

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego
nr 3, zadanie nr 3

Wojciech Rokicki, Radosław Pietkun, Jakub Gruszecki

Warszawa, 2020

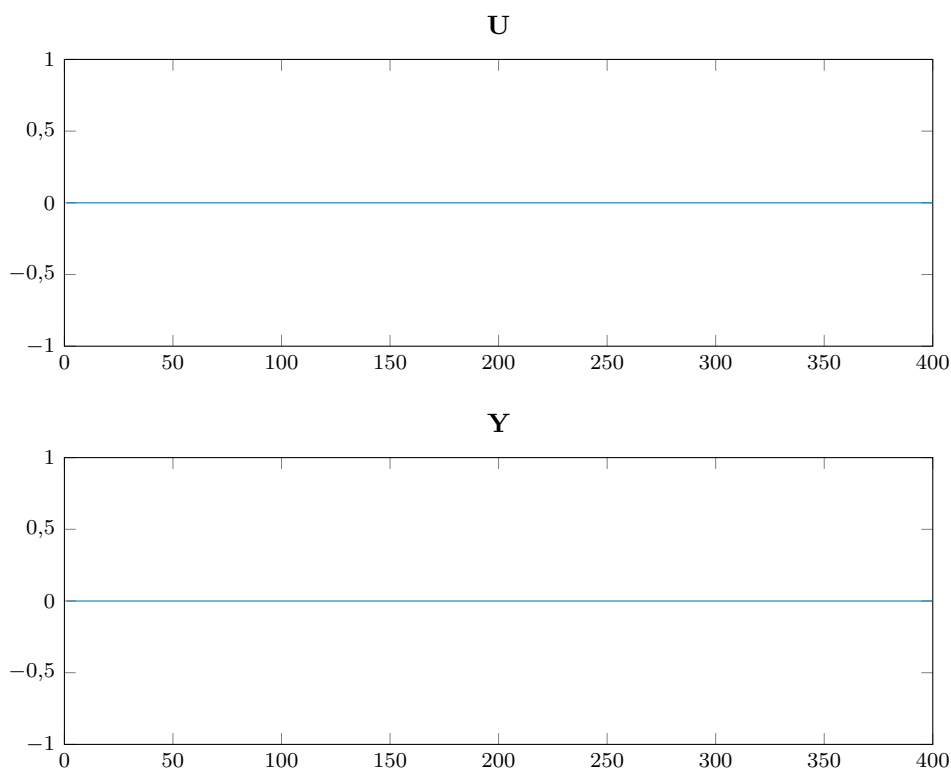
Spis treści

1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy	2
1.1. Poprawność wartości sygnałów w punkcie pracy	2
1.2. Wnioski	2
1.3. Implementacja	2
2. Odpowiedzi skokowe i charakterystyka statyczna	3
2.1. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru wejście-wyjście procesu	3
2.2. Charakterystyka statyczna	3
2.3. Właściwości statyczne i dynamiczne	3
2.4. Implementacja	4
3. Symulacja cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC	5
3.1. Regulator PID	5
3.2. Regulator DMC	5
3.3. Implementacja	6
4. Dobór parametrów cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC	7
4.1. Regulator PID	7
4.2. Regulator DMC	7
4.3. Wnioski	8
4.4. Implementacja	8
5. Rozmyty algorytm PID oraz DMC	25
5.1. Funkcje przynależności	25
5.1.1. Funkcje Gaussa	25
5.1.2. Funkcje trójkątne	25
5.1.3. Funkcje trapezoidalne	26
5.2. Rozmyty algorytm PID	26
5.3. Rozmyty algorytm DMC w wersji analitycznej	27
5.4. Implementacja	27
6. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów PID	28
6.1. Funkcje przynależności Gaussa	28
6.2. Funkcje przynależności trójkątne	30
6.3. Funkcje przynależności trapezoidalne	36
6.4. Wnioski	40
7. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów DMC	43
7.1. Funkcje przynależności Gaussa	43
7.2. Funkcje przynależności trójkątne	46
7.3. Funkcje przynależności trapezoidalne	50
7.4. Wnioski	58

1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy

1.1. Poprawność wartości sygnałów w punkcie pracy

W celu sprawdzenia poprawności wartości sygnałów U_{pp} oraz Y_{pp} obiekt został pobudzony sygnałem o wartości: $U_{pp} = 0$. Wartości sygnałów w punkcie pracy będą poprawne, jeśli sygnał wyjściowy przyjmie wartość stałą $Y_{pp} = 0$.



Rys. 1.1. Przebiegi sygnałów $u(k)$, $y(k)$ w punkcie pracy

1.2. Wnioski

Na podstawie rysunku 1.1 widać, że dla stałej wartości sygnału sterującego $U_{pp} = 0$ wyjście obiektu przyjmuje stałą wartość, równą $Y_{pp} = 0$. Jest to dowód na to, że podane wartości sygnałów wejściowego sterowania oraz wyjściowego w punkcie pracy są poprawne.

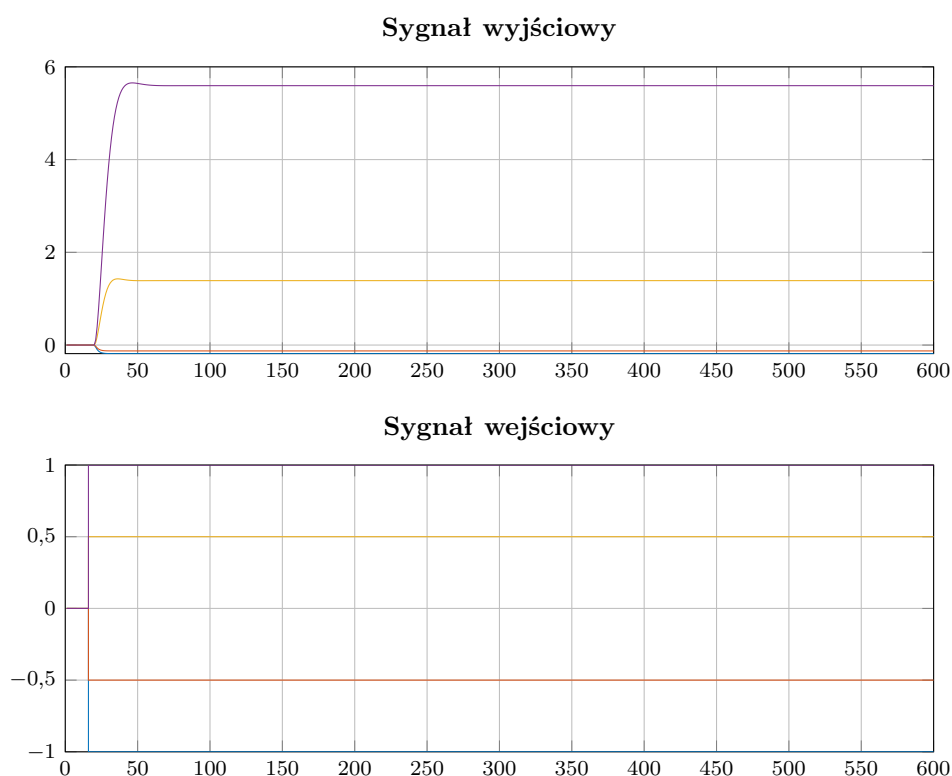
1.3. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad1.m`.

2. Odpowiedzi skokowe i charakterystyka statyczna

2.1. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru wejście-wyjście procesu

W celu wyznaczenia odpowiedzi skokowych obiekt był pobudzany, w punkcie pracy, różnymi skokami sygnału sterującego w chwili $k = 16$. Przeprowadzono cztery testy dla różnych wartości skoków. Uzyskane odpowiedzi skokowe wraz z odpowiadającymi im przebiegami sygnału sterowania przedstawiono na rys. 2.1.



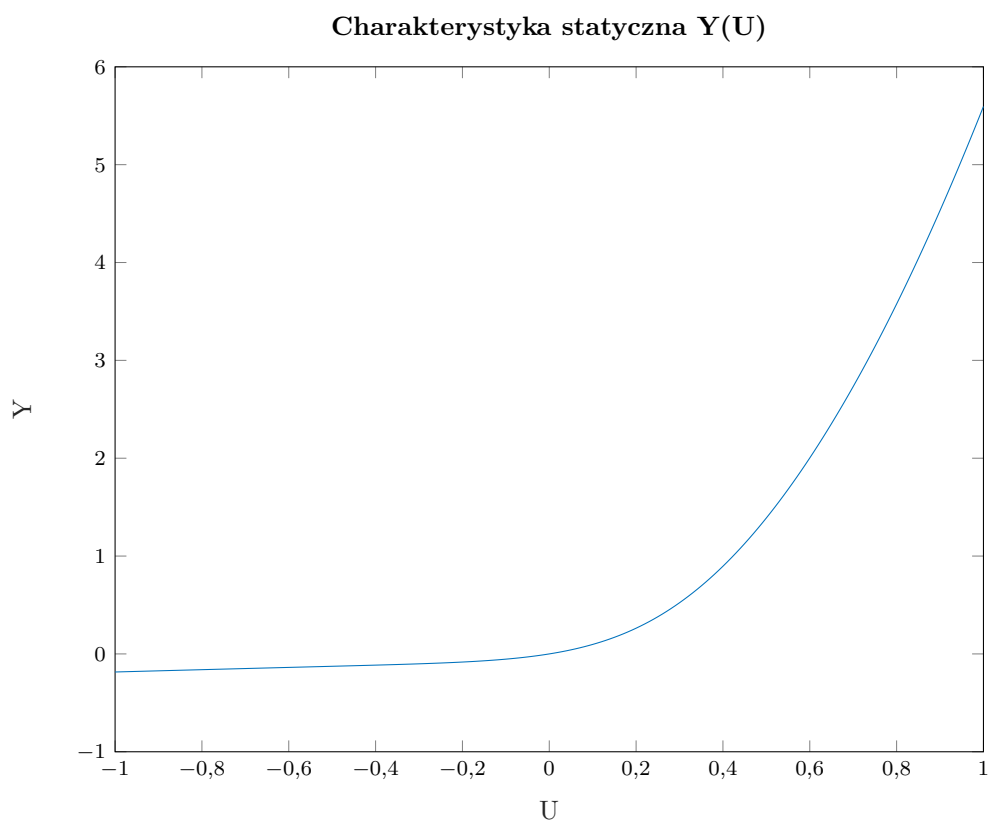
Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe toru wejście-wyjście procesu

2.2. Charakterystyka statyczna

W celu wyznaczenia charakterystyki statycznej procesu wyznaczono odpowiedź układu w stanie ustalonym dla pobudzeń różnymi wartościami sygnału sterującego. Zebrane wyniki przedstawiono na rys. 2.2.

2.3. Właściwości statyczne i dynamiczne

Na podstawie rys. 2.2 można powiedzieć, że właściwości statyczne i dynamiczne obiektu są nieliniowe.



Rys. 2.2. Charakterystyka statyczna procesu

2.4. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad2.m`.

3. Symulacja cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC

3.1. Regulator PID

Regulator PID składa się trzech członów: proporcjonalnego, całkującego oraz różniczkującego. Działa on w pętli sprzężenia zwrotnego, mając na celu zredukowanie uchybu (różnicy między wartością zadaną a zmierzoną wartością sygnału wyjściowego procesu) poprzez odpowiednią zmianę sygnału sterującego. Dyskretny regulator PID ma postać:

$$u(k) = r_2 e(k-2) + r_1 e(k-1) + r_0 e(k) + u(k-1) \quad (3.1)$$

gdzie:

$$r_2 = K \frac{T_d}{T_p} \quad (3.2)$$

$$r_1 = K \left(\frac{T_p}{2T_i} - \frac{2T_d}{T_p} - 1 \right) \quad (3.3)$$

$$r_0 = K \left(1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p} \right) \quad (3.4)$$

gdzie K - wzmocnienie członu proporcjonalnego, T_i - czas zdwojenia członu całkującego, T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego, T_p - okres próbkowania

3.2. Regulator DMC

Regulator DMC jest to regulator predykcyjny - działa on z wyprzedzeniem, zanim nastąpią zmiany wartości sygnału wyjściowego. Wektor przyrostów sterowań dany jest wzorem:

$$\Delta U(k) = \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (3.5)$$

$$= \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) - \mathbf{M}^P \Delta U^P(k)] \quad (3.6)$$

gdzie:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda I)^{-1} \mathbf{M}^T \quad (3.7)$$

$$\Delta U^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k-(D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times (D-1)} \quad (3.10)$$

gdzie N - horyzont predykcji, N_u - horyzont sterowania, D - horyzont dynamiki, λ - kara za zmianę sterowania

W tym przypadku należy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta U(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. Aktualne sterowanie uzyskuje się poprzez zsumowanie $\Delta u(k|k)$ z poprzednim sterowaniem.

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - \sum_{j=1}^{D-1} \mathbf{k}_j^u \Delta u(k-j) \quad (3.11)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N k_{1,i} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{k}_j^u = \overline{\mathbf{K}}_1 \mathbf{M}_j^P, \quad j = 1, \dots, D-1 \quad (3.13)$$

3.3. Implementacja

Do zrealizowania zadania został użyty skrypt `zad3.m`. Należy ustawić odpowiednie wartości dla zmiennych o nazwach `piddmc` (0 - pid, 1 - dmc) oraz ograniczenia (0 - wyłączone, 1 - włączone).

4. Dobór parametrów cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC

Podczas strojenia regulatorów przyjęliśmy następującą trajektorię zadaną

$$y^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 99 \\ 0,5 & \text{dla } 100 \leq k \leq 299 \\ 1 & \text{dla } 300 \leq k \leq 499 \\ -0,1 & \text{dla } 500 \leq k \leq 699 \\ 5 & \text{dla } 700 \leq k \leq 1200 \end{cases} \quad (4.1)$$

Jakość regulacji ocenialiśmy na podstawie wykresów oraz na podstawie poniższego wskaźnika jakości

$$E = \sum_{k=1}^{k_{\text{konc}}} (y^{\text{zad}}(k) - y(k))^2 \quad (4.2)$$

4.1. Regulator PID

Regulator PID stroiliśmy metodą inżynierską ze względu na zawodność metody Zieglera-Nicholsa. W pierwszej kolejności dobraliśmy wartość wzmocnienia. W kolejnych krokach dostrajaliśmy kolejno człony całkujący i różniczkujący. Kolejne etapy strojenia regulatora zostały zilustrowane na rys. 4.1 – 4.16.

Ostatecznie przyjęliśmy następujące nastawy regulatora PID

$$K = 0,11, \quad T_i = 4,6, \quad T_d = 0,65 \quad (4.3)$$

Przebiegi uzyskane dla tych wartości przedstawiono na rysunkach 4.15 oraz 4.16. Uzyskana wartość wskaźnika jakości $E = 403,7229$.

4.2. Regulator DMC

Ważnym elementem strojenia pojedynczego regulatora DMC był dobór odpowiedzi skokowej. Najlepiej wypadła odpowiedź skokowa w punkcie pracy dla $u = 0,6$, ze skokiem do $u = 1,0$, dla zadanej trajektorii sygnału wyjściowego. Regulator DMC stroiliśmy począwszy od największych możliwych wartości horyzontów predykcji oraz sterowania, wynikających z długości zebranej odpowiedzi skokowej $D = 53$. Następnie stopniowo zmniejszaliśmy horyzonty N oraz N_u tak, by z jednej strony zmniejszyć złożoność obliczeniową algorytmu, a z drugiej utrzymać dobrą jakość regulacji. Na końcu manipulowaliśmy współczynnikiem kar za przyrosty sterowania i zauważyliśmy, że jego zwiększanie wpływa niekorzystnie na regulację, więc pozostawiliśmy współczynnik niezmienny. Ostatecznie przyjęliśmy następujące nastawy regulatora DMC

$$D = 53, \quad N = 10, \quad N_u = 2, \quad \lambda = 1 \quad (4.4)$$

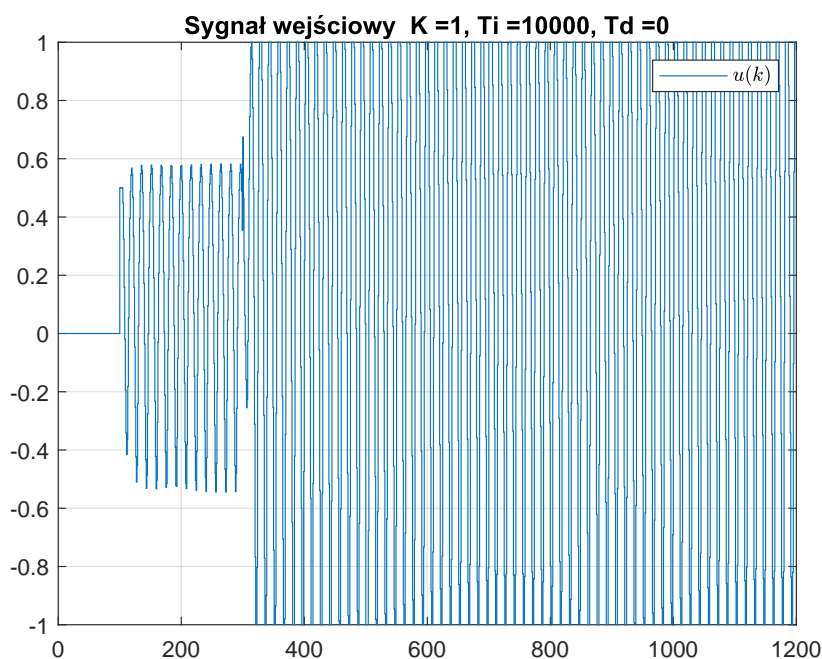
Przebiegi uzyskane dla takiego strojenia regulatora DMC przedstawiono na rysunkach 4.31 oraz 4.32. Uzyskana wartość wskaźnika jakości wynosi $E = 264,7306$.

4.3. Wnioski

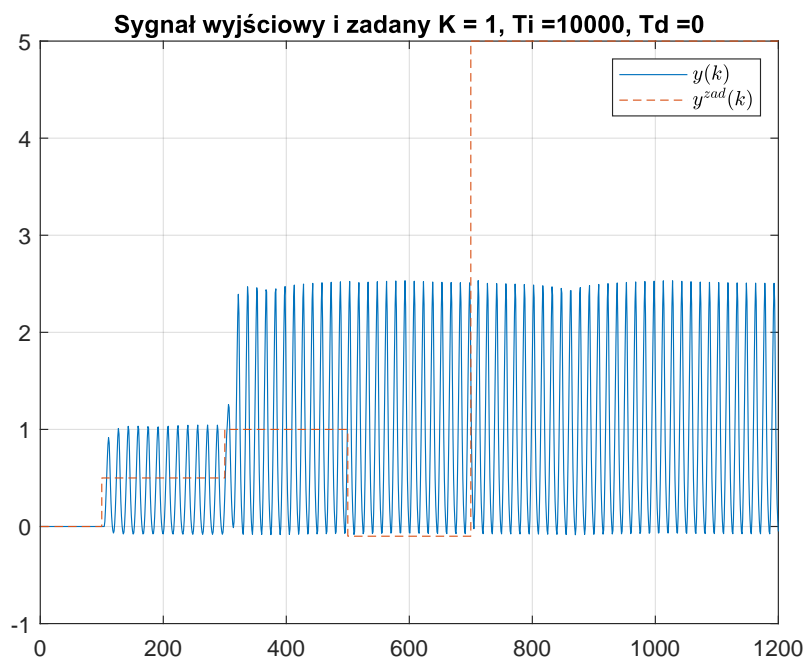
Porównując najlepszy uzyskany regulator PID z najlepszym uzyskanym regulatorem DMC można stwierdzić, że regulator PID pozwolił zapewnić spokojniejsze działanie układu bez występowanie oscylacji oraz przeregulowania. Oscylacji jak i przeregulowania nie udało się uniknąć w algorytmie DMC. Regulator DMC działał jednak szybciej od PID. Pod względem wskaźnika jakości E regulator DMC również wypadł korzystniej od PID. Zatem ciężko jest jednoznacznie wskazać, który regulator jest lepszy. Z racji tego, że badany obiekt jest nieliniowy, można poprawić jakość regulacji dla obu algorytmów przez zastosowanie regulatorów rozmytych.

4.4. Implementacja

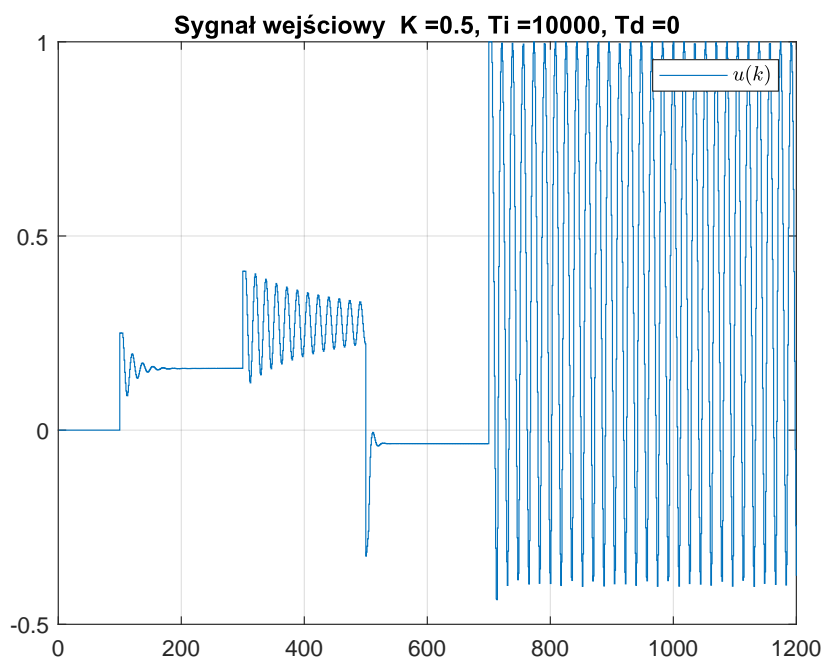
Do strojenia regulatorów PID oraz DMC wykorzystaliśmy program zawarty w skrypcie `zad3.m`.



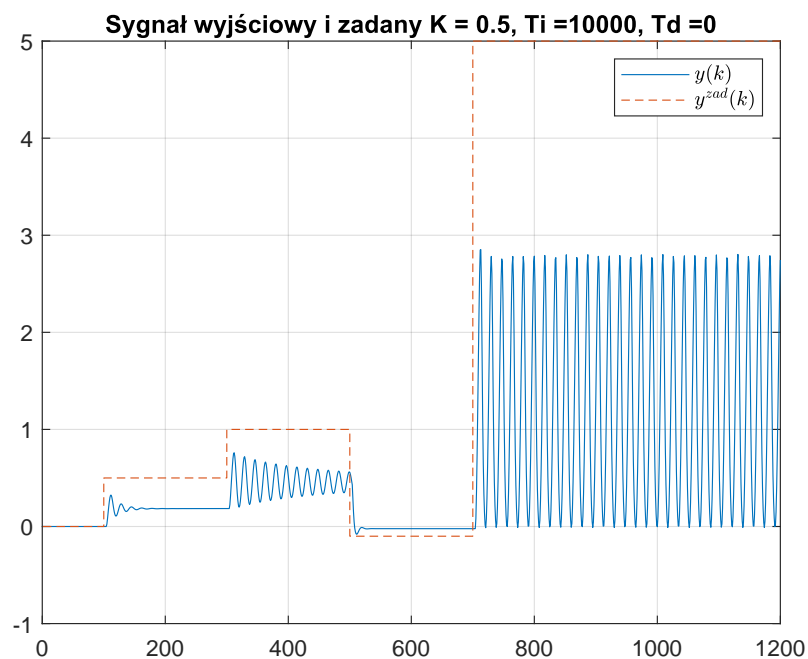
Rys. 4.1. Kalibracja regulatora PID (krok 1) - sygnał sterujący



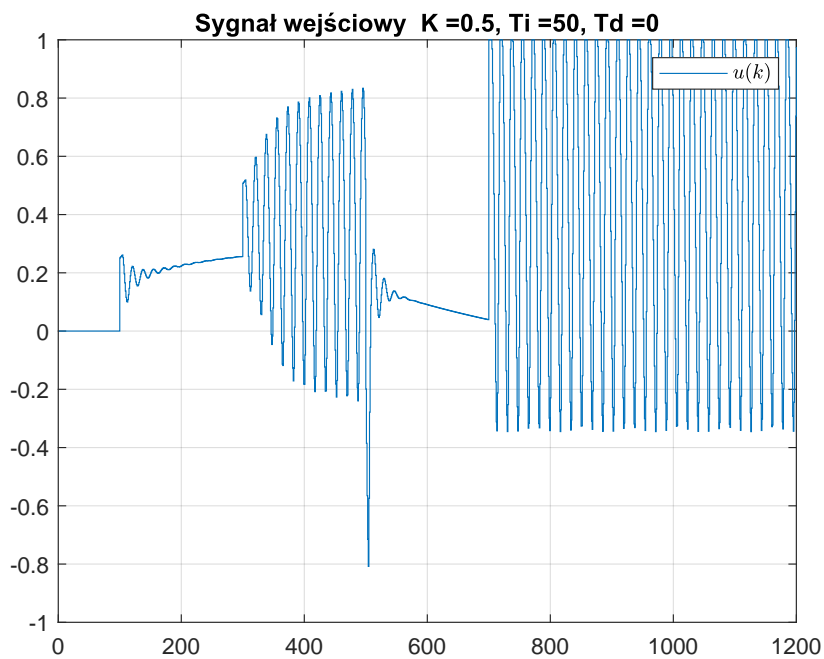
Rys. 4.2. Kalibracja regulatora PID (krok 1) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 9,1217 \cdot 10^3$. Dobieranie nastawów regulatora PID zaczęliśmy ze wzmocnieniem równym 1 i wyłączonym członem całkującym oraz różniczkującym. W następnym kroku zmniejszymy wzmocnienie tak, ażeby zmniejszyć oscylacje.



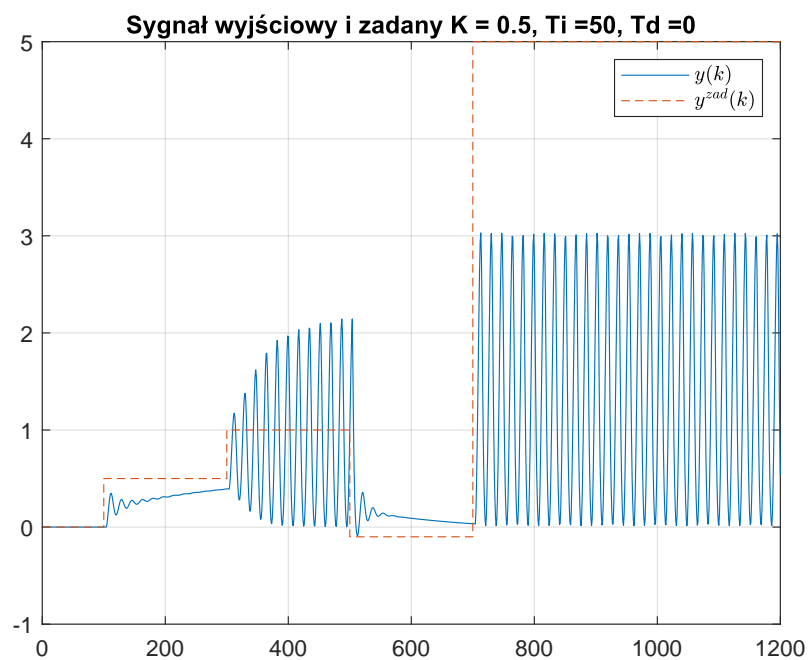
Rys. 4.3. Kalibracja regulatora PID (krok 2) - sygnał sterujący



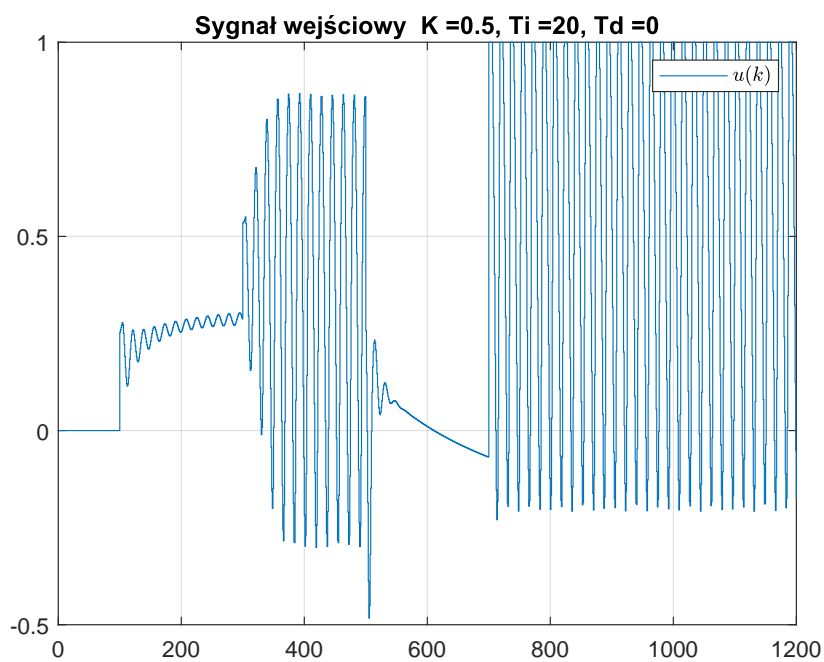
Rys. 4.4. Kalibracja regulatora PID (krok 2) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 7,8324 \cdot 10^3$. Błąd zmalał, obserwujemy uchyb ustalony oraz oscylacje. Aby wyeliminować uchyb zwiększamy wpływ członu całkującego.



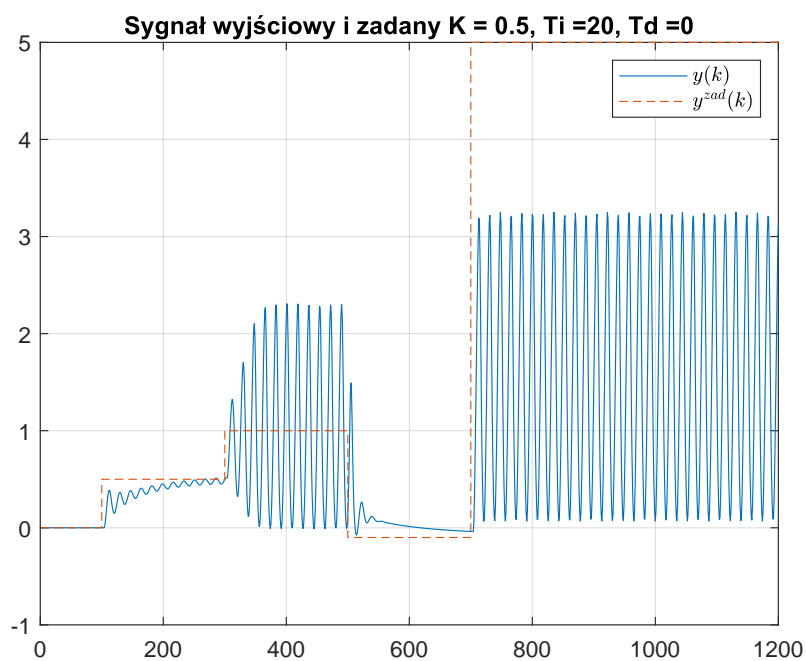
Rys. 4.5. Kalibracja regulatora PID (krok 3) - sygnał sterujący



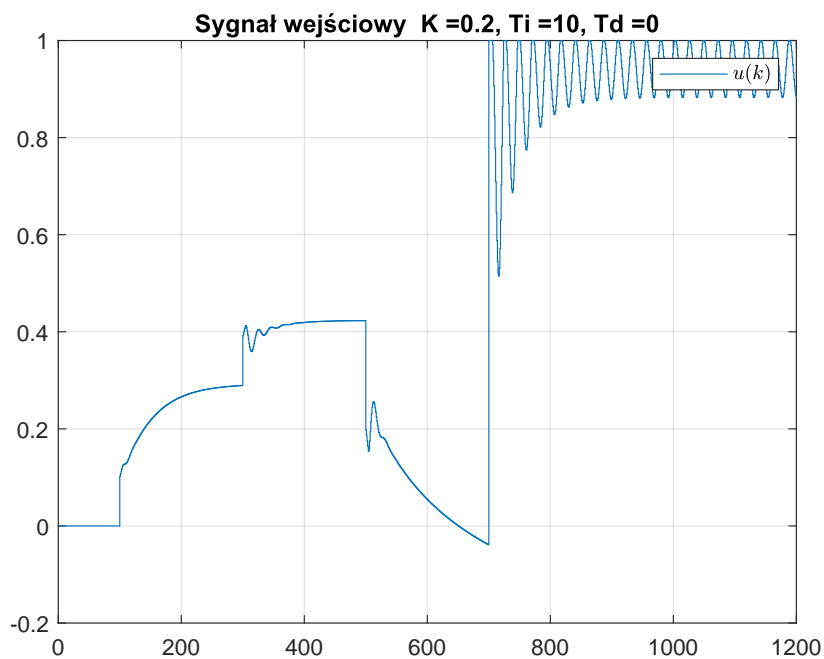
Rys. 4.6. Kalibracja regulatora PID (krok 3) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 7,3528 \cdot 10^3$.



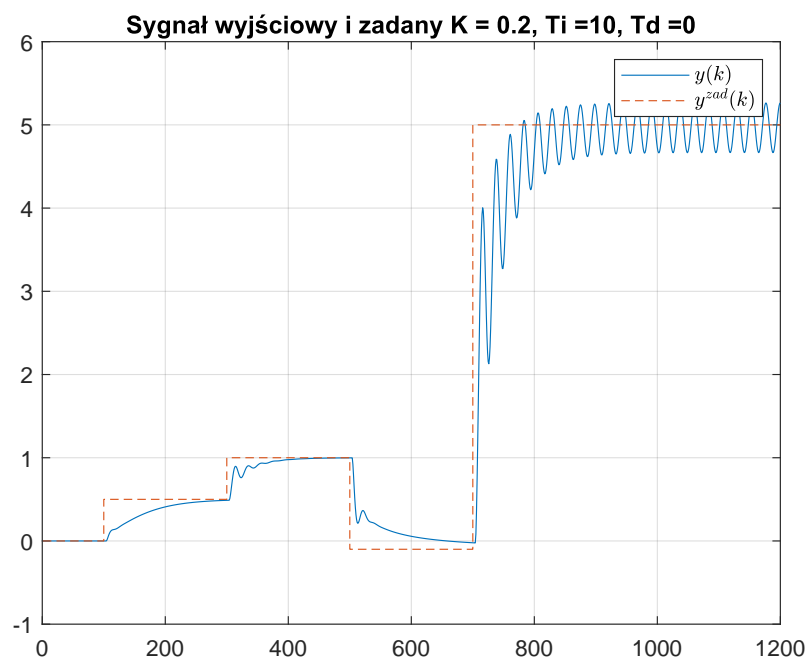
Rys. 4.7. Kalibracja regulatora PID (krok 4) - sygnał sterujący



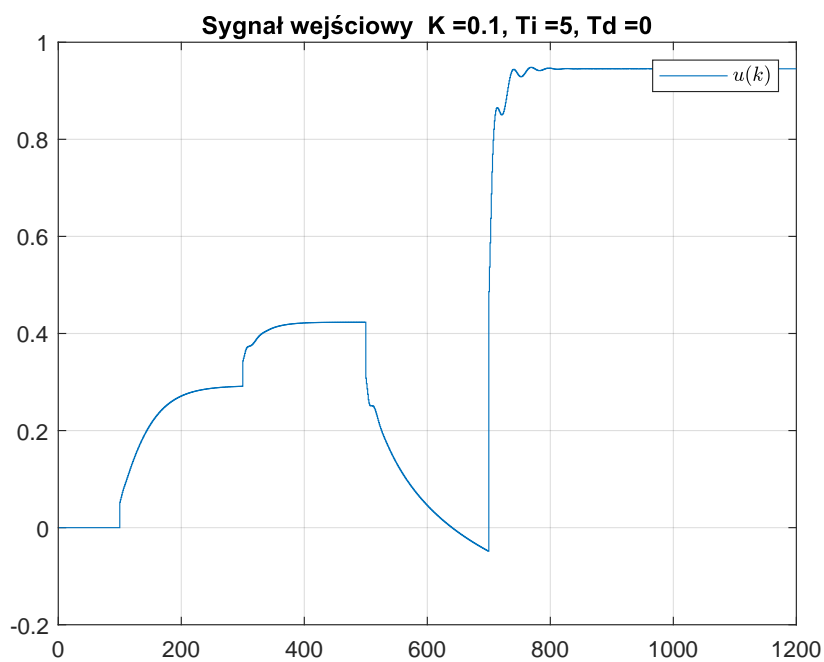
Rys. 4.8. Kalibracja regulatora PID (krok 4) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 6,7934 \cdot 10^3$. Możemy dalej zauważyć uchyb oraz oscylacje. W celu ich usunięcia zmniejszamy wzmocnienie oraz zwiększamy całkowanie.



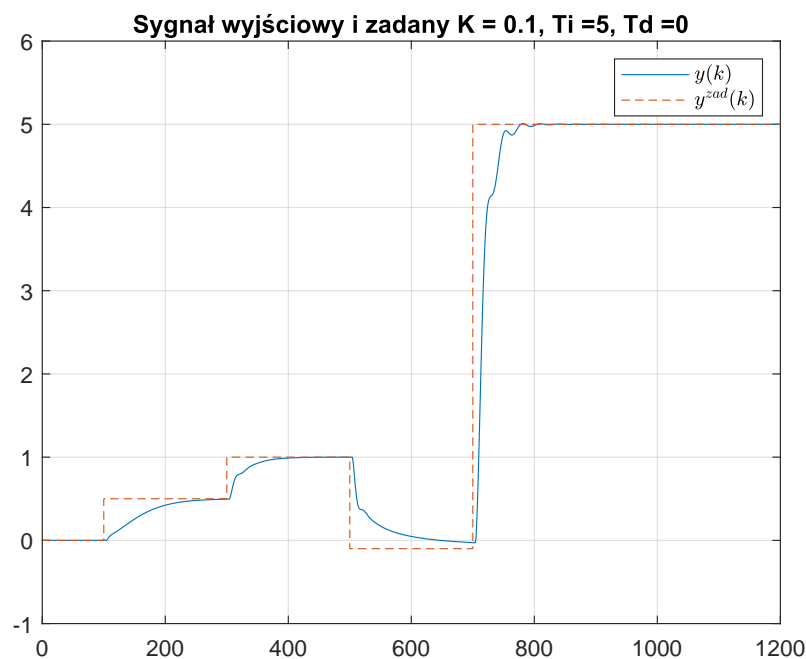
Rys. 4.9. Kalibracja regulatora PID (krok 5) - sygnał sterujący



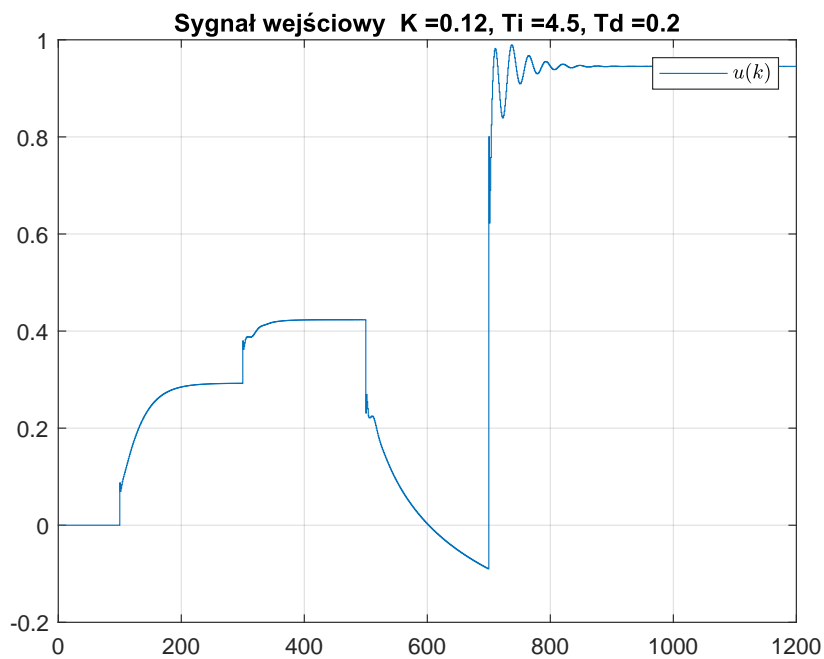
Rys. 4.10. Kalibracja regulatora PID (krok 5)- sygnał wyjściowy i zadany. $E = 414,1249$.



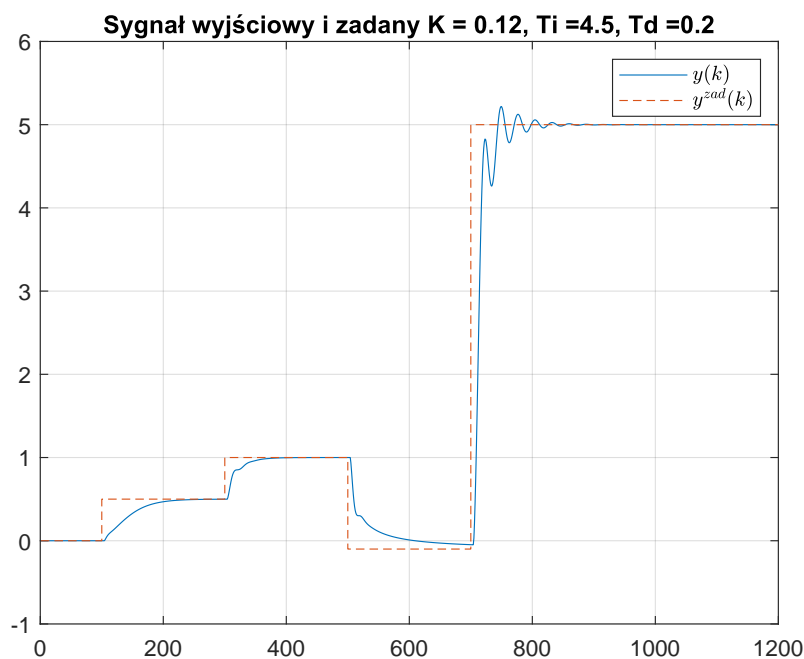
Rys. 4.11. Kalibracja regulatora PID (krok 6) - sygnał sterujący



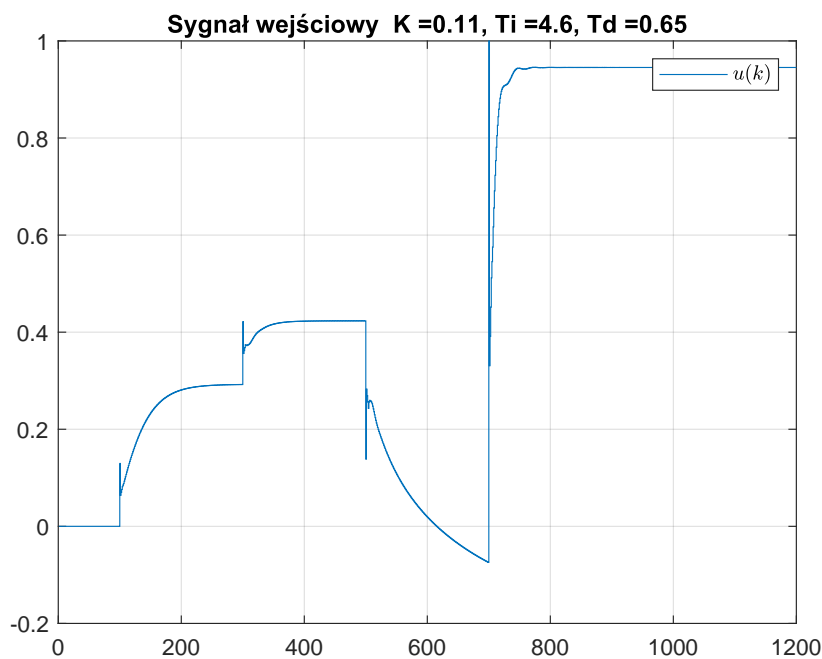
Rys. 4.12. Kalibracja regulatora PID (krok 6) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 360,4340$. Widzimy znaczną poprawę zarówno jakościową jak i wskaźnika ilościowego. Włączamy człon różniczkujący w celu skrócenia czasu osiągnięcia wartości zadanej.



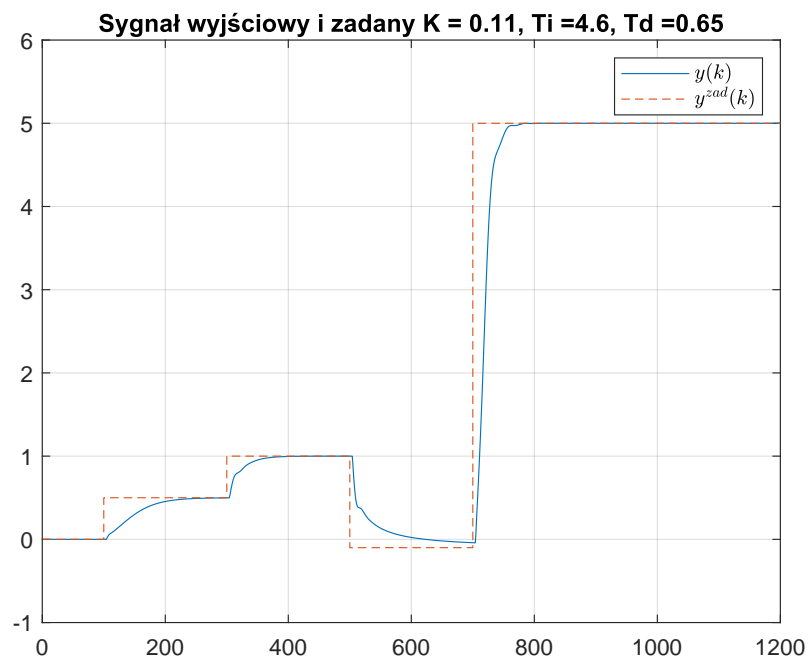
Rys. 4.13. Kalibracja regulatora PID (krok 7) - sygnał sterujący



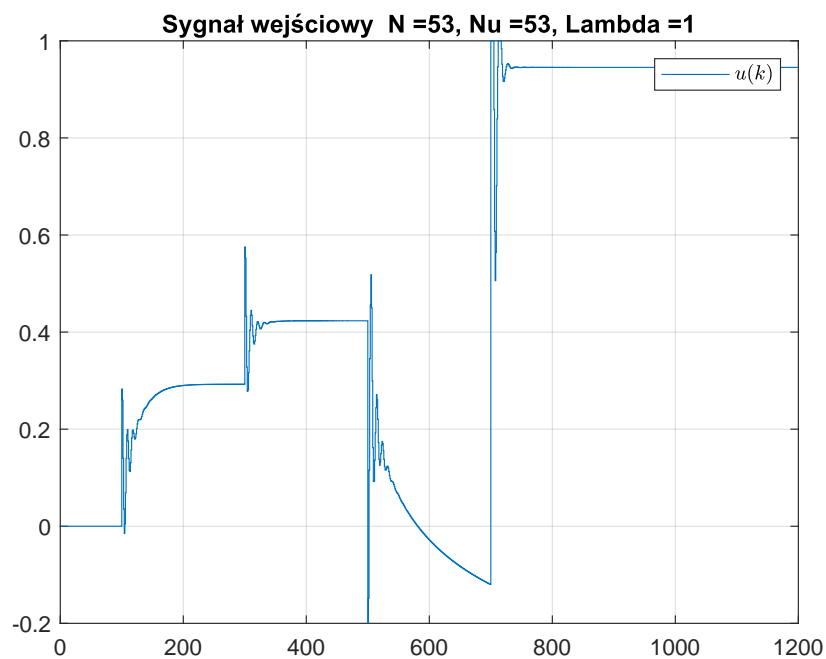
Rys. 4.14. Kalibracja regulatora PID (krok 7) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 306,9011$. Możemy zauważyć poprawę wskaźnika ilościowego jednakże niepojawiają się oscylacje. W celu zniwelowania ich zmniejszymy wzmocnienie, zwiększymy różniczkę.



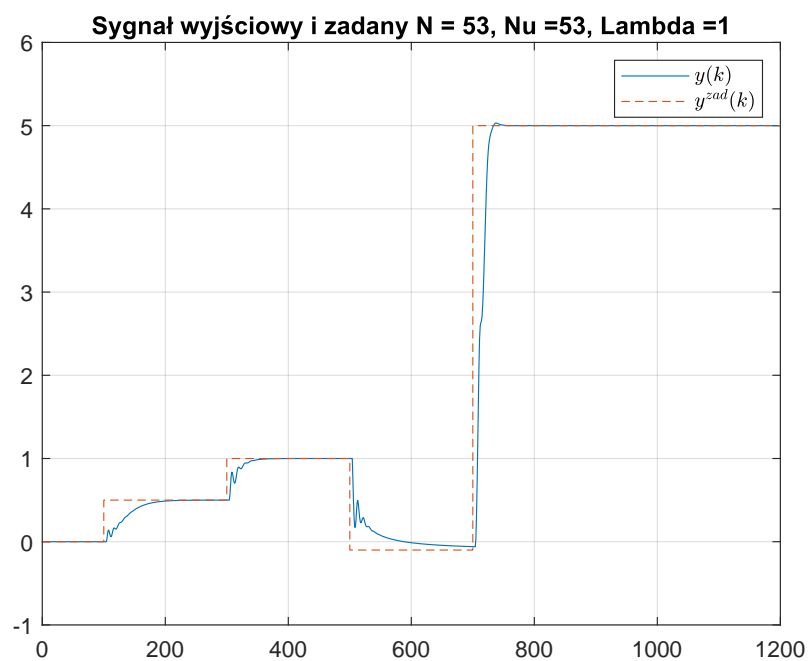
Rys. 4.15. Ostateczny regulator PID - sygnał sterujący



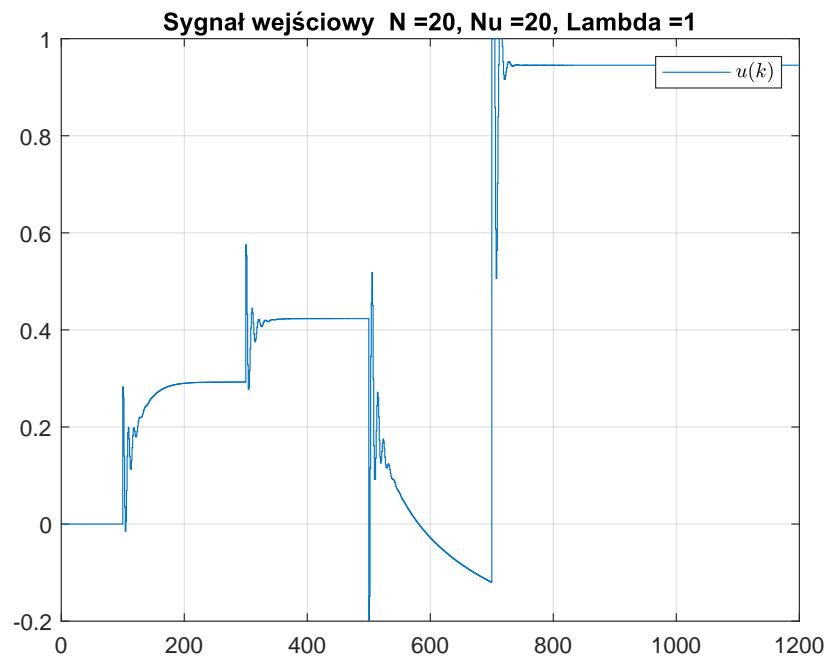
Rys. 4.16. Ostateczny regulator PID - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 403,7229$. Wskaźnik ilościowy uległ pogorszeniu jednakże widzimy poprawę jakościową - wyeliminowanie oscylacji.



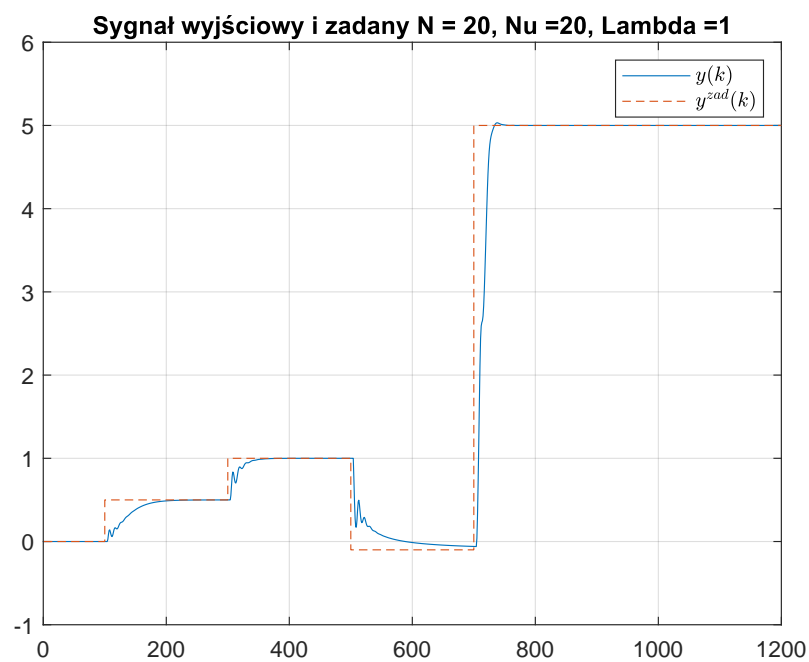
Rys. 4.17. Kalibracja regulatora PID (krok 1) - sygnał sterujący.

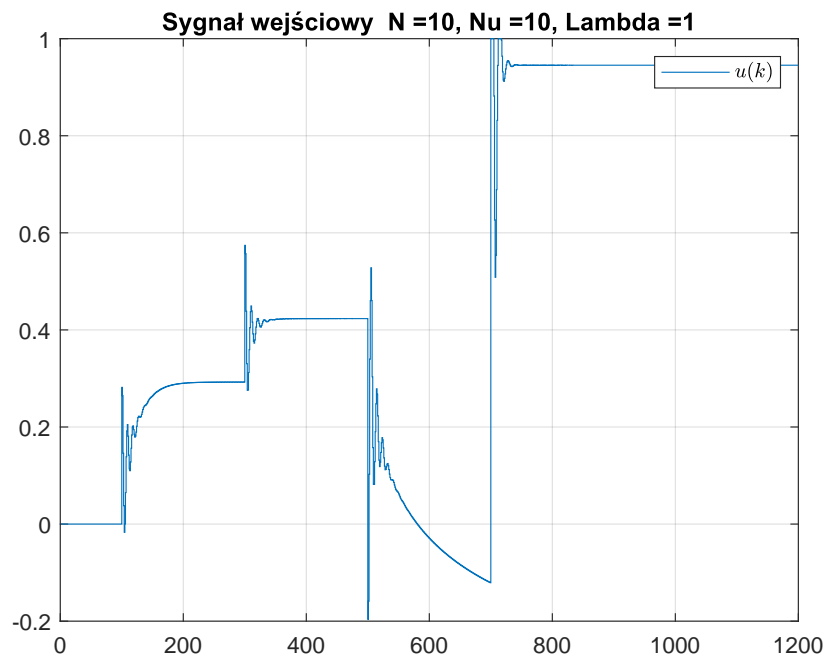


Rys. 4.18. Kalibracja regulatora PID (krok 1) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 294,2837$. Dobieranie nastawów regulatora DMC zaczęliśmy od maksymalnego horyzontu predykcji i horyzontu sterowania przy współczynniku $\lambda = 1$. W celu zmniejszenia ilości obliczeń, zmniejszamy horyzont predykcji i horyzont sterowania.

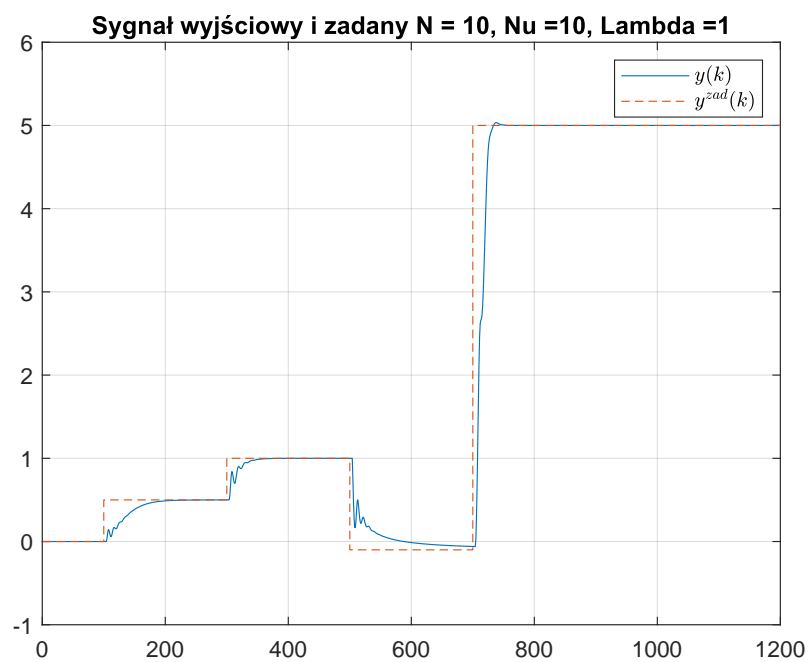


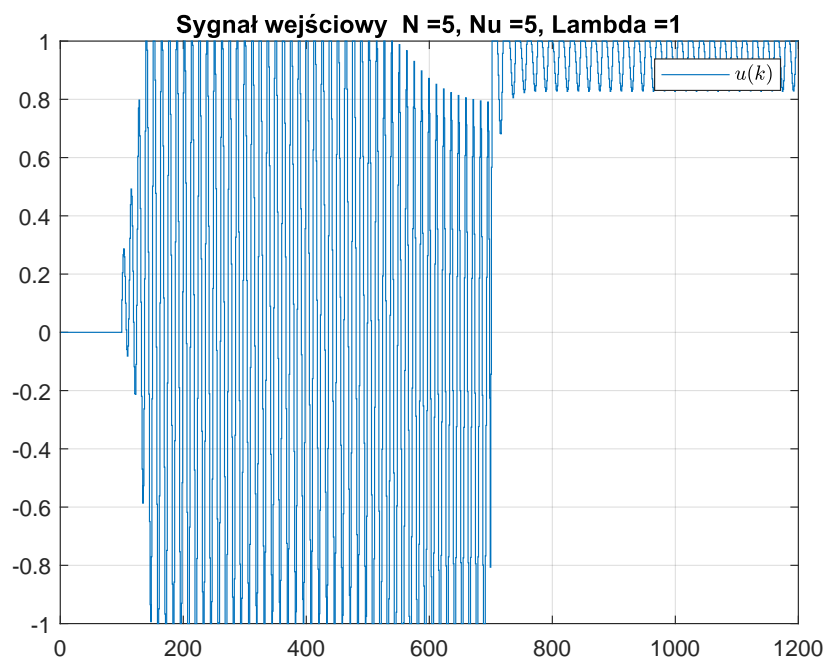
Rys. 4.19. Kalibracja regulatora PID (krok 2) - sygnał sterujący.

Rys. 4.20. Kalibracja regulatora PID (krok 2) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 294,2833$.

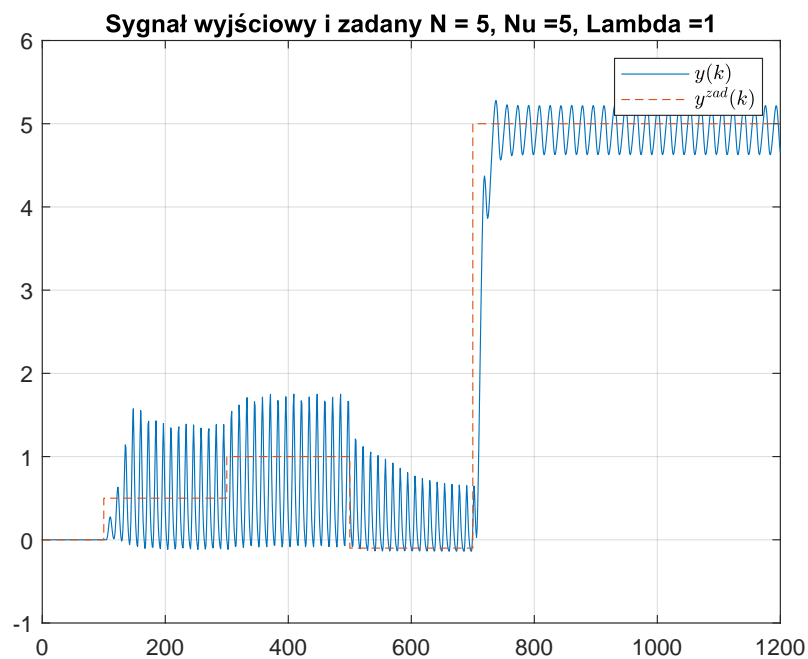


Rys. 4.21. Kalibracja regulatora PID (krok 3) - sygnał sterujący.

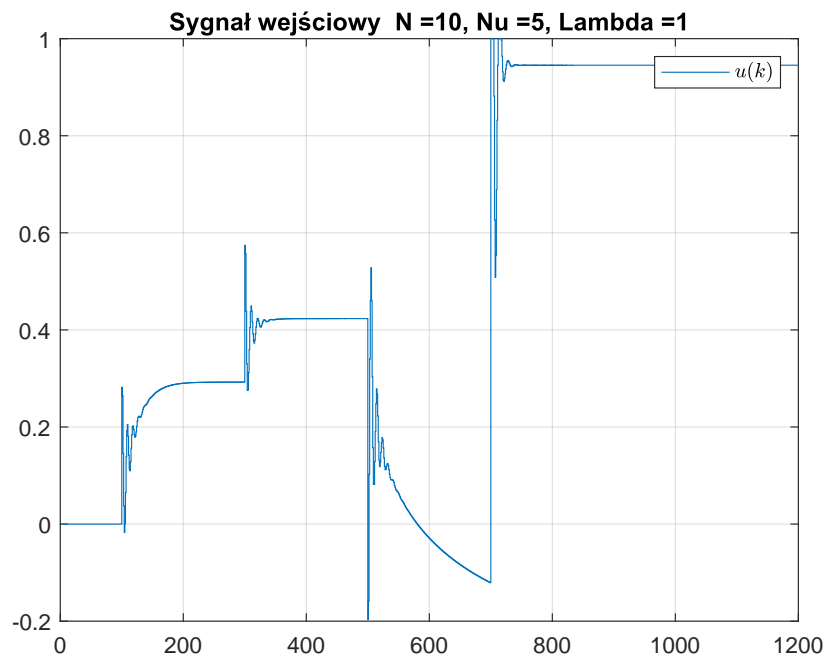
Rys. 4.22. Kalibracja regulatora PID (krok 3) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 293,6470$.



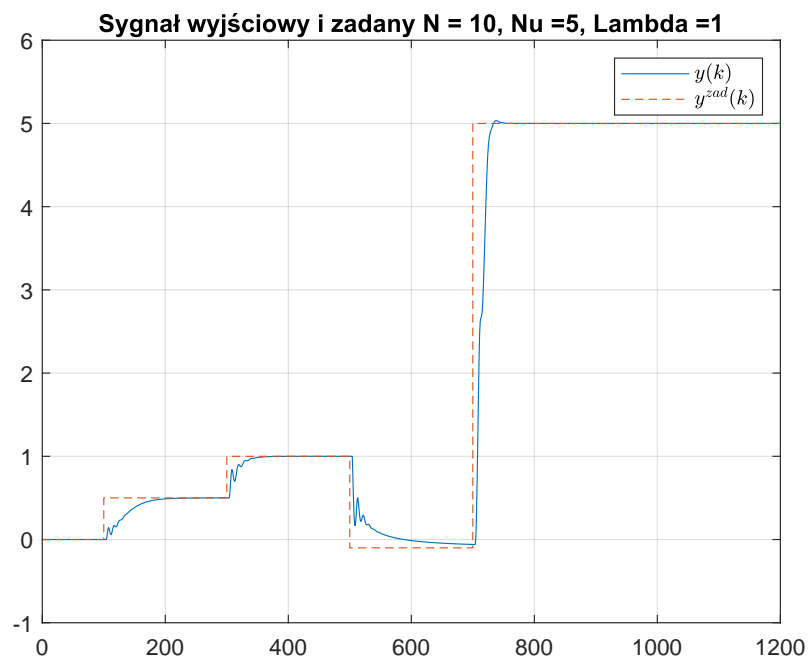
Rys. 4.23. Kalibracja regulatora PID (krok 4) - sygnał sterujący.

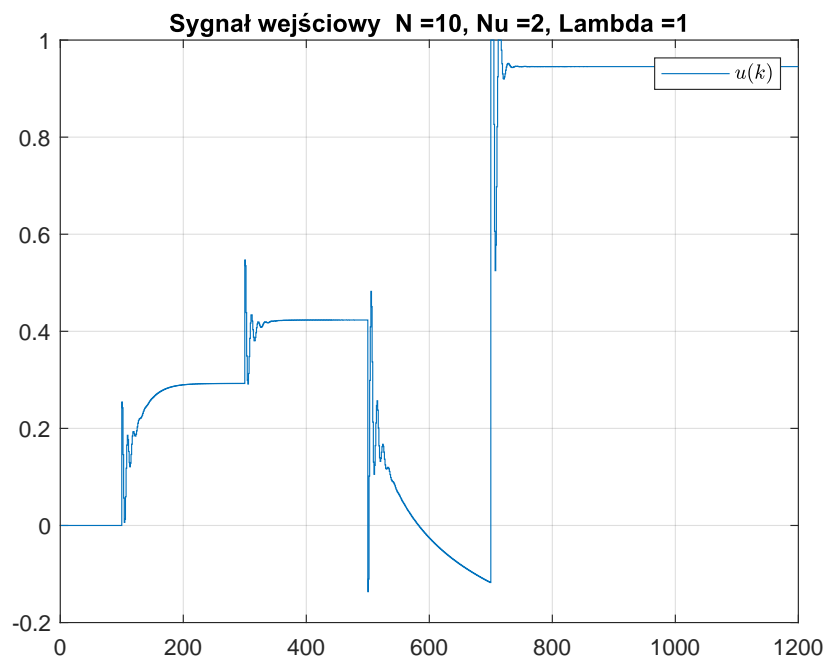


Rys. 4.24. Kalibracja regulatora PID (krok 4) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 489,0684$. Widzimy znaczne pogorszenie wskaźnika ilościowego jak i jakościowego. Zostawiamy horyzont predykcji $N = 10$ i zaczynamy zmniejszać horyzont sterowania.

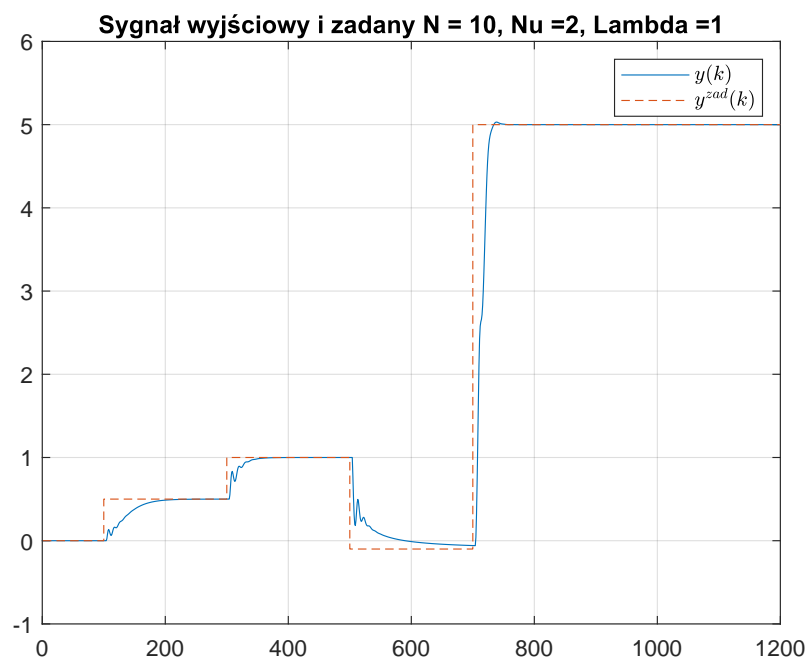


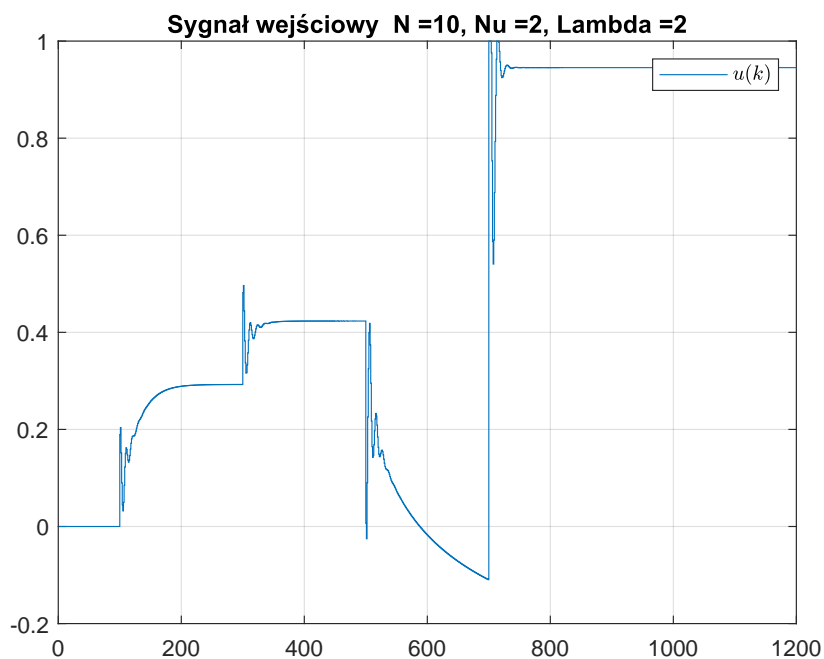
Rys. 4.25. Kalibracja regulatora PID (krok 5) - sygnał sterujący.

Rys. 4.26. Kalibracja regulatora PID (krok 5) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 293,6485$.

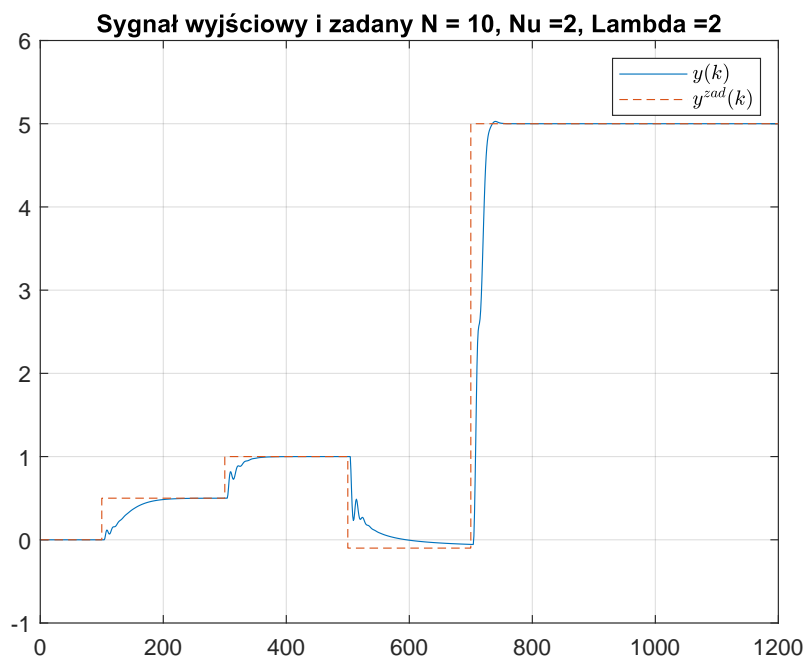


Rys. 4.27. Kalibracja regulatora PID (krok 6) - sygnał sterujący.

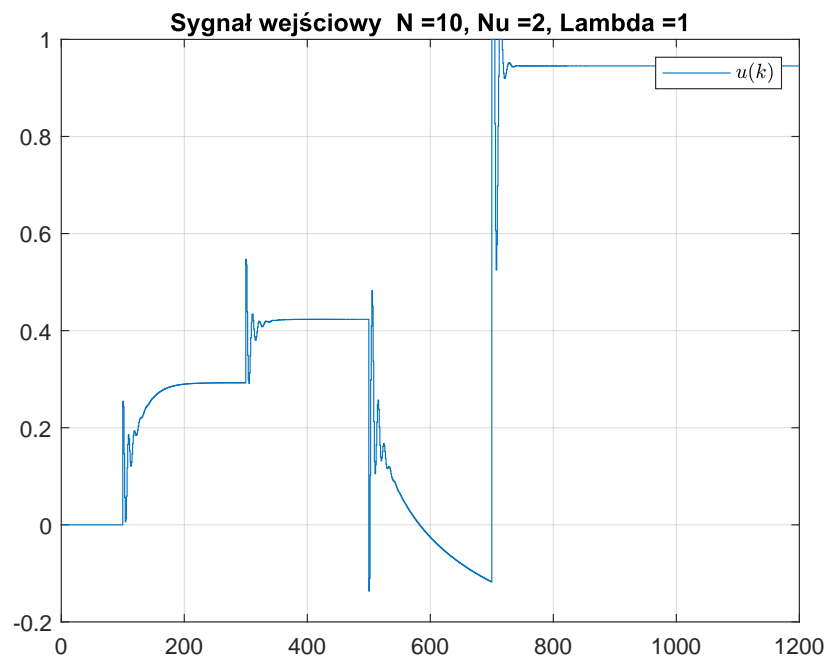
Rys. 4.28. Kalibracja regulatora PID (krok 6) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 295,0224$. Jakość regulacji jest satysfakcjonująca. Spróbujemy zwiększyć współczynnik kary λ .



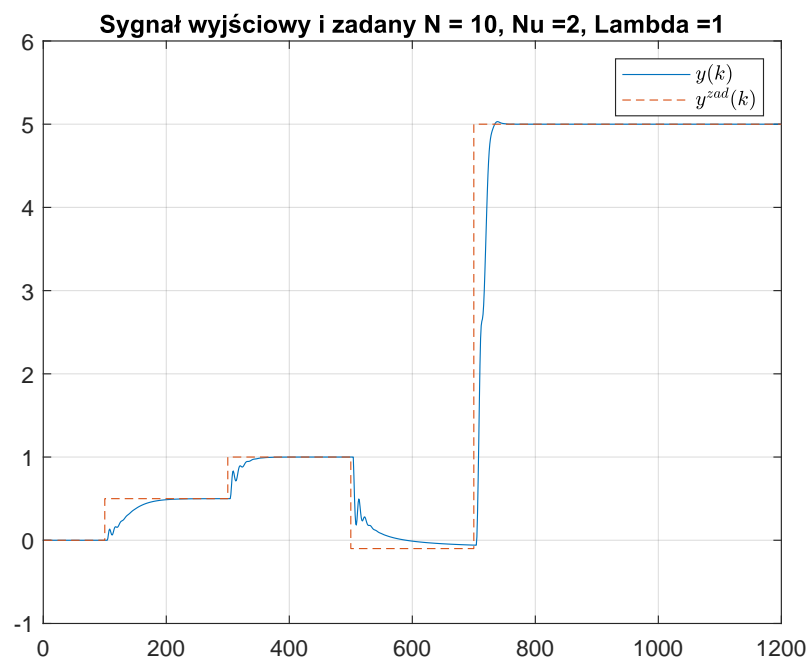
Rys. 4.29. Kalibracja regulatora PID (krok 7) - sygnał sterujący.



Rys. 4.30. Kalibracja regulatora PID (krok 7) - sygnał wyjściowy i zadany. $E = 300,1283$. Możemy zauważyć pogorszenie wskaiłościowego. Dalsze zwiększanie współczynnika kary λ powoduje dalsze zwiększanie się błędu.



Rys. 4.31. Ostateczny regulator DMC - sygnał sterujący



Rys. 4.32. Ostateczny regulator DMC - sygnał wyjściowy i zadany

5. Rozmyty algorytm PID oraz DMC

5.1. Funkcje przynależności

5.1.1. Funkcje Gaussa

Funkcja Gaussa jest postaci

$$\mu(k) = \exp\left(\frac{-(k - c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.1)$$

W regulacji rozmytej na podstawie wartości sygnału wybierającego regulatory lokalne (np. dla sygnału $u(k - 1)$), oblicza się współczynniki przynależności dla poszczególnych zbiorów, zależne od aktualnego punktu pracy

$$w^1(k) = \mu(u(k - 1)) = \exp\left(\frac{-(u(k - 1) - c^1)^2}{2(\sigma^1)^2}\right) \quad (5.2)$$

\vdots

$$w^{nr}(k) = \mu(u(k - 1)) = \exp\left(\frac{-(u(k - 1) - c^{nr})^2}{2(\sigma^{nr})^2}\right) \quad (5.3)$$

gdzie c^1, \dots, c^{nr} oznaczają centra poszczególnych zbiorów rozmytych, natomiast $\sigma^1, \dots, \sigma^{nr}$ decydują o nachyleniu poszczególnych funkcji Gaussa.

5.1.2. Funkcje trójkątne

Funkcja trójkątna jest postaci

$$\mu(k) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } k \leq a \\ \frac{k-a}{b-a} & \text{gdy } a \leq k \leq b \\ \frac{c-k}{c-b} & \text{gdy } b \leq k \leq c \\ 0 & \text{gdy } k \geq c \end{cases} \quad (5.4)$$

W regulacji rozmytej na podstawie wartości sygnału wybierającego regulatory lokalne (np. dla sygnału $u(k - 1)$), oblicza się współczynniki przynależności dla poszczególnych zbiorów, zależne od aktualnego punktu pracy

$$w^1(k) = \mu(u(k - 1)) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } k \leq a^1 \\ \frac{u(k-1)-a^1}{b^1-a^1} & \text{gdy } a^1 \leq k \leq b^1 \\ \frac{c^1-u(k-1)}{c^1-b^1} & \text{gdy } b^1 \leq k \leq c^1 \\ 0 & \text{gdy } k \geq c^1 \end{cases} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ w^{n_r}(k) &= \mu(u(k-1)) \begin{cases} 0 & \text{gdy } k \leq a^{n_r} \\ \frac{u(k-1)-a^{n_r}}{b^{n_r}-a^{n_r}} & \text{gdy } a^{n_r} \leq k \leq b^{n_r} \\ \frac{c^{n_r}-u(k-1)}{c^{n_r}-b^{n_r}} & \text{gdy } b^{n_r} \leq k \leq c^{n_r} \\ 0 & \text{gdy } k \geq c^{n_r} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.6)$$

gdzie a^1, \dots, a^{n_r} oraz c^1, \dots, c^{n_r} określają początki oraz końce poszczególnych zbiorów rozmytych a b^1, \dots, b^{n_r} oznaczają ich centra.

5.1.3. Funkcje trapezoidalne

Funkcja trapezoidalna jest postaci

$$\mu(k) = \max \left(\min \left(\frac{k-a}{b-a}, 1, \frac{d-k}{d-c} \right), 0 \right) \quad (5.7)$$

W regulacji rozmytej na podstawie wartości sygnału wybierającego regulatory lokalne (np. dla sygnału $u(k-1)$), oblicza się współczynniki przynależności dla poszczególnych zbiorów, zależne od aktualnego punktu pracy

$$w^1(k) = \mu(u(k-1)) = \max \left(\min \left(\frac{u(k-1)-a^1}{b^1-a^1}, 1, \frac{d^1-u(k-1)}{d^1-c^1} \right), 0 \right) \quad (5.8)$$

\vdots

$$w^{n_r}(k) = \mu(u(k-1)) = \max \left(\min \left(\frac{u(k-1)-a^{n_r}}{b^{n_r}-a^{n_r}}, 1, \frac{d^{n_r}-u(k-1)}{d^{n_r}-c^{n_r}} \right), 0 \right) \quad (5.9)$$

gdzie a^1, \dots, a^{n_r} oraz d^1, \dots, d^{n_r} oznaczają początki oraz końce poszczególnych zbiorów rozmytych a b^1, \dots, b^{n_r} oraz c^1, \dots, c^{n_r} decydują o nachyleniu ramion funkcji przynależności.

5.2. Rozmyty algorytm PID

Baza reguł rozmytego regulatora PID ma postać

$$\text{Reguła 1 : jeżeli } u(k-1) \in U^1, \text{ to } u^1(k) = r_0^1 e(k) + r_1^1 e(k-1) + r_2^1 e(k-2) + u(k-1) \quad (5.10)$$

\vdots

$$\text{Reguła } n_r : \text{ jeżeli } u(k-1) \in U^{n_r}, \text{ to } u^{n_r}(k) = r_0^{n_r} e(k) + r_1^{n_r} e(k-1) + r_2^{n_r} e(k-2) + u(k-1) \quad (5.11)$$

gdzie r_0^1, r_1^1, r_2^1 to parametry pierwszego regulatora lokalnego, $r_0^{n_r}, r_1^{n_r}, r_2^{n_r}$ to parametry ostatniego regulatora lokalnego, a U^1, \dots, U^{n_r} oznaczają zbiory rozmyte.

Całkowity sygnał sterujący procesem jest sumą warzoną sygnałów wszystkich regulatorów lokalnych

$$u(k) = w^1(k)u^1(k) + \dots + w^{n_r}(k)u^{n_r}(k) \quad (5.12)$$

W sytuacji jeśli funkcje przynależności nie sumują się do 1 (dla dowolnej wartości zmiennej wybierającej), należy zastosować wzór

$$u(k) = \frac{w^1(k)u^1(k) + \dots + w^{n_r}(k)u^{n_r}(k)}{w^1(k) + \dots + w^{n_r}(k)} \quad (5.13)$$

5.3. Rozmyty algorytm DMC w wersji analitycznej

Baza reguł rozmytego regulatora DMC ma postać

$$\begin{aligned} \text{Reguła 1 : jeżeli } u(k-1) \in U^1, \text{ to } u^1(k) &= K^{e,1} \left(y^{\text{zad}}(k) - y(k) \right) \\ &- \sum_{i=1}^{D-1} K_i^{u,1} \Delta u(k-i) + u(k-1) \end{aligned} \quad (5.14)$$

\vdots

$$\begin{aligned} \text{Reguła } n_r : \text{ jeżeli } u(k-1) \in U^{n_r}, \text{ to } u^{n_r}(k) &= K^{e,n_r} \left(y^{\text{zad}}(k) - y(k) \right) \\ &- \sum_{i=1}^{D-1} K_i^{u,n_r} \Delta u(k-i) + u(k-1) \end{aligned} \quad (5.15)$$

gdzie $K^{e,1}$ i $K_i^{u,1}$ to parametry pierwszego regulatora lokalnego (dla $i = 1, \dots, D-1$), K^{e,n_r} i K_i^{u,n_r} to parametry ostatniego regulatora lokalnego (dla $i = 1, \dots, D-1$), a U^1, \dots, U^{n_r} oznaczają zbiory rozmyte.

Całkowity sygnał sterujący procesem jest sumą warzoną sygnałów wszystkich regulatorów lokalnych

$$u(k) = w^1(k)u^1(k) + \dots + w^{n_r}(k)u^{n_r}(k) \quad (5.16)$$

W sytuacji jeśli funkcje przynależności nie sumują się do 1 (dla dowolnej wartości zmiennej wybierającej), należy zastosować wzór

$$u(k) = \frac{w^1(k)u^1(k) + \dots + w^{n_r}(k)u^{n_r}(k)}{w^1(k) + \dots + w^{n_r}(k)} \quad (5.17)$$

5.4. Implementacja

Program do symulacji rozmytych algorytmów PID oraz DMC znajduje się w skrypcie `fuzzy_regulation.m`. Korzysta on z dwóch zaimplementowanych przez nas funkcji: `fuzzy_membership_function.m` oraz `fuzzy_weights.m`. Pierwsza z nich wyznacza funkcje przynależności dla danego przedziału, liczby regulatorów lokalnych oraz wybranego typu funkcji przynależności. Druga funkcja służy do wyznaczania wartości współczynników wag dla lokalnych regulatorów dla wybranego sygnału przełączającego oraz danego zestawu funkcji przynależności.

Do strojenia lokalnych regulatorów wykorzystaliśmy skrypt `regulator_tunning.m`.

6. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów PID

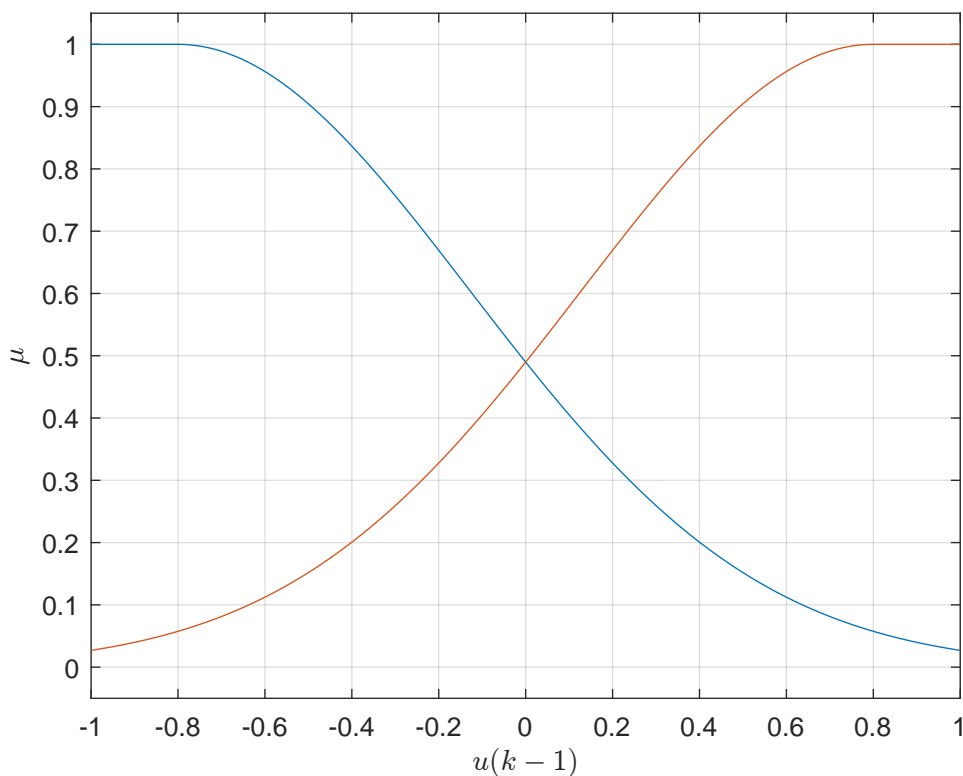
Przetestowaliśmy działanie rozmytego regulatora PID dla różnych funkcji przynależności: Gaussa, trójkątnych oraz trapezoidalnych. Ponadto dla każdej z tych grup funkcji przeprowadziliśmy eksperymenty dla różnej liczby regulatorów lokalnych $n_r = 2, 3, 4$. Lokalne regulatory PID stroiliśmy metodą inżynierską poprzez stopniowe dostrajanie odpowiednich członów. Za sygnał przełączający regulatory lokalne przyjęliśmy $u(k-1)$.

6.1. Funkcje przynależności Gaussa

Na początku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 6.1. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.2 oraz 6.3. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 1,4152 \cdot 10^3$.

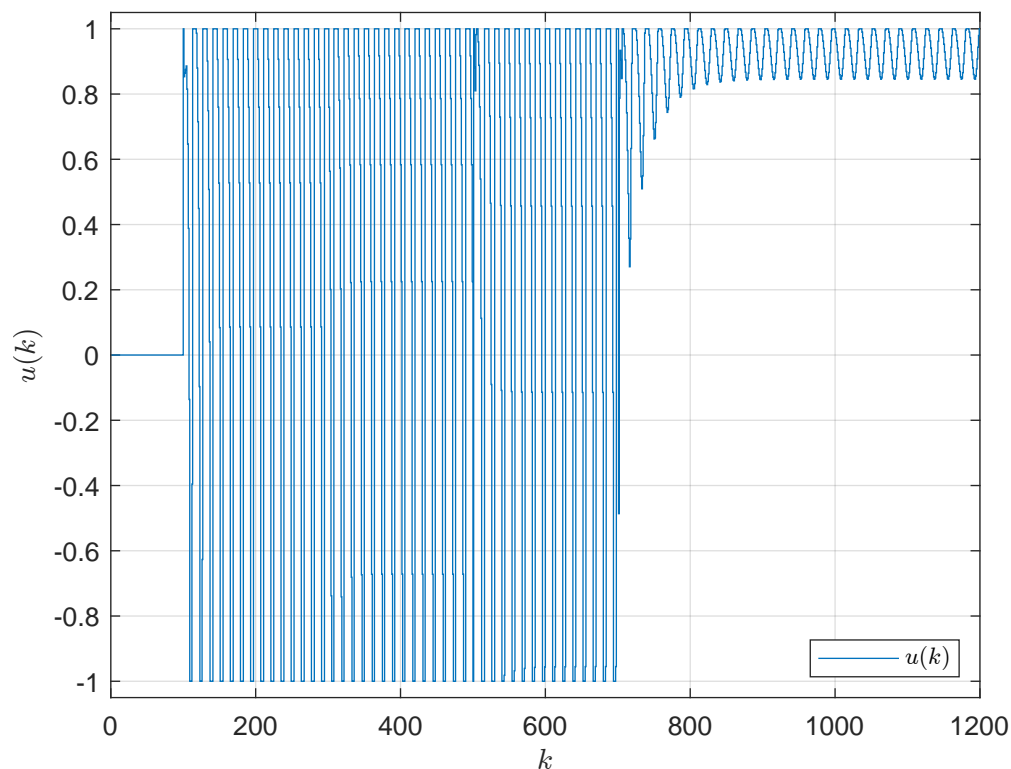
W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Funkcje przynależności są widoczne na rys. 6.4. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.5 oraz 6.6. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 354,5834$.

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Funkcje przynależności są widoczne na rys. 6.7. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.8 oraz 6.9. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 355,1969$. Porównując wartości wskaźnika E można zauważyć, że zwiększenie liczby regulatorów lokalnych z $n_r = 3$ na $n_r = 4$ nie wpłynęło w

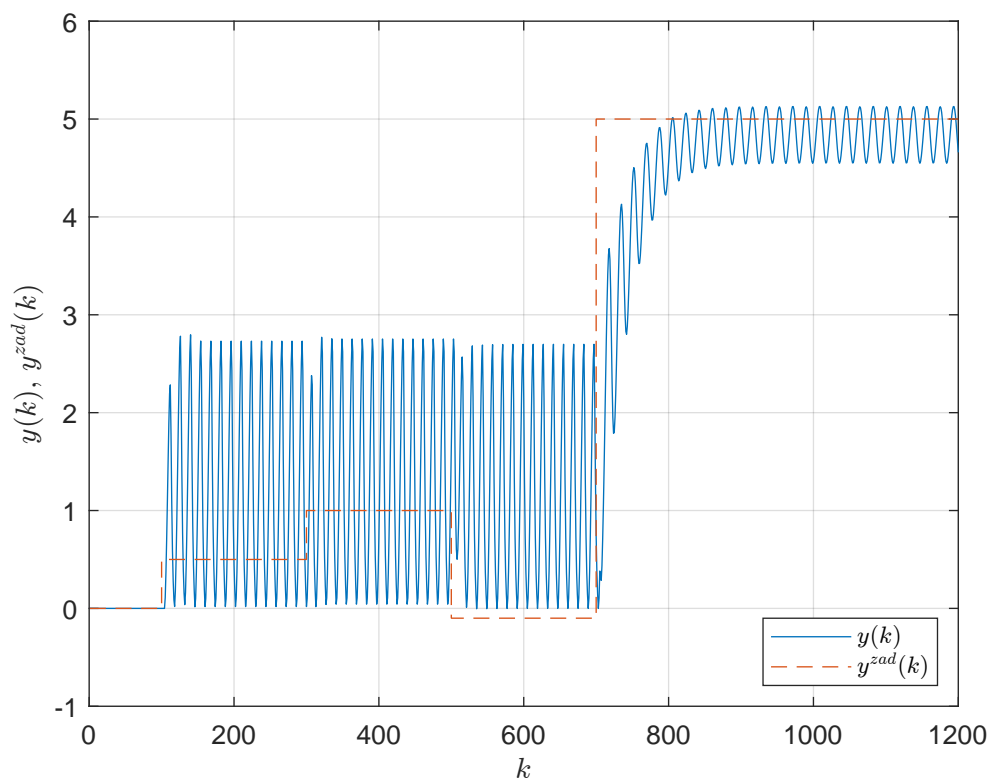


Rys. 6.1. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

istotny sposób na jakość regulacji. W obu przypadkach wartość zadana jest osiągana dla różnych punktów pracy. Zwiększenie n_r do wartości 4 pozwoliło na całkowitą eliminację przeregulowania, ale nawet dla mniejszej wartości n_r było ono bardzo niewielkie.



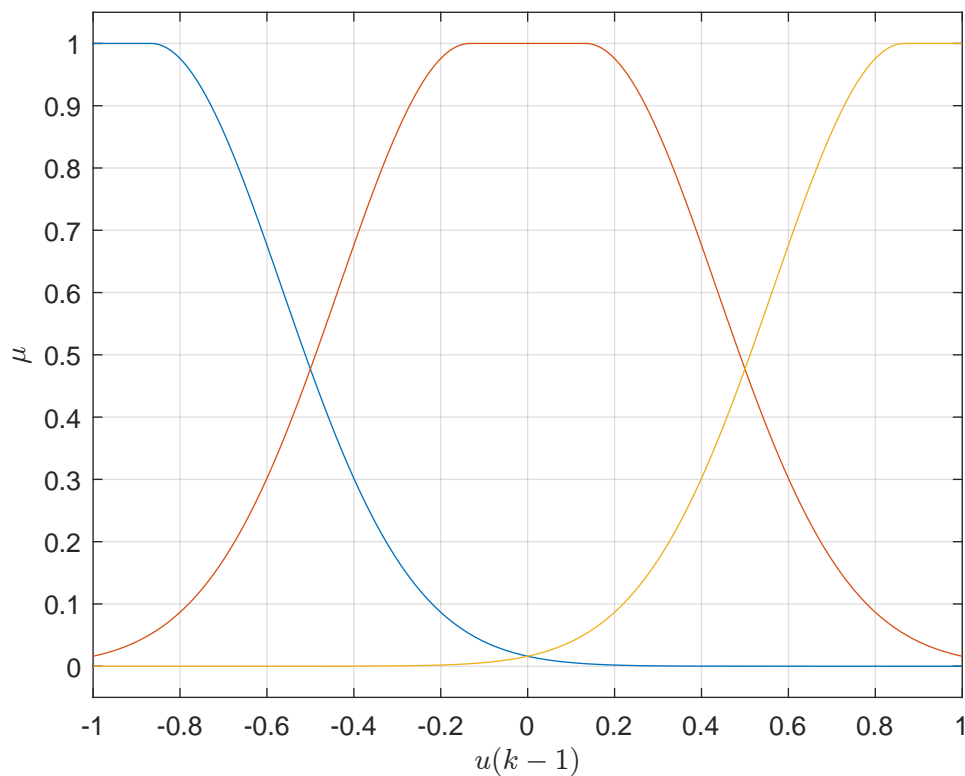
Rys. 6.2. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący



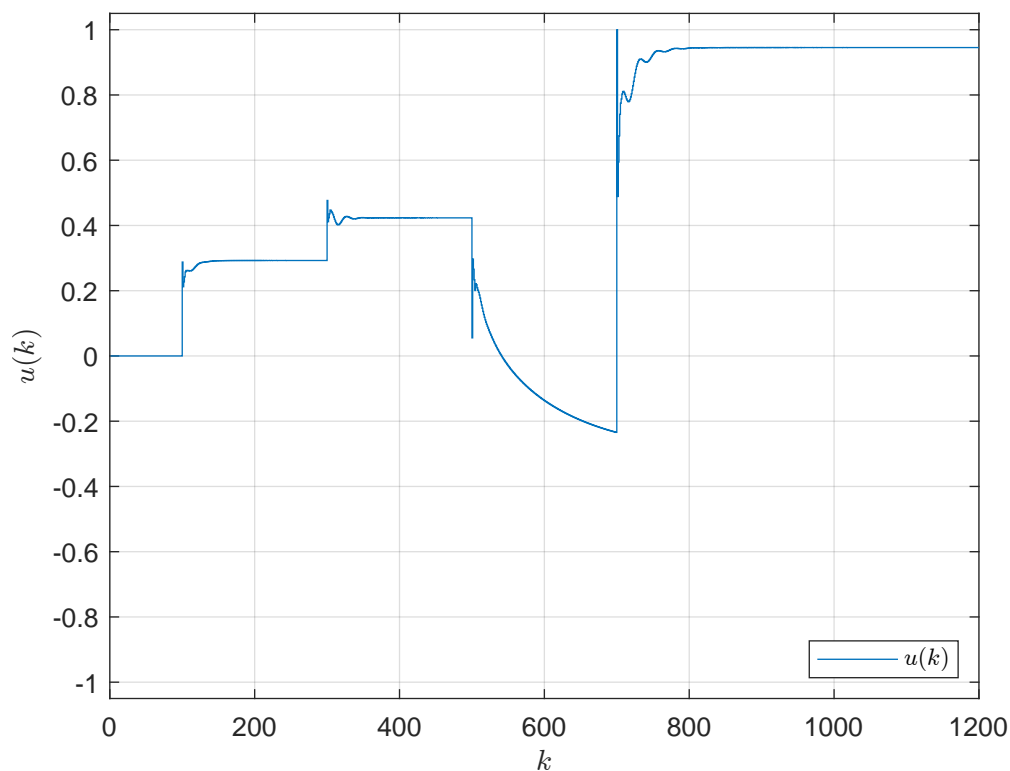
Rys. 6.3. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

6.2. Funkcje przynależności trójkątne

Na początku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 6.10. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.11 oraz 6.12. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 6,2368 \cdot 10^{33}$.

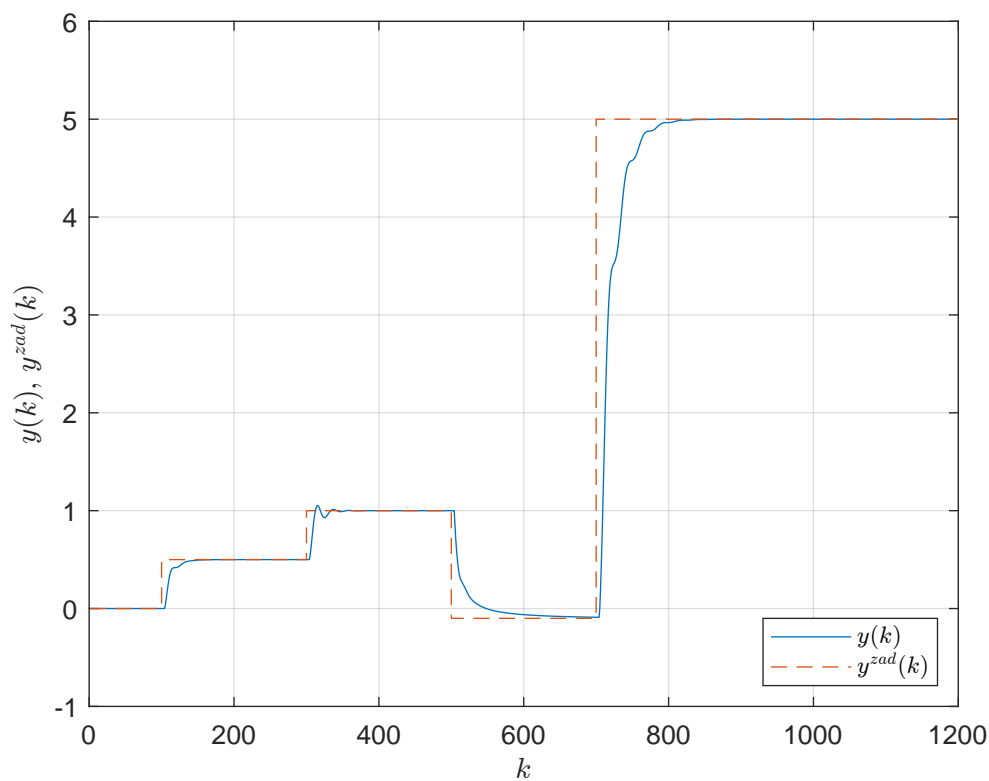


Rys. 6.4. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

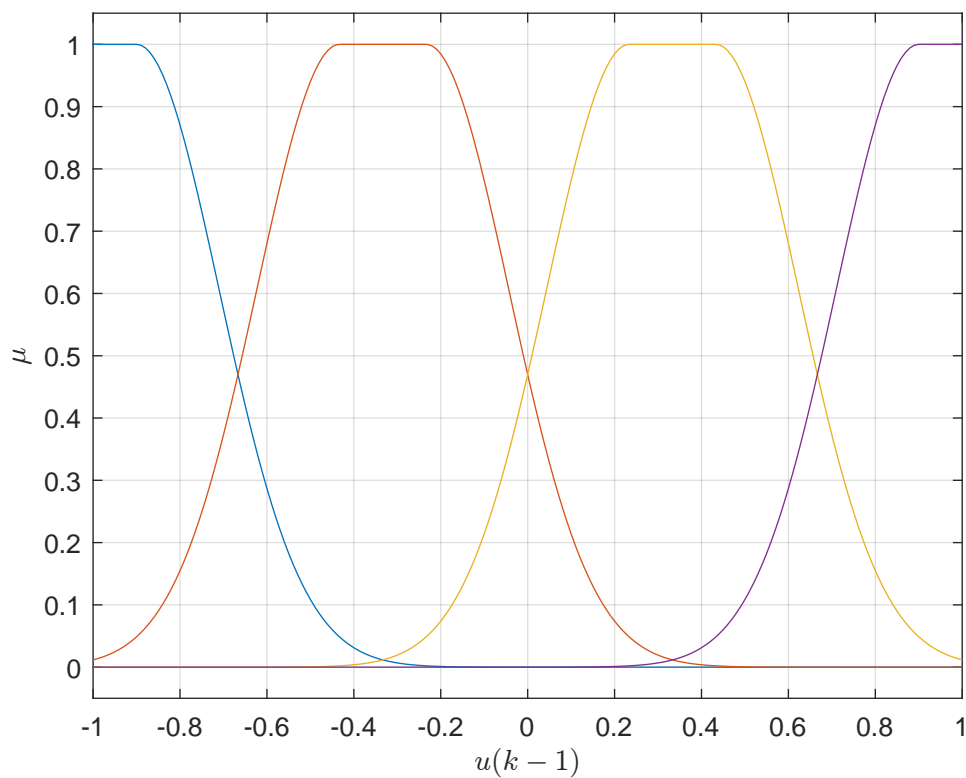


Rys. 6.5. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Funkcje przyna-



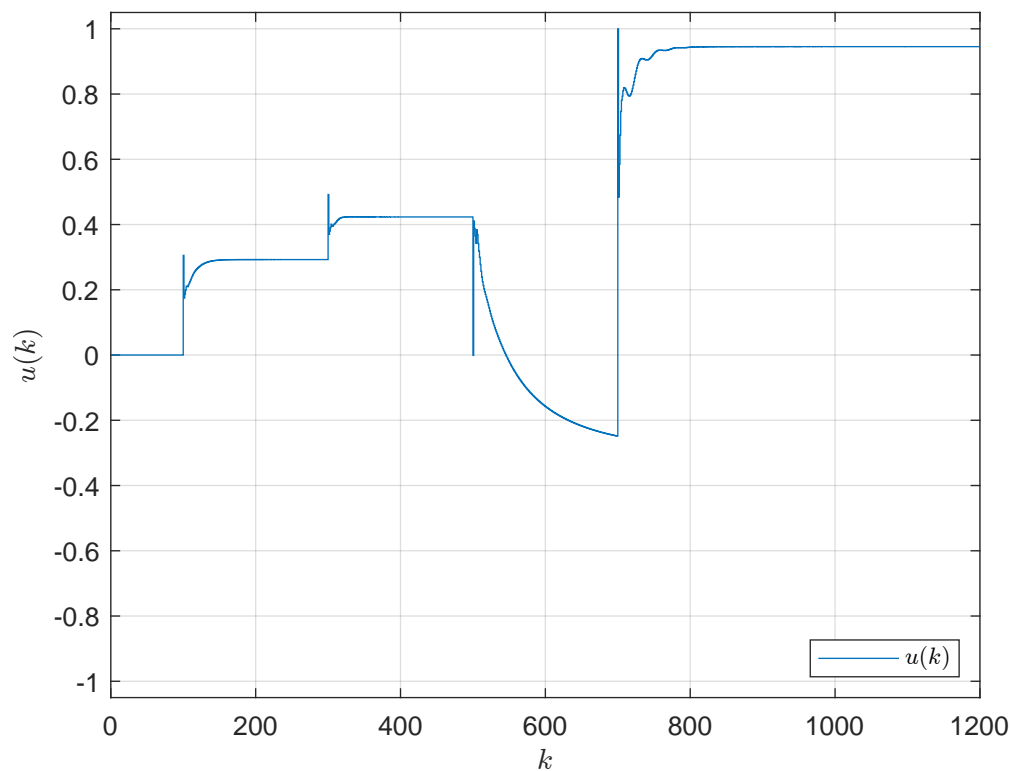
Rys. 6.6. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany



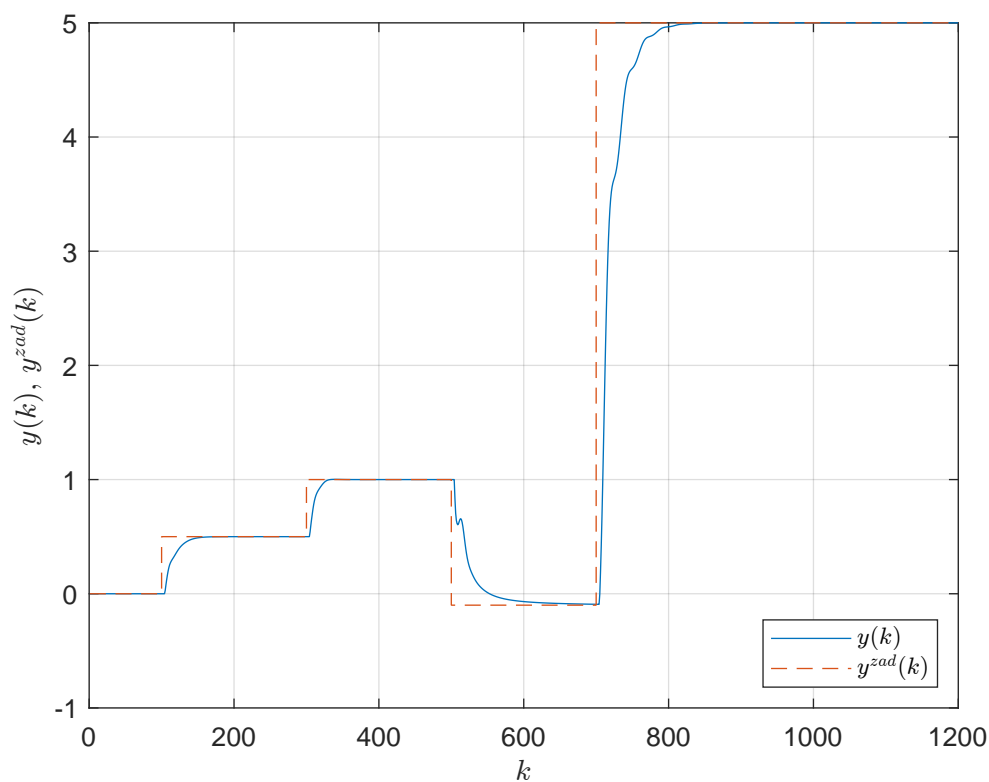
Rys. 6.7. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

leżności są widoczne na rys. 6.13. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.14 oraz 6.15. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 330,9839$.

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Funkcje przynależności są widoczne na

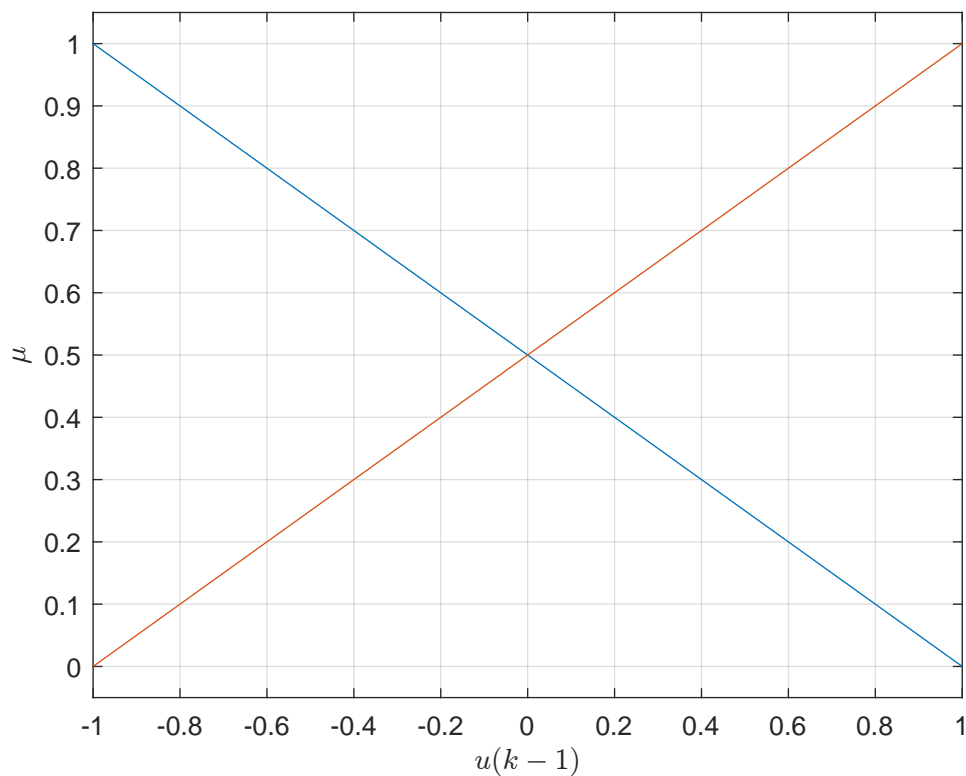


Rys. 6.8. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

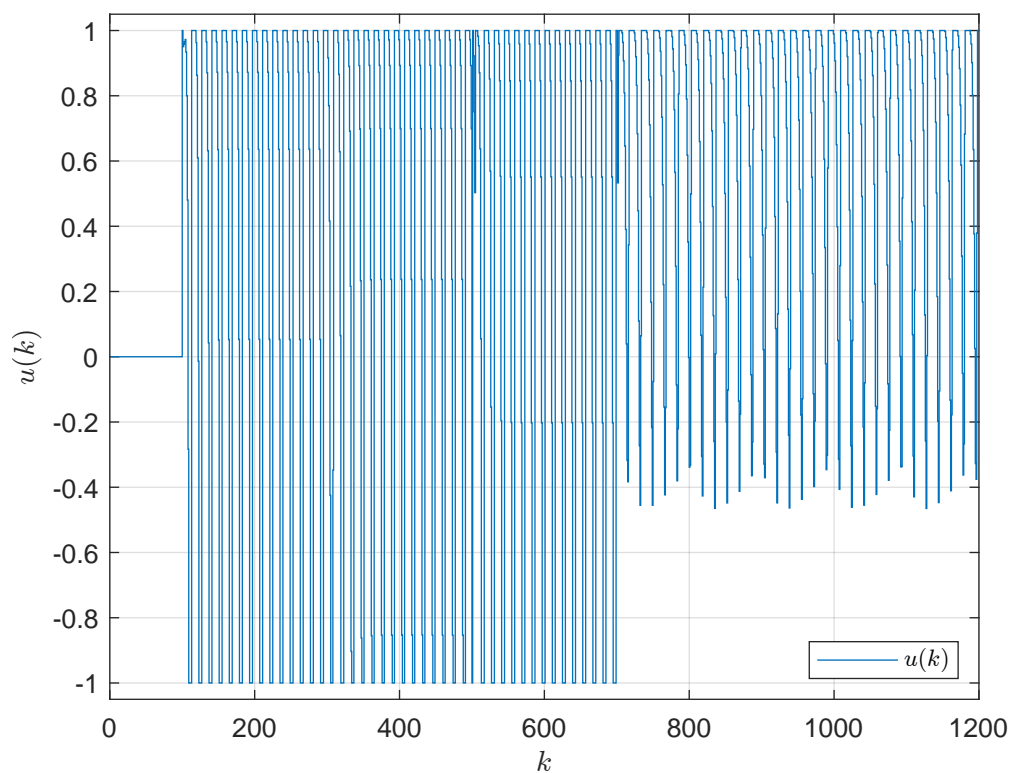


Rys. 6.9. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

rys. 6.16. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.17 oraz 6.18. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 339,2637$. Porównując wartości wskaźnika E można zauważyć, że zwiększenie liczby regulatorów lokalnych z $n_r = 3$ na $n_r = 4$ wpłynęło na nieznaczne

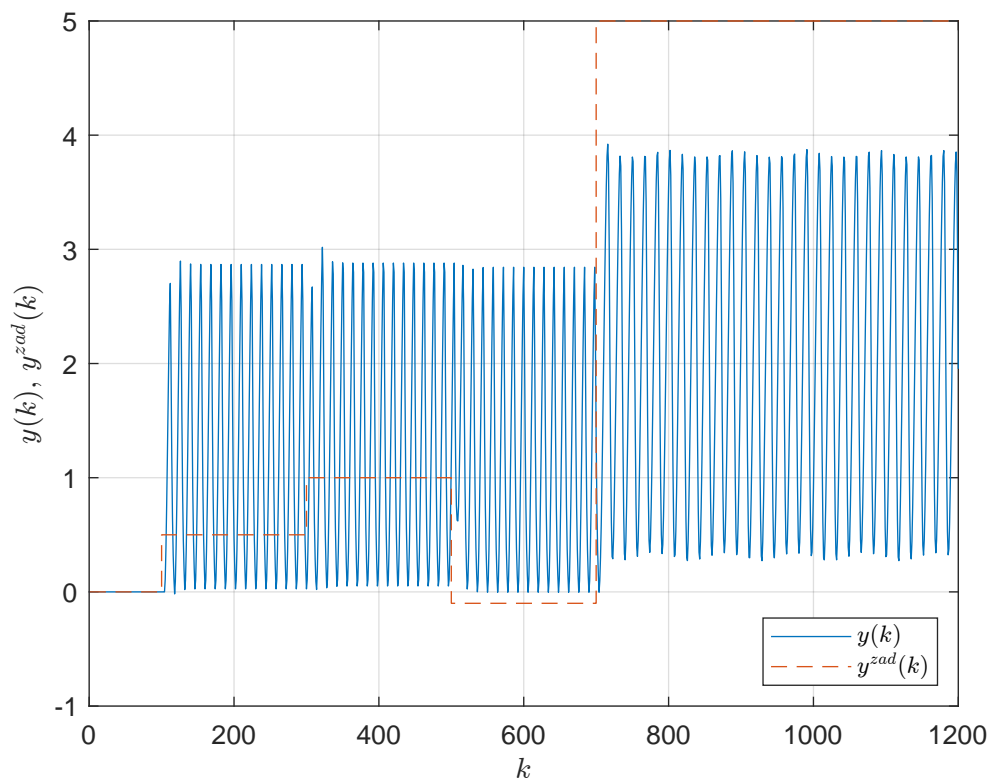


Rys. 6.10. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

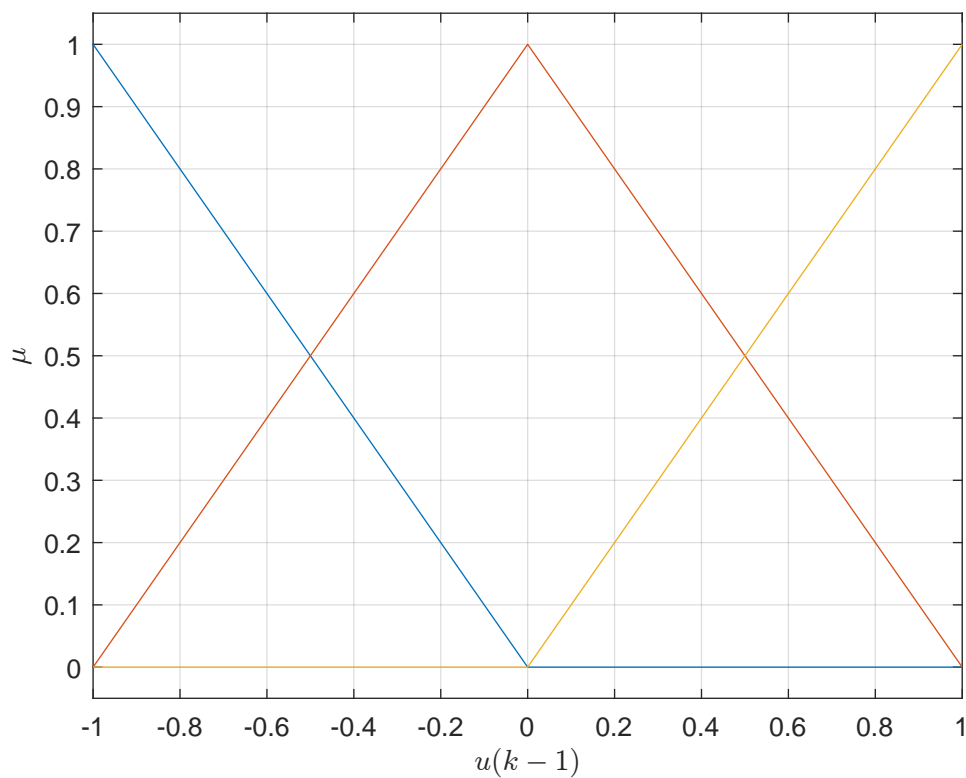


Rys. 6.11. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

pogorszenie jakości regulacji. W obu przypadkach wartość zadana jest osiągnięta dla różnych

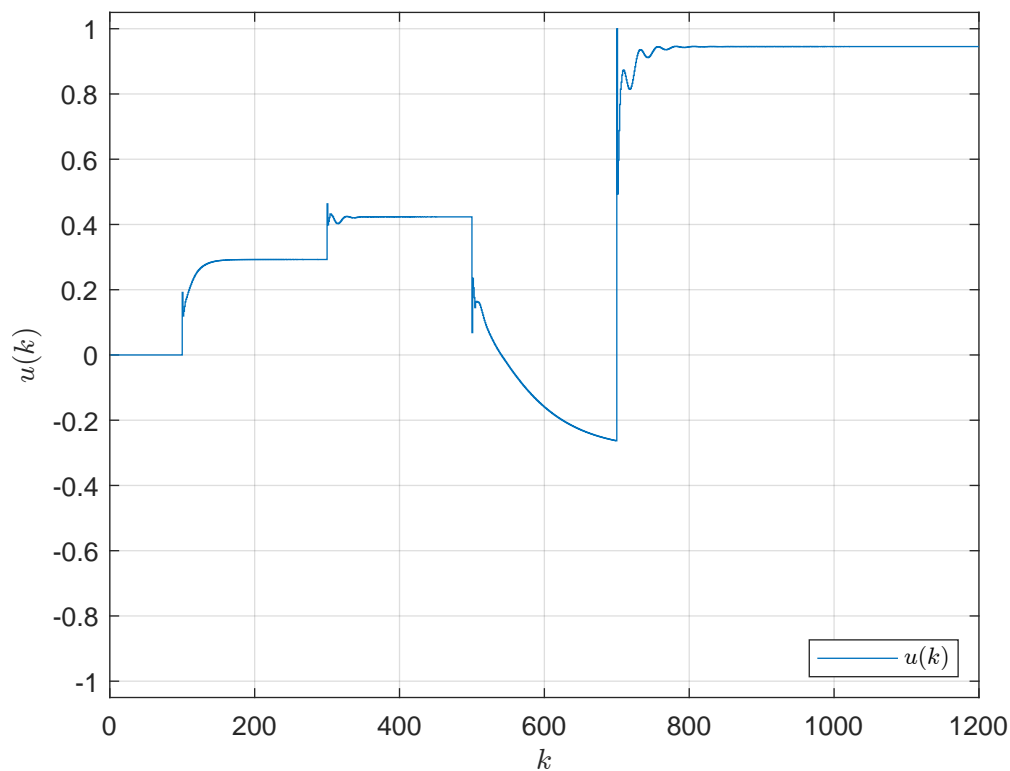


Rys. 6.12. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

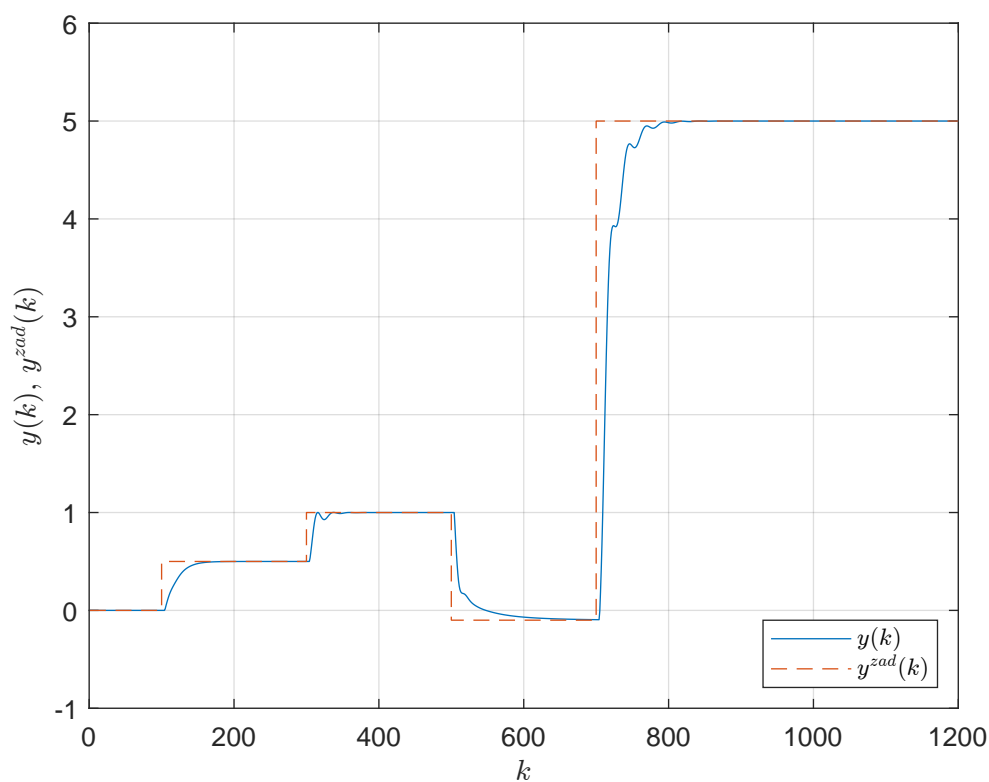


Rys. 6.13. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

punktów pracy i nie występuje przeregulowanie. Można także zaobserwować, że większa wartość n_r powoduje szybsze działanie całego systemu.



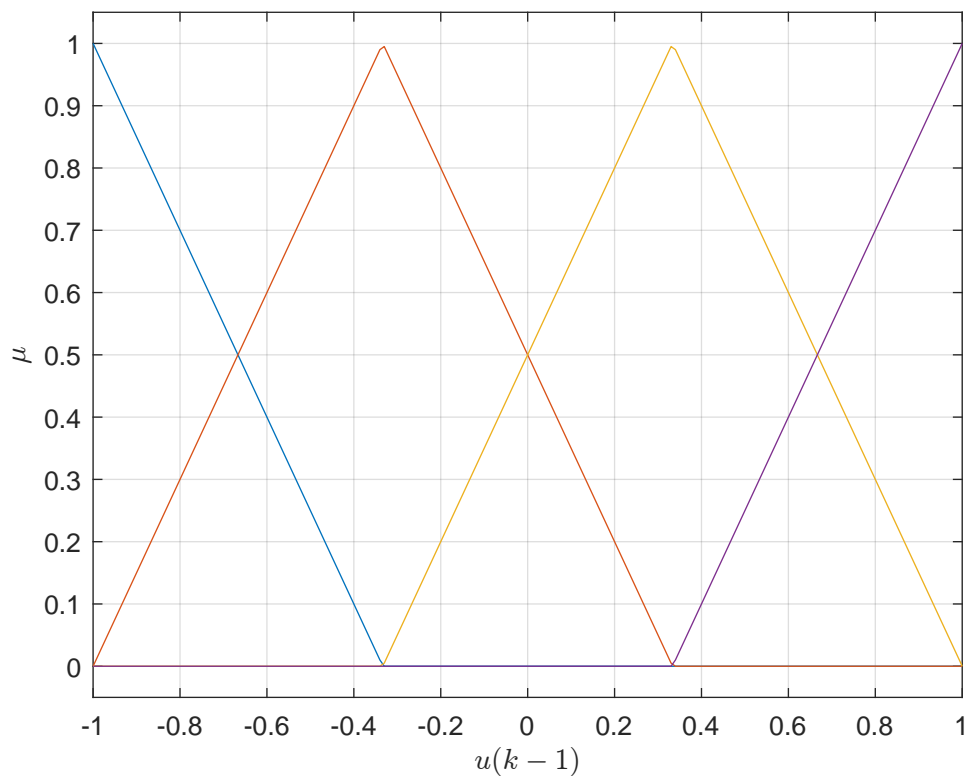
Rys. 6.14. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący



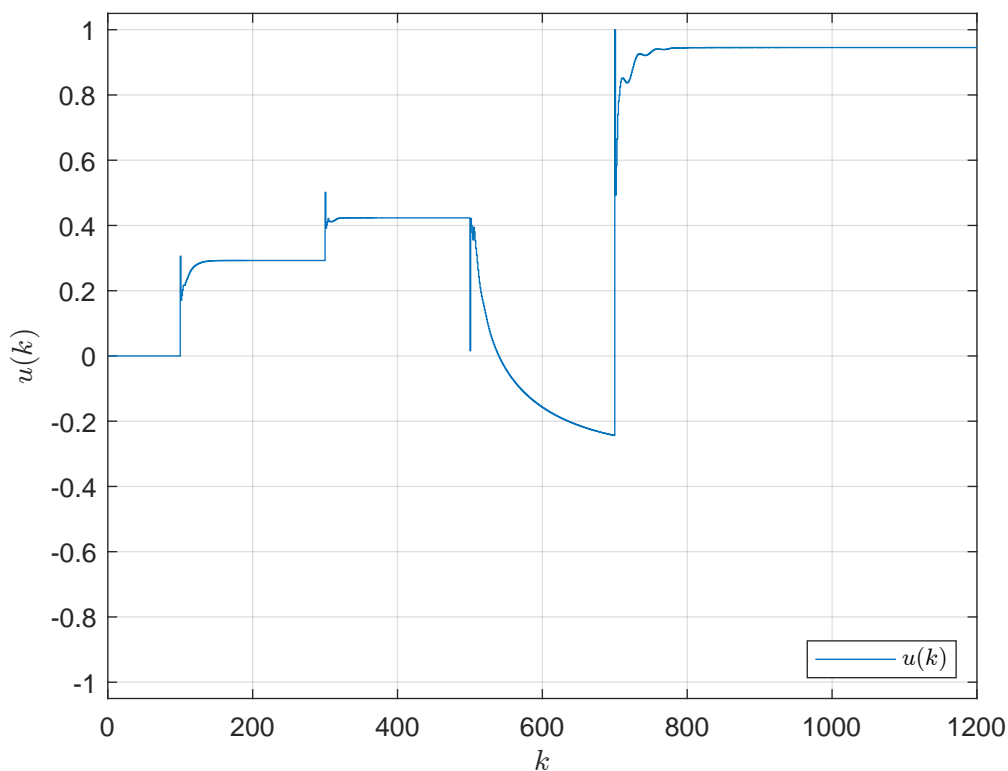
Rys. 6.15. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

6.3. Funkcje przynależności trapezoidalne

Na początku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 6.19. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.20 oraz 6.21. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 2,0152 \cdot 10^3$.

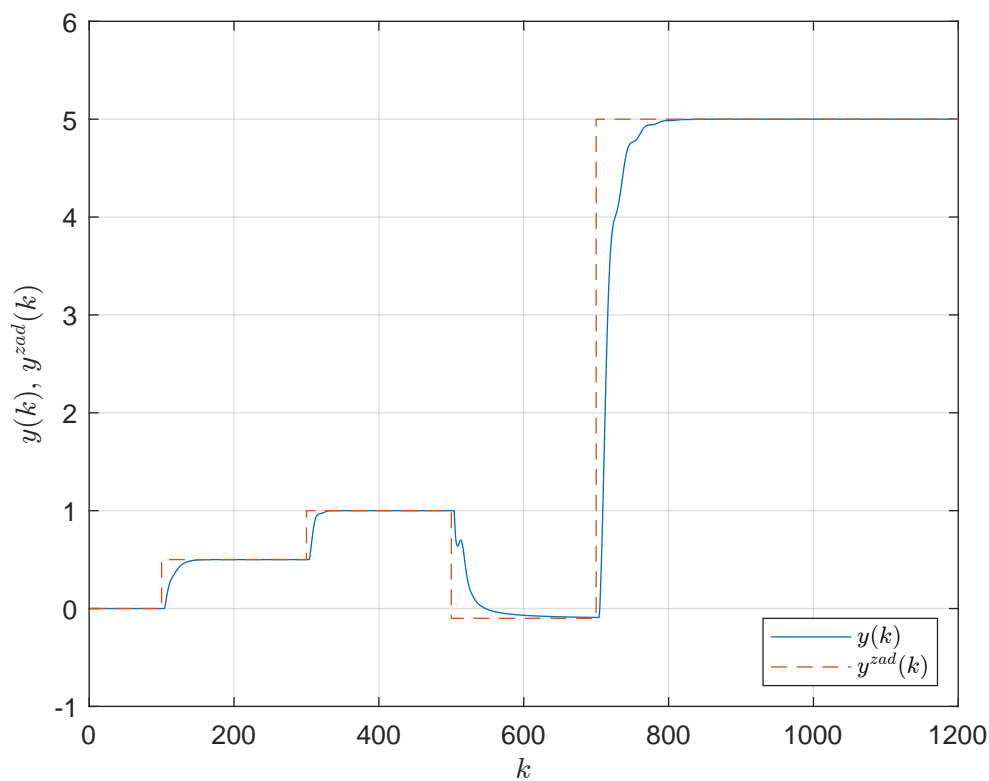


Rys. 6.16. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

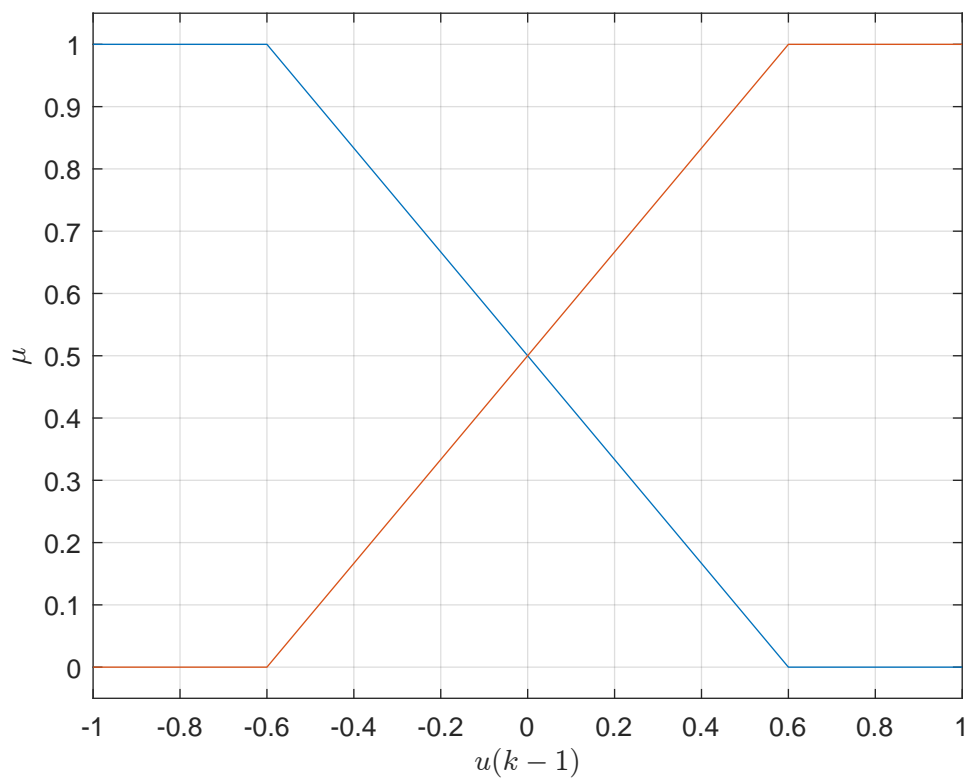


Rys. 6.17. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Funkcje przyna-



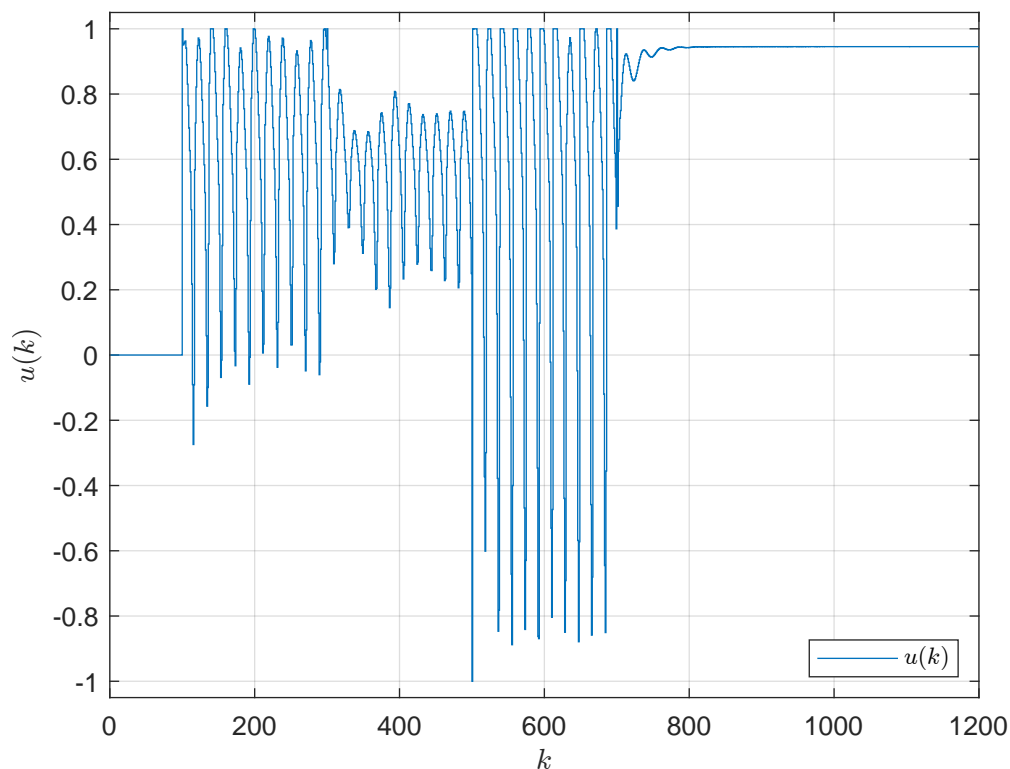
Rys. 6.18. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany



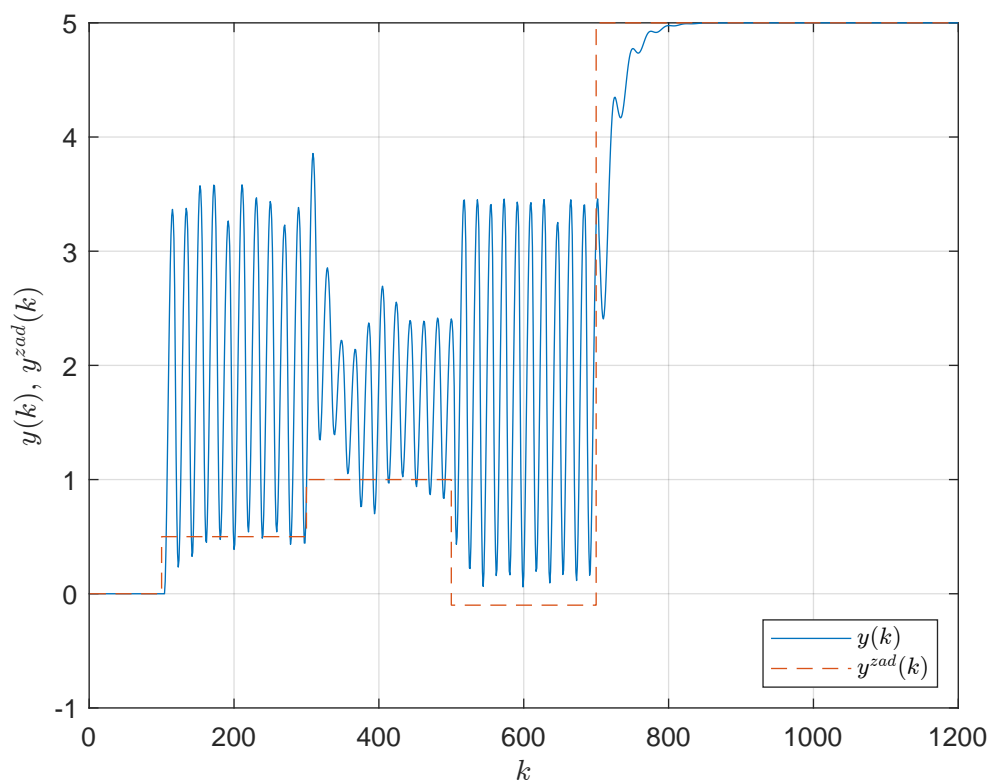
Rys. 6.19. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

leżności są widoczne na rys. 6.22. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.23 oraz 6.24. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 385,6358$.

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Funkcje przynależności są widoczne na

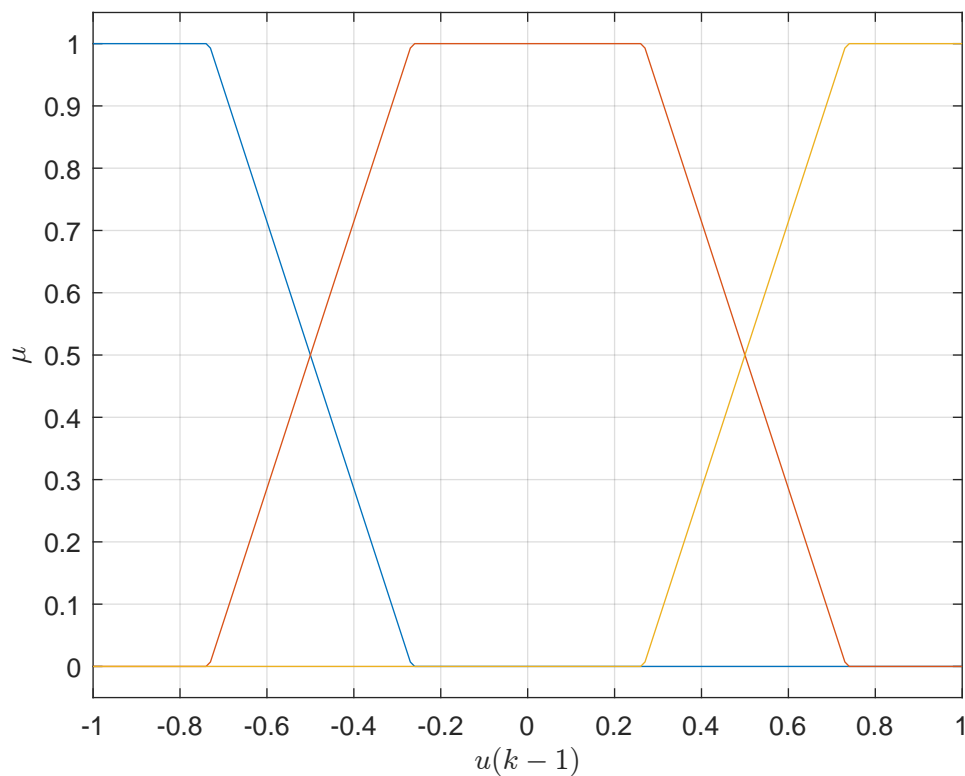


Rys. 6.20. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

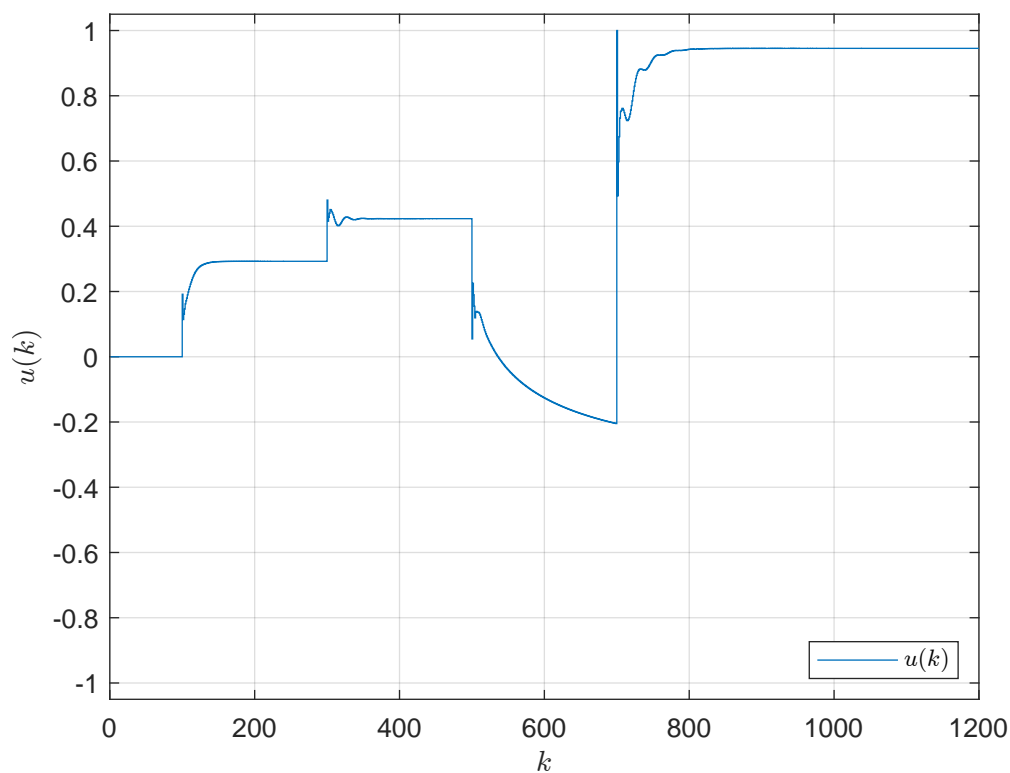


Rys. 6.21. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

rys. 6.25. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.26 oraz 6.27. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 368,7729$. Porównując wartości wskaźnika E można zauważyć, że zwiększenie liczby regulatorów lokalnych z $n_r = 3$ na $n_r = 4$ wpłynęło na poprawę



Rys. 6.22. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$



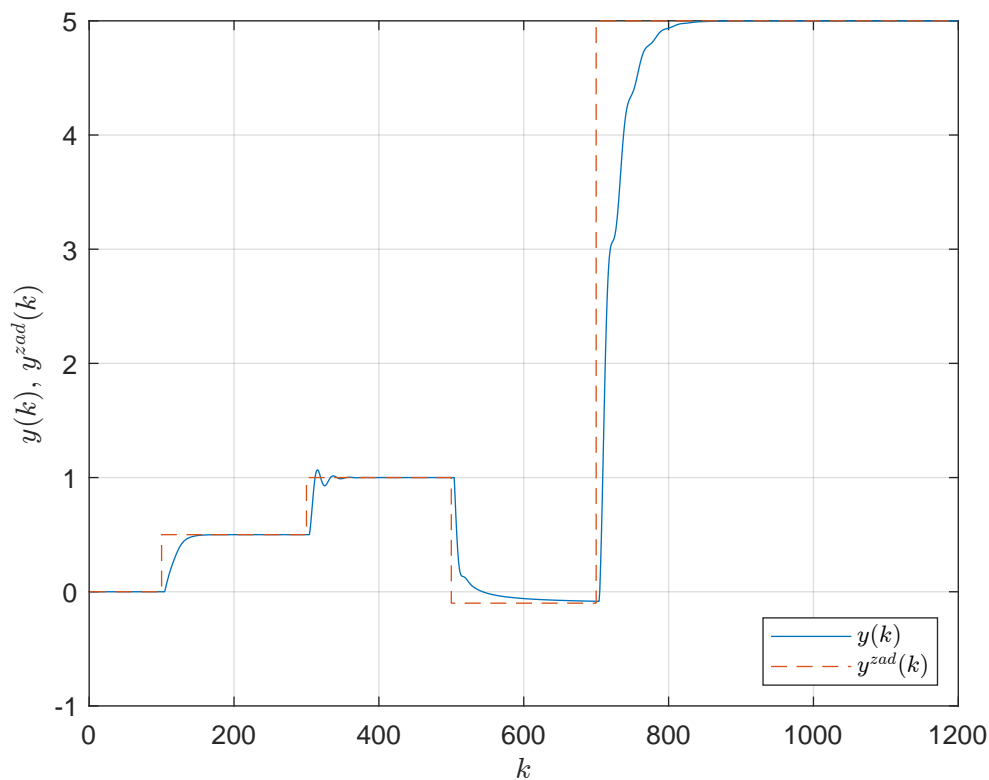
Rys. 6.23. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

jakości regulacji. W obu przypadkach wartość zadana jest osiągnięta dla różnych punktów pracy. Zwiększenie n_r do wartości 4 pozwoliło na całkowitą eliminację przeregulowania, ale nawet dla mniejszej wartości było ono bardzo niewielkie. Można także zaobserwować, że większa wartość n_r powoduje szybsze działanie całego systemu.

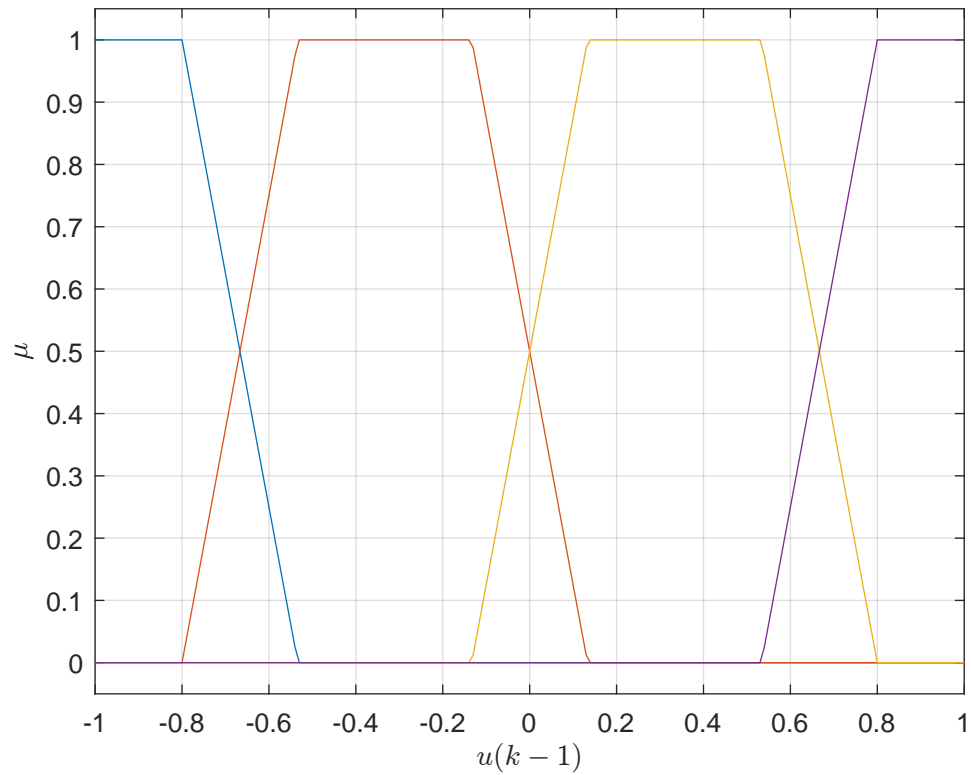
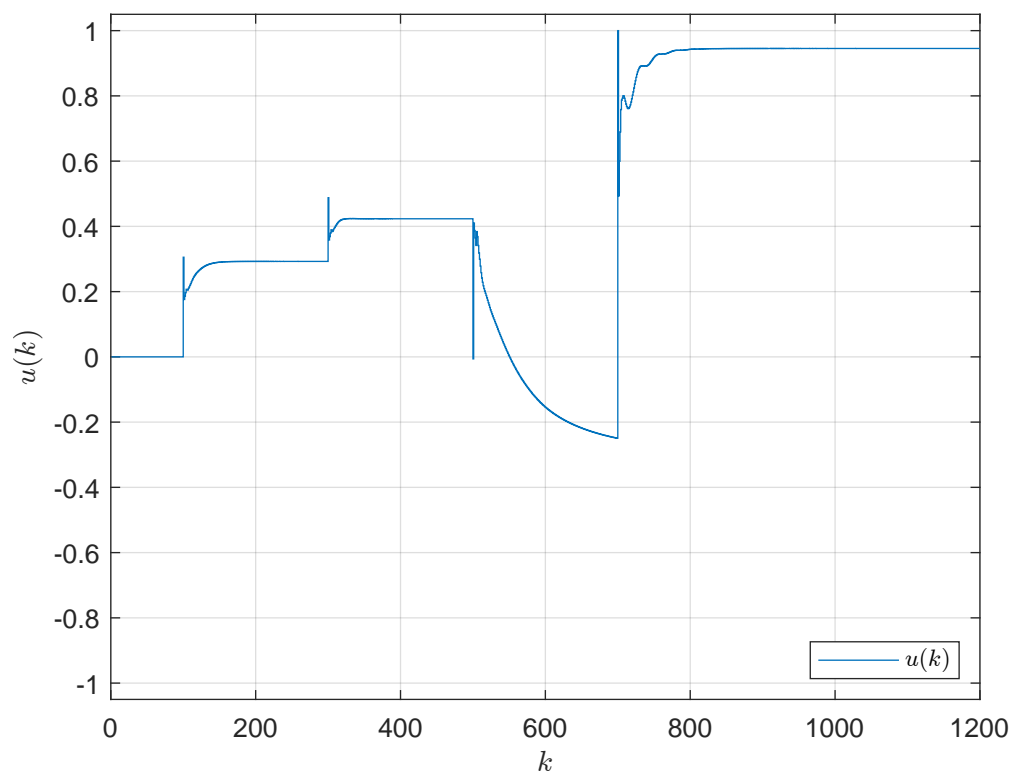
6.4. Wnioski

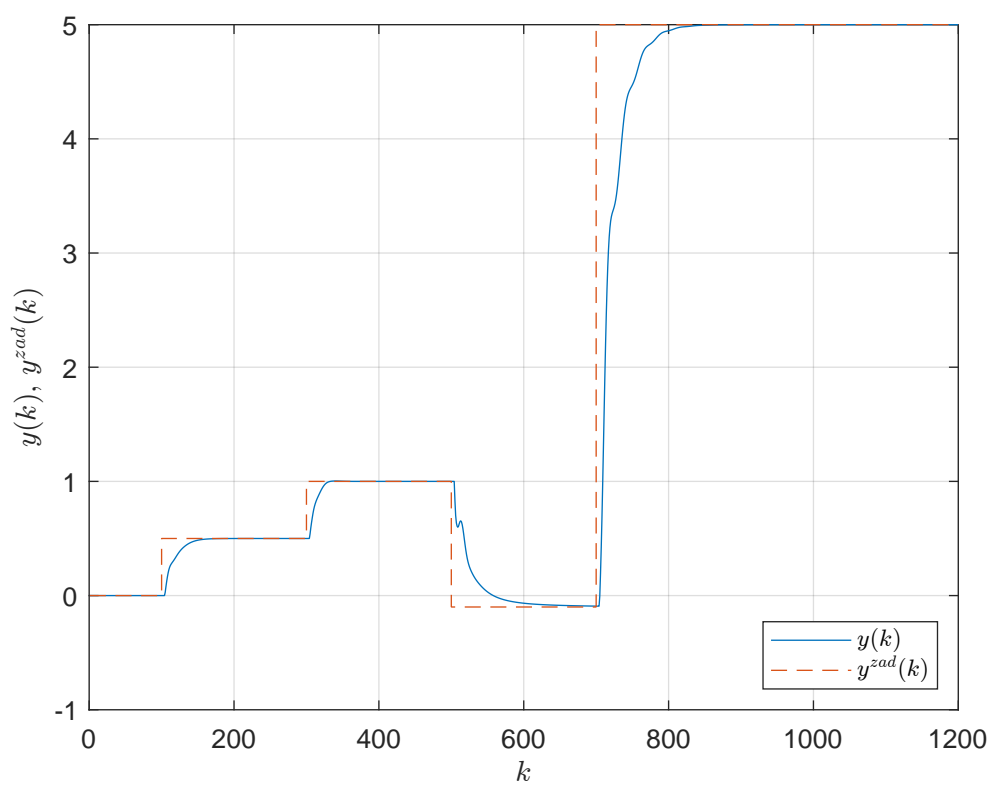
Pod względem wskaźnika jakości najlepszą regulację zapewniły regulatory, dla których funkcje przynależności miały kształty trójkątne. Porównując regulatory na podstawie samych tylko przebiegów sygnału sterującego oraz wyjściowego, ciężko było by jednoznacznie wskazać, które rozwiązanie jest najlepsze. Po odpowiednim dostrojeniu regulatorów lokalnych wszystkie układy działały satysfakcjonująco - wartości zadane były osiągnięte, przeregulowanie, jeśli występowało, było niewielkie i układ działał szybko. Liczba regulatorów równa $n_r = 4$ będzie najlepszym kompromisem między złożonością algorytmu a uzyskiwaną dokładnością działania.

Największym problemem przy implementacji rozmytych regulatorów PID jest konieczność dostrojenia każdego regulatora lokalnego. Wraz ze wzrostem liczby używanych funkcji przynależności, wzrasta również liczba regulatorów PID, które trzeba skalibrować. Dlatego często stosuje się rozmyte regulatory DMC, których w zasadzie nie trzeba stroić, a jedynie wystarczy zebrać lokalne odpowiedzi skokowe.



Rys. 6.24. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

Rys. 6.25. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$ Rys. 6.26. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

Rys. 6.27. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

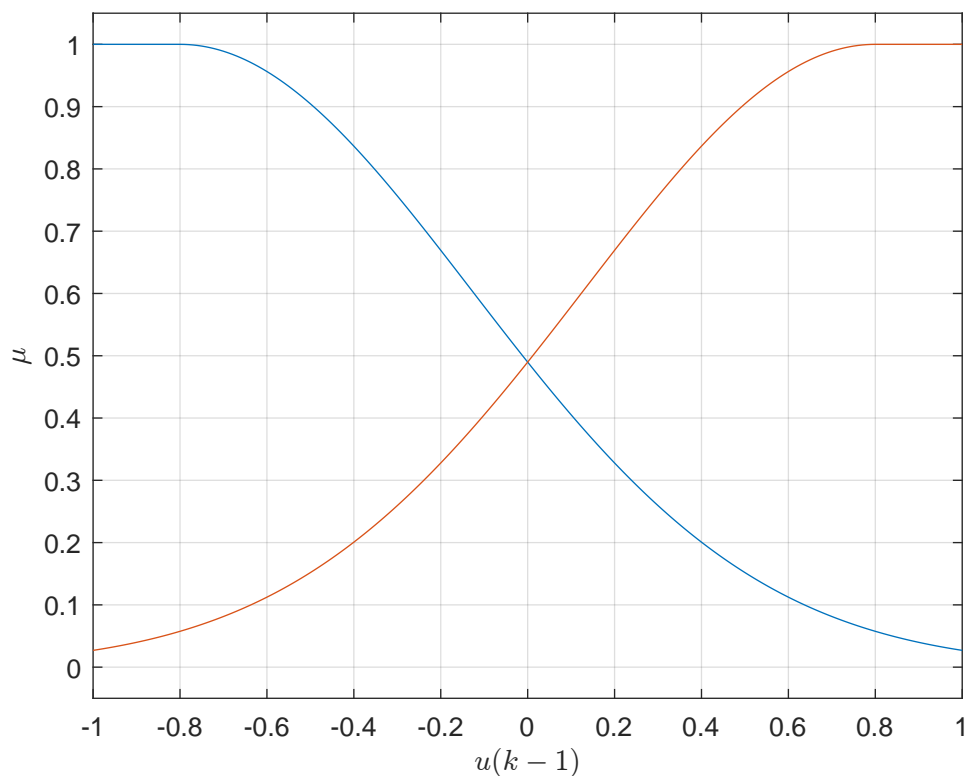
7. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów DMC

Przetestowaliśmy działanie rozmytego regulatora DMC dla różnych funkcji przynależności: Gaussa, trójkątnych oraz trapezoidalnych. Ponadto dla każdej z tych grup funkcji przeprowadziliśmy eksperymenty dla różnej liczby regulatorów lokalnych $n_r = 2, 3, 4$. Dla funkcji Gaussa sprawdziliśmy także działanie układu dla $n_r = 5$. Za sygnał przełączający regulatory lokalne przyjęliśmy $u(k-1)$.

7.1. Funkcje przynależności Gaussa

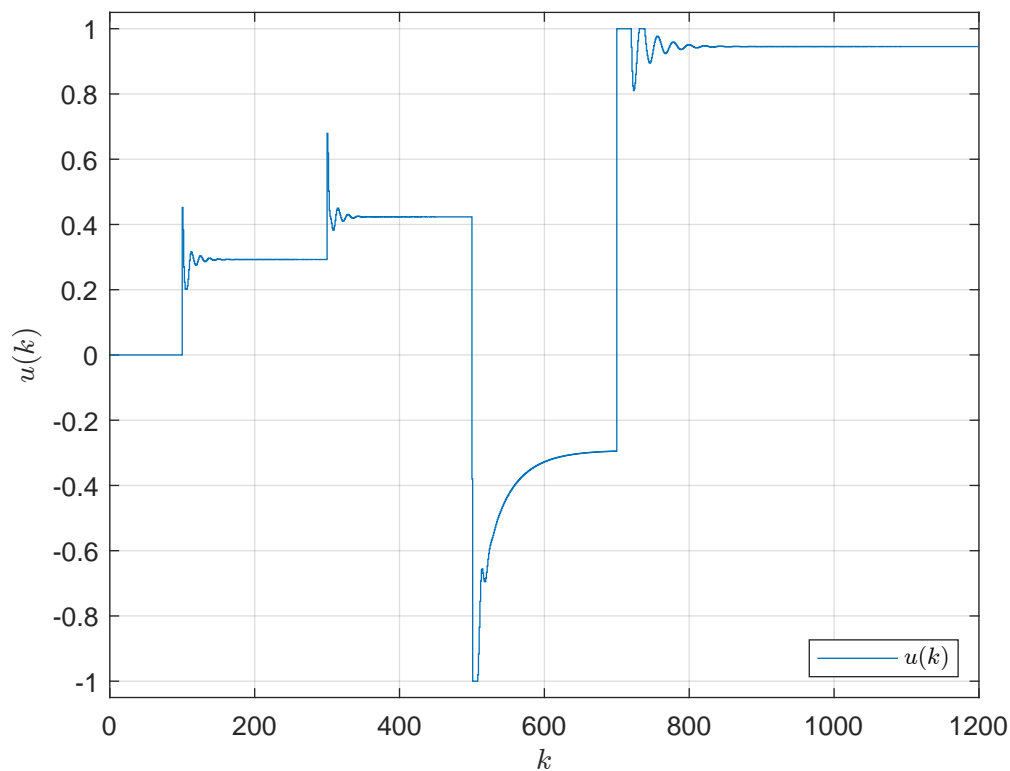
Na początku sprawdziliśmy działanie algorytmu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.1. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.2 oraz 7.3. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 261,3388$. Układ działa dobrze i szybko, wartość zadana jest osiągana na wyjściu dla różnych wartości skoków y^{zad} . Jedynie dla ostatniego skoku wartości zadanej do $y^{\text{zad}} = 5$ występują oscylacje na wyjściu obiektu. Mają one jednak charakter gasnący i nie wpływają na rozregulowanie procesu.

Następnie zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.4. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.5 oraz 7.6. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 270,7911$.

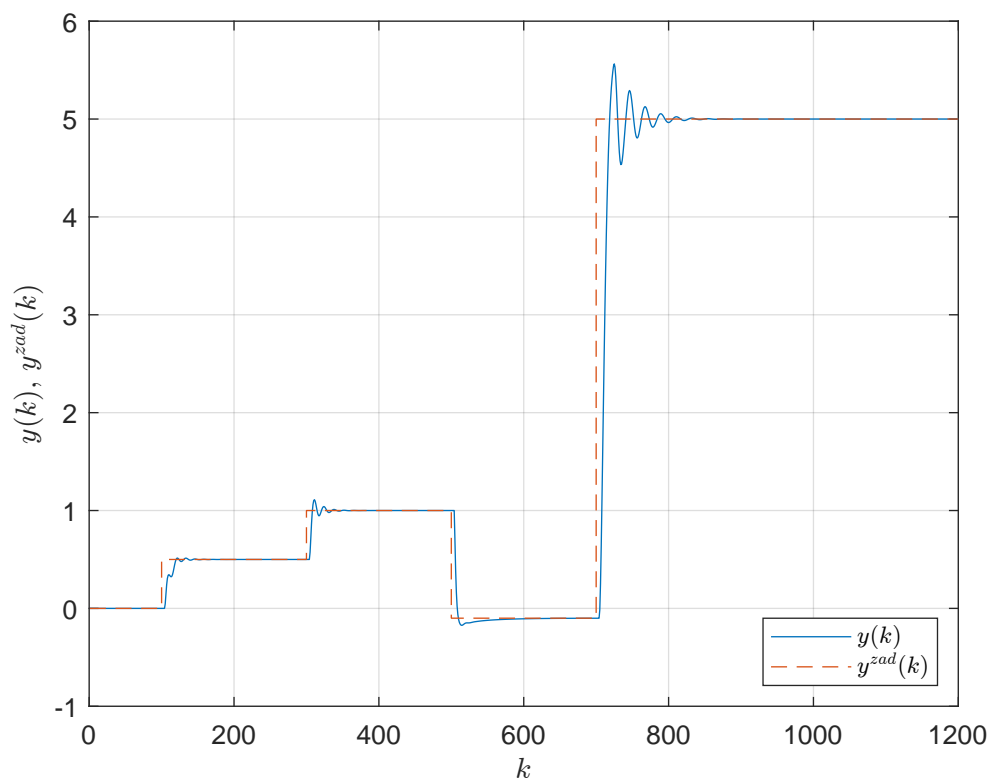


Rys. 7.1. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

Na podstawie rys. 7.6 można zaobserwować, że zwiększenie liczby regulatorów spowodowało nieznaczne pogorszenie jakości regulacji. Zarówno wskaźnik jakości E uległ pogorszeniu, jak i



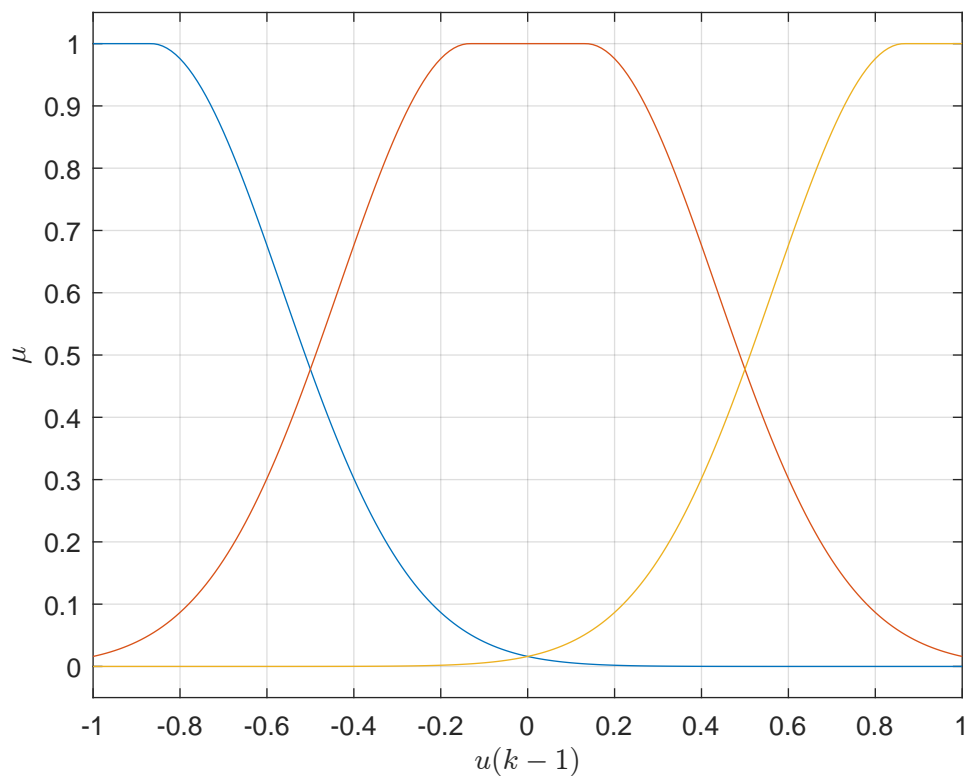
Rys. 7.2. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący



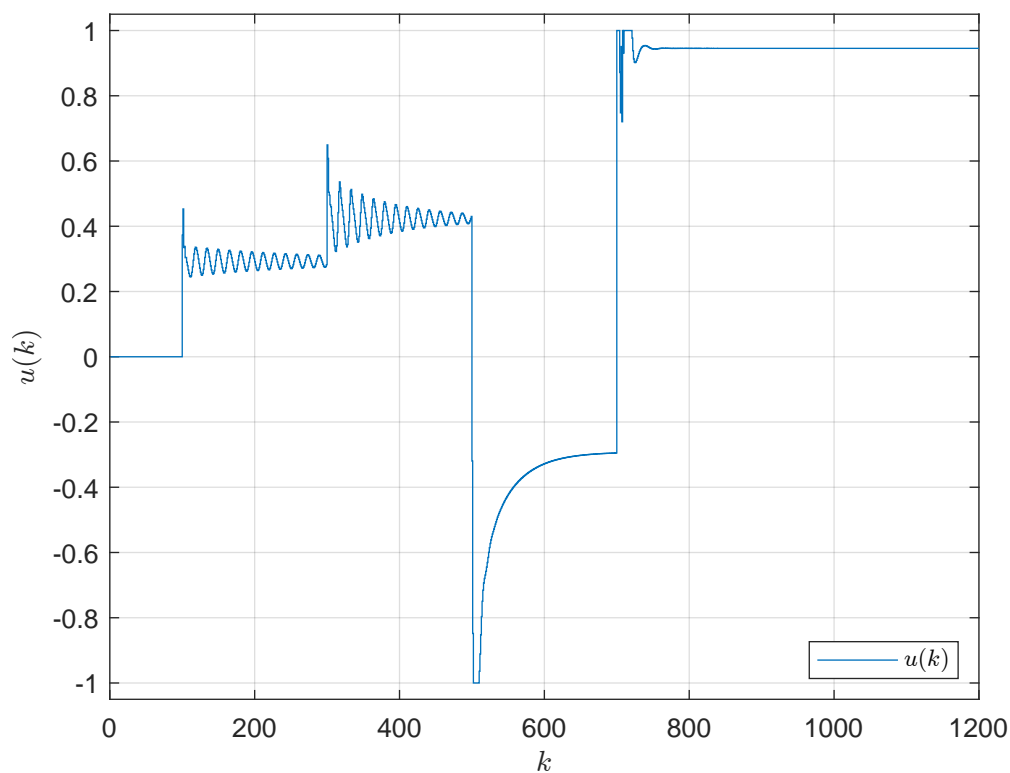
Rys. 7.3. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

pojawiły się oscylacje na wyjściu, tym razem przy dwóch pierwszych skokach wartości zadanej. Oscylacje pojawiły się także w przebiegu sygnału sterującego widocznym na rys. 7.5.

W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 4$. Odpowiadające



Rys. 7.4. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$



Rys. 7.5. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

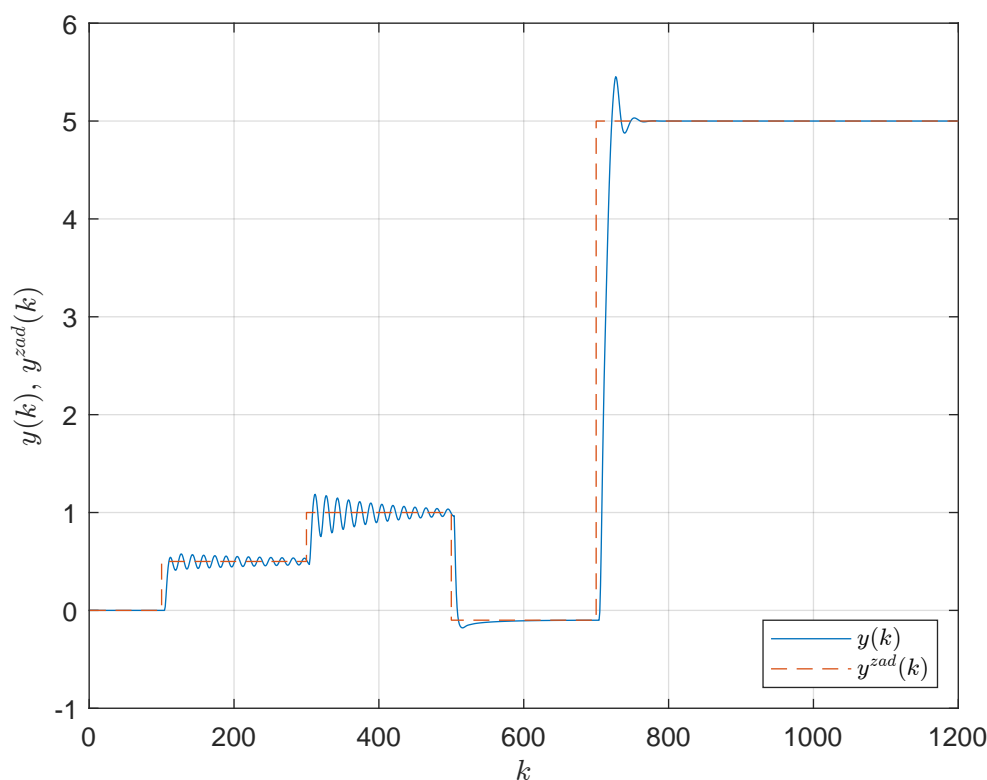
tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.7. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.8 oraz 7.9. Tym razem otrzymana wartość wskaźnika jakości wyniosła $E = 292,7912$. Zatem jest to wartość gorsza od tej, jaką uzyskano dla mniejszej liczby n_r . Jednak tym razem w żadnym przypadku nie występują oscylacje ani na wyjściu obiektu, ani w przebiegu sygnału sterującego. Układ działa jeszcze szybciej niż poprzednio, a przeregulowanie jest jeszcze mniejsze.

Na koniec zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 5$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.10. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.11 oraz 7.12. Otrzymana wartość wskaźnika jakości wyniosła $E = 313,5469$. Oznacza to, że ponownie nastąpiło niewielkie pogorszenie jakości regulacji pod kątem oceny wskaźnika E . Jednak na podstawie przebiegu sygnału wyjściowego widocznego na rys. 7.12 można zauważyć, że dla dwóch pierwszych skoków wartości zadanej przeregulowanie w ogóle nie występuje, a dla kolejnych dwóch jest jeszcze mniejsze niż dla $n_r = 4$. Generowany sygnał sterujący jest stabilny, układ działa bardzo szybko.

7.2. Funkcje przynależności trójkątne

Na początku sprawdziliśmy działanie algorytmu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.13. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.14 oraz 7.15. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 262,6995$, czyli jest nieznacznie większa niż dla funkcji Gaussa zastosowanych dla tej samej liczby $n_r = 2$. Dla większości wykonywanych skoków występują oscylacje, zarówno w sygnale wyjściowym jak i wejściowym. Mają one jednak charakter gasnący i ostatecznie wartość zadana jest osiągnięta.

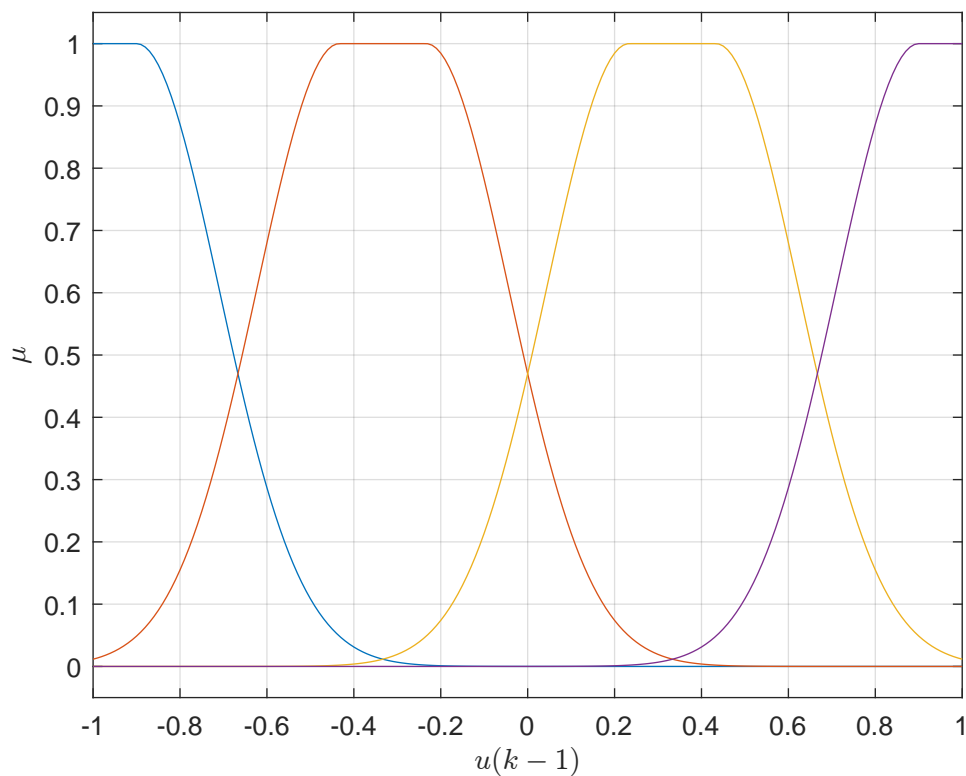
Następnie zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.16. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.17 oraz 7.18. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 271,5334$, czyli



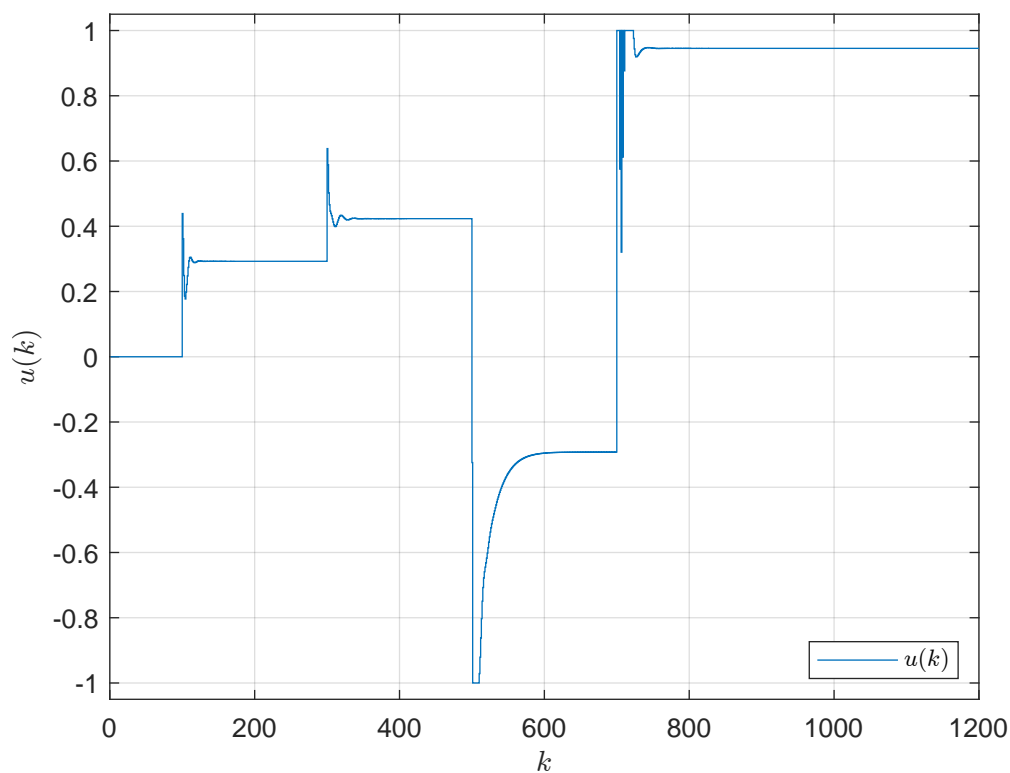
Rys. 7.6. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

uległa nieznacznemu pogorszeniu po zwiększeniu liczby zastosowanych funkcji przynależności. Oscylacje jednak są dużo słabsze niż poprzednio, wartość zadana jest osiągnana szybciej.

W kolejnym kroku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Odpowiadające tej sytuacji

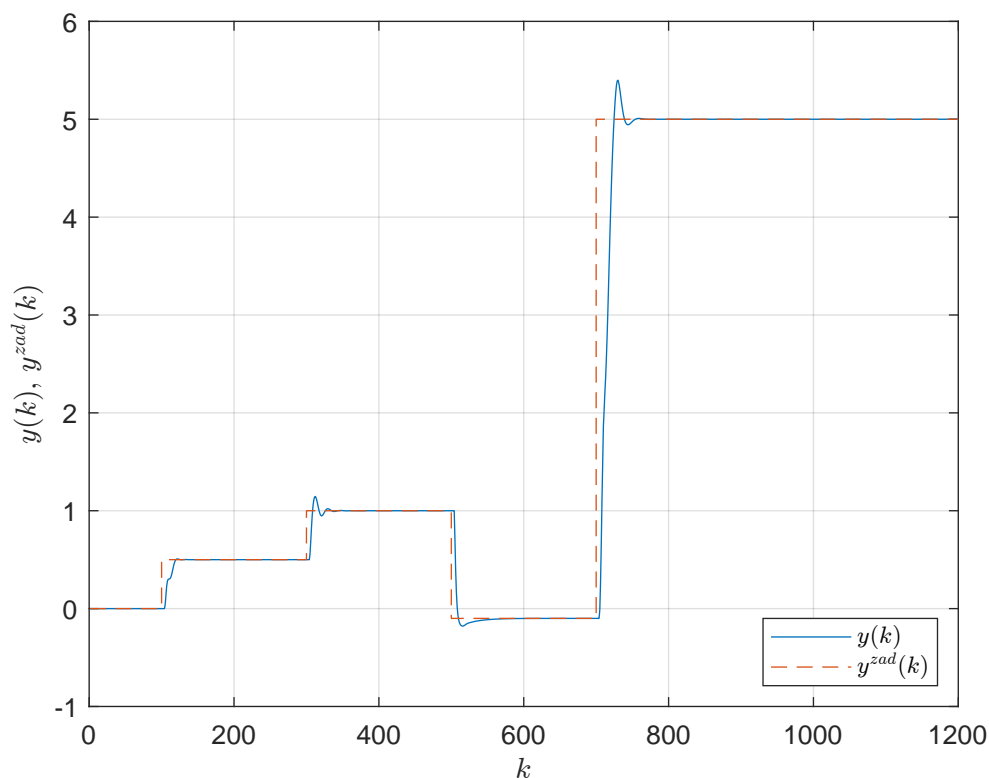


Rys. 7.7. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

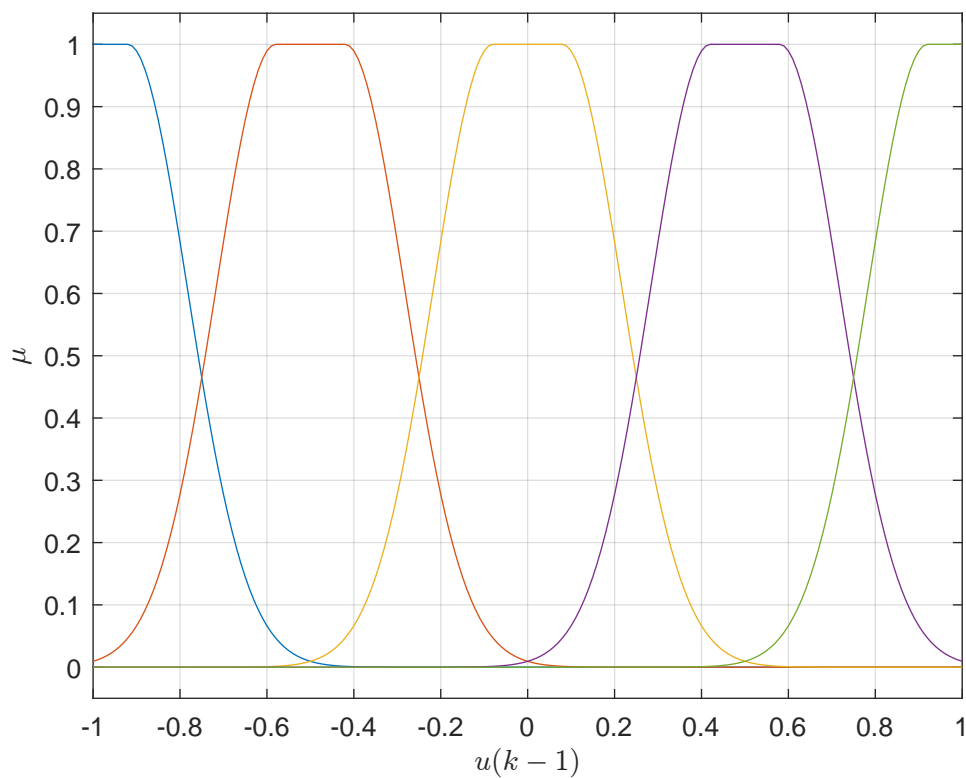


Rys. 7.8. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.19. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.20 oraz 7.21. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 294,6215$,

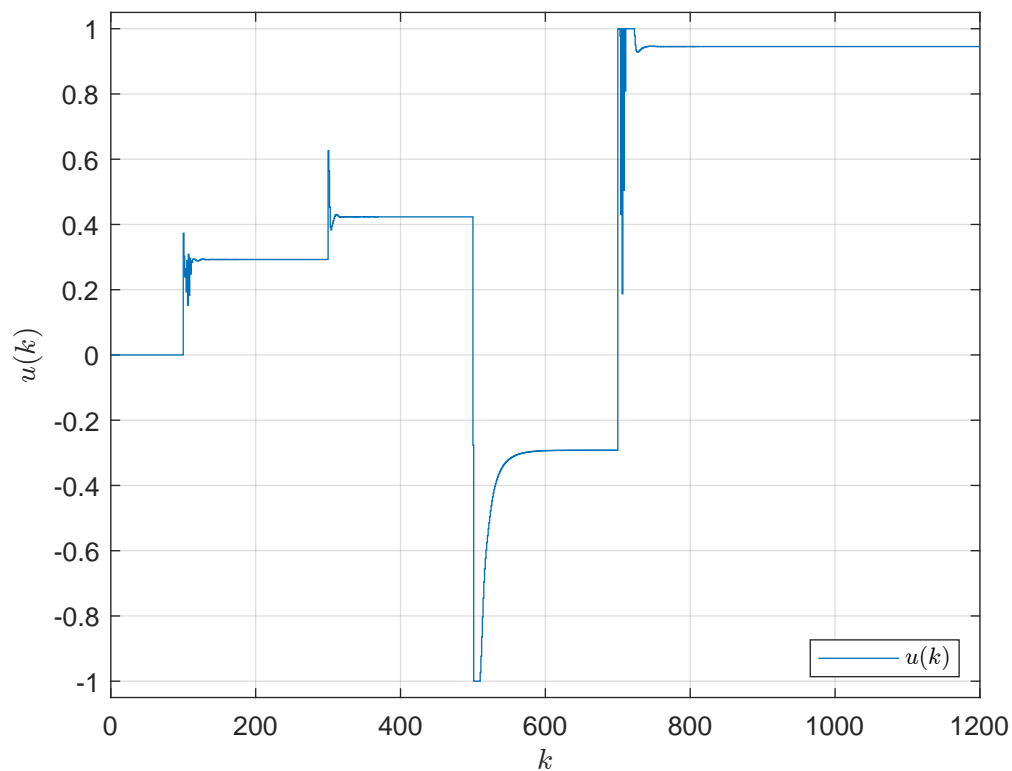


Rys. 7.9. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

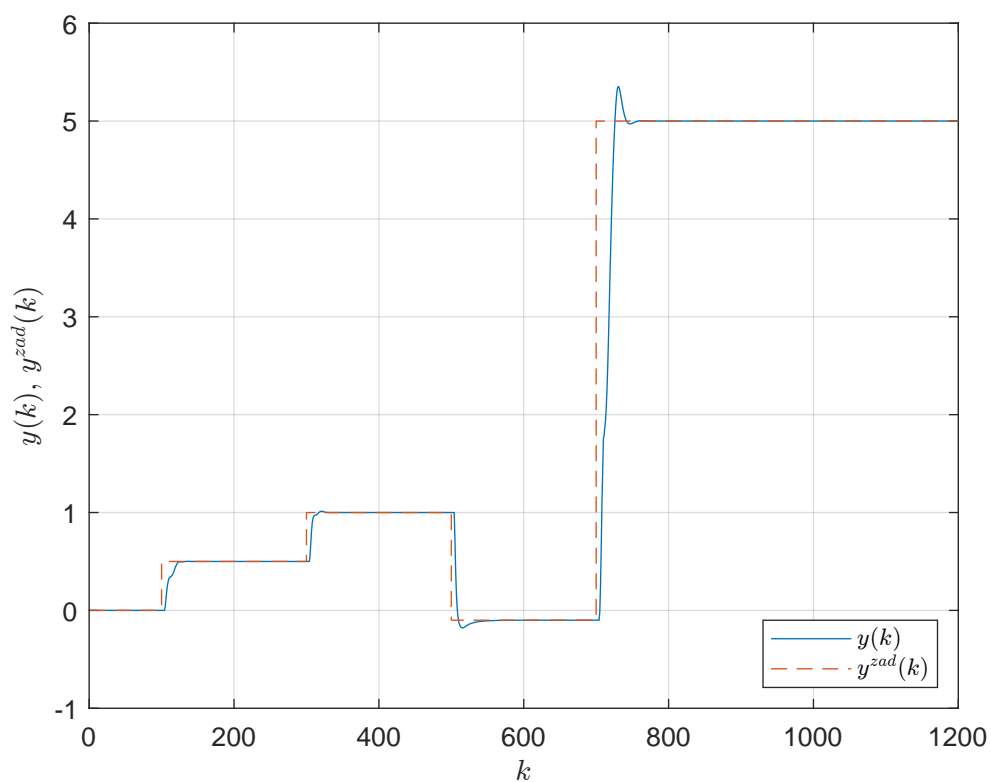


Rys. 7.10. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 5$

czyli ponownie uległa pogorszeniu. Tym razem jednak oscylacje w ogóle nie występują, a układ działa bardzo sprawnie.



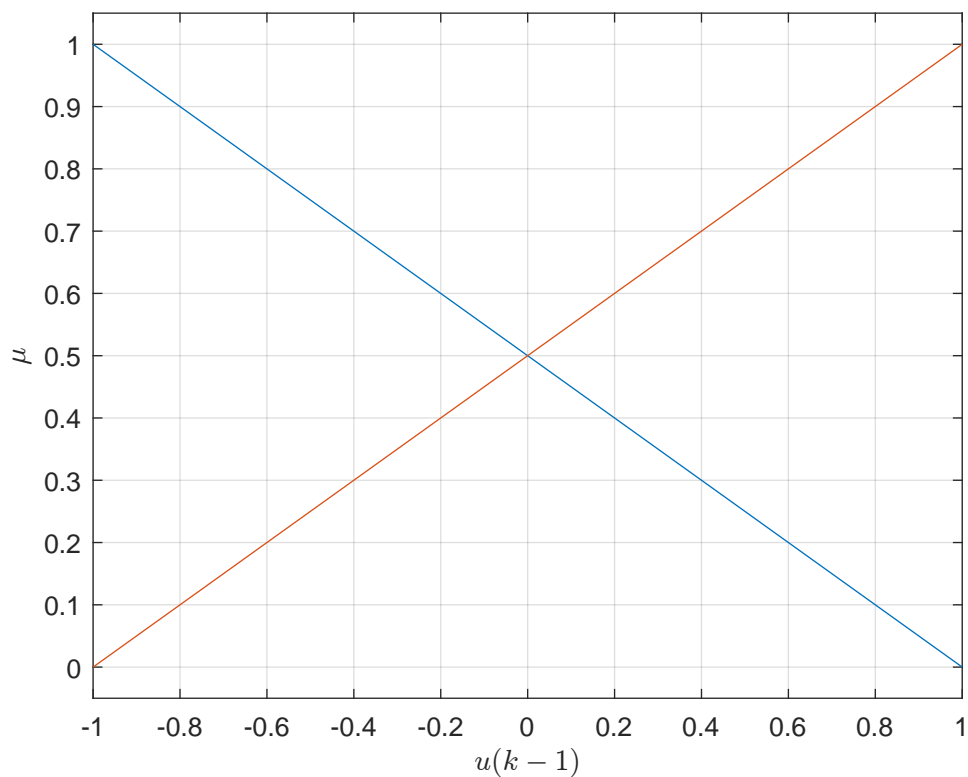
Rys. 7.11. Regulator rozmyty DMC dla $n_\tau = 5$ - sygnał sterujący



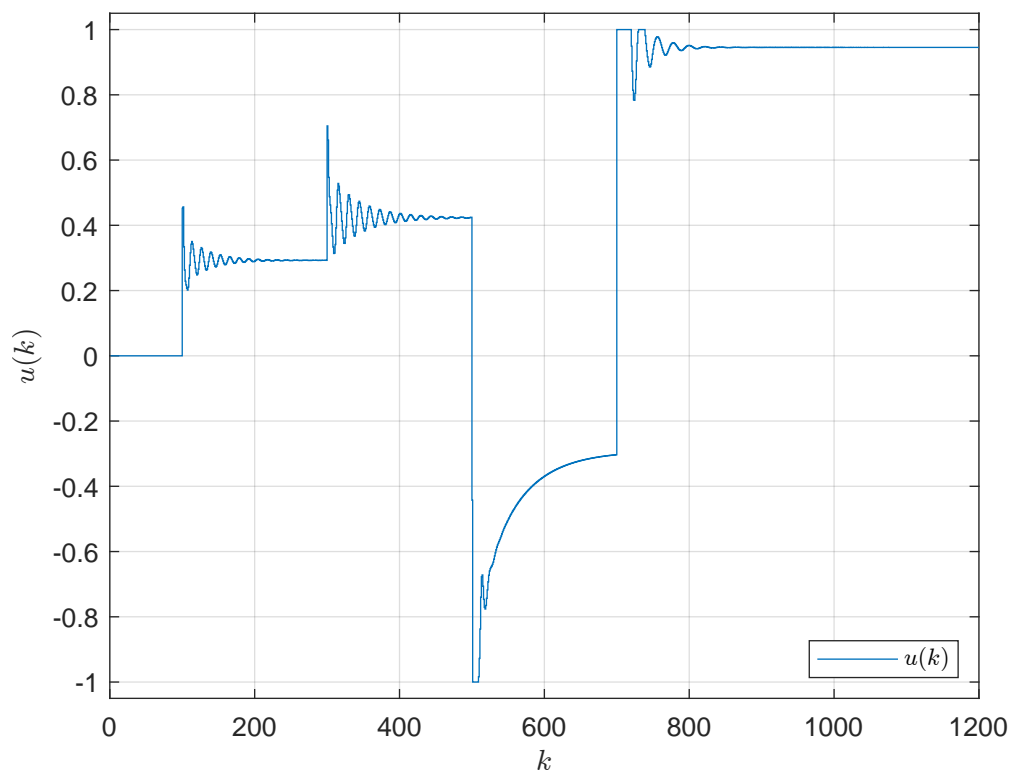
Rys. 7.12. Regulator rozmyty DMC dla $n_\tau = 5$ - sygnał wyjściowy i zadany

7.3. Funkcje przynależności trapezoidalne

Na początku sprawdziliśmy działanie algorytmu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.22. Wyniki symulacji są przedstawione na ry-

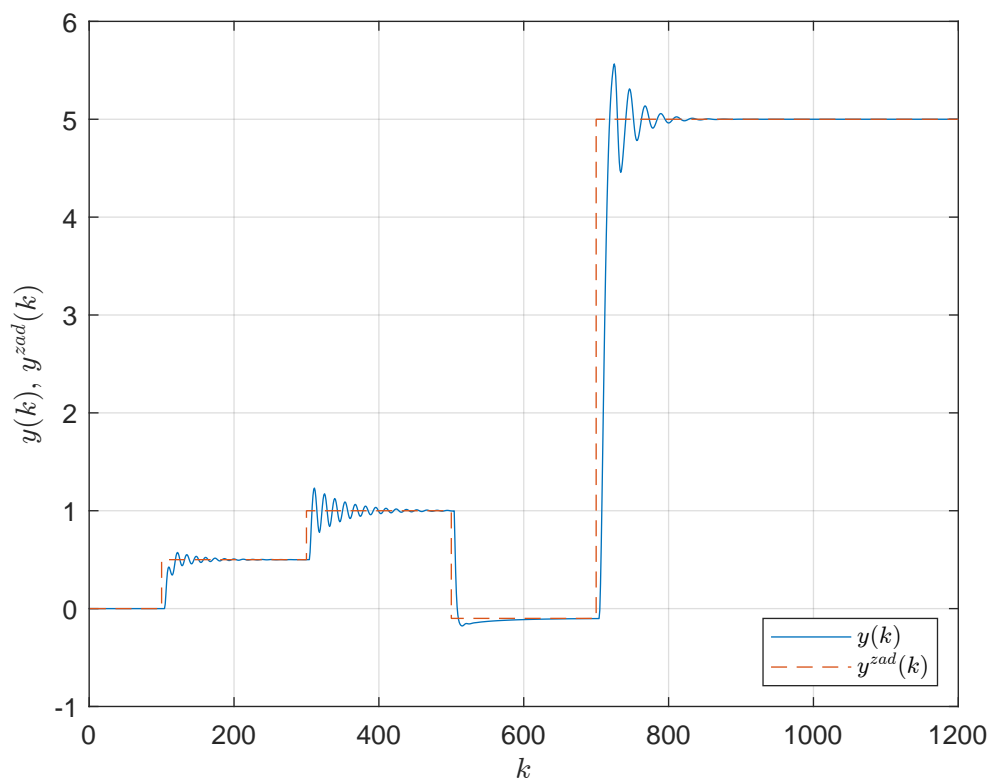


Rys. 7.13. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

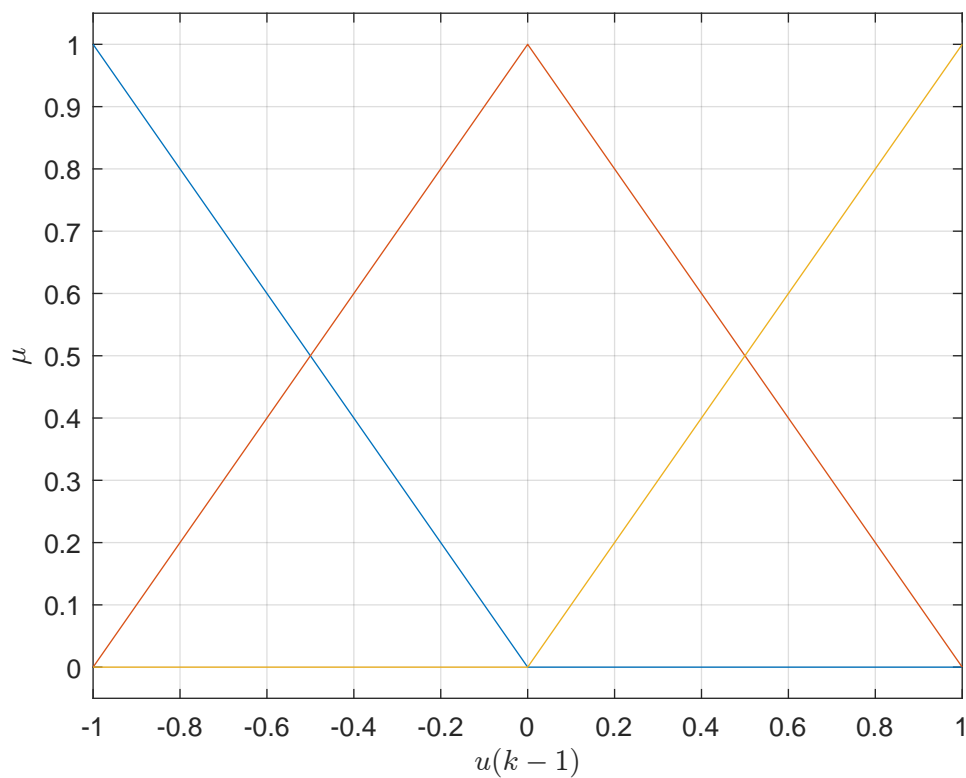


Rys. 7.14. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

sunkach 7.23 oraz 7.24. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 260,8879$, co świadczy o tym, że zastosowanie funkcji trapezoidalnych zapewnia najlepszą jakość regulacji

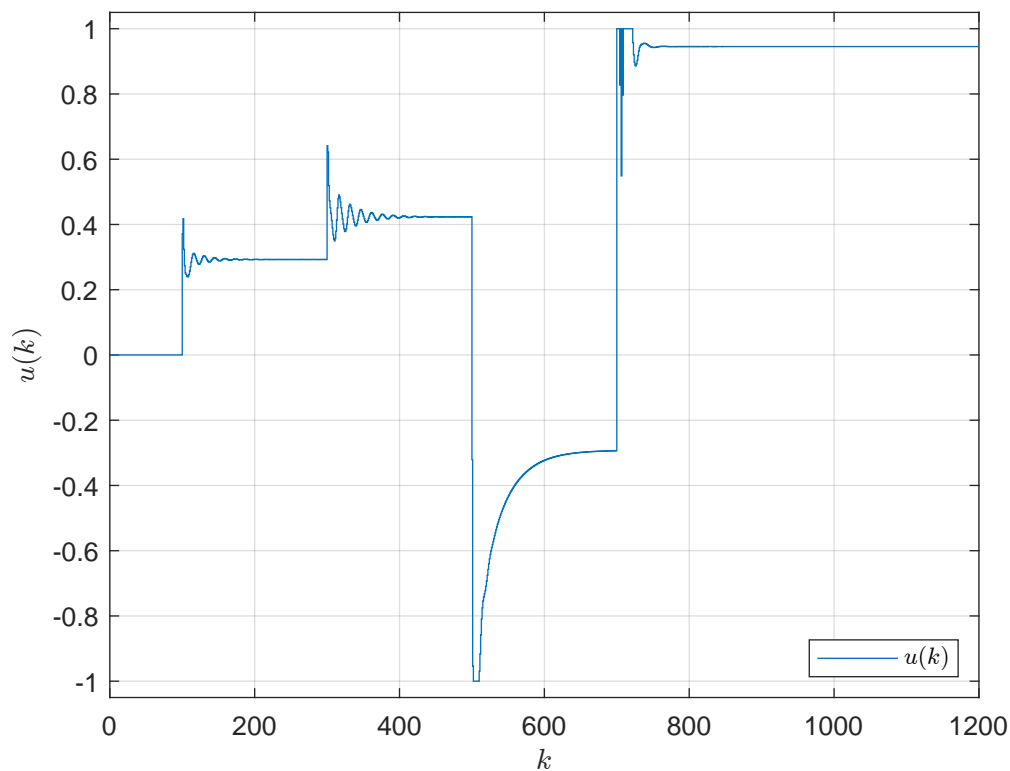


Rys. 7.15. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

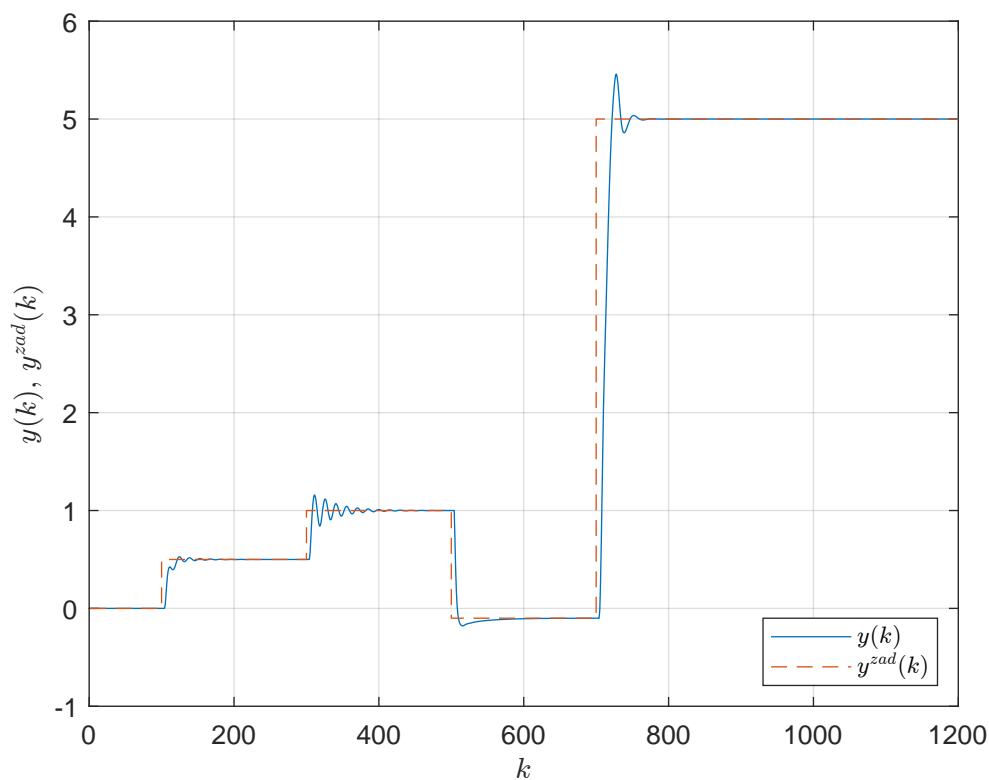


Rys. 7.16. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

pod kątem oceny wskaźnika E dla tej samej liczby $n_r = 2$ w porównaniu z innymi funkcjami. Układ działa dobrze i szybko, wartość zadana jest osiągana na wyjściu dla różnych wartości



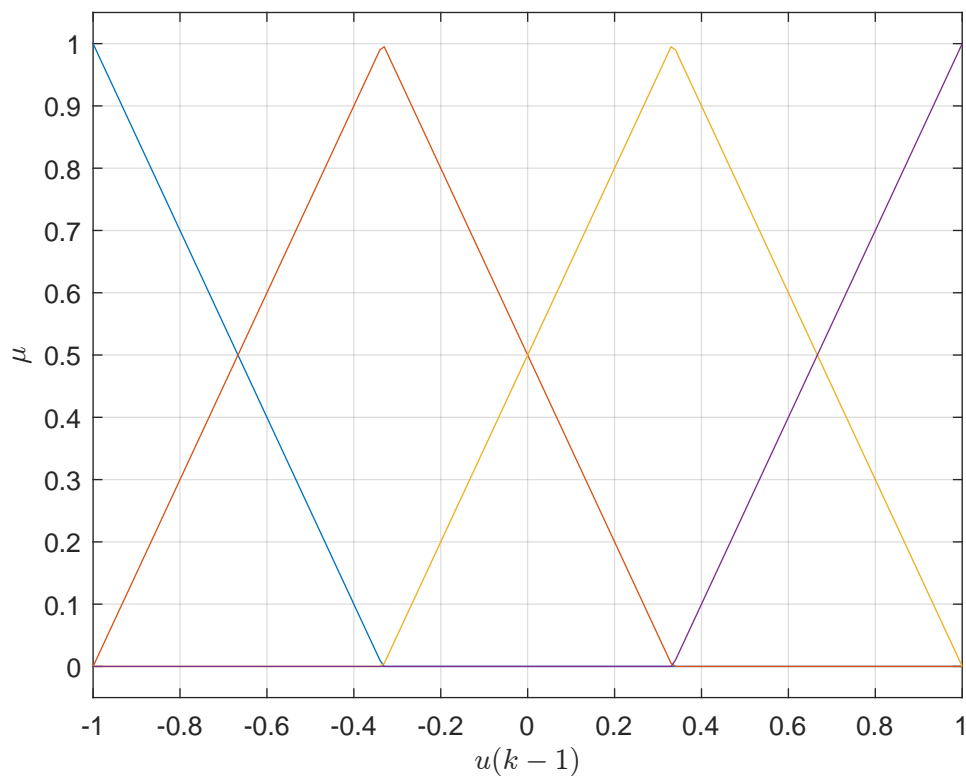
Rys. 7.17. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący



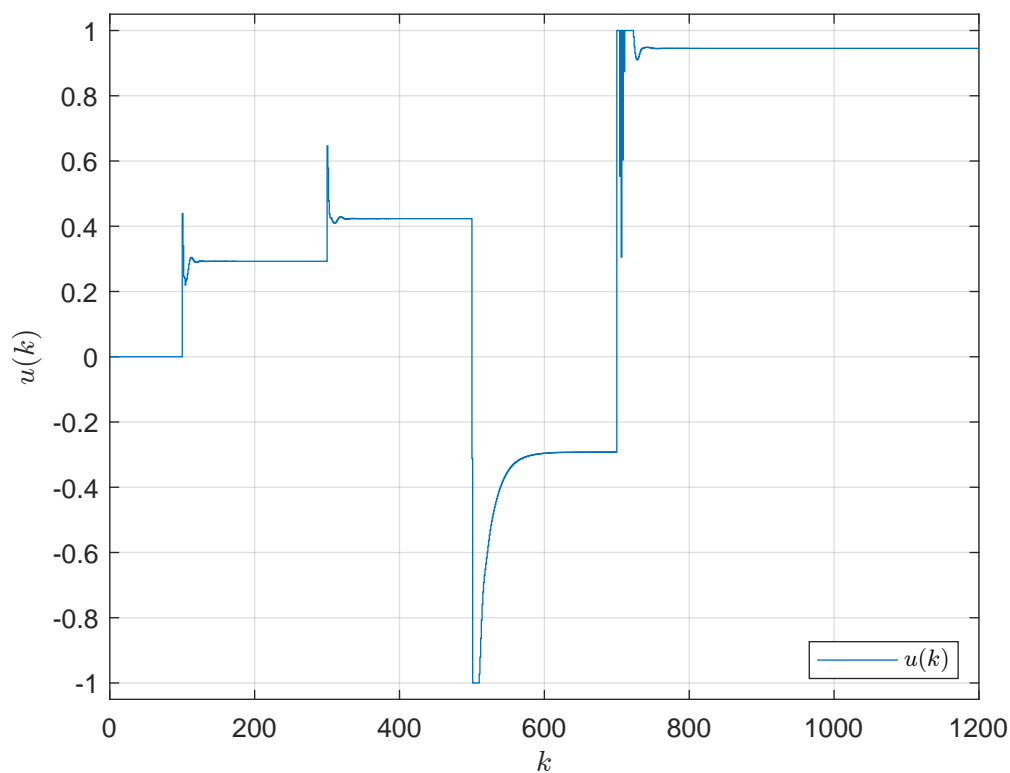
Rys. 7.18. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

skoków y^{zad} . Jedynie dla ostatniego skoku wartości zadanej do $y^{\text{zad}} = 5$ występują oscylacje na wyjściu obiektu. Mają one jednak charakter gasnący i nie wpływają na rozregulowanie procesu.

Następnie zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Odpowiadające tej sytu-

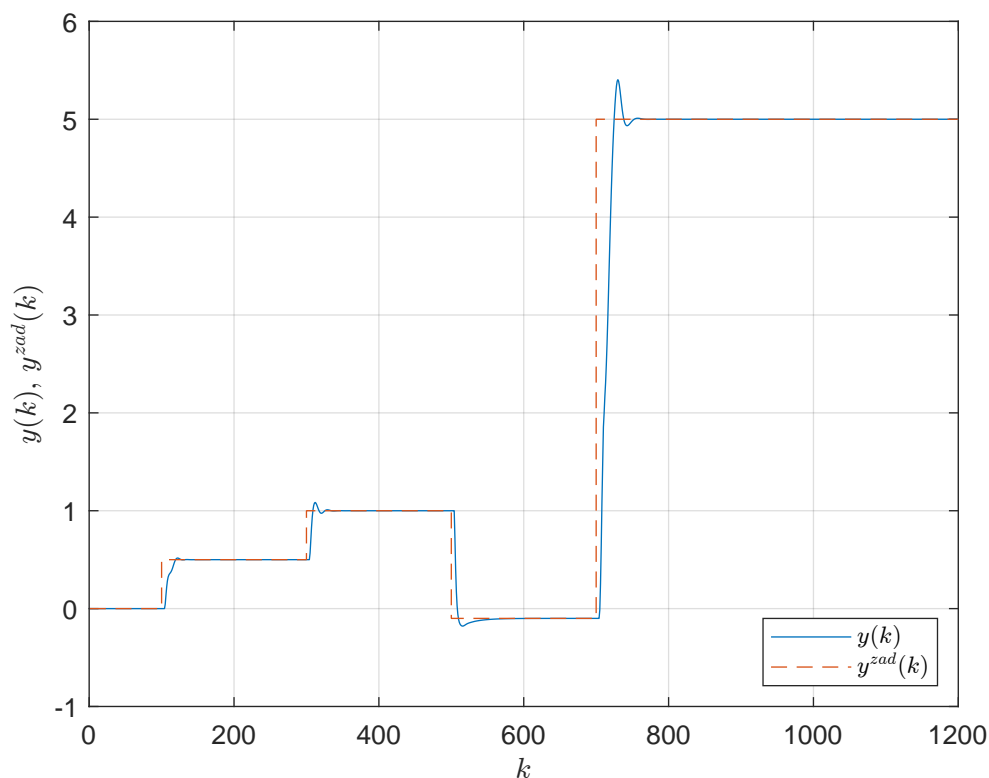


Rys. 7.19. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

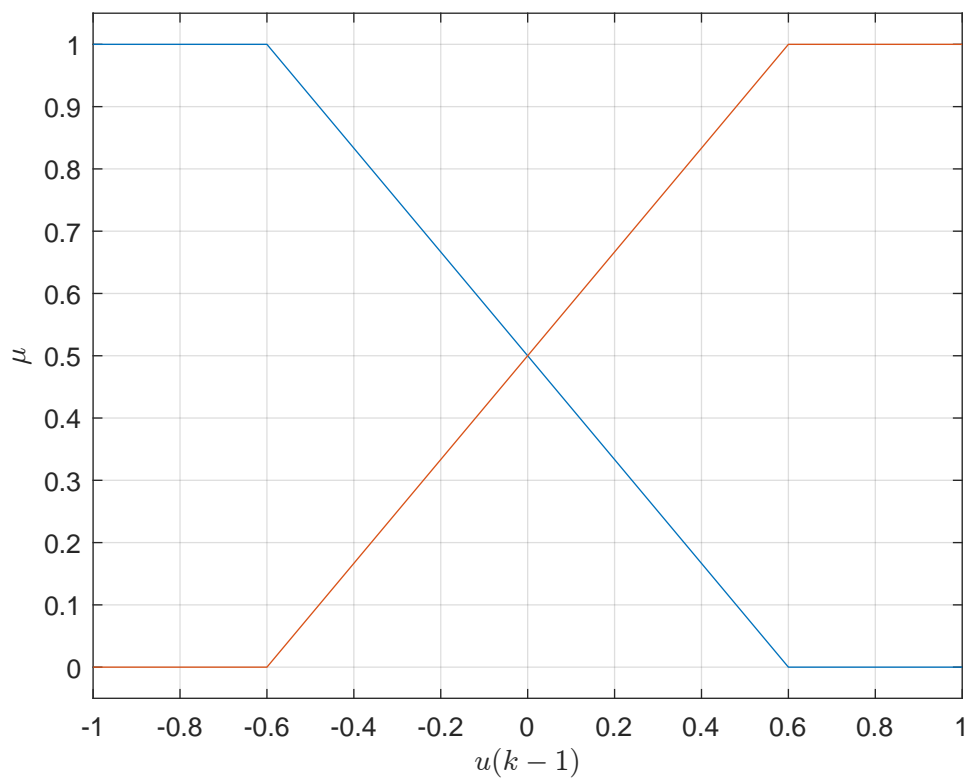


Rys. 7.20. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

acji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.25. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.26 oraz 7.27. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 286,2821$,



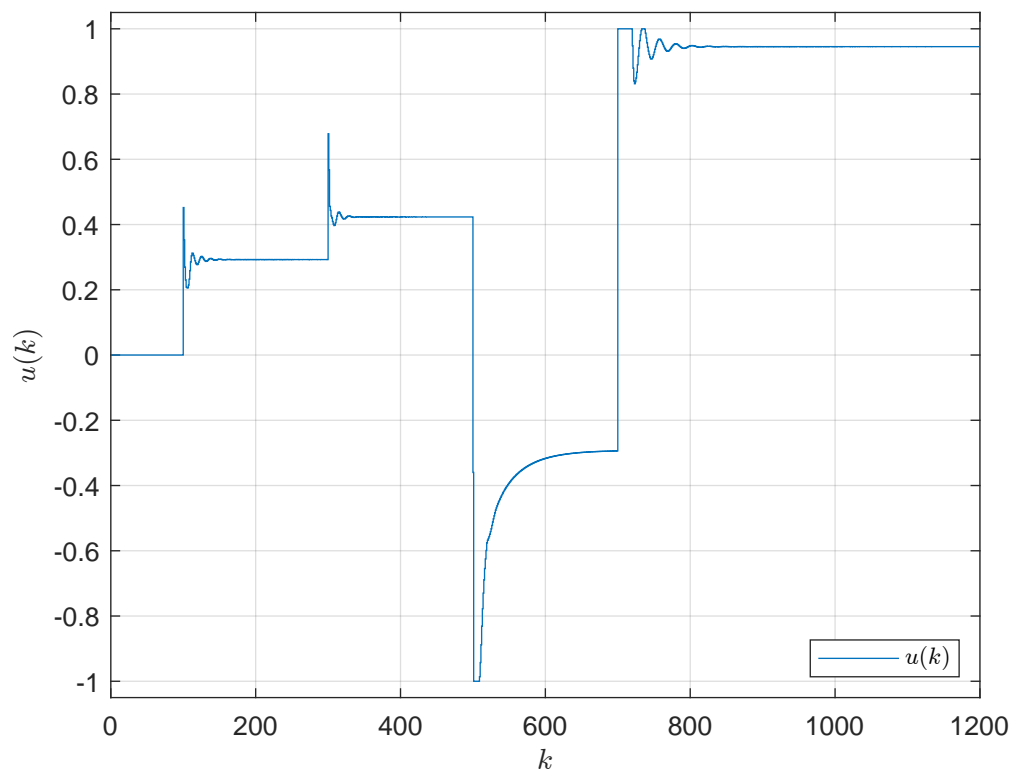
Rys. 7.21. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany



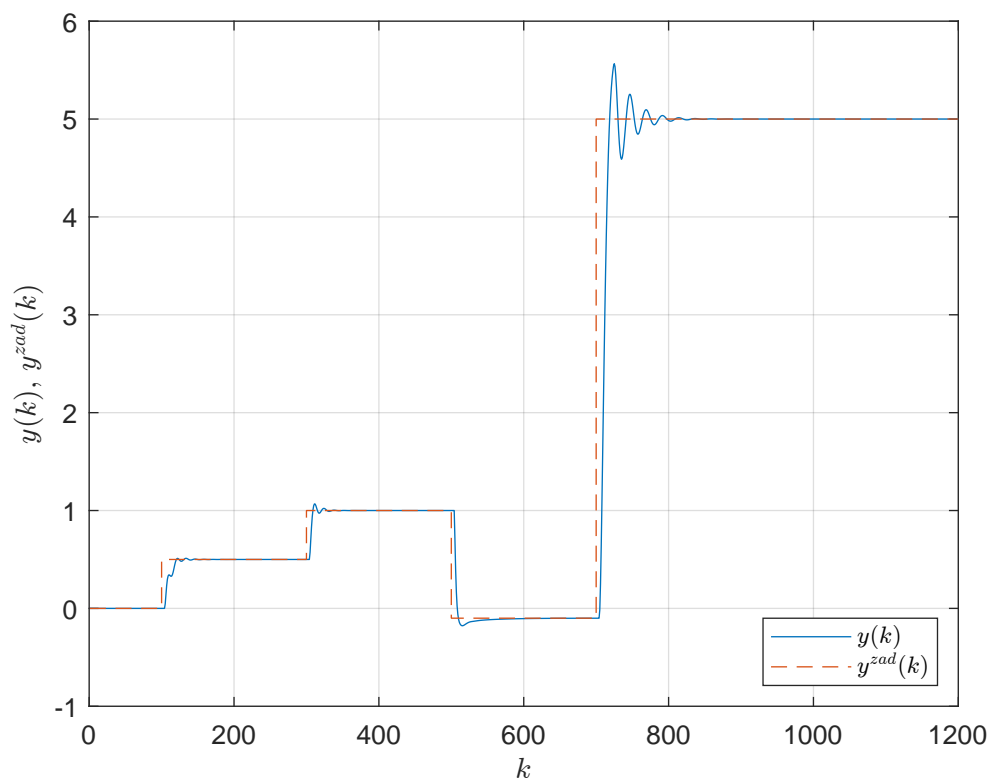
Rys. 7.22. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

czyli uległa pogorszeniu po zwiększeniu liczby zastosowanych funkcji przynależności. Pojawiły się także oscylacje zarówno w sygnale wyjściowym jak i wejściowym.

W kolejnym kroku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Odpowiadające tej sytuacji

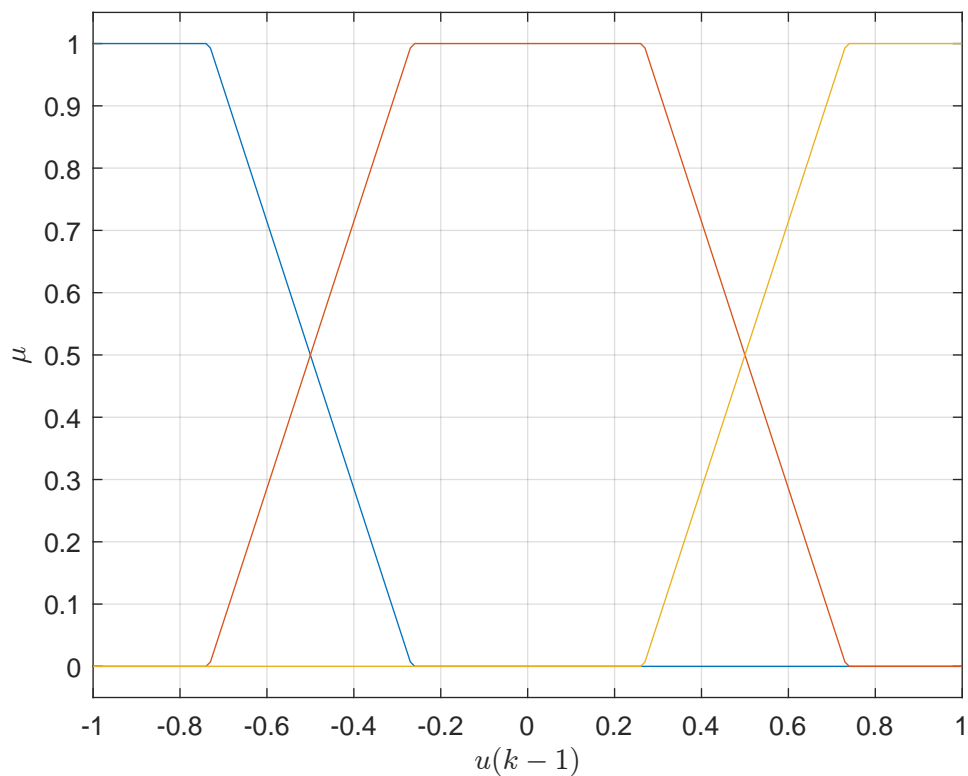


Rys. 7.23. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

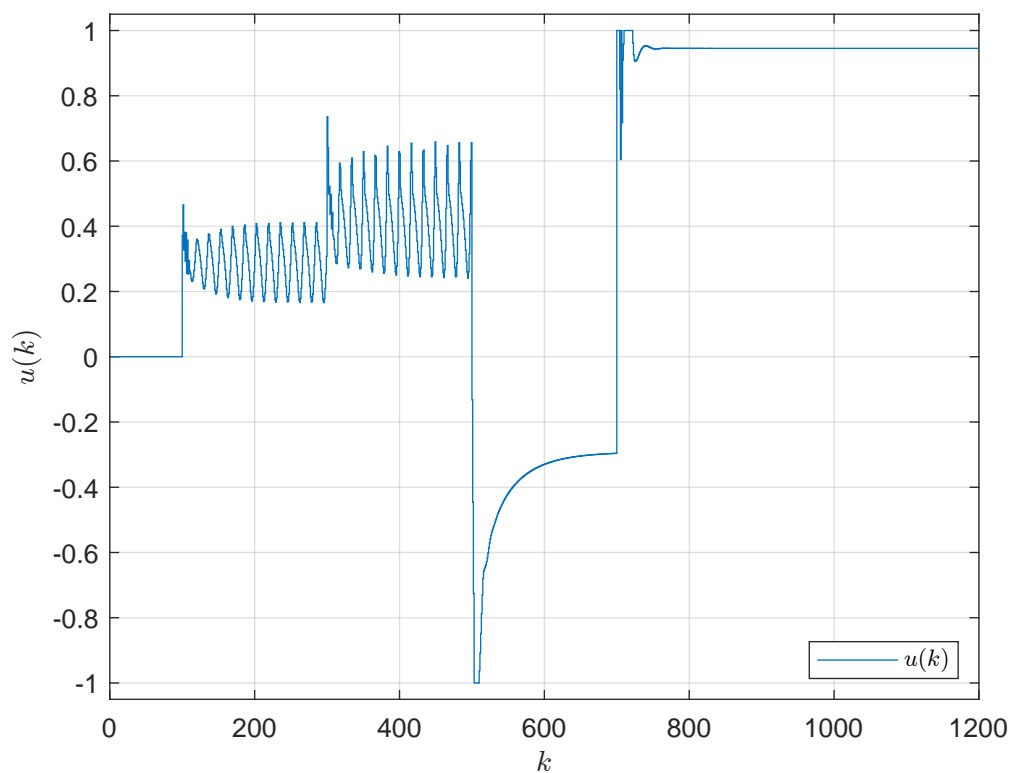


Rys. 7.24. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

funkcje przynależności przedstawiono na rys. 7.28. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 7.29 oraz 7.30. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 295,0414$, czyli

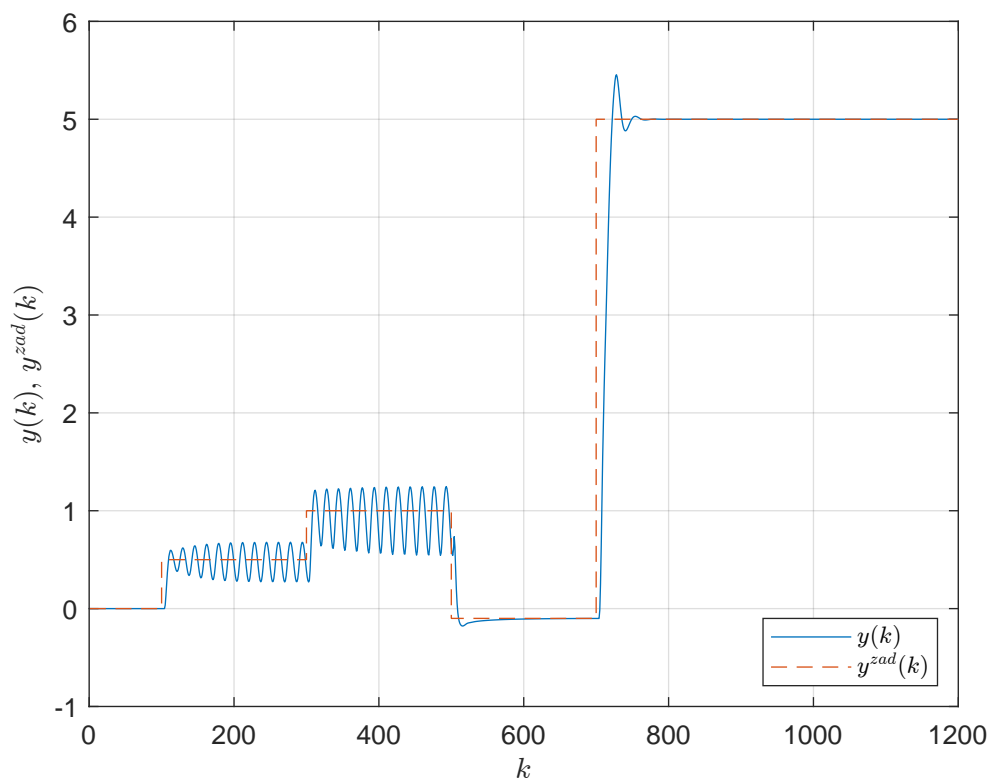


Rys. 7.25. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

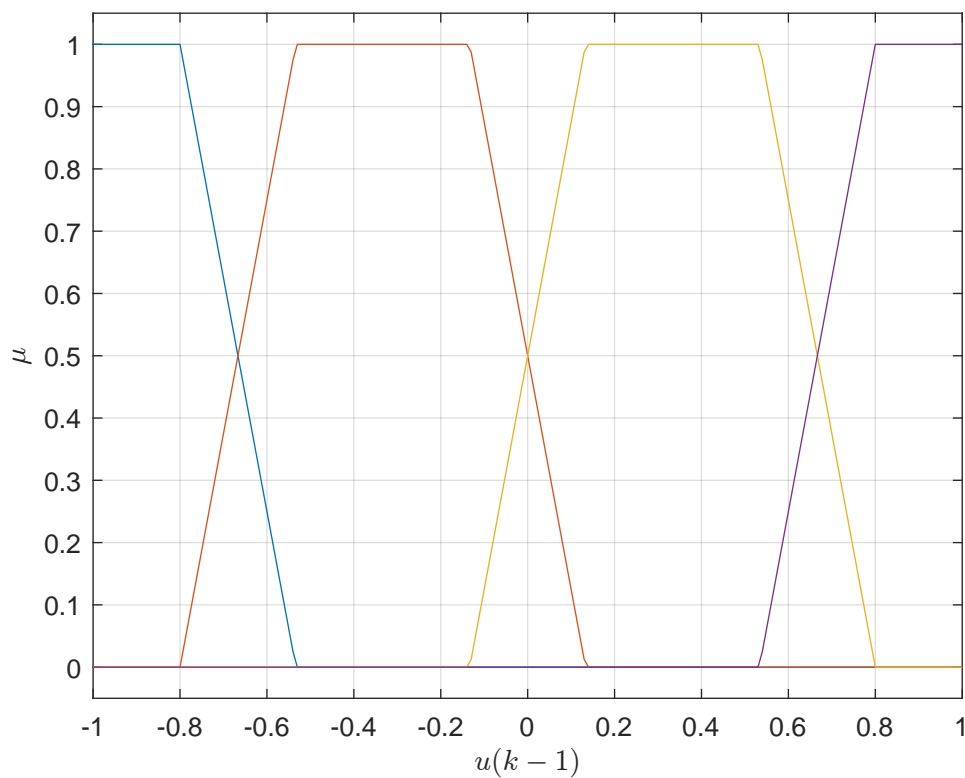


Rys. 7.26. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

ponownie uległa pogorszeniu. Tym razem jednak oscylacje w ogóle nie występują. Pojawiają się jednak niewielkie przeregulowania, lecz mimo tego układ działa sprawnie.



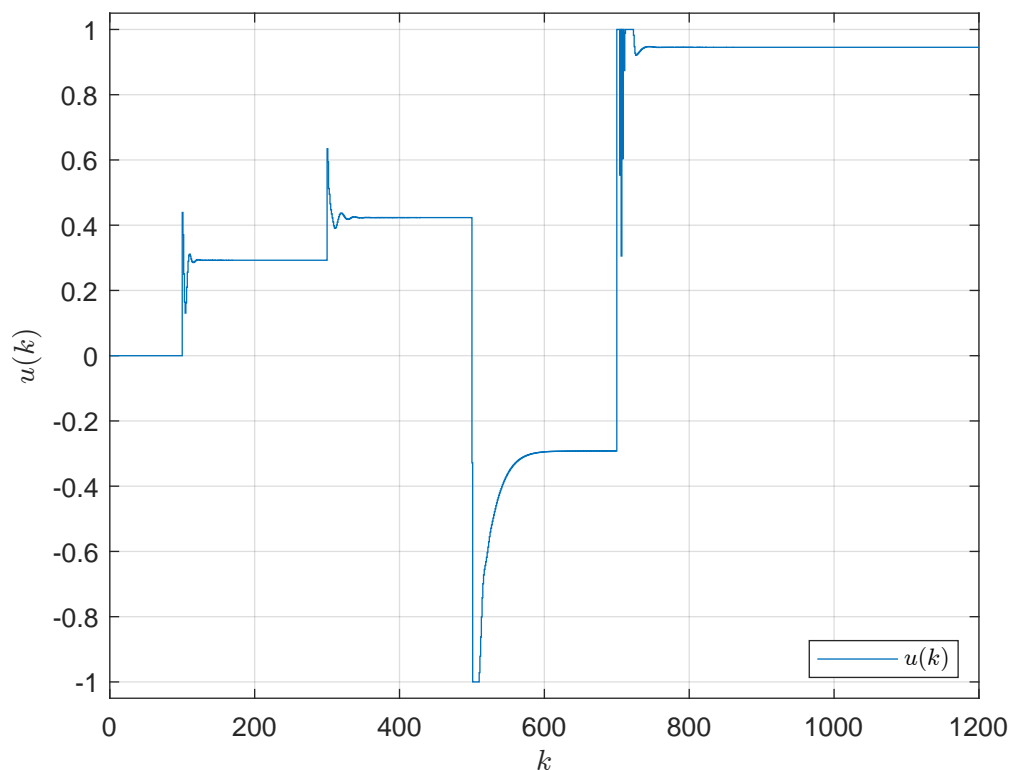
Rys. 7.27. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany



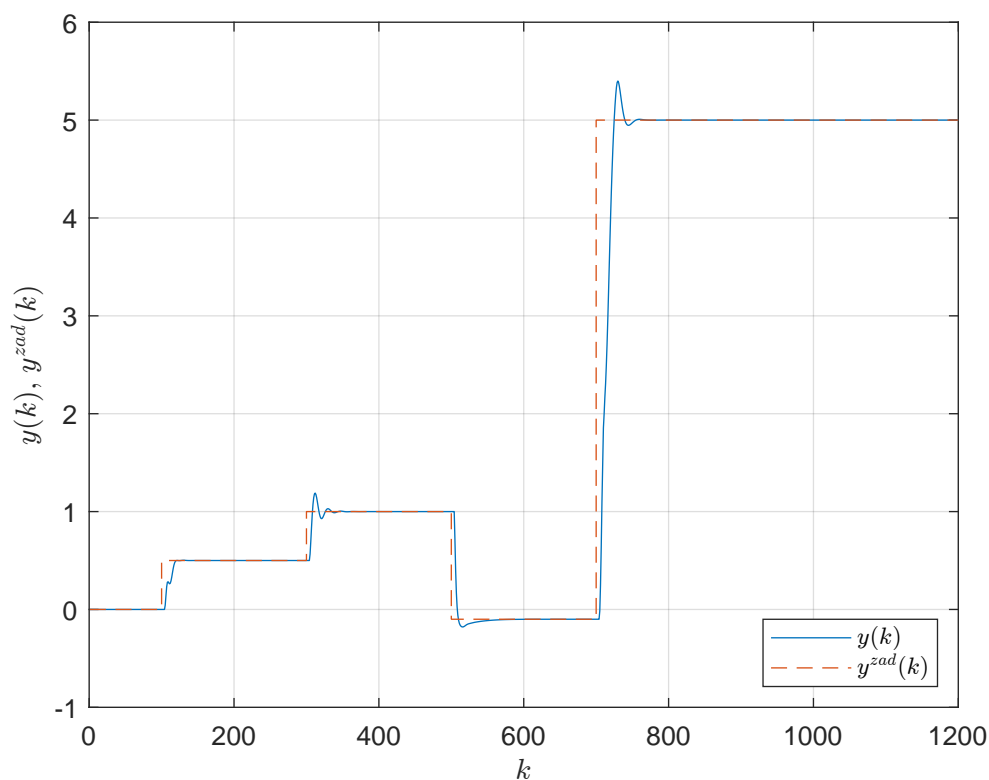
Rys. 7.28. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

7.4. Wnioski

Na podstawie zebranych przebiegów można zauważyć, że zwiększanie liczby regulatorów lokalnych n_r powoduje pogorszenie wskaźnika jakości E . Jednak prawie dla wszystkich przypadków



Rys. 7.29. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący



Rys. 7.30. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

zwiększanie n_r sprawiało, że uzyskane przebiegi były spokojniejsze, oscylacje były redukowane, a wartość zadana była szybciej osiąganą. Na tej podstawie można stwierdzić, że warto zwiększyć liczbę zastosowanych funkcji przynależności, gdyż w ten sposób można wyeliminować niekorzystne z punktu widzenia regulacji zjawiska (takie jak występowanie oscylacji).

Biorąc pod uwagę zarówno kształty przebiegów jak i otrzymane wartości wskaźnika E , można stwierdzić, że najbardziej korzystne jest wykorzystanie funkcji przynależności postaci funkcji Gaussa. Liczba regulatorów równa $n_r = 5$ będzie najlepszym kompromisem między złożonością algorytmu a uzyskiwaną dokładnością działania.