

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z ćwiczenia laboratoryjnego nr 3,5

Radosław Pietkun, Jakub Gruszecki, Wojciech Rokicki

Warszawa, 2020

# Spis treści

<b>1. Sprawdzenie możliwości sterowania i pomiaru oraz wyznaczenie punktu pracy . . . .</b>	<b>2</b>
1.1. Przykładowe sterowanie wraz z odczytem pomiarów . . . . .	2
1.1.1. Implementacja . . . . .	3
1.2. Punkt pracy . . . . .	3
1.2.1. Implementacja . . . . .	3
<b>2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych oraz badanie właściwości obiektu . . . . .</b>	<b>4</b>
2.1. Odpowiedzi skokowe . . . . .	4
2.2. Właściwości statyczne obiektu . . . . .	4
2.3. Wzmocnienia statyczne . . . . .	9
2.4. Implementacja . . . . .	11
<b>3. Przygotowanie odpowiedzi skokowych do regulatora DMC oraz ich aproksymacja .</b>	<b>12</b>
3.1. Odpowiedzi skokowe . . . . .	12
3.1.1. Implementacja . . . . .	12
3.2. Aproksymacja odpowiedzi skokowych . . . . .	12
3.2.1. Implementacja . . . . .	14
<b>4. Regulator DMC MIMO . . . . .</b>	<b>16</b>
4.1. Implementacja DMC . . . . .	16
4.2. Strojenie DMC . . . . .	16
4.3. Regulacja DMC . . . . .	16

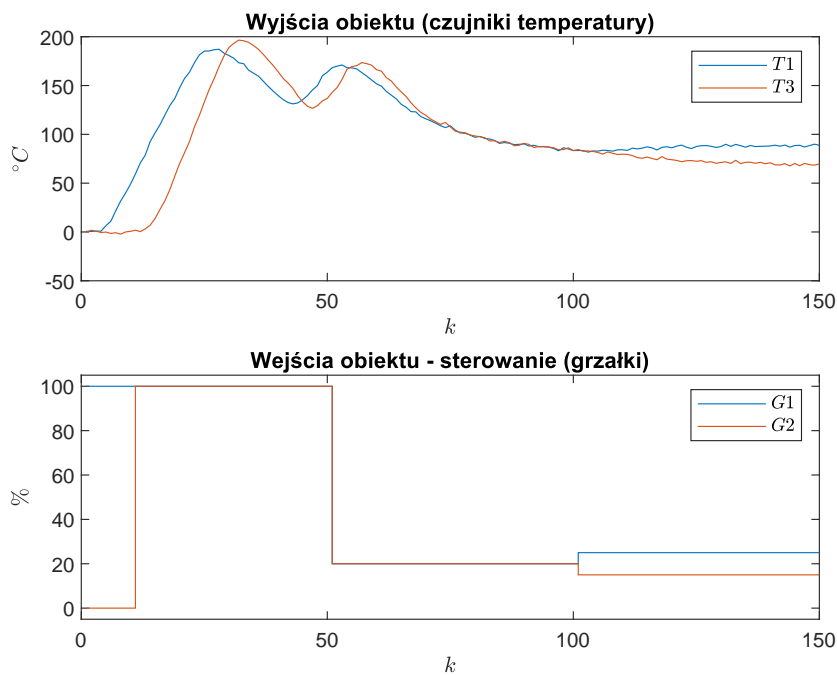
# 1. Sprawdzenie możliwości sterowania i pomiaru oraz wyznaczenie punktu pracy

## 1.1. Przykładowe sterowanie wraz z odczytem pomiarów

Podczas testu będziemy zmieniać sygnały sterujące w następujący sposób:

$$\begin{aligned} G1 &= 100 \wedge G2 = 0, \text{ dla } k \in < 0, 10) \\ G1 &= 100 \wedge G2 = 100, \text{ dla } k \in < 10, 50) \\ G1 &= 20 \wedge G2 = 20, \text{ dla } k \in < 50, 100) \\ G1 &= 25 \wedge G2 = 15, \text{ dla } k \geq 100 \end{aligned}$$

Na rys. 1.1 przedstawiono wyniki przeprowadzonej symulacji. Jak widzimy, zmiany mocy grzałek  $G1$  i  $G2$  wpływają na zmianę mierzonych temperatur  $T1$  i  $T3$ . Oznacza to, mamy możliwość sterowania i pomiaru w komunikacji ze stanowiskiem.



Rys. 1.1. Sprawdzenie możliwości sterowania i pomiaru w komunikacji ze stanowiskiem

### 1.1.1. Implementacja

Do przetestowania możliwości sterowania i pomiaru w komunikacji ze stanowiskiem użyto skryptu `zad1_1.m`.

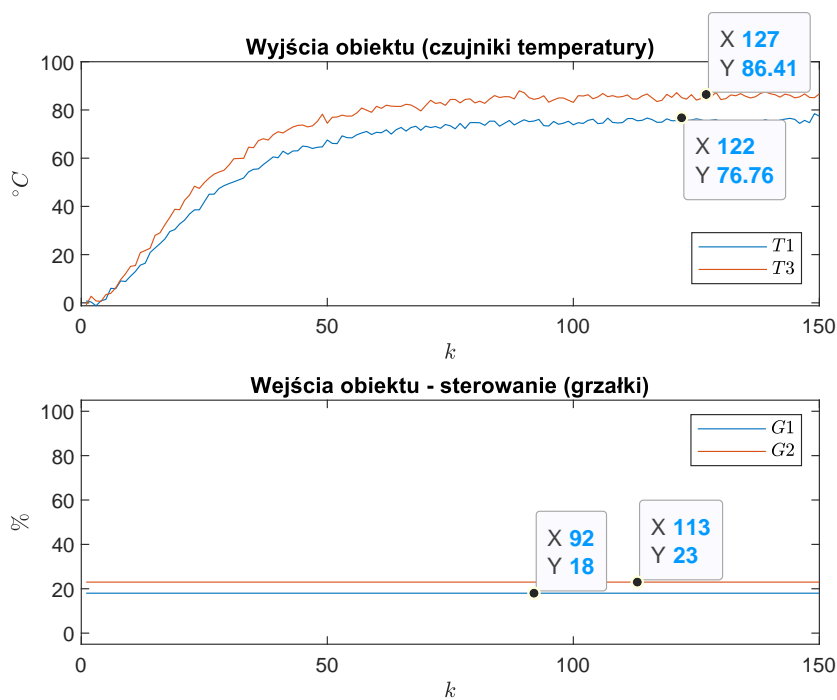
## 1.2. Punkt pracy

Jako punkt pracy wybraliśmy:  $G1 = 18$ ,  $G2 = 23$ . Wyniki symulacji dla tego punktu pracy przedstawiono na rys. 1.2.

Dla powyższego punktu pracy pomiary z czujników wynoszą:  $T1 = 75,43$ ,  $T3 = 84,64$ .

### 1.2.1. Implementacja

Do wyznaczenia wartości temperatury, odczytanej z czujnika, wykorzystano skrypt `zad1_2.m`.



Rys. 1.2. Punkt pracy

## 2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych oraz badanie właściwości obiektu

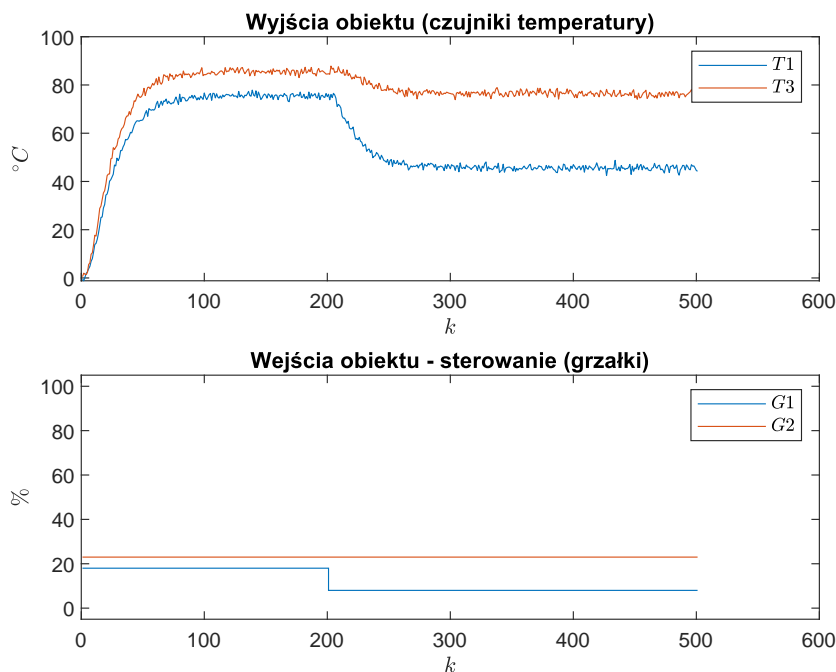
### 2.1. Odpowiedzi skokowe

W celu uzyskania odpowiedzi skokowych zostały przeprowadzone symulacje dla różnych skoków wartości sterowania  $G1$  i  $G2$  z punktu pracy. Wymagało to doprowadzenia obiektu do punktu pracy po czym zmiany wartości jednego z wejść. Wyniki testów dla trzech różnych zmian sterowania  $G1$  przedstawiono na rys. 2.1 - 2.3. Kolejne trzy testy dla grzałki  $G2$  zaprezentowano na rys. 2.4 - 2.6.

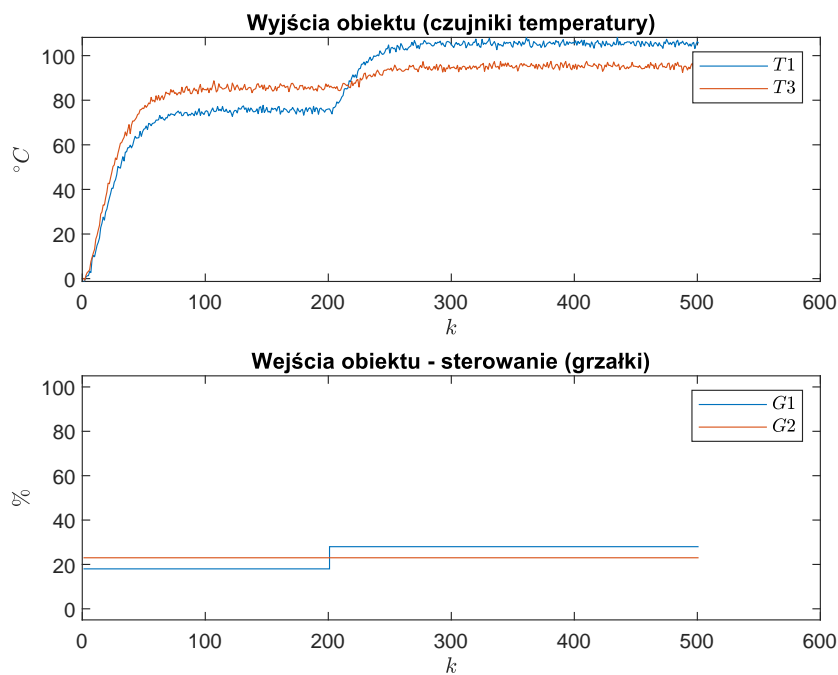
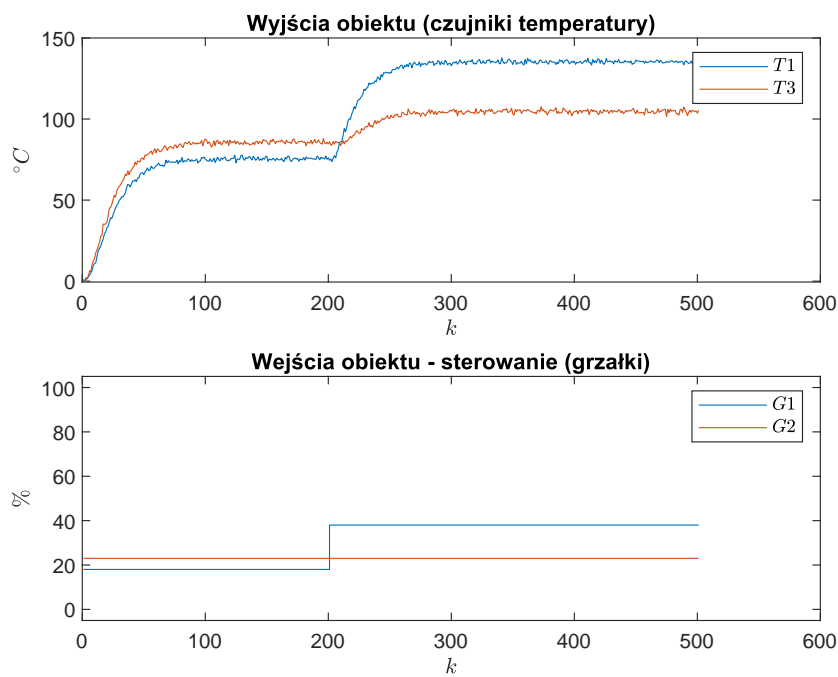
Na rys. 2.7 przedstawiono zebrane na jednym rysunku odpowiedzi skokowe dla wyjścia  $T1$ , a na rys. 2.8 dla wyjścia  $T3$ . Dane do tych wykresów zebrano dla trzech różnych skoków wartości sterowania  $G1$  oraz trzech różnych skoków wartości sterowania  $G2$ , takich samych jak tych przedstawionych na rys. 2.1 - 2.6.

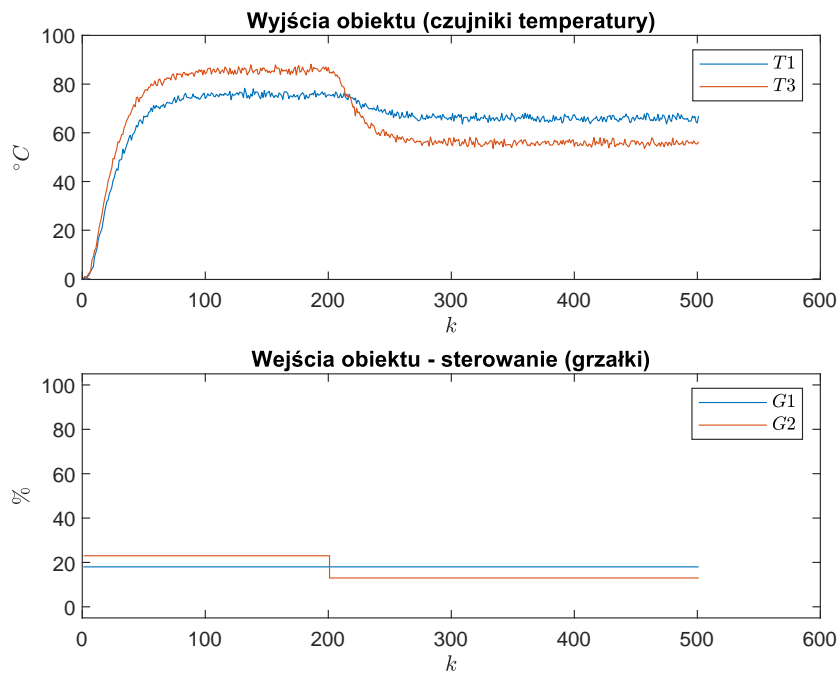
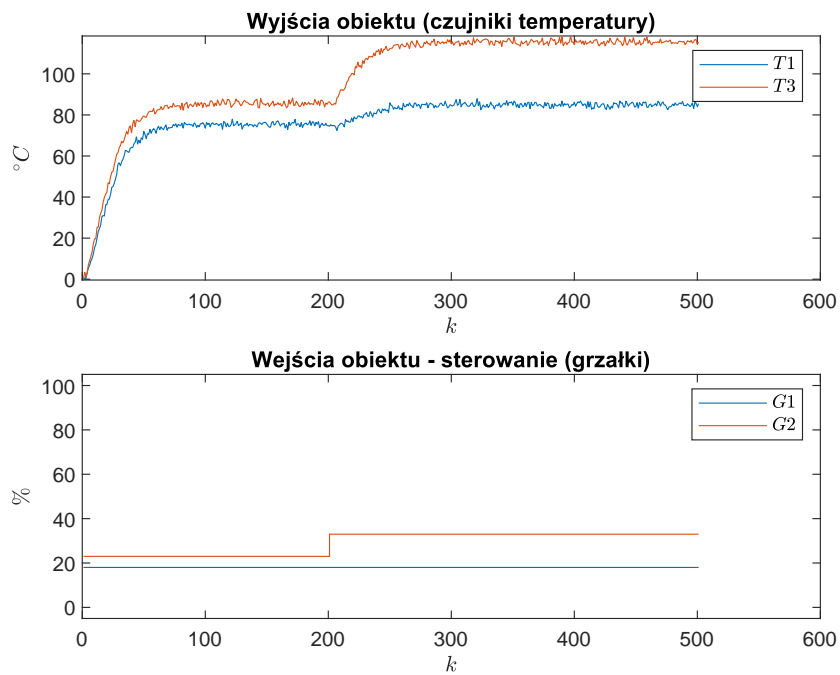
### 2.2. Właściwości statyczne obiektu

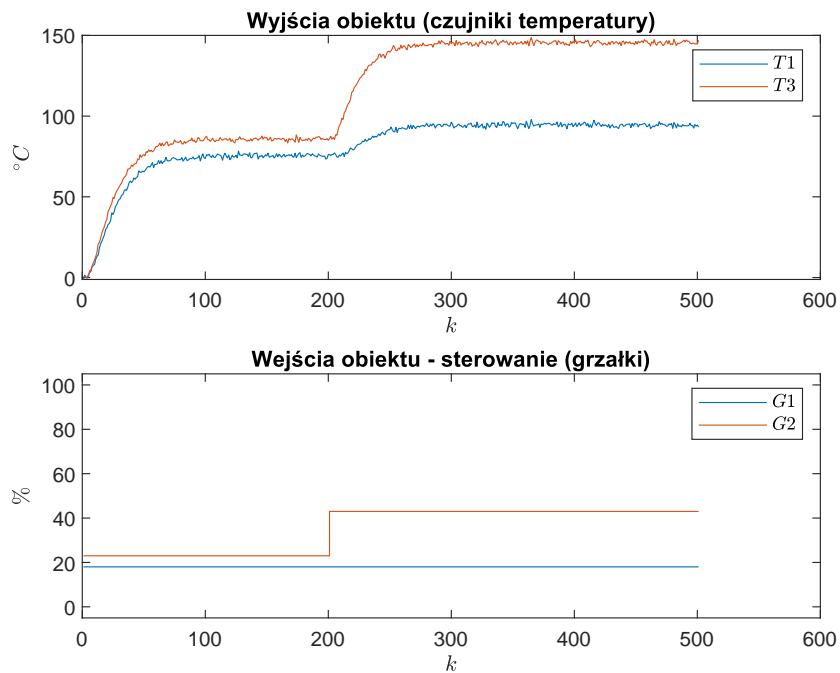
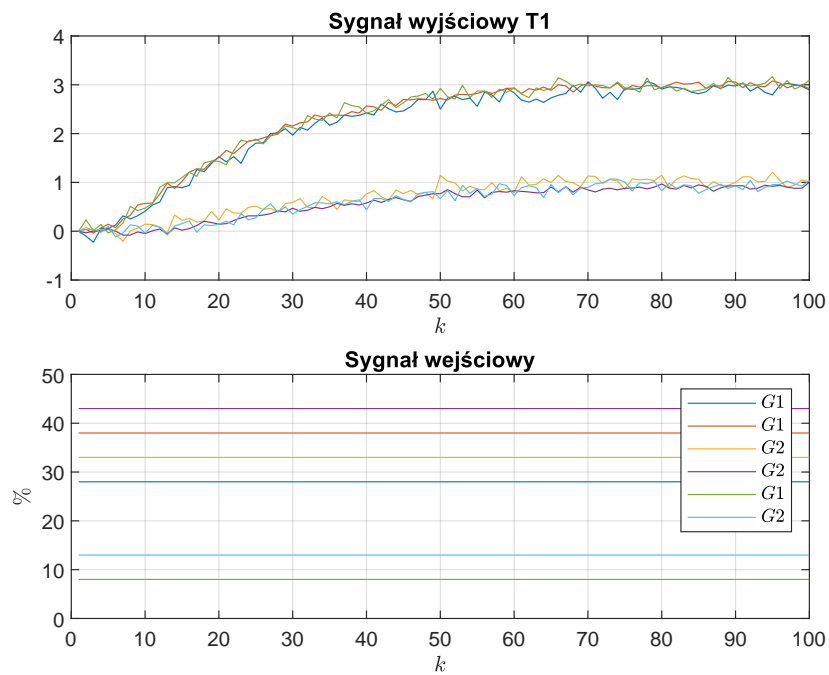
Na rys. 2.9 i 2.10 przedstawiono charakterystyki statyczne procesu, odpowiednio  $T1(G1, G2)$  oraz  $T3(G1, G2)$ . Po wyznaczeniu charakterystyki statycznej obiektu możemy zauważyć, że



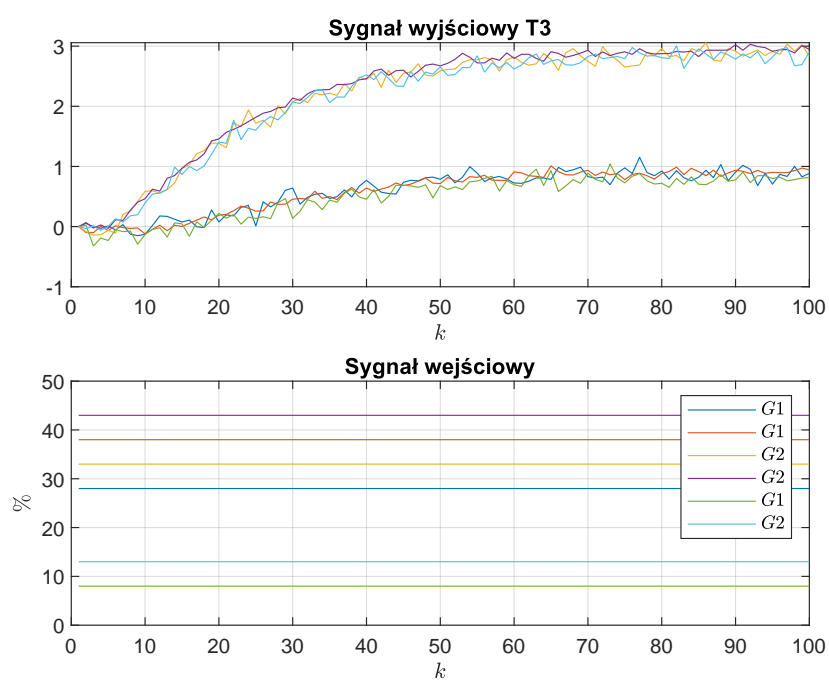
Rys. 2.1. Skok sygnału sterowania  $G1$  z 18 na 8 z punktu pracy

Rys. 2.2. Skok sygnału sterowania  $G_1$  z 18 na 28 z punktu pracyRys. 2.3. Skok sygnału sterowania  $G_1$  z 18 na 38 z punktu pracy

Rys. 2.4. Skok sygnału sterowania  $G2$  z 23 na 13 z punktu pracyRys. 2.5. Skok sygnału sterowania  $G2$  z 23 na 33 z punktu pracy

Rys. 2.6. Skok sygnału sterowania  $G2$  z 23 na 43 z punktu pracyRys. 2.7. Odpowiedzi skokowe obiektu dla wyjścia  $T1$



Rys. 2.8. Odpowiedzi skokowe obiektu dla wyjścia  $T3$

właściwości są w przybliżeniu liniowe dla wartości sterowania w przedziałach  $G1 \in \langle 0, 35 \rangle$ ,  $G2 \in \langle 0, 50 \rangle$ . Również możemy zauważyć symetrię wykresów charakterystyk dla  $T1$  i  $T3$ .

### 2.3. Wzmocnienia statyczne

Wyznaczyliśmy wzmocnienie statyczne dla każdego z czterech torów z uwzględnieniem tylko tych przedziałów  $G1$  i  $G2$ , dla których właściwości statyczne obiektu są w przybliżeniu liniowe.

Wzmocnienie statyczne  $G1$  dla  $T1$ :

$$K_{G1}^{T1} = \frac{T1(G1^{\max}, g_2) - T1(G1^{\min}, g_2)}{G1^{\max} - G1^{\min}} = \frac{103,6224 - 0,2797}{35 - 0} = 2,9527 \quad (2.1)$$

Wzmocnienie statyczne  $G2$  dla  $T1$ :

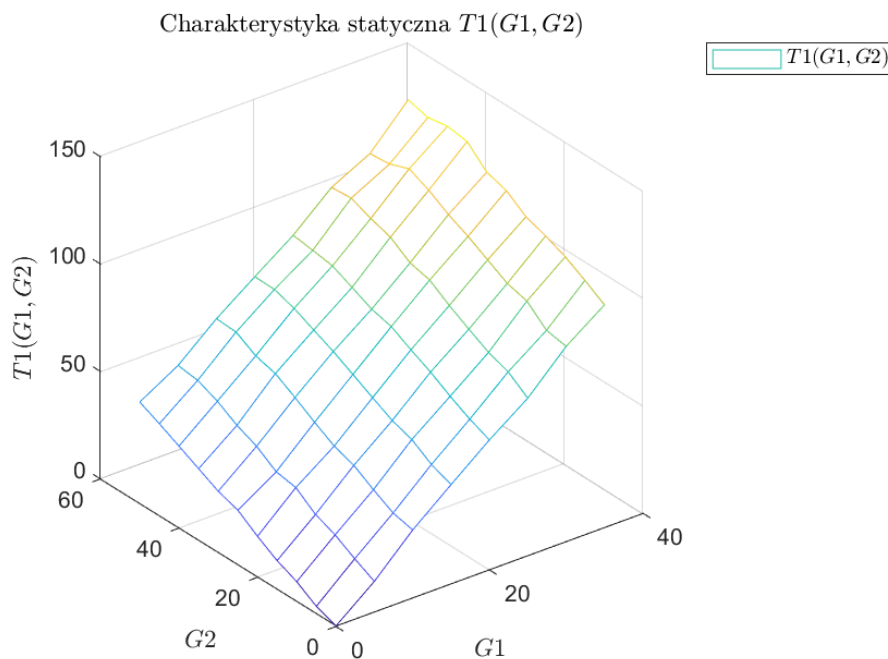
$$K_{G2}^{T1} = \frac{T1(g_1, G2^{\max}) - T1(g_1, G2^{\min})}{G2^{\max} - G2^{\min}} = \frac{47,0235 - 0,2685}{50 - 0} = 0,9351 \quad (2.2)$$

Wzmocnienie statyczne  $G1$  dla  $T3$ :

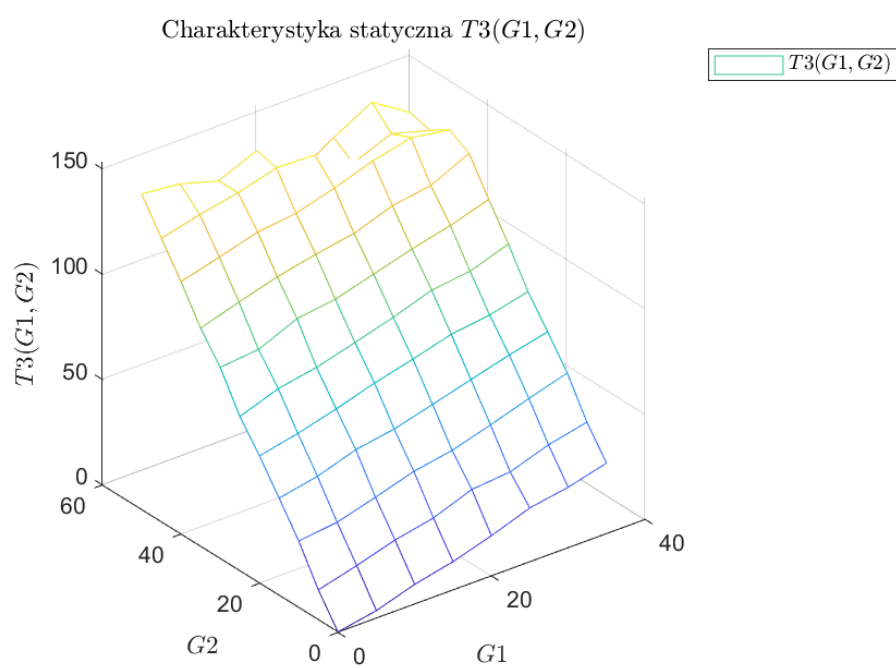
$$K_{G1}^{T3} = \frac{T3(G1^{\max}, g_2) - T3(G1^{\min}, g_2)}{G1^{\max} - G1^{\min}} = \frac{33,1517 - 0,2797}{35 - 0} = 0,9392 \quad (2.3)$$

Wzmocnienie statyczne  $G2$  dla  $T3$ :

$$K_{G2}^{T3} = \frac{T3(g_1, G2^{\max}) - T3(g_1, G2^{\min})}{G2^{\max} - G2^{\min}} = \frac{146,9235 - 0,2685}{50 - 0} = 2,9331 \quad (2.4)$$



Rys. 2.9. Charakterystyka statyczna obiektu dla wyjścia  $T1$

Rys. 2.10. Charakterystyka statyczna obiektu dla wyjścia  $T_3$

## 2.4. Implementacja

Do zrealizowania zadania użyte zostały skrypty `zad2.m` (skrypt wyznaczający odpowiedzi skokowe oraz wyliczający charakterystykę statyczną) i `extractingDataFromFig.m` (skrypt pozyskujący).

### 3. Przygotowanie odpowiedzi skokowych do regulatora DMC oraz ich aproksymacja

#### 3.1. Odpowiedzi skokowe

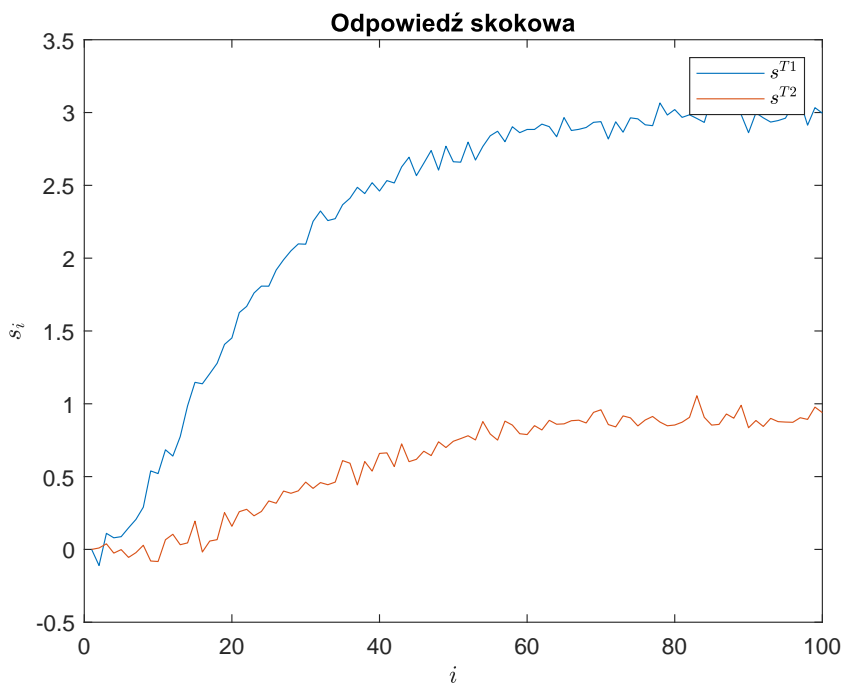
Jako parametry regulatora DMC zostały wybrane odpowiedzi skokowe dla dwóch oddzielnych zmian wartości sterowania  $G1$  z 18 na 38 i  $G2$  z 23 na 43 z punktu pracy. Odpowiedzi skokowe obu wyjść  $T1$  i  $T3$  dla skoku  $G1$  przedstawiono na rys. 3.1, a dla skoku  $G2$  na rys. 3.2.

##### 3.1.1. Implementacja

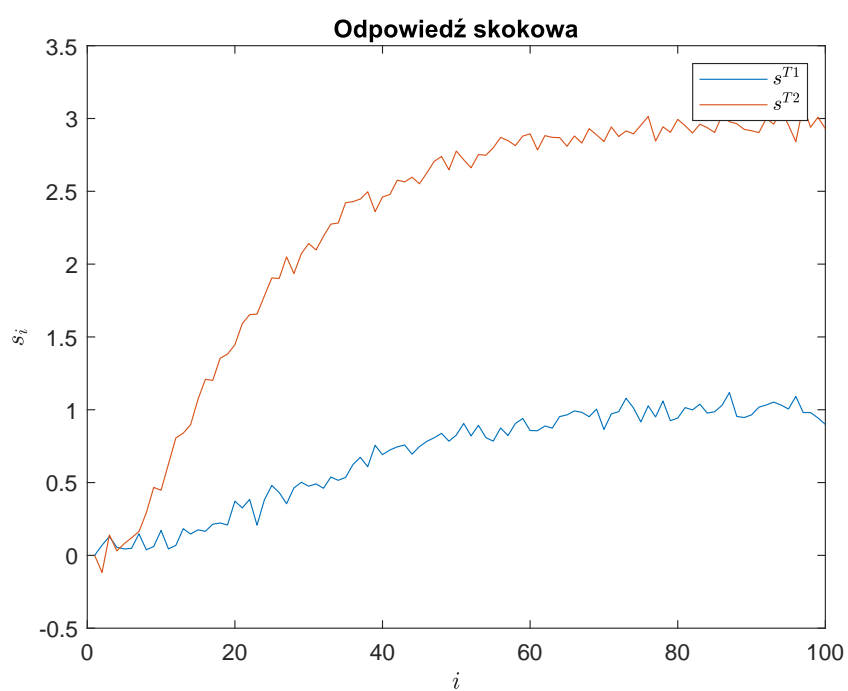
Do zrealizowania zadania zostały użyte skrypty `zad2.m` oraz `odp_skok.m`.

#### 3.2. Aproksymacja odpowiedzi skokowych

Do zaaproksymowania odpowiedzi skokowych został użyty człon inercyjny drugiego rzędu z opóźnieniem o następującej postaci:



Rys. 3.1. Odpowiedź skokowa dla zmiany sygnału sterowania  $G1$  z 18 na 38 z punktu pracy



Rys. 3.2. Odpowiedź skokowa dla zmiany sygnału sterowania  $G2$  z 23 na 43 z punktu pracy

$$G(s) = \frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)} e^{-T_d s} \quad (3.1)$$

czyli po zastosowaniu transformaty  $Z$

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} z^{-T_d} \quad (3.2)$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_1 &= -\alpha_1 - \alpha_2 \\ a_2 &= \alpha_1 \alpha_2 \\ \alpha_1 &= e^{-\frac{1}{T_1}} \\ \alpha_2 &= e^{-\frac{1}{T_2}} \\ b_1 &= \frac{K}{T_1 - T_2} [T_1(1 - \alpha_1) - T_2(1 - \alpha_2)] \\ b_2 &= \frac{K}{T_1 - T_2} [\alpha_1 T_2(1 - \alpha_2) - \alpha_2 T_1(1 - \alpha_1)] \end{aligned}$$

co przekłada się na równanie różnicowe o postaci:

$$y(k) = b_1 u(k - T_D - 1) + b_2 u(k - T_D - 2) - a_1 y(k - 1) - a_2 y(k - 2) \quad (3.3)$$

Biorąc pod uwagę ograniczenie co do dziedziny parametru  $T_d$  (liczba całkowita) zdecydowaliśmy się użyć algorytmu genetycznego w celu dobrania parametrów  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $K$ ,  $T_d$  członu aproksymującego odpowiedź skokową. Wskaźnikiem ilościowym wykorzystanym do optymalizacji została funkcja sumy kwadratów różnicy.

$$E = \sum_{i=1}^D (s_i - \hat{s}_i)^2 \quad (3.4)$$

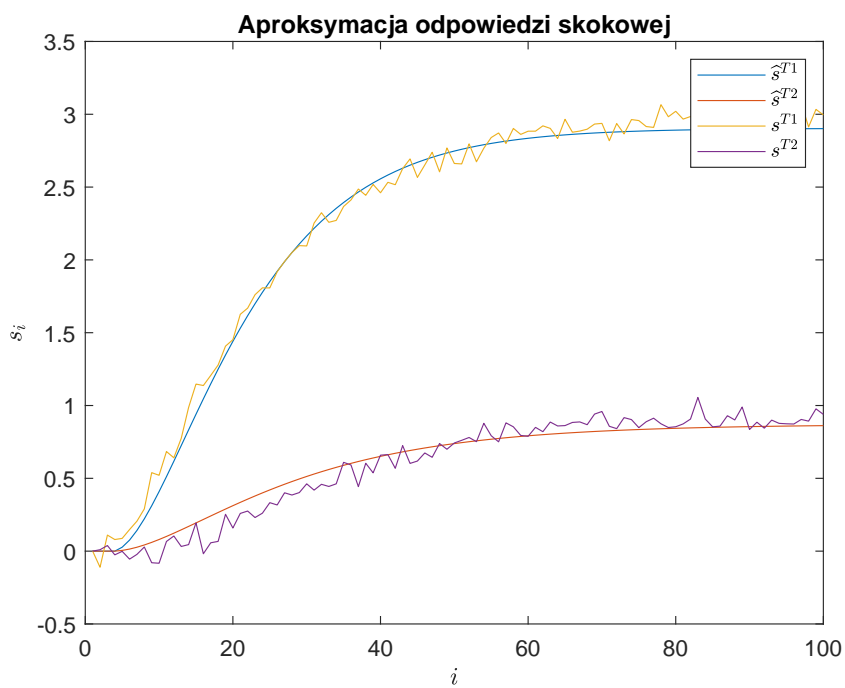
gdzie  $\hat{s}$  jest aproksymacją.

Do obliczenia optymalnych parametrów użyliśmy funkcji `ga` (Algorytm Genetyczny) z pakietu `Global Optimization Toolbox`.

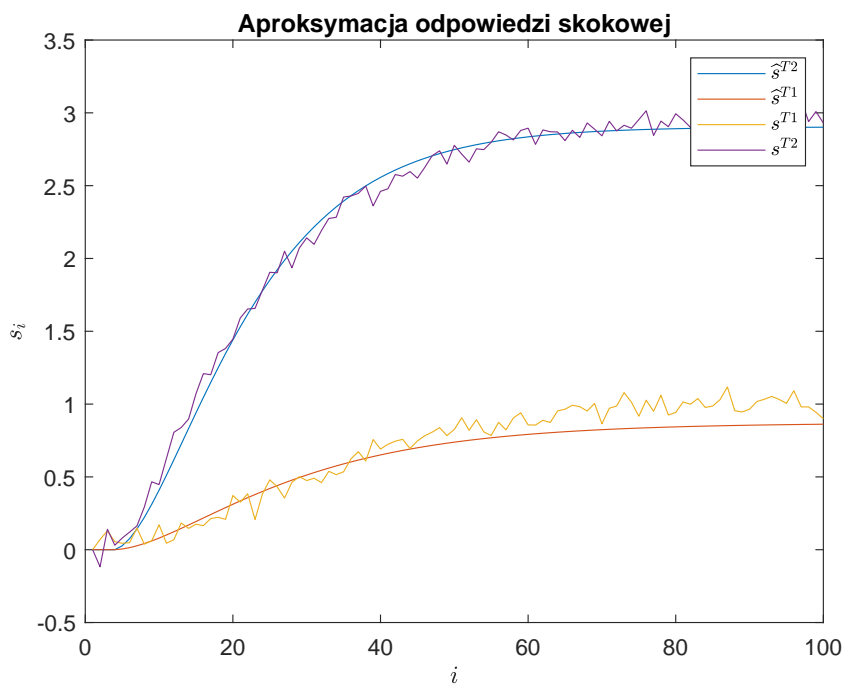
Oryginalne i aproksymowane odpowiedzi skokowe obu wyjść dla skoku  $G1$  przedstawiono na rys. 3.3, a dla skoku  $G2$  na rys. 3.4.

### 3.2.1. Implementacja

Do zrealizowania zadania zostały użyte skrypty `odpSkokAproksymowane.m` (główny skrypt wyliczający odpowiedzi aproksymowane oraz rysujący wykresy) oraz `coeffOptim.m` (funkcja celu do zminimalizowania).



Rys. 3.3. Aproksymacja odpowiedzi skokowej dla zmiany sygnału sterowania  $G1$  z 18 na 38 z punktu pracy



Rys. 3.4. Aproksymacja odpowiedzi skokowej dla zmiany sygnału sterowania  $G2$  z 23 na 43 z punktu pracy



## 4. Regulator DMC MIMO

### 4.1. Implementacja DMC

Dla regulatora DMC  $2 \times 2$  równania algorytmu przyjmą następującą postać:

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$y^{\text{zad}}(k) = \begin{bmatrix} y_1^{\text{zad}}(k) \\ y_2^{\text{zad}}(k) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$S_l = \begin{bmatrix} s_l^{11} & s_l^{12} \\ s_l^{21} & s_l^{22} \end{bmatrix}, l = 1 \dots D \quad (4.4)$$

$$M = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$M^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$K = (M^T M + \lambda I)^{-1} M^T \quad (4.7)$$

$$Y^0(k) = Y(k) + M^P \Delta U^P(k) \quad (4.8)$$

$$\Delta U(k) = K(Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)) \quad (4.9)$$

### 4.2. Strojenie DMC

### 4.3. Regulacja DMC