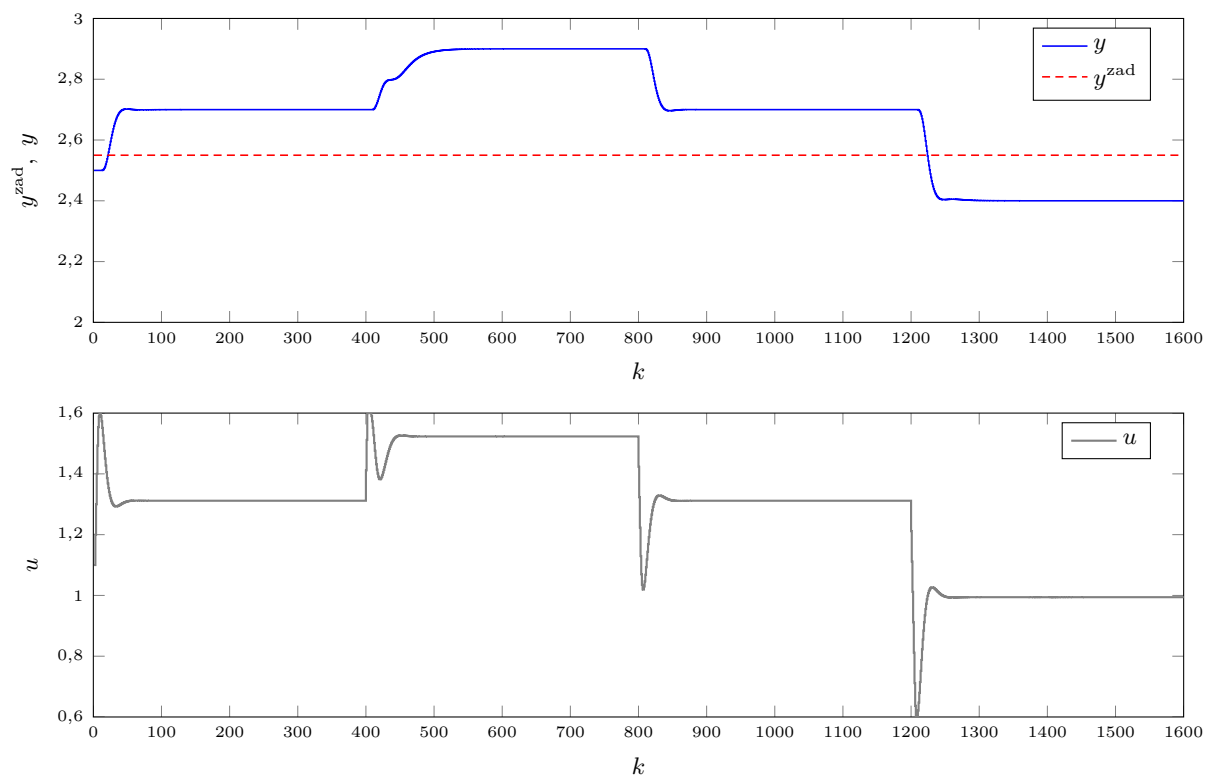


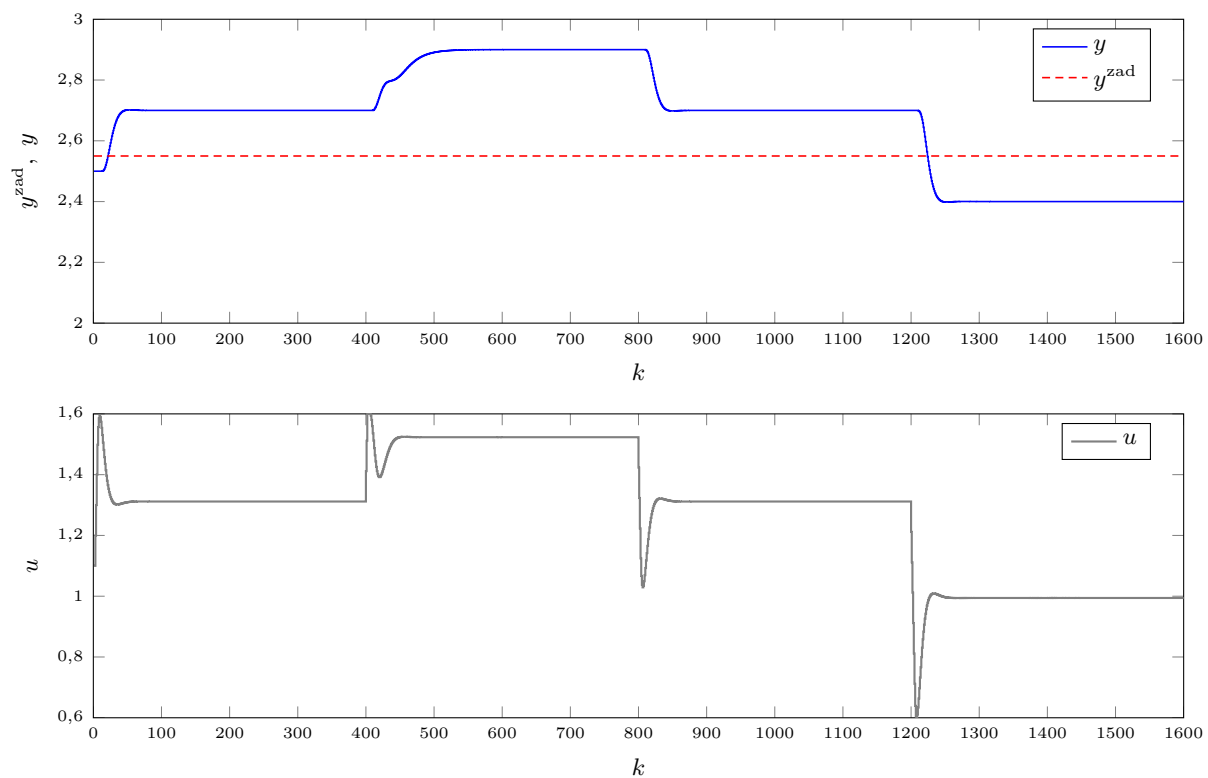
Rys. 7.26. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 32$



Rys. 7.27. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 15$

Rys. 7.28. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 10$ Rys. 7.29. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 7$

Rys. 7.30. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 5$ Rys. 7.31. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 4$

Rys. 7.32. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 32$ ,  $N_u = 3$ Tab. 7.4. Porównanie wielkości błędu  $E$  dla różnych wartości parametru  $N_u$  i dla parametrów  $D = 200$  i  $N = 32$ 

$N_u$	$E$
32	4,8301
25	4,8301
20	4,8301
18	4,8301
15	4,8288
10	4,8027
7	4,7471
5	4,7036
4	4,6905
3	4,7039

## 8. Optymalizacja nastaw regulatora z użyciem dostępnych funkcji optymalizujących

### 8.1. Optymalizacja regulatora PID

W celu optymalizacji użyta zostanie funkcja *fmincon* z Matlaba. Znajduje ona lokalne minimum funkcji na podstawie jej gradientu. Aby użyć jej do optymalizacji regulatora PID zdefiniowano funkcję ewaluującą jakość regulacji, która zwraca wskaźnik jakości  $E$ , a jako argument bierze wektor nastaw  $K$ ,  $T_i$  i  $T_d$  regulatora. Funkcja *fmincon* będzie starała się ten wskaźnik zminimalizować, zaczynając od podanego przez nas wektora nastaw. Funkcja ewaluująca zwraca wskaźnik jakości regulacji  $E$ . Wywołanie funkcji *fmincon* wyglądać może na przykład tak:

```
1 %wywołanie funkcji ewaluującej regulator PID
2 x01 = [1.975, 24, 3]; %punkt początkowy optymalizacji
3 fmincon(@pid_eval, x01) %wywołanie funkcji
```

Po znalezieniu przez funkcję *fmincon* minimum lokalnego, możemy wprowadzić te parametry do skryptu z poprzedniego zadania, i sprawdzić czy rzeczywiście działają lepiej. Na rysunku 7.1 przedstawiono odnalezione przez funkcję *fmincon* rozwiązanie. Widać jednak, że otrzymany regulator pracuje w stanie ciągłych oscylacji, i mimo że są one bardzo małe (na tyle małe, że nie sprawiają dużej różnicy dla wskaźnika jakości  $E$ ), są one niepożądane na obiektach realnych. Regulator ten średnio więc się nada do zastosowania na obiekcie realnym. Sposobem na poprawę, mogłoby być wprowadzenie jakiegoś dodatkowego współczynnika kary za oscylacje wokół wartości zadanej, bądź duże wydłużenie czasu w której wartość zadana jest stała, żeby spróbować skłonić *fmincon* do faworyzowania nieoscylujących regulatorów. Rys 7.2 przedstawia regulator otrzymany w wyniku optymalizacji funkcją *fmincon* dla ośmiokrotnie wydłużonej symulacji. Zgodnie z oczekiwaniami, otrzymany regulator PID ma dużo mniejsze tendencje do oscylowania. Dla bardziej wydłużonej symulacji, powinno móc się uzyskać regulator dużo mniej podatny na oscylacje. Przez to jednak, wskaźnik jakości jest nieco gorszy.

### 8.2. Optymalizacja regulatora DMC

W przypadku regulatora DMC niemożliwa jest optymalizacja funkcją *fmincon*, ponieważ parametry regulatora DMC są zawsze dodatnimi liczbami całkowitymi. Z powodu użycia *floor* w funkcji ewaluującej regulator DMC (analogiczna do funkcji ewaluującej regulator PID), funkcja *fmincon* od razu zakończy optymalizację, twierdząc, że znalazła lokalne minimum. Jeżeli ma być odnaleziony najlepszy regulator DMC, należy użyć innej metody optymalizacji. Wybrana została funkcja *ga* („Genetic Algorithm”), która jest częścią *Global Optimization Toolbox* Matlaba. Wywołanie funkcji *ga* może wyglądać tak:

$K$	$T_i$	$T_d$	$E$	[b]
4,3405	12,4148	8,097	5,0221	
3,9628	13,6246	7,8695	5,1382	

Tab. 8.1. Porównanie wielkości błędu  $E$  dla różnych wartości parametru  $T_d$  i dla parametru  $K = 1.975$  oraz parametru  $T_i = 24$

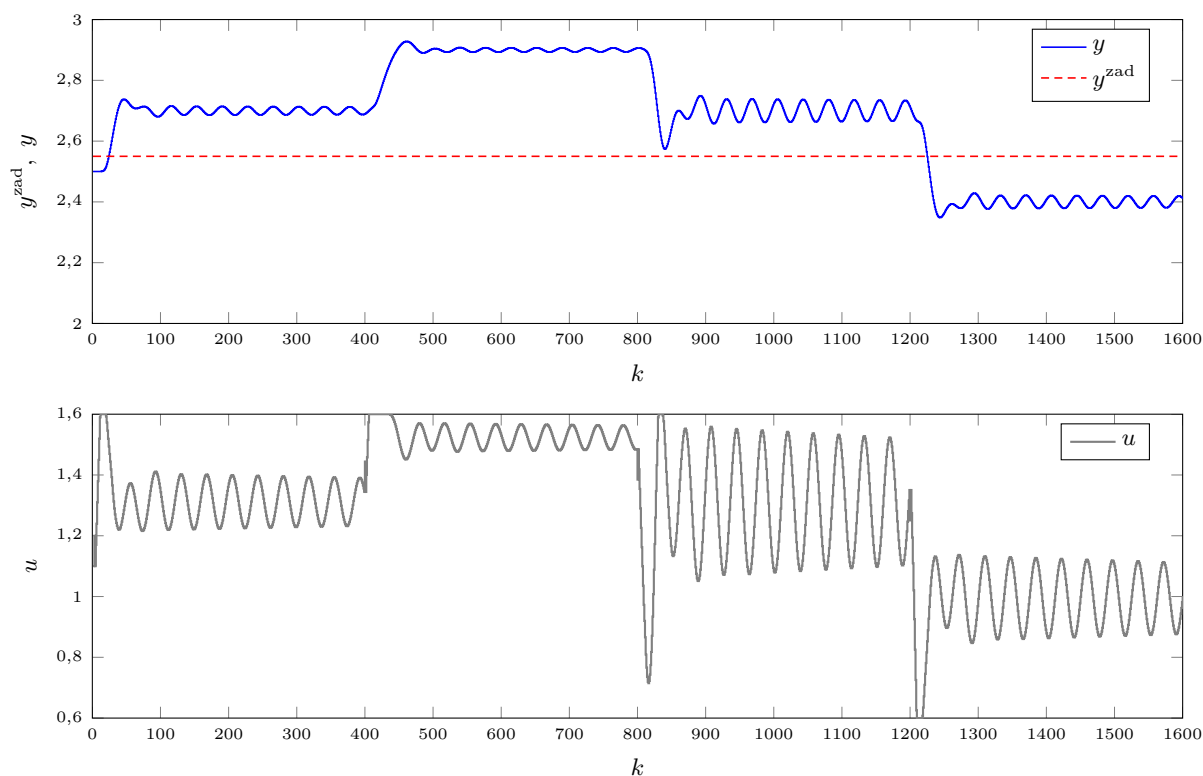


```

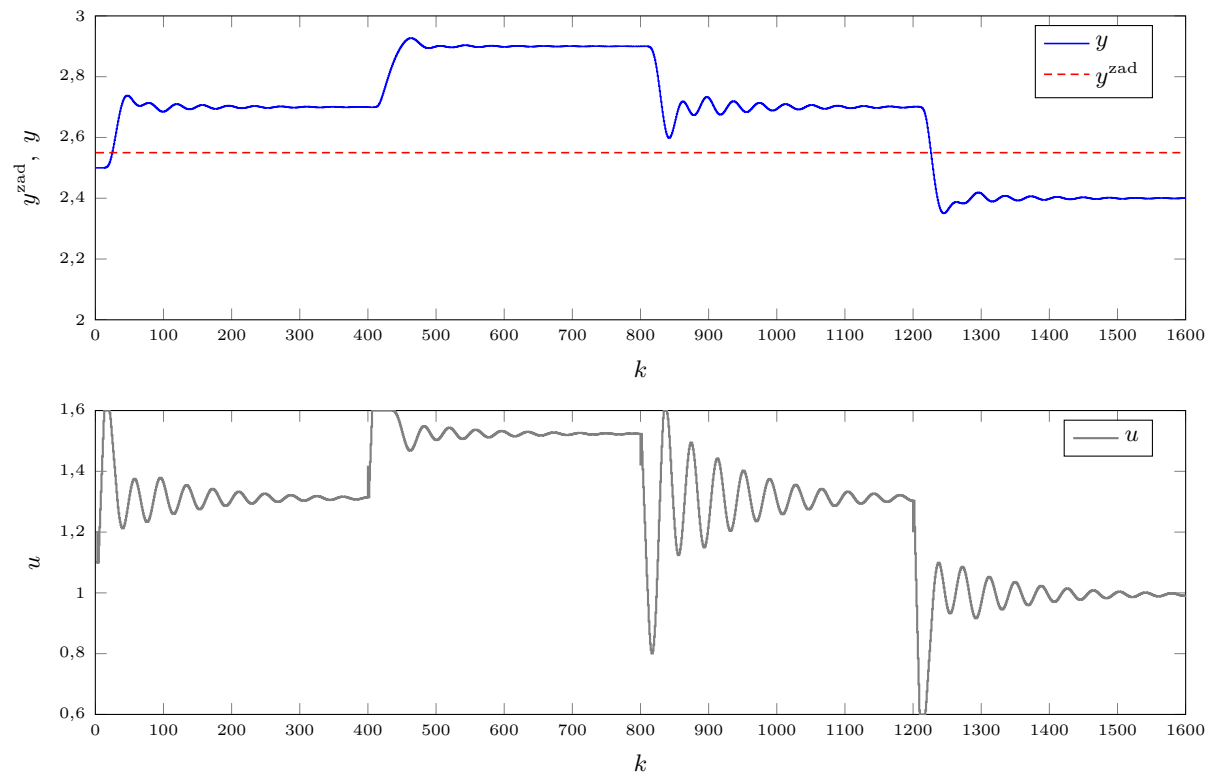
1 %wywołanie funkcji ewaluującej regulator PID
2 x01 = [1.975, 24, 3]; %punkt początkowy optymalizacji
3 fmincon(@pid_eval, x01) %wywołanie funkcji
4 %wywołanie funkcji ewaluującej regulator DMC
5 A = [-1, 1];
6 b = 0; %ograniczenie liniowe  $-N+N_u \leq 0$ , czyli  $N_u \leq N$ 
7 Aeq = [];
8 beq = [];
9 lb = [1, 1];
10 ub = [200, 200]; %ograniczenia wartości N i  $N_u$   $1 \leq N \leq 200$  i  $1 \leq N_u \leq 200$ 
11 nonlcon = [];
12 IntCon = [1, 2]; %pierwszy i drugi argument muszą być całkowite
13 ga(@dmc_eval, 2, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, IntCon)

```

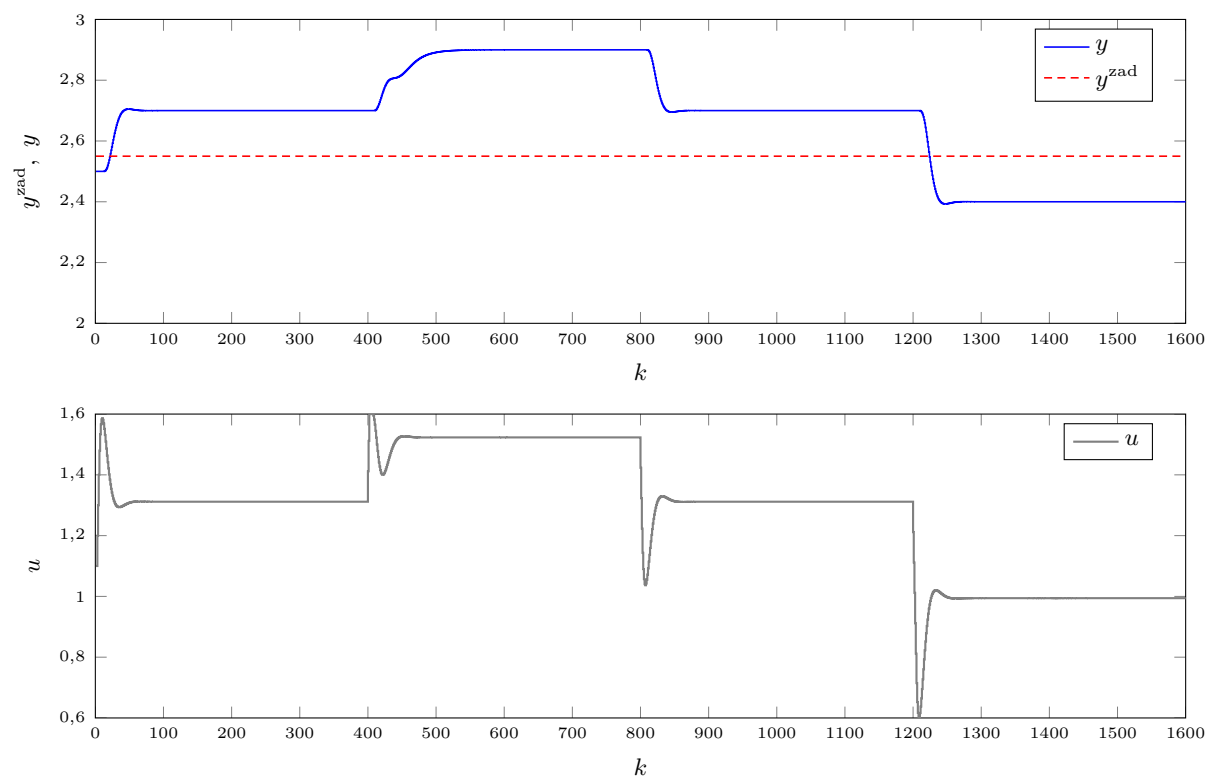
Tym sposobem otrzymaliśmy optymalne parametry regulatora DMC dla wybranej przez nas trajektorii wartości zadanej:  $D = 200$ ,  $N = 44$ ,  $N_u = 5$ . Regulator przedstawiony jest na Rys 7.3, a jego wskaźnik jakości  $E = 4,6546$ .



Rys. 8.1. Regulator PID  $K = 4,34$ ,  $T_i = 12,41$ ,  $T_d = 8,1$  otrzymany z punktu początkowego optymalizacji  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 3$



Rys. 8.2. Regulator PID  $K = 3,963$ ,  $T_i = 13.62$ ,  $T_d = 7.87$  otrzymany z punktu początkowego optymalizacji  $K = 1,975$ ,  $T_i = 24$ ,  $T_d = 3$



Rys. 8.3. Regulator DMC dla  $D = 200$ ,  $N = 44$ ,  $N_u = 5$