

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego  
nr 2, zadanie nr 3

Wojciech Rokicki, Radosław Pietkun, Jakub Gruszecki

Warszawa, 2020

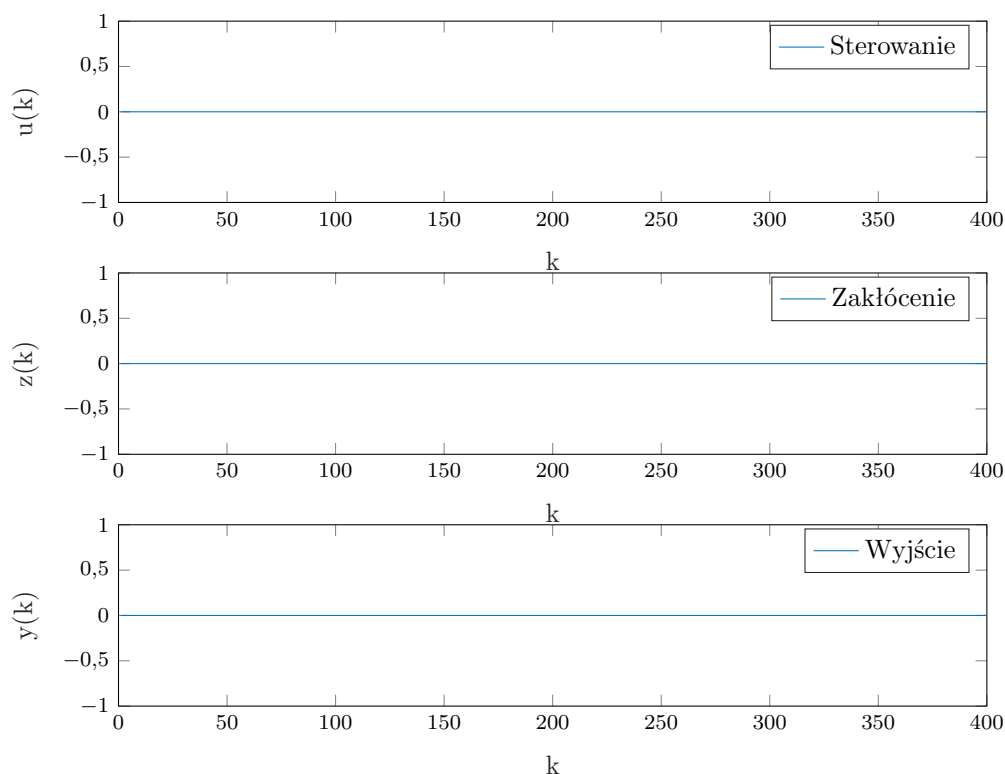
# Spis treści

<b>1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy</b>	2
1.1. Poprawność wartości sygnałów w punkcie pracy	2
1.2. Wnioski	2
1.3. Implementacja	2
<b>2. Odpowiedzi skokowe i charakterystyka statyczna</b>	3
2.1. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru wejście-wyjście procesu	3
2.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru zakłócenie-wyjście procesu	3
2.3. Charakterystyka statyczna	4
2.4. Wzmocnienie statyczne procesu	4
2.5. Implementacja	5
<b>3. Odpowiedzi skokowe dla algorytmu DMC</b>	6
3.1. Odpowiedź skokowa toru wejście-wyjście procesu	6
3.2. Odpowiedź skokowa toru zakłócenie-wyjście procesu	6
3.3. Implementacja	7
<b>4. Implementacja algorytmu DMC w najprostszej wersji analitycznej</b>	8
4.1. Regulator DMC z uwzględnieniem zakłóceń	8
4.2. Dobieranie parametrów $D$ , $N$ , $N_u$ i $\lambda$ algorytmu DMC	9
4.3. Ostateczne doборы parametrów algorytmu DMC	11
4.4. Implementacja	11
<b>5. Regulacja za pomocą DMC z uwzględnieniem zakłóceń zmiennych skokowo</b>	15
5.1. Przeprowadzone eksperymenty	15
5.2. Wnioski	16
5.3. Implementacja	16
<b>6. Regulacja za pomocą DMC z uwzględnieniem zakłóceń zmiennych sinusoidalnie</b>	17
6.1. Przeprowadzone eksperymenty	17
6.2. Wnioski	18
6.3. Implementacja	18
<b>7. Odporność algorytmu na błąd pomiaru sygnału zakłócenia (szum pomiarowy)</b>	19
7.1. Przeprowadzone eksperymenty	19
7.2. Wnioski	20
7.3. Implementacja	20

# 1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy

## 1.1. Poprawność wartości sygnałów w punkcie pracy

W celu sprawdzenia poprawności wartości sygnałów  $U_{pp}$ ,  $Z_{pp}$  oraz  $Y_{pp}$  obiekt został pobudzony sygnałami o wartościach:  $U_{pp} = 0$  i  $Z_{pp} = 0$ . Wartości sygnałów w punkcie pracy będą poprawne, jeśli sygnał wyjściowy przyjmie wartość stałą  $Y_{pp} = 0$ .



Rys. 1.1. Przebiegi sygnałów  $u(k)$ ,  $z(k)$ ,  $y(k)$  w punkcie pracy

## 1.2. Wnioski

Na podstawie rysunku 1.1 widać, że dla stałej wartości sygnału sterującego  $U_{pp} = 0$  oraz stałej wartości sygnału zakłócenia  $Z_{pp} = 0$  wyjście obiektu przyjmuje stałą wartość, równą  $Y_{pp} = 0$ . Jest to dowód na to, że podane wartości sygnałów wejściowego sterowania, wejściowego zakłócenia oraz wyjściowego w punkcie pracy są poprawne.

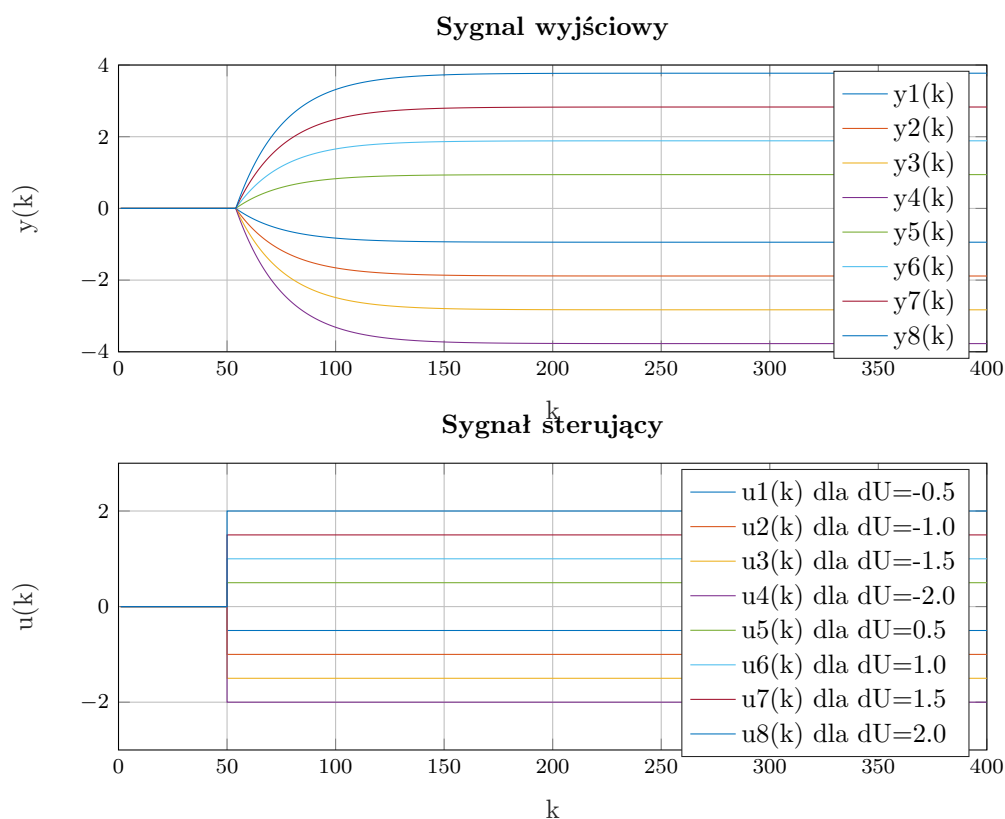
## 1.3. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad1_v1.m`.

## 2. Odpowiedzi skokowe i charakterystyka statyczna

### 2.1. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru wejście-wyjście procesu

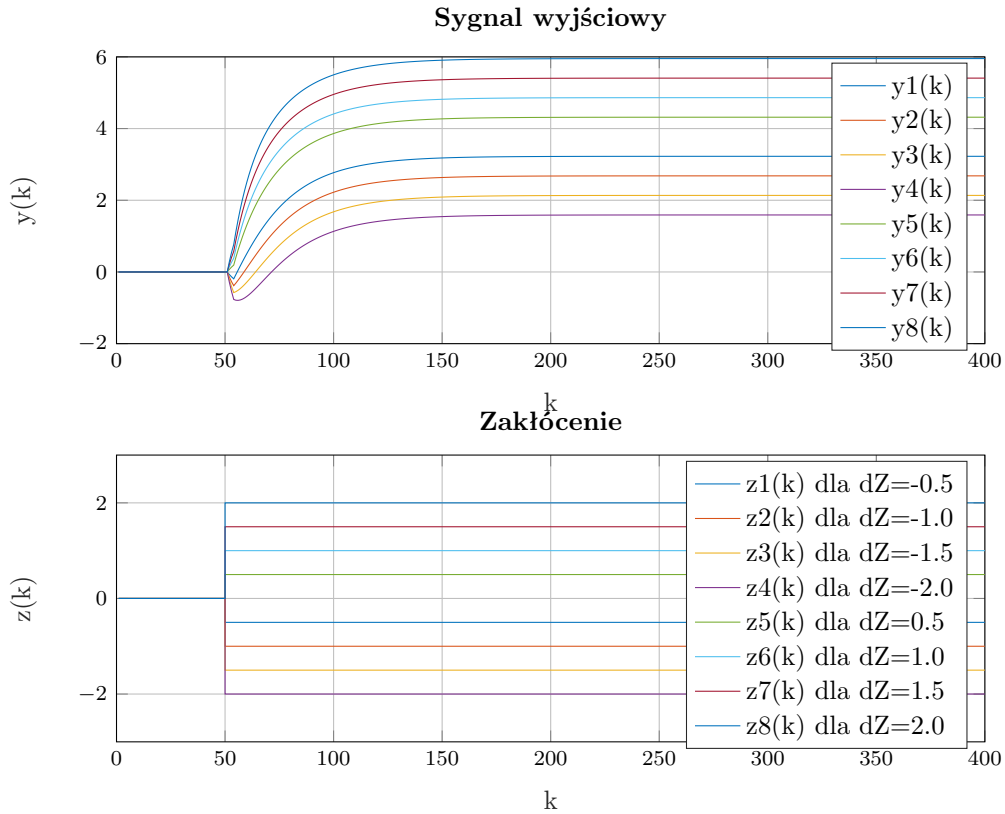
W celu wyznaczenia odpowiedzi skokowych obiekt był pobudzany, w punkcie pracy, różnymi skokami sygnału sterującego w chwili  $k = 50$ . Przeprowadzono osiem testów dla różnych wartości skoków. Uzyskane odpowiedzi skokowe wraz z odpowiadającymi im przebiegami sygnału sterowania przedstawiono na rys. 2.1.



Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe toru wejście-wyjście procesu

### 2.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru zakłócenie-wyjście procesu

W celu wyznaczenia odpowiedzi skokowych obiekt był pobudzany, w punkcie pracy, różnymi skokami sygnału zakłócenia w chwili  $k = 50$ . Przeprowadzono osiem testów dla różnych wartości skoków. Uzyskane odpowiedzi skokowe wraz z odpowiadającymi im przebiegami sygnału zakłócenia przedstawiono na rys. 2.2.



Rys. 2.2. Odpowiedzi skokowe toru zakłócenie-wyście procesu

### 2.3. Charakterystyka statyczna

W celu wyznaczenia charakterystyki statycznej procesu wyznaczono odpowiedź układu w stanie ustalonym dla pobudzeń różnymi wartościami sygnału sterującego i zakłócenia. Zebrane wyniki przedstawiono na rys. 2.3.

### 2.4. Wzmocnienie statyczne procesu

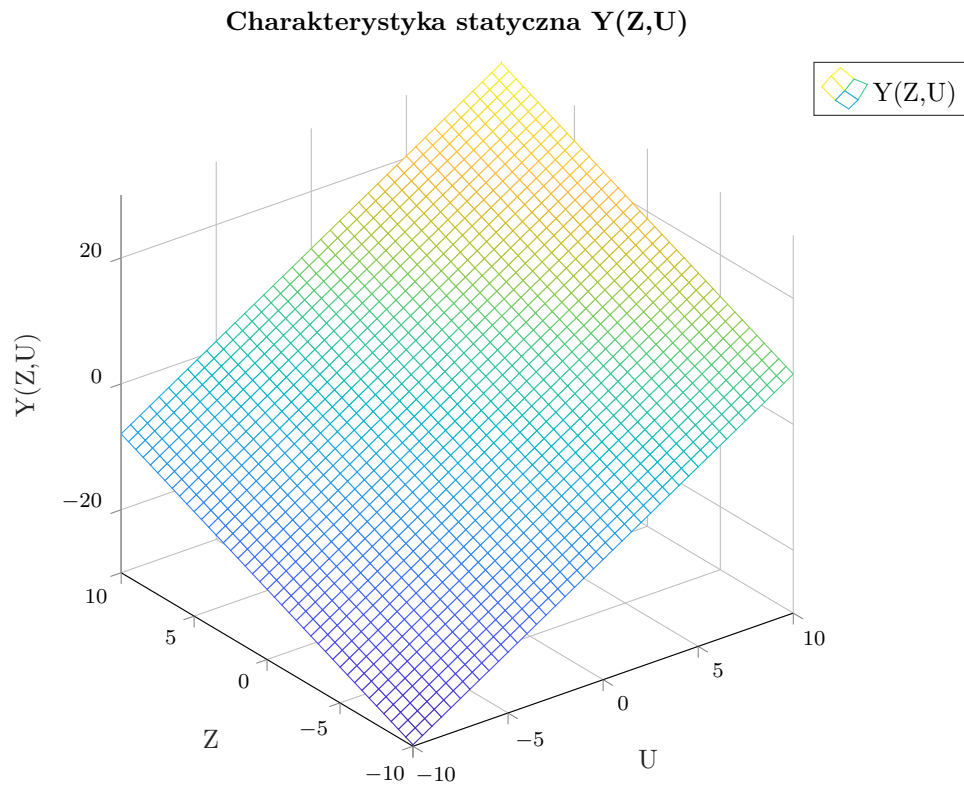
Na podstawie rys. 2.3 można powiedzieć, że obiekt jest w przybliżeniu liniowy. Można zatem wyznaczyć wzmocnienie statyczne obu torów procesu. Wzmocnienie statyczne toru  $U - Y$  dla danego zakłócenia  $Z$  można obliczyć na podstawie wzoru:

$$K_{\text{stat}_{uy}} = \frac{Y(Z, U_{\max}) - Y(Z, U_{\min})}{U_{\max} - U_{\min}} \quad (2.1)$$

Natomiast wzmocnienie statyczne toru  $Z - Y$  dla danego sterowania  $U$  można obliczyć ze wzoru:

$$K_{\text{stat}_{zy}} = \frac{Y(Z_{\max}, U) - Y(Z_{\min}, U)}{Z_{\max} - Z_{\min}} \quad (2.2)$$

Dla danego procesu wzmocnienie statyczne toru  $U - Y$  wynosi  $K_{\text{stat}_{uy}} = 1,8857$ , a wzmocnienie statyczne toru  $Z - Y$  wynosi  $K_{\text{stat}_{zy}} = 1,0906$ .



Rys. 2.3. Charakterystyka statyczna procesu

## 2.5. Implementacja

Implementacje funkcji wykorzystanych do wykonania zadania zawarte są w skryptach `zad2_v1.m` oraz `zad2_char_stat.m`.

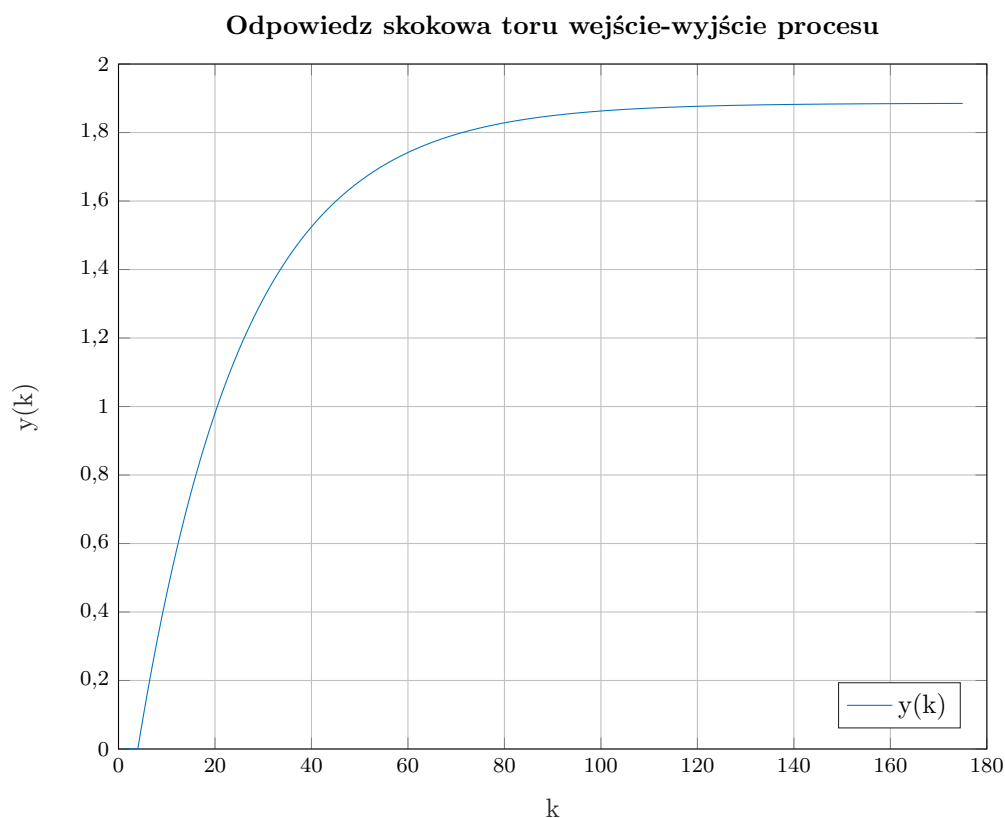
### 3. Odpowiedzi skokowe dla algorytmu DMC

#### 3.1. Odpowiedź skokowa toru wejście-wyście procesu

Do wyznaczania odpowiedzi skokowej toru  $U - Y$  dla algorytmu DMC wybrana została odpowiedź procesu dla jednostkowej zmiany sygnału sterującego:

$$u(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } k < 0 \\ 1 & \text{dla } k \geq 0 \end{cases}$$

W trakcie symulacji sygnał zakłócenia miał cały czas wartość zerową, odpowiadającą wartości z punktu pracy. Otrzymaną odpowiedź skokową przedstawiono na rys. 3.1.



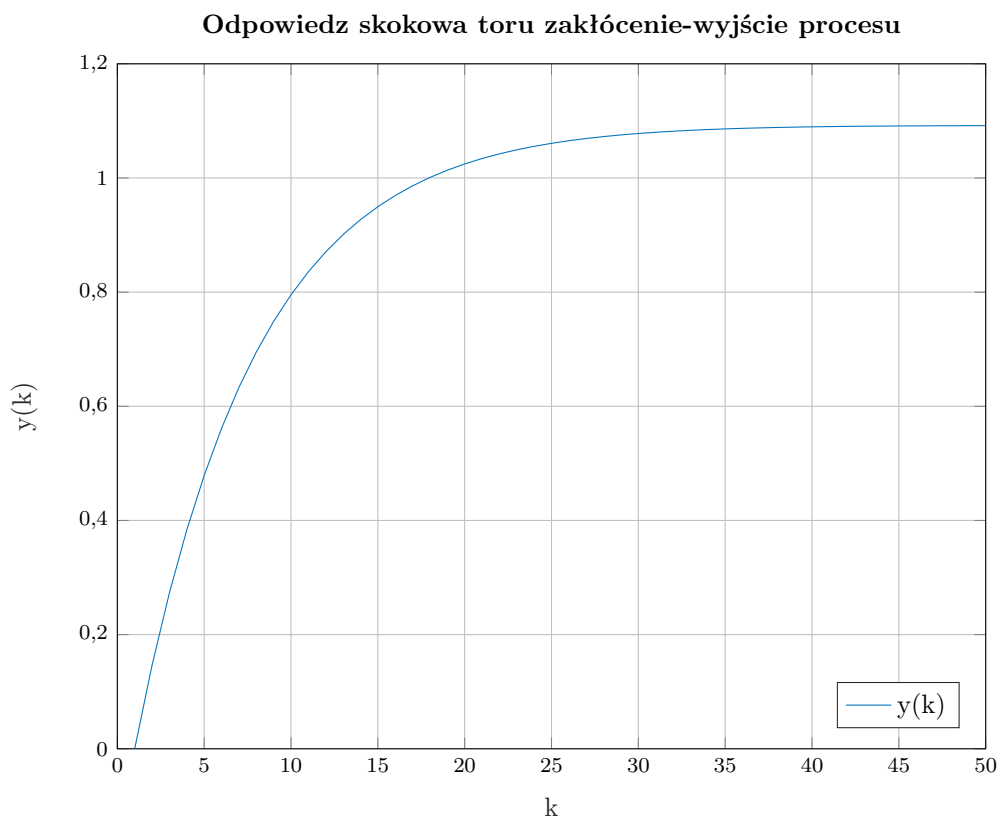
Rys. 3.1. Odpowiedź skokowa toru wejście-wyjście procesu dla algorytmu DMC

#### 3.2. Odpowiedź skokowa toru zakłócenie-wyjście procesu

Do wyznaczania odpowiedzi skokowej toru  $Z - Y$  dla algorytmu DMC wybrana została odpowiedź procesu dla jednostkowej zmiany sygnału zakłócenia:

$$z(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } k < 0 \\ 1 & \text{dla } k \geq 0 \end{cases}$$

W trakcie symulacji sygnał sterujący miał cały czas wartość zerową, odpowiadającą wartości z punktu pracy. Otrzymaną odpowiedź skokową przedstawiono na rys. 3.2.



Rys. 3.2. Odpowiedź skokowa toru zakłócenie-wyjście procesu dla algorytmu DMC

### 3.3. Implementacja

Implementacje funkcji wykorzystanych do wykonania zadania są zawarte w skryptach `zad_skokU_v1.m` oraz `zad_skokZ_v1.m`.



## 4. Implementacja algorytmu DMC w najprostszej wersji analitycznej

### 4.1. Regulator DMC z uwzględnieniem zakłóceń

Regulator DMC jest to regulator predykcyjny - działa on z wyprzedzeniem, zanim nastąpią zmiany wartości sygnału wyjściowego. Wektor przyrostów sterowań dany jest wzorem:

$$\Delta U(k) = \mathbf{K}[Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (4.1)$$

$$= \mathbf{K}[Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) - \mathbf{M}^P \Delta U^P(k) - \mathbf{M}^{zP} \Delta Z^P(k)] \quad (4.2)$$

gdzie:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda I)^{-1} \mathbf{M}^T \quad (4.3)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times (D-1)} \quad (4.5)$$

$$\Delta U^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k - (D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{M}^{zP} = \begin{bmatrix} s_1^z & s_2^z - s_1^z & s_3^z - s_2^z & \dots & s_{D^z}^z - s_{D^z-1}^z \\ s_2^z & s_3^z - s_1^z & s_4^z - s_2^z & \dots & s_{D^z+1}^z - s_{D^z-1}^z \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ s_N^z & s_{N+1}^z - s_1^z & s_{N+2}^z - s_2^z & \dots & s_{N+D^z-1}^z - s_{D^z-1}^z \end{bmatrix}_{N \times (D^z-1)} \quad (4.7)$$

$$\Delta Z^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta z(k-1) \\ \vdots \\ \Delta z(k - (D^z-1)) \end{bmatrix}_{(D^z-1) \times 1} \quad (4.8)$$

gdzie  $N$  - horyzont predykcji,  $N_u$  - horyzont sterowania,  $D$  - horyzont dynamiki,  $D^z$  - horyzont dynamiki zakłóceń,  $\lambda$  - kara za zmianę sterowania

W tym przypadku należy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy  $\Delta U(k)$  czyli  $\Delta u(k|k)$ . Aktualne sterowanie uzyskuje się poprzez zsumowanie  $\Delta u(k|k)$  z poprzednim sterowaniem.

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - \sum_{j=1}^{D-1} \mathbf{k}_j^u \Delta u(k-j) - \sum_{j=1}^{D^z} \mathbf{k}_j^z \Delta u(k-j-1) \quad (4.9)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N k_{1,i} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{k}_j^u = \overline{\mathbf{K}}_1 \mathbf{M}_j^P, \quad j = 1, \dots, D-1 \quad (4.11)$$

$$\mathbf{k}_j^z = \overline{\mathbf{K}}_1 \mathbf{M}_j^{zP}, \quad j = 1, \dots, D^z \quad (4.12)$$

## 4.2. Dobieranie parametrów $D$ , $N$ , $N_u$ i $\lambda$ algorytmu DMC

Parametry  $D$ ,  $N$ ,  $N_u$ ,  $\lambda$  algorytmu DMC będą dobierane przy skokowej zmianie sygnału wartości zadanej z 0 do 1 i zerowym zakłóceniu. Dla danego zestawu parametrów algorytm regulacji będzie oceniany jakościowo (na podstawie rysunków przebiegów sygnałów) jak i ilościowo za pomocą poniższej miary:

$$E = \sum_{k=1}^{k_{\text{konc}}} (y^{\text{zad}}(k) - y(k))^2 \quad (4.13)$$

Długość horyzontu dynamiki obiektu wynika z długości odpowiedzi skokowej tego obiektu i wynosi  $D = 175$ . Dobieranie wartości horyzontu predykcji oraz horyzontu sterowania rozpoczynamy od największej możliwej wartości, czyli od  $D$ . Współczynnik kary za przyrosty sterowania ma wartość początkową równą 1. Zatem przyjmujemy:

$$D = 175, N = 175, N_u = 175, \lambda = 1 \quad (4.14)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.14) przedstawiono na rys. 4.1. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 7,6816.

Widzimy, że algorytm sprawnie radzi sobie z regulacją, jednak kosztem dużych nakładów obliczeniowych (duże wymiary macierzy). Zmniejszamy zatem horyzont predykcji oraz sterowania i do kolejnego testu bierzemy następujące parametry:

$$D = 175, N = 30, N_u = 30, \lambda = 1 \quad (4.15)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.15) przedstawiono na rys. 4.2. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 7,6817.

Kontynuujemy skracanie horyzontów predykcji oraz sterowania i przyjmujemy parametry:

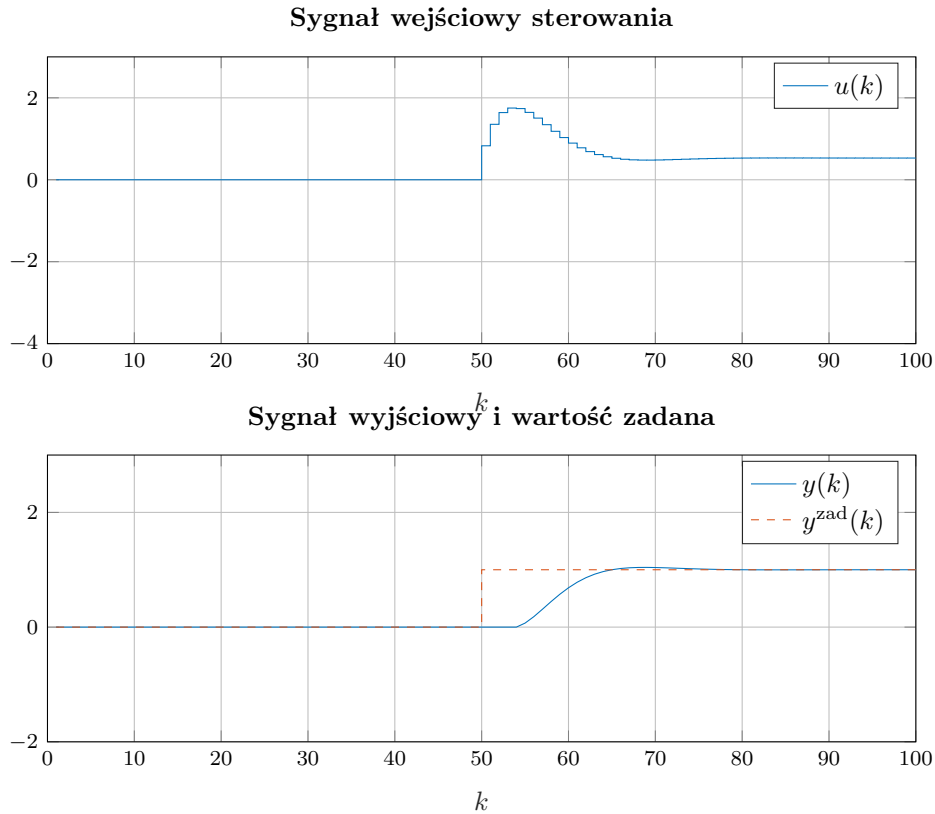
$$D = 175, N = 20, N_u = 20, \lambda = 1 \quad (4.16)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.16) przedstawiono na rys. 4.3. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 7,6908.

Dalej skracamy horyzonty  $N$  i  $N_u$  i przyjmujemy parametry:

$$D = 175, N = 10, N_u = 10, \lambda = 1 \quad (4.17)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.17) przedstawiono na rys. 4.4. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 7,5941. Możemy zauważyć zmniejszenie wartości wskaźnika ilościowego.



Rys. 4.1. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC

Jeśli chodzi o jakość regulacji, to następuje ona wolniej, niż w poprzednich przypadkach, co jest spowodowane krótszym horyzontem predykcji. Widzimy również lekkie przeregulowanie.

W następnym teście podtrzymujemy wartość horyzontu predykcji, ale skracamy horyzont sterowania. Przyjmujemy parametry:

$$D = 175, N = 10, N_u = 1, \lambda = 1 \quad (4.18)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.18) przedstawiono na rys. 4.5. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 7,2156. Widzimy znaczną poprawę wskaźnika ilościowego oraz eliminację przeregulowania. Przyjmujemy w dalszym etapie doboru parametrów, że  $N_u = 1$ .

Tym razem próbujemy jeszcze bardziej zmniejszyć wartość horyzontu predykcji i przyjmujemy parametry:

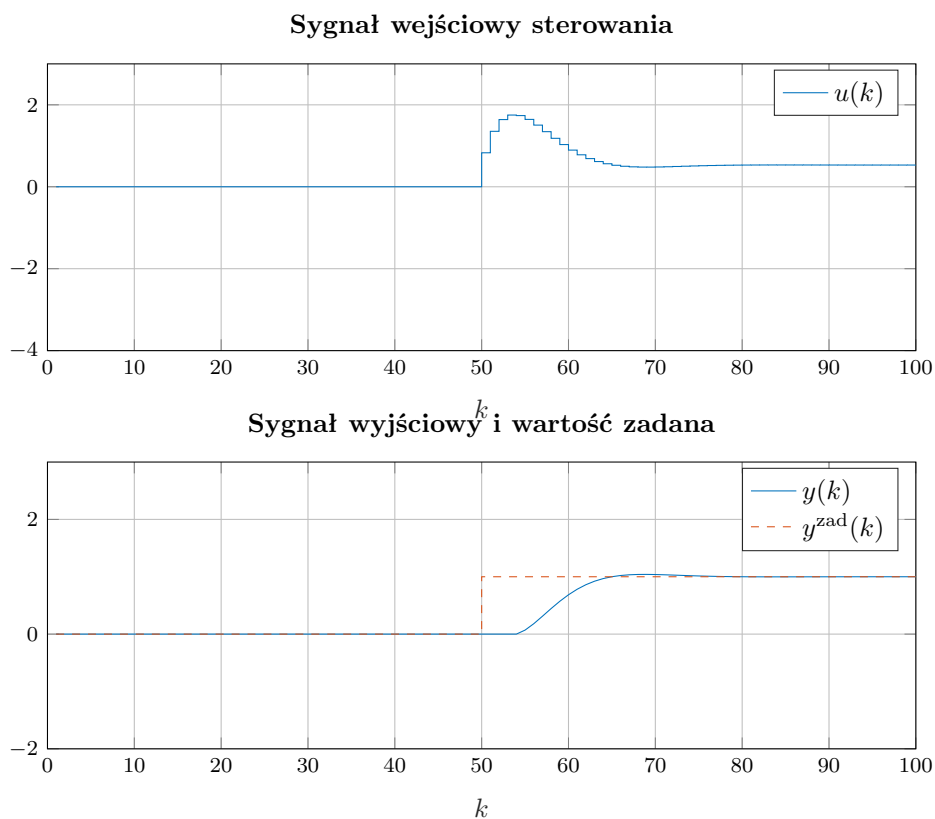
$$D = 175, N = 5, N_u = 1, \lambda = 1 \quad (4.19)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.19) przedstawiono na rys. 4.6. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 16,3408. Widzimy, że dalsze skracanie horyzontu predykcji skutkuje zwiększeniem wskaźnika ilościowego oraz zwiększeniem czasu regulacji, przeregulowaniem. Stwierdzamy że  $N = 10$  jest optymalnym doбором.

W ostatnim kroku próbujemy zwiększyć wartość współczynnika kar za przyrosty sterowania  $\lambda$ . Przyjmujemy parametry:

$$D = 175, N = 10, N_u = 1, \lambda = 1.5 \quad (4.20)$$

Wyniki symulacji dla parametrów (4.20) przedstawiono na rys. 4.7. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 7,6539. Widzimy pogorszenie wskaźnika ilościowego, występuje przeregulowanie. Stwierdzamy, że  $\lambda = 1$  to optymalna wartość.



Rys. 4.2. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC

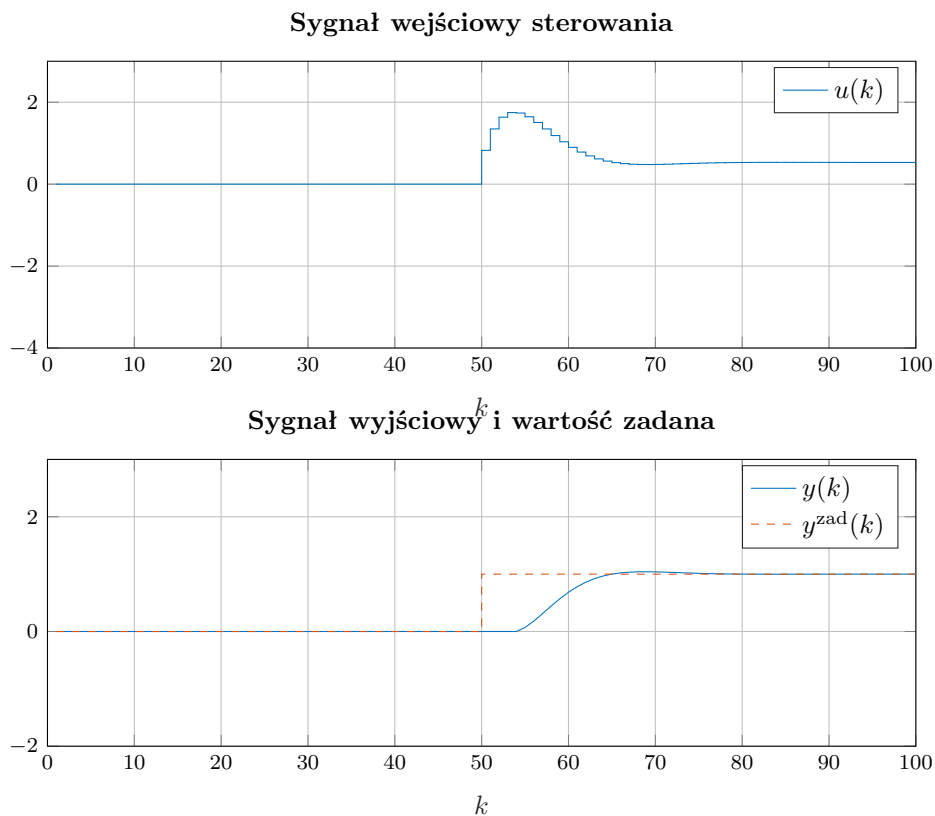
### 4.3. Ostateczne doборы parametrów algorytmu DMC

Ostatecznie przyjęliśmy następujące parametry algorytmu DMC:

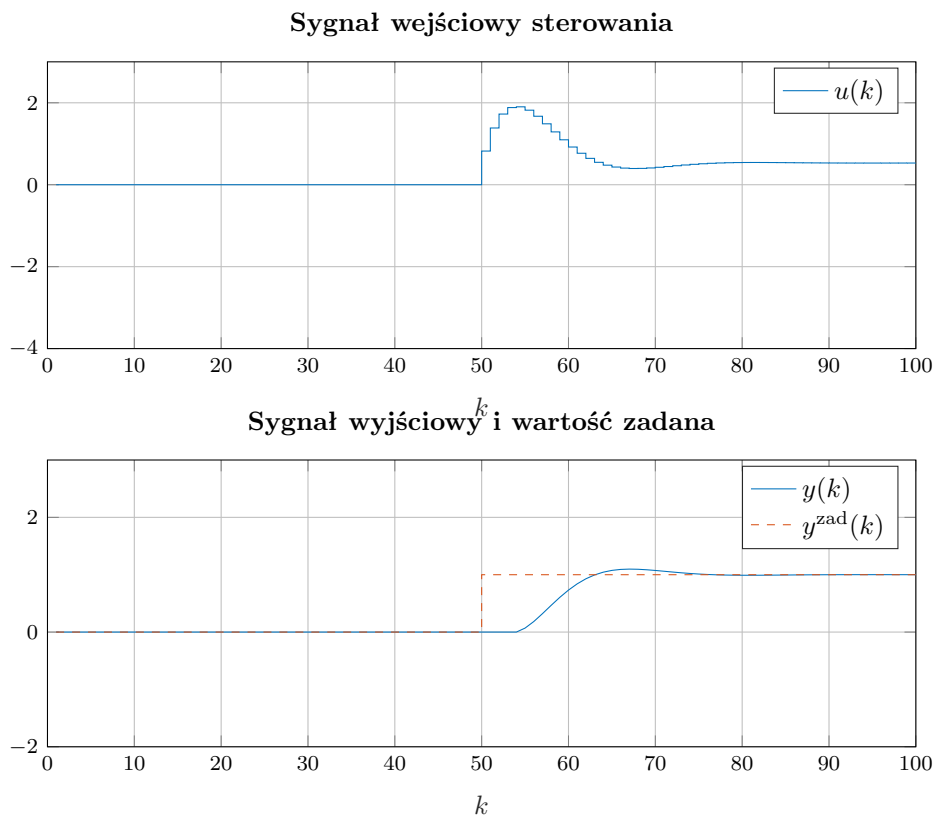
$$D = 175, N = 10, N_u = 1, \lambda = 1 \quad (4.21)$$

### 4.4. Implementacja

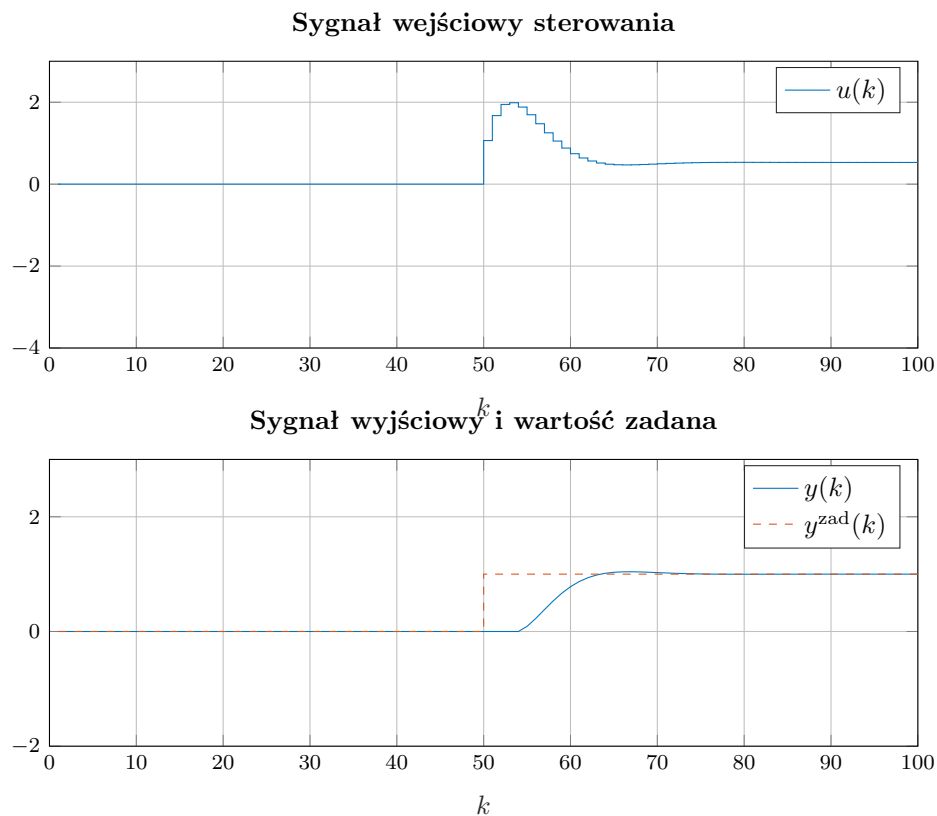
Implementacja algorytmu DMC jest zawarta w skrypcie `zad4_DMC_v1.m`.



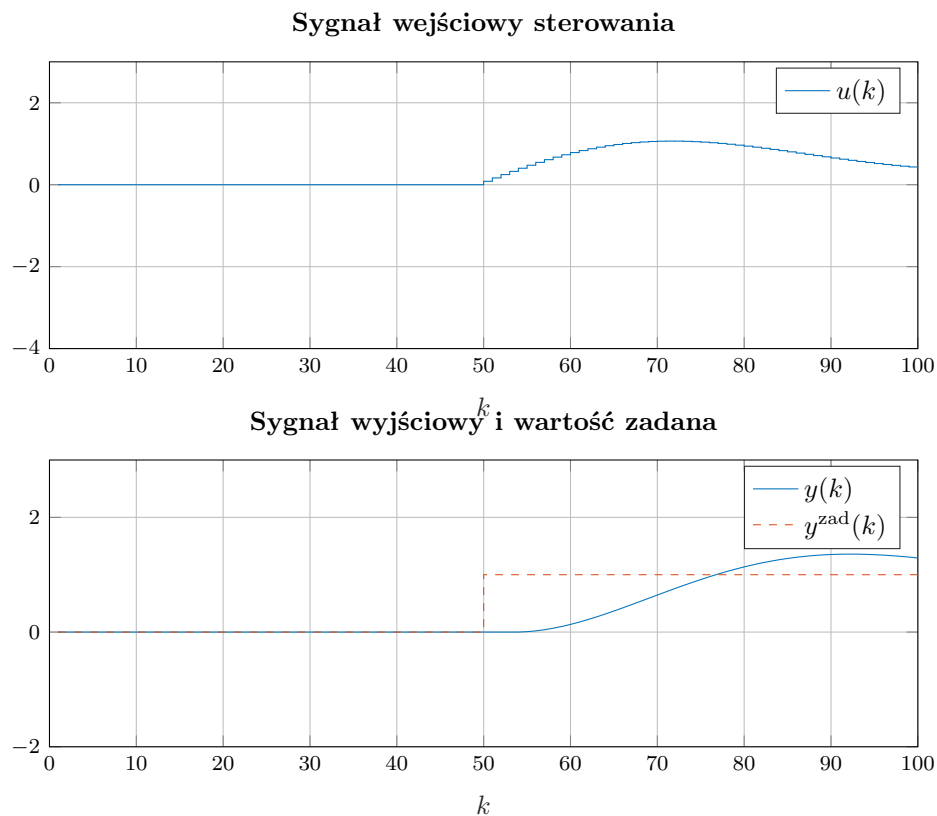
Rys. 4.3. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC



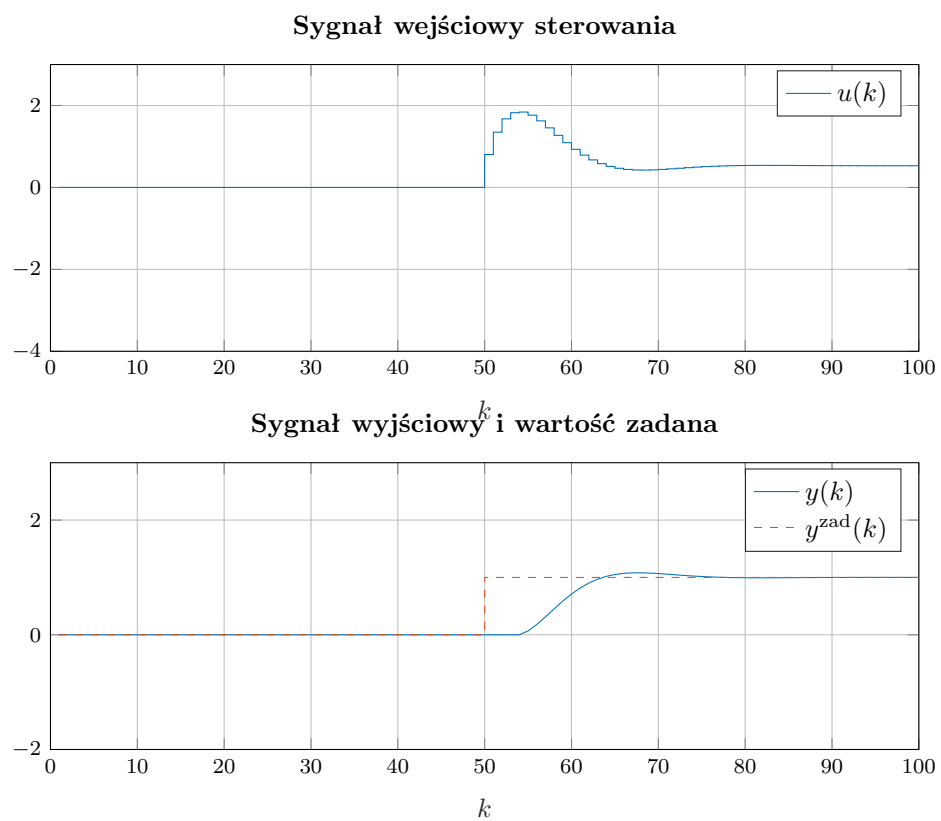
Rys. 4.4. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC



Rys. 4.5. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC



Rys. 4.6. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC



Rys. 4.7. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC

## 5. Regulacja za pomocą DMC z uwzględnieniem zakłóceń zmiennych skokowo

### 5.1. Przeprowadzone eksperymenty

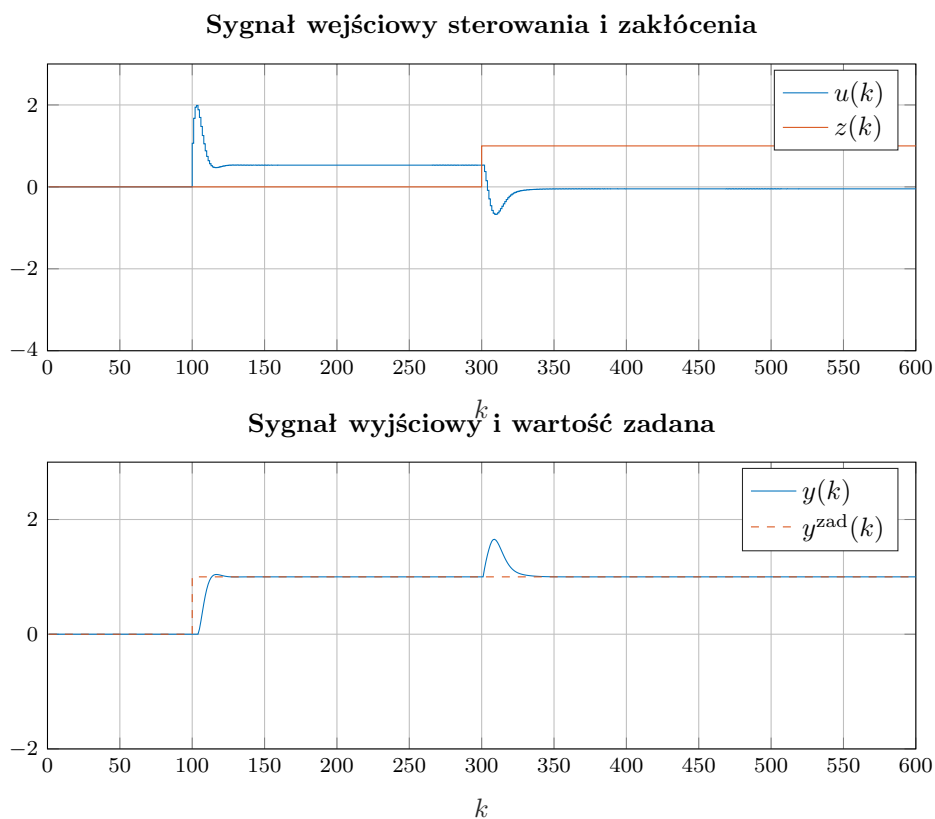
Tym razem zakładamy, że oprócz zmian sygnału wartości zadanej w chwili  $k = 100$  następuje też skokowa zmiana sygnału zakłócenia z wartości 0 do 1 (zmiana ta ma miejsce w chwili  $k = 300$ , czyli pewnen czas po osiągnięciu przez proces wartości zadanej wyjścia).

Przyjmujemy, że  $D^z = 50$ , ponieważ tyle wynosi horyzont dynamiki zakłóceń.

Przyjmujemy następujące parametry regulatora DMC:

$$D = 175, D^z = 50, N = 10, N_u = 1, \lambda = 1 \quad (5.1)$$

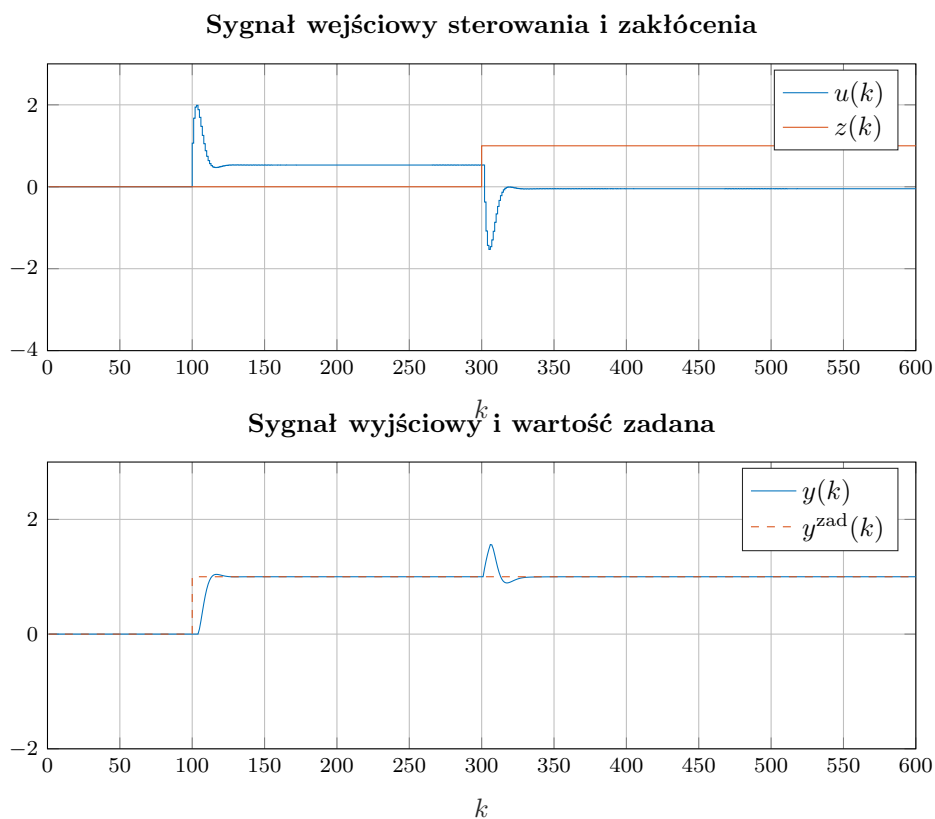
Wyniki symulacji dla algorytmu nieuwzględniającego zakłóceń przedstawiono na rys. 5.1. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 11,2706.



Rys. 5.1. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC bez uwzględnienia zakłóceń

Wyniki symulacji dla algorytmu uwzględniającego zakłócenia przedstawiono na rys. 5.2. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 8,8851.





Rys. 5.2. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń

## 5.2. Wnioski

W drugim przypadku możemy zauważyć znaczną poprawę wskaźnika ilościowego. Następuje szybszy powrót do wartości zadanej, co wskazuje na to, że pomiar zakłócenia i jego uwzględnienie prowadzi do lepszej regulacji, niż gdy brak jest tego pomiaru.

## 5.3. Implementacja

Implementacja algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń jest zawarta w skrypcie `zad567_DMC_pomiarZ_v1.m`.

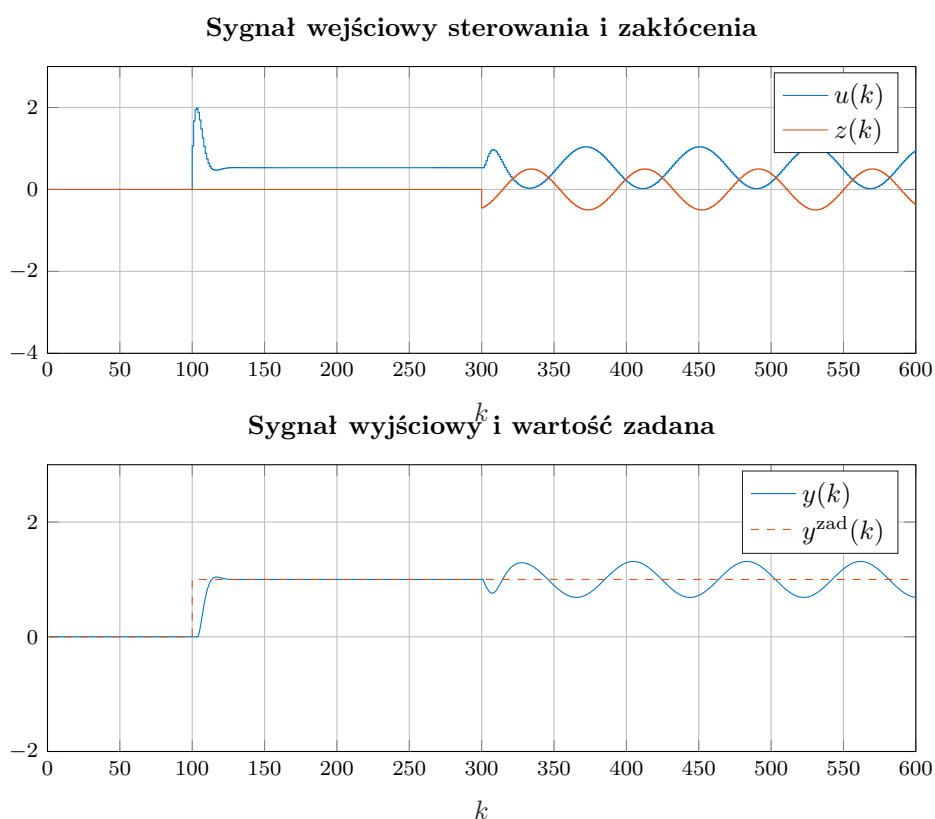
## 6. Regulacja za pomocą DMC z uwzględnieniem zakłóceń zmiennych sinusoidalnie

### 6.1. Przeprowadzone eksperymenty

Tym razem zakładamy, że oprócz zmian sygnału wartości zadanej w chwili  $k = 100$ , w pewnym momencie pojawia się też zakłócenie zmienne sinusoidalnie, które będzie oddziaływało na obiekt. Zakłócenie to pojawi się w chwili  $k = 300$ , czyli pewien czas po osiągnięciu przez proces wartości zadanej wyjścia.

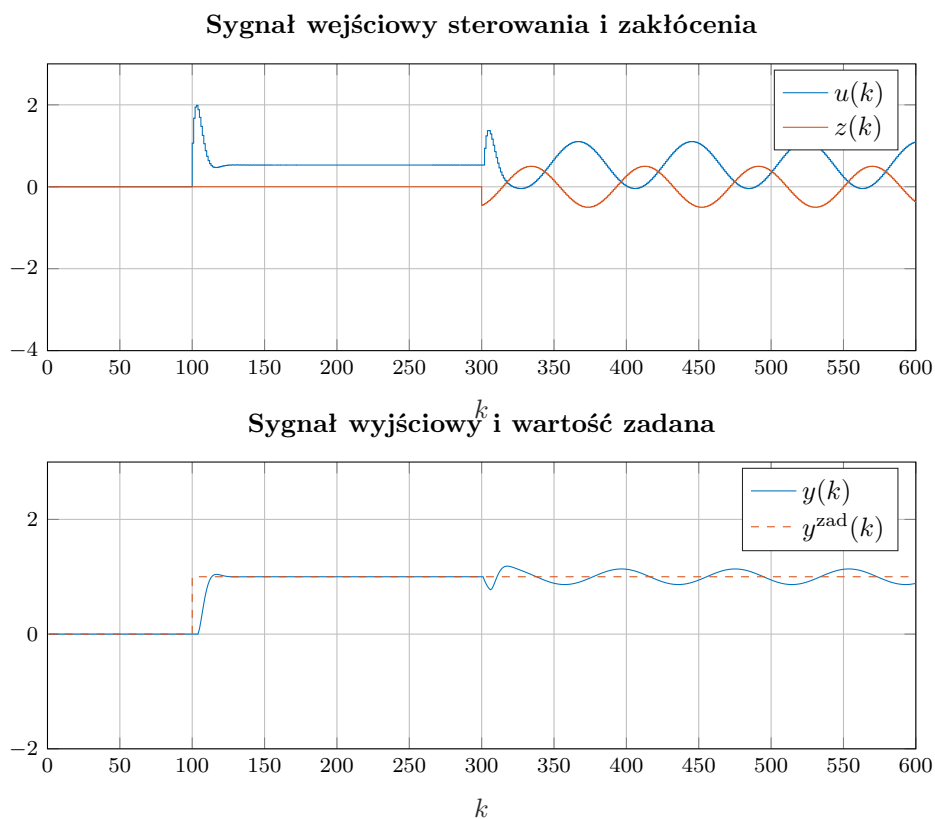
Przyjmujemy parametry regulatora DMC takie jak w (5.1).

Wyniki symulacji dla algorytmu nieuwzględniającego zakłóceń przedstawiono na rys. 6.1. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 21,4699.



Rys. 6.1. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC bez uwzględnienia zakłóceń sinusoidalnych

Wyniki symulacji dla algorytmu uwzględniającego zakłócenia przedstawiono na rys. 6.2. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 10,3366.



Rys. 6.2. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń sinusoidalnych

## 6.2. Wnioski

W drugim przypadku możemy zauważyć znaczną poprawę wskaźnika ilościowego. Nie następuje szybszy powrót do wartości zadanej, co wskazuje na to, że zakłóceń okresowych nie można w pełni kompensować. Jednakże w przypadku brania pod uwagę zakłóceń można ograniczyć zakres wywołanych oscylacji sygnału wyjściowego.

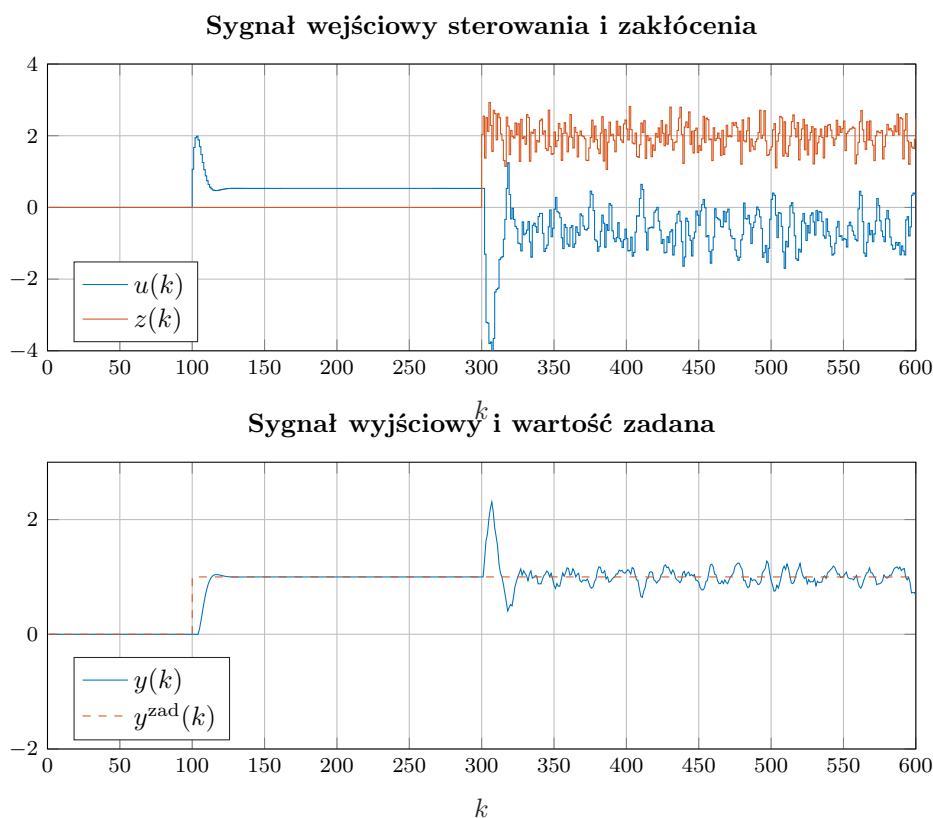
## 6.3. Implementacja

Implementacja algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń jest zawarta w skrypcie `zad567_DMC_pomiarZ_v1.m`.

## 7. Odporność algorytmu na błąd pomiaru sygnału zakłócenia (szum pomiarowy)

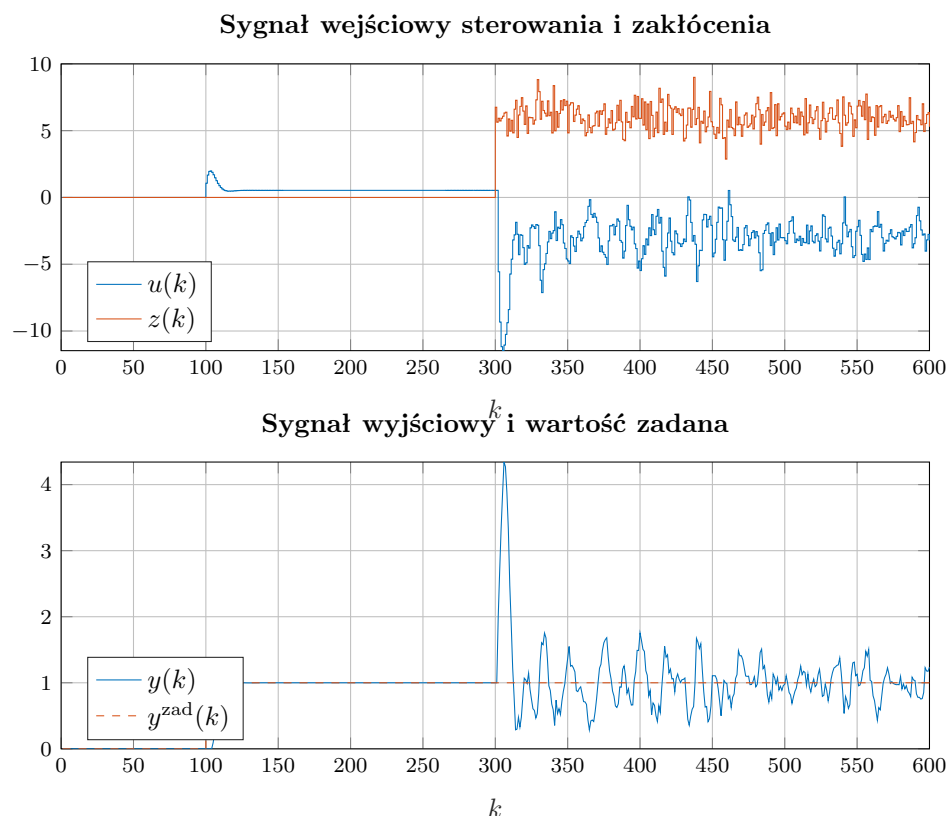
### 7.1. Przeprowadzone eksperymenty

W celu wygenerowania szumu pomiarowego zastosowana została funkcja `rand()`. Wyniki symulacji dla algorytmu uwzględniającego zakłócenia z szumem pomiarowym zmieniającym wartości od 0 do 2 przedstawiono na rys. 7.1. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 20,7021.



Rys. 7.1. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń z szumem pomiarowym

Wyniki symulacji dla algorytmu uwzględniającego zakłócenia z szumem pomiarowym zmieniającym wartości od 0 do 10 przedstawiono na rys. 7.2. Otrzymana wartość wskaźnika ilościowego wynosi: 90,2745.



Rys. 7.2. Przebiegi sygnałów dla regulacji przy pomocy algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń z szumem pomiarowym

## 7.2. Wnioski

Występowanie błędu pomiaru sygnału zakłócenia powoduje, że układ zachowuje się niespokojnie i występują nieznaczne oscylacje na wyjściu obiektu (sygnał na wyjściu nie jest idealnie stabilny). Nie wpływa to jednak negatywnie na układ, ponieważ występujące oscylacje są bardzo niewielkie. Zatem regulator poprawnie realizuje swoje zadanie i utrzymuje wartość zadaną na wyjściu procesu.

## 7.3. Implementacja

Implementacja algorytmu DMC z uwzględnieniem zakłóceń jest zawarta w skrypcie `zad567_DMC_pomiarZ_v2.m`.