

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)**

**Sprawozdanie z projektu nr 4, zadanie nr 3**

**Jakub Gruszecki, Wojciech Rokicki, Radosław Pietkun**

**Warszawa, 2020**

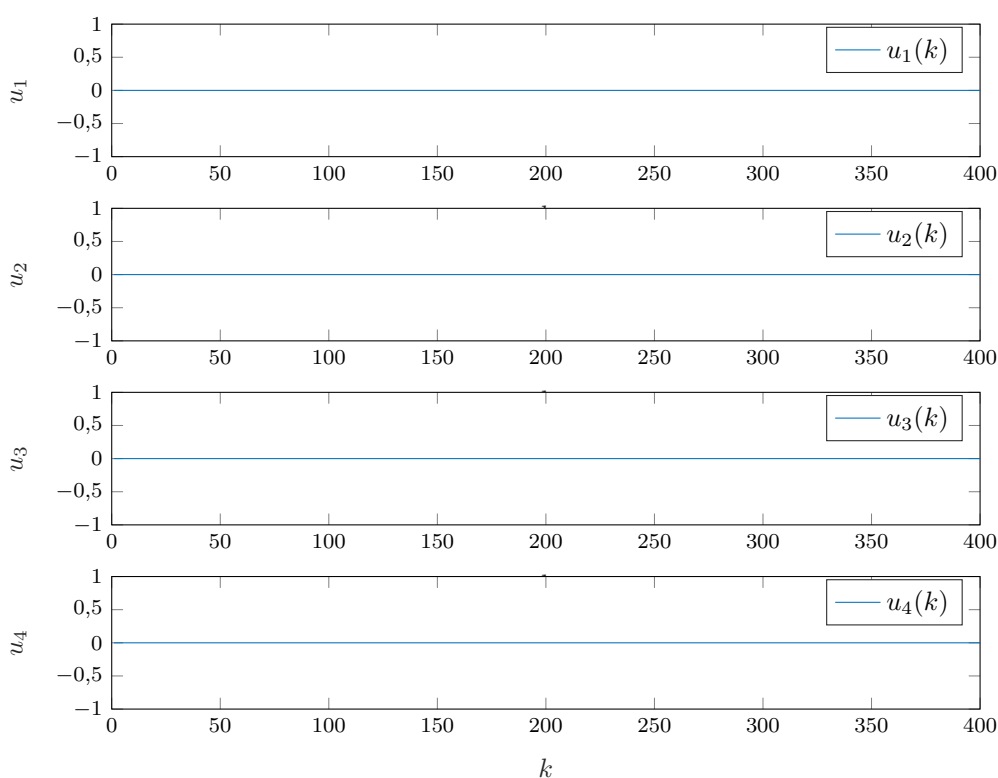
# Spis treści

<b>1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy</b>	2
1.1. Poprawność sygnałów w punkcie pracy	2
1.2. Wnioski	2
1.3. Implementacja	2
<b>2. Odpowiedzi skokowe</b>	4
2.1. Otrzymywanie odpowiedzi skokowych	4
2.2. Implementacja	4
<b>3. Symulacja cyfrowego, wielowymiarowego regulatora PID i DMC</b>	7
3.1. Wielowymiarowy regulator PID	7
3.2. Wielowymiarowy regulator DMC	7
3.3. Implementacja	8
<b>4. Strojenie regulatora PID metodą eksperymentalną</b>	9
4.1. Pierwsza konfiguracja regulatora	10
4.2. Druga konfiguracja regulatora	12
4.3. Trzecia konfiguracja regulatora	13
4.4. Wnioski końcowe	15
<b>5. Strojenie regulatora DMC metodą eksperymentalną</b>	25
<b>6. Dobieranie nastaw regulatorów PID oraz DMC w wyniku optymalizacji wskaźnika <math>E</math></b>	29
6.1. Regulacja PID	29
6.2. Regulacja DMC	30
6.3. Implementacja	31
<b>7. Algorytm DMC w wersji klasycznej</b>	34
7.1. Pełny algorytm DMC	34
7.2. Implementacje	34

# 1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy

## 1.1. Poprawność sygnałów w punkcie pracy

W celu sprawdzenia poprawności sygnałów wejściowych i wyjściowych w punkcie pracy obiekt został pobudzony sygnałami o wartości  $U_{pp}^1 = 0$ ,  $U_{pp}^2 = 0$ ,  $U_{pp}^3 = 0$ ,  $U_{pp}^4 = 0$ . Wartości sygnałów w punkcie pracy będą poprawne, jeśli sygnały wyjściowe będą wynosiły  $Y_{pp}^1 = 0$ ,  $Y_{pp}^2 = 0$ ,  $Y_{pp}^3 = 0$ .



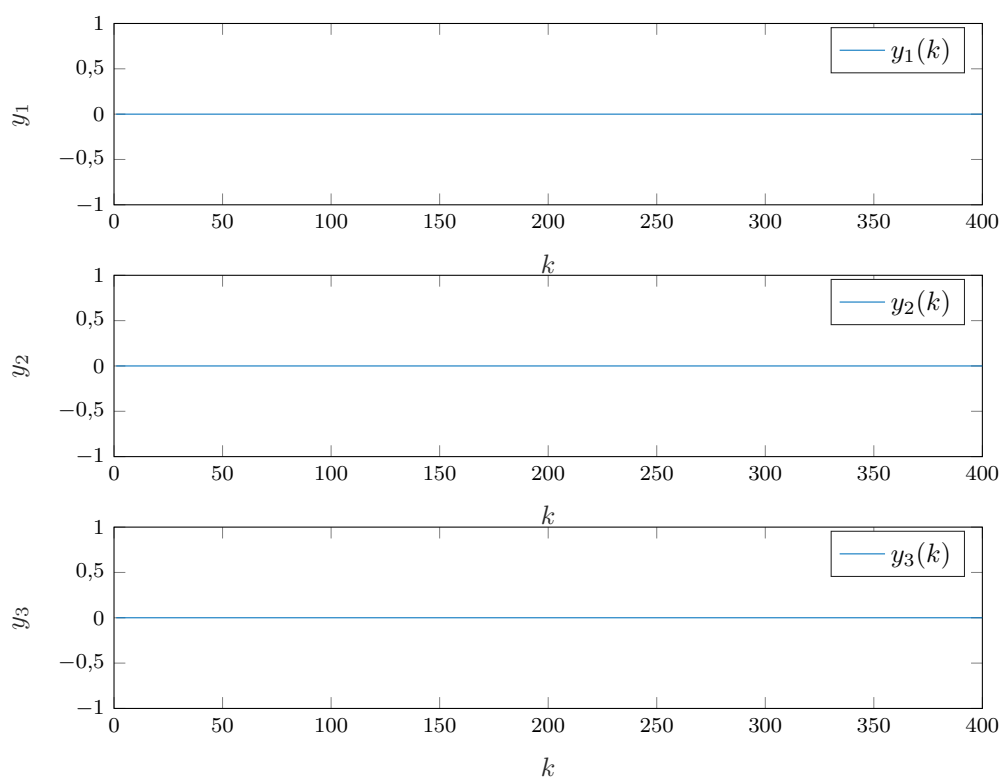
Rys. 1.1. Przebiegi sygnałów wejściowych w punkcie pracy

## 1.2. Wnioski

Na podstawie rysunku 1.2 widać, że dla stałej wartości sygnałów sterujących, widocznych na rysunku 1.1 sygnały wyjściowe przyjmują stałą wartość, równą  $Y_{pp}^1 = 0$ ,  $Y_{pp}^2 = 0$ ,  $Y_{pp}^3 = 0$ . Jest to dowód na to, że podane wartości są poprawne.

## 1.3. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentów wykorzystany został skrypt `zad1.m`.

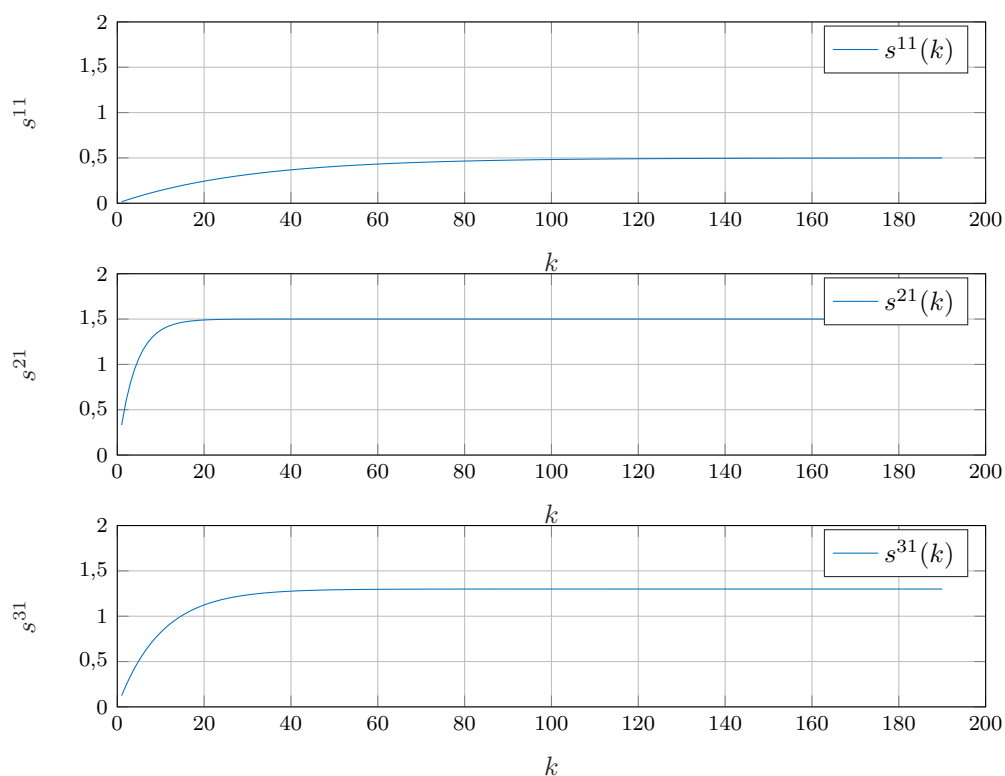


Rys. 1.2. Przebiegi sygnałów wyjściowych w punkcie pracy

## 2. Odpowiedzi skokowe

### 2.1. Otrzymywanie odpowiedzi skokowych

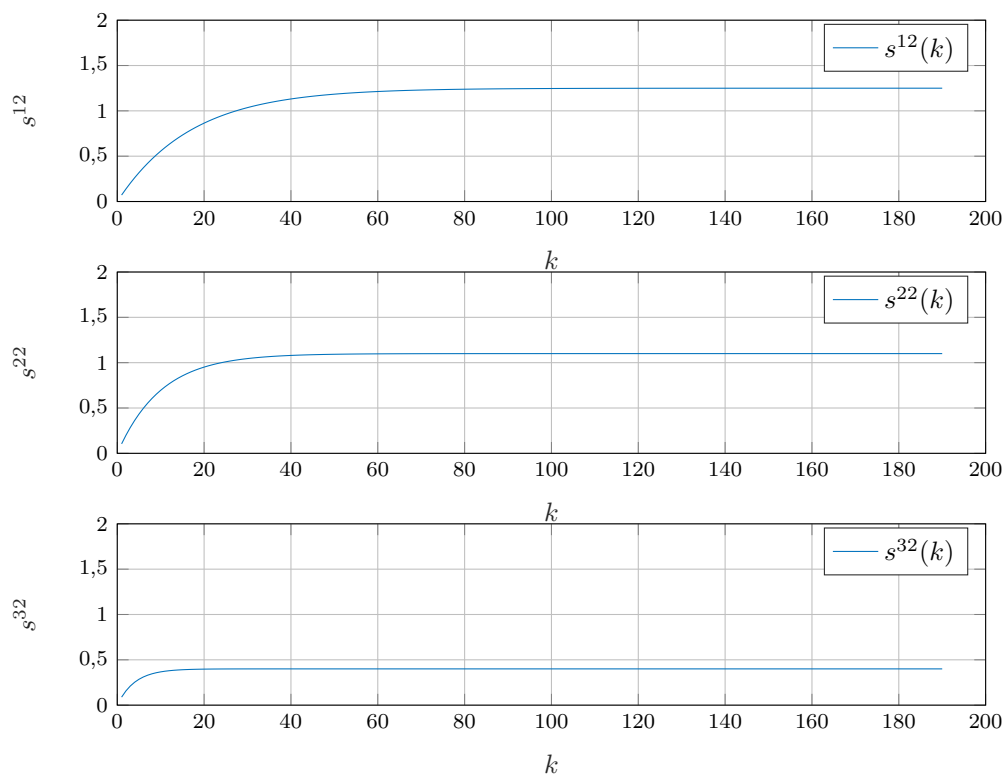
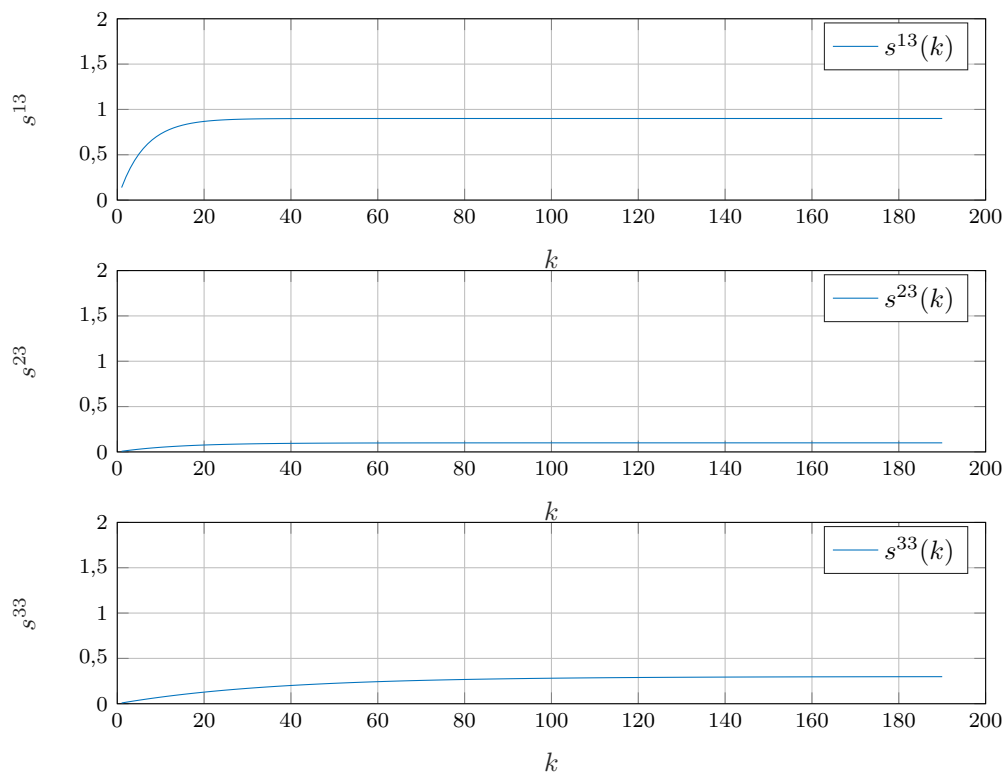
W celu wyznaczenia odpowiedzi skokowej obiekt po kolei pobudzany był jednostkowymi skokami kolejnych sygnałów sterujących. W rezultacie otrzymane zostały odpowiedzi skokowe  $s^{m,n}$  dla 12 torów procesu ( $m = 1, 2, 3, n = 1, 2, 3, 4$ ). Wyniki przedstawiono na rys. 2.1-2.4.

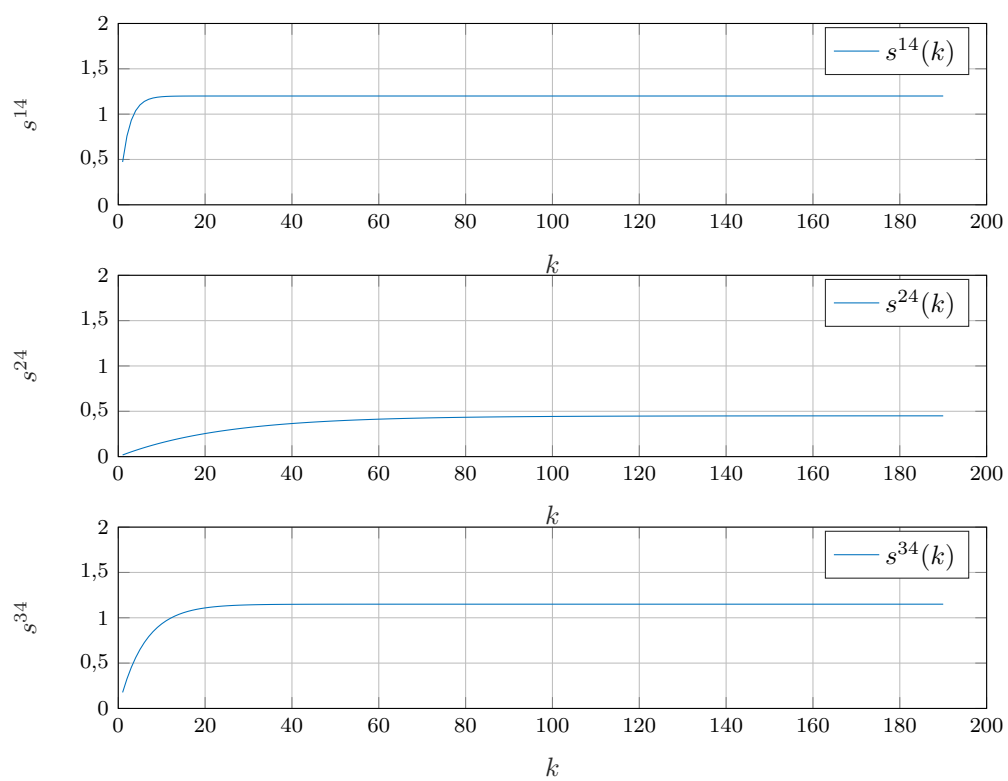


Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_1$

### 2.2. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad2.m`.

Rys. 2.2. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_2$ Rys. 2.3. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_3$

Rys. 2.4. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_4$

## 3. Symulacja cyfrowego, wielowymiarowego regulatora PID i DMC

### 3.1. Wielowymiarowy regulator PID

Rozważamy proces o czterech wejściach ( $n_u = 4$ ) oraz trzech wyjściach ( $n_y = 3$ ). Możemy zatem wyznaczyć trzy uchyby:

$$e_1(k) = y_1^{\text{zad}}(k) - y_1(k) \quad (3.1)$$

$$e_2(k) = y_2^{\text{zad}}(k) - y_2(k) \quad (3.2)$$

$$e_3(k) = y_3^{\text{zad}}(k) - y_3(k) \quad (3.3)$$

i dla każdego z nich dobrać pojedynczy regulator PID. Każdy regulator będzie miał własny zestaw parametrów

$$r_2 = K \frac{T_d}{T_p} \quad (3.4)$$

$$r_1 = K \left( \frac{T_p}{2T_i} - \frac{2T_d}{T_p} - 1 \right) \quad (3.5)$$

$$r_0 = K \left( 1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p} \right) \quad (3.6)$$

gdzie  $K$  - wzmocnienie członu proporcjonalnego,  $T_i$  - czas zdwojenia członu całkującego,  $T_d$  - czas wyprzedzenia członu różniczkującego,  $T_p$  - okres próbkowania.

W oparciu o te parametry każdy z regulatorów PID będzie wyznaczał sterowanie według zależności

$$u(k) = r_2 e(k-2) + r_1 e(k-1) + r_0 e(k) + u(k-1) \quad (3.7)$$

Ze względu na to, że liczba wejść jest większa od liczby wyjść, to zawsze jedno wejście będzie niesterowane.

### 3.2. Wielowymiarowy regulator DMC

Regulator DMC jest regulatorem predykcijnym - w oparciu o model procesu regulowanego wyznacza wartości przyszłych sterowań. Podobnie jak w regulatorze jednowymiarowym, wektor przyrostów sterowań ma postać:

$$\Delta U(k) = \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (3.8)$$

$$= \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) - \mathbf{M}^P \Delta U^P(k)] \quad (3.9)$$

gdzie  $\mathbf{K}$  jest macierzą o wymiarach  $(N_u * n_u) \times (N * n_y)$ :

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \Psi \mathbf{M} + \Lambda)^{-1} \mathbf{M}^T \Psi \quad (3.10)$$



Macierz  $M$  o wymiarach  $(N * n_y) \times (N_u * n_u)$  i macierz  $M^P$  o wymiarach  $(N * n_y) \times ((D-1) * n_u)$  mają postać:

$$M = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N * n_y) \times (N_u * n_u)} \quad (3.11)$$

$$M^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N * n_y) \times ((D-1) * n_u)} \quad (3.12)$$

Wektor  $\Delta U^P(k)$  (3.13) zawiera wektory pionowe przeszłych przyrostów sterowań długości  $n_u$ . Z tego powodu wektor  $\Delta U^P(k)$  jest długości  $(D-1) * n_u$ .

$$\Delta U^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k-(D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u} \quad (3.13)$$

Do procesu aplikowany jest wyłącznie pierwszy element wektora przyrostów sterowań. Z tego powodu prawo regulacji można zapisać jako

$$\Delta U(k) = \overline{K}_1 [Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (3.14)$$

$$= \overline{K}_1 [Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) - M^P \Delta U^P(k)] \quad (3.15)$$

gdzie

$$K = \begin{bmatrix} \overline{K}_1 \\ \overline{K}_2 \\ \vdots \\ \overline{K}_{N_u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \dots & k_{1,N} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \dots & k_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N_u,1} & k_{N_u,2} & \dots & k_{N_u,N} \end{bmatrix}_{(N_u * n_u) \times (N * n_y)} \quad (3.16)$$

Macierz  $K$  ma wymiary  $(N_u * n_u) \times (N * n_y)$ .

### 3.3. Implementacja

Skrypty do symulacji algorytmów PID oraz DMC zawarte są w plikach `PID.m` i `DMC.m`.

## 4. Strojenie regulatora PID metodą eksperymentalną

Regulatory PID stroiliśmy metodą eksperymentalną. Jakość regulacji ocenialiśmy na podstawie wykresów oraz na podstawie poniższego wskaźnika jakości

$$E = \sum_{k=1}^{k_{\text{konc}}} \sum_{m=1}^3 (y^{\text{zad}}(k) - y(k))^2 \quad (4.1)$$

Podczas strojenia przyjęliśmy następującą trajektorię zadaną

$$y_1^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 200 \\ 3 & \text{dla } 201 \leq k \leq 400 \\ 1 & \text{dla } 401 \leq k \leq 600 \\ 6 & \text{dla } 601 \leq k \leq 900 \\ 0,5 & \text{dla } 901 \leq k \leq 1000 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$y_2^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 200 \\ 5 & \text{dla } 201 \leq k \leq 400 \\ 0,5 & \text{dla } 401 \leq k \leq 600 \\ 2 & \text{dla } 601 \leq k \leq 900 \\ 8 & \text{dla } 901 \leq k \leq 1000 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$y_3^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 200 \\ 0,5 & \text{dla } 201 \leq k \leq 400 \\ 5 & \text{dla } 401 \leq k \leq 600 \\ 10 & \text{dla } 601 \leq k \leq 900 \\ 3 & \text{dla } 901 \leq k \leq 1000 \end{cases} \quad (4.4)$$

Zbadaliśmy kilka różnych konfiguracji regulatora:

1. uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ ,  $u_3$  nie jest sterowane
2. uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_3$ ,  $u_4$  nie jest sterowane
3. uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ ,  $u_3$  nie jest sterowane

Przyjęliśmy takie parametry początkowe dla kalibracji regulatora PID, by wzmocnienie było jednostkowe, a człony całkujący i różniczkujący były wyłączone (duży współczynnik  $T_i$  oraz mały współczynnik  $T_d$ ). Zatem

$$K = 1, \quad T_i = 1000, \quad T_d = 0,001 \quad (4.5)$$

Kalibrację zaczynaliśmy od regulatora pierwszego. Najpierw manipulowaliśmy jego wzmocnieniem ( $K^1$ ), by polepszyć jakość regulacji. Następnie dobieraliśmy kolejno odpowiednie nastawy członów całkującego ( $T_i^1$ ) i różniczkującego ( $T_d^1$ ). Po skalibrowaniu pierwszego regulatora taką

samą procedurę strojenia zastosowaliśmy dla regulatora drugiego (dobranie parametrów  $K^2$ ,  $T_i^2$ ,  $T_d^2$ ) a później także dla trzeciego (dobranie parametrów  $K^3$ ,  $T_i^3$ ,  $T_d^3$ ). W wyniku otrzymaliśmy nastrojony system regulatorów PID z dobranymi wszystkimi dziewięcioma współczynnikami.

#### 4.1. Pierwsza konfiguracja regulatora

W pierwszej konfiguracji uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , a  $u_3$  nie jest sterowane.

Najpierw przeprowadziliśmy symulację dla parametrów (4.5). Uzyskane wyniki są widoczne na rys. 4.1. Otrzymaliśmy wartość wskaźnika jakości  $E = 1,0997 \cdot 10^4$ .

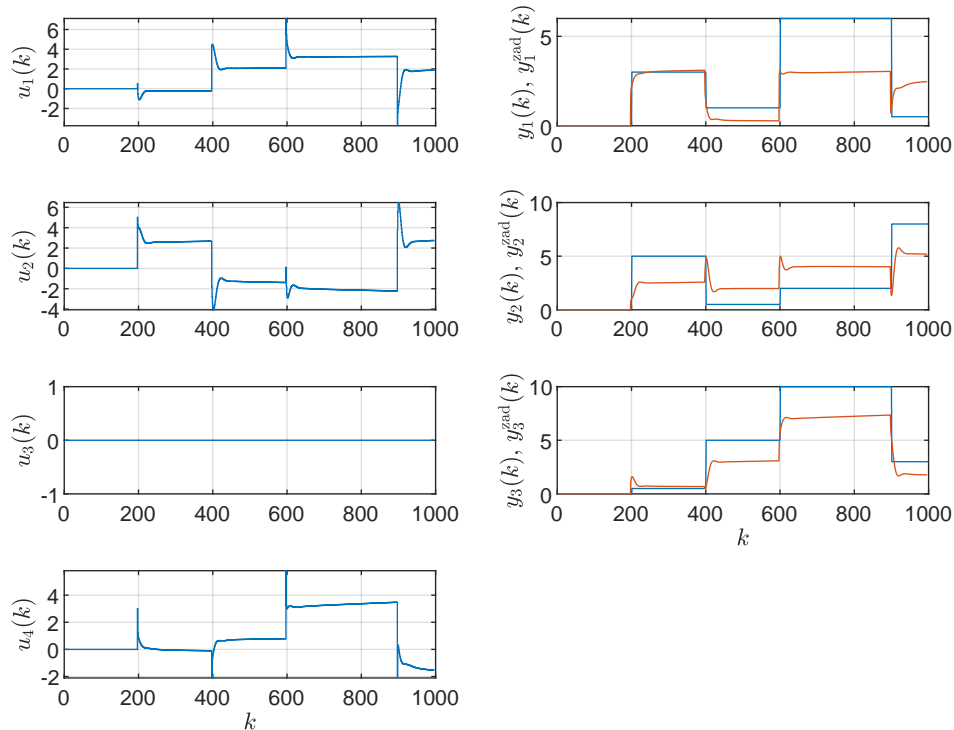
Widzimy, że regulator ma duże problemy z osiągnięciem wartości zadanej. Przystępujemy zatem do kalibracji regulatora odpowiedzialnego za sygnał  $u_4$ . Zwiększamy wpływ członu całkującego oraz członu różniczkującego. Zauważyliśmy, że nastawy

$$K^1 = 1, \quad T_i^1 = 1, \quad T_d^1 = 0,01 \quad (4.6)$$

pozwołyły poprawić jakość regulacji: wyjście  $y_1$  nadąża za wartością zadaną  $y_1^{\text{zad}}$ . Wyniki symulacji dla nastaw (4.6) są zebrane na rys. 4.2. Widzimy, że wskaźnik jakości poprawił się prawie dwukrotnie i teraz wynosi  $E = 5,5770 \cdot 10^3$ .

Następnie kalibrujemy regulator drugi. Zwiększamy jego wzmocnienie oraz włączamy człony całkujący oraz różniczkujący. Przyjmujemy nastawy

$$K^2 = 5, \quad T_i^2 = 10, \quad T_d^2 = 0,01 \quad (4.7)$$



Rys. 4.1. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla pierwszej konfiguracji,  $E = 1,0997 \cdot 10^4$

Wyniki symulacji są przedstawione na rys. 4.3. Wskaźnika jakości ponownie się poprawił i wynosić teraz  $E = 2,6135 \cdot 10^3$ . Wyjście  $y_2$  nadąża za wartością zadaną  $y_2^{\text{zad}}$ . Możemy także zaobserwować nieznaczne pogorszenie regulacji dla wyjścia  $y_1$  - pojawiły się przeregulowania. Z kolei przebieg  $y_3$  znacząco się poprawił. Możemy zatem wnioskować, że sygnał  $u_2$  wpływa znacząco także na  $y_3$ .

Teraz stroimy ostatni regulator. Na razie nie zwiększamy jego wzmocnienia. Poprawę jakości regulacji osiągamy przez dostrojenie członów całkującego oraz różniczkującego. Przyjęliśmy nastawy

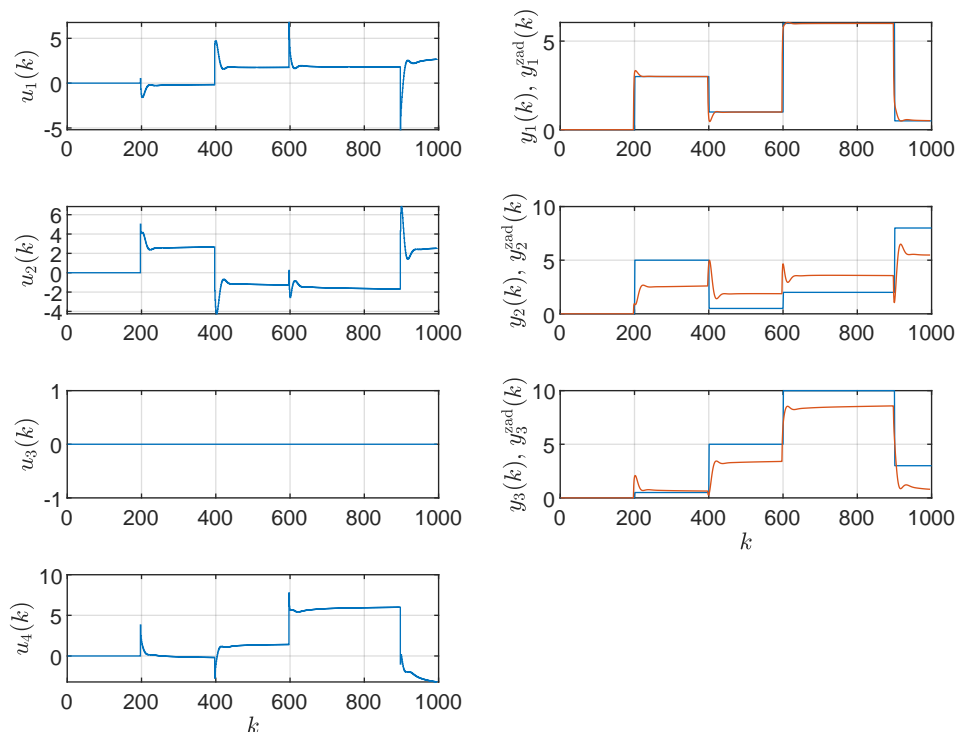
$$K^3 = 1, \quad T_i^3 = 10, \quad T_d^3 = 0,1 \quad (4.8)$$

Uzyskaliśmy dla nich przebiegi widoczne na rys. 4.4. Wskaźnik jakości poprawił się i wynosi  $E = 1,5550 \cdot 10^3$ . Wartości zadane dla każdego toru są osiągane. Występują jednak przeregulowania oraz gasnące oscylacje, najbardziej widoczne przy skokach wartości zadanych.

Próbujemy jeszcze polepszyć jakość regulacji i tym razem zmieniamy wzmocnienie dla trzeciego regulatora. Ustalamy parametry

$$K^3 = 0,5, \quad T_i^3 = 5, \quad T_d^3 = 0,5 \quad (4.9)$$

Wyniki symulacji dla (4.9) przedstawiono na rys. 4.5. Wskaźnika jakości jest najlepszy z dotychczas otrzymanych i wynosi  $E = 1,4527 \cdot 10^3$ . Udało się zmniejszyć występujące wcześniej przeregulowania oraz wyeliminować oscylacje.



Rys. 4.2. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla pierwszej konfiguracji,  $E = 5,5770 \cdot 10^3$

## 4.2. Druga konfiguracja regulatora

W drugiej konfiguracji uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_3$ , a  $u_4$  nie jest sterowane.

Najpierw przeprowadziliśmy symulację dla parametrów (4.5). Uzyskane wyniki są widoczne na rys. 4.6. Otrzymaliśmy wartość wskaźnika jakości  $E = 2,1184 \cdot 10^4$ .

Widzimy, że regulator ma duże problemy z osiągnięciem wartości zadanej. Przystępujemy zatem do kalibracji regulatora odpowiedzialnego za sygnał  $u_2$ . Zwiększamy wzmocnienie oraz wpływ członu całkującego oraz członu różniczkującego. Zauważyliśmy, że nastawy

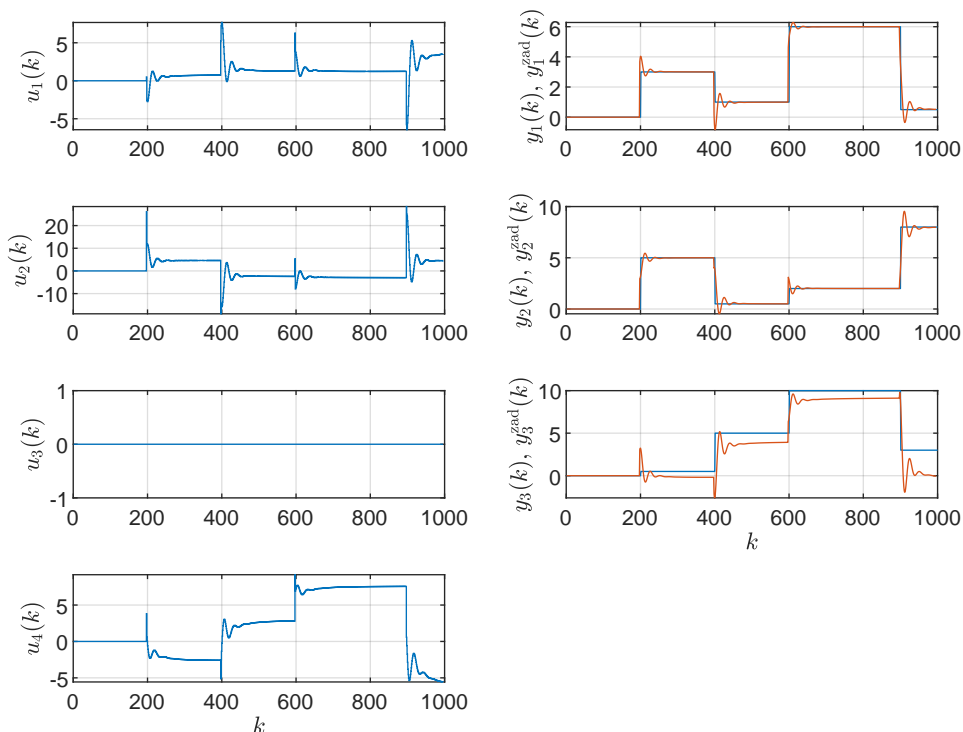
$$K^1 = 6, \quad T_i^1 = 10, \quad T_d^1 = 0,01 \quad (4.10)$$

pozwołyły poprawić jakość regulacji: wyjście  $y_1$  nadąża za wartością zadaną  $y_1^{\text{zad}}$ . Wyniki symulacji dla nastaw (4.10) są zebrane na rys. 4.7. Widzimy, że wskaźnik jakości poprawił się i teraz wynosi  $E = 1,9968 \cdot 10^4$ .

W następnym kroku dobieramy parametry drugiego regulatora. Zwiększamy wzmocnienie oraz całkę i różniczkę. Polepszenie regulacji zaobserwowaliśmy dla nastaw

$$K^2 = 3, \quad T_i^2 = 1, \quad T_d^2 = 0,01 \quad (4.11)$$

Uzyskaliśmy przebiegi widoczne na rys. 4.8. Wskaźnik jakości uległ poprawie i przyjął wartość  $E = 1,6967 \cdot 10^4$ .



Rys. 4.3. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla pierwszej konfiguracji,  $E = 2,6135 \cdot 10^3$

Dobieramy teraz parametry dla ostniego regulatora. Nie zmieniamy na razie wzmocnienia. Zwiększamy wpływ członów całkującego i różniczkującego. Przyjmujemy nastawy

$$K^3 = 1, \quad T_i^3 = 10, \quad T_d^3 = 0,01 \quad (4.12)$$

Uzyskaliśmy przebiegi widoczne na rys. 4.9. Wskaźnik jakości  $E = 5,7812 \cdot 10^3$ .

Widzimy, że wartości zadane są osiąmane. Jedynie sygnał  $y_3$  cechuje się pewną niedokładnością w podążaniu za wartością zadaną. Spróbowaliśmy zatem na koniec pomanipulować jeszcze niektórymi parametrami. Zmodyfikowaliśmy współczynniki dla pierwszego i trzeciego regulatora. Ostatecznie przyjęliśmy

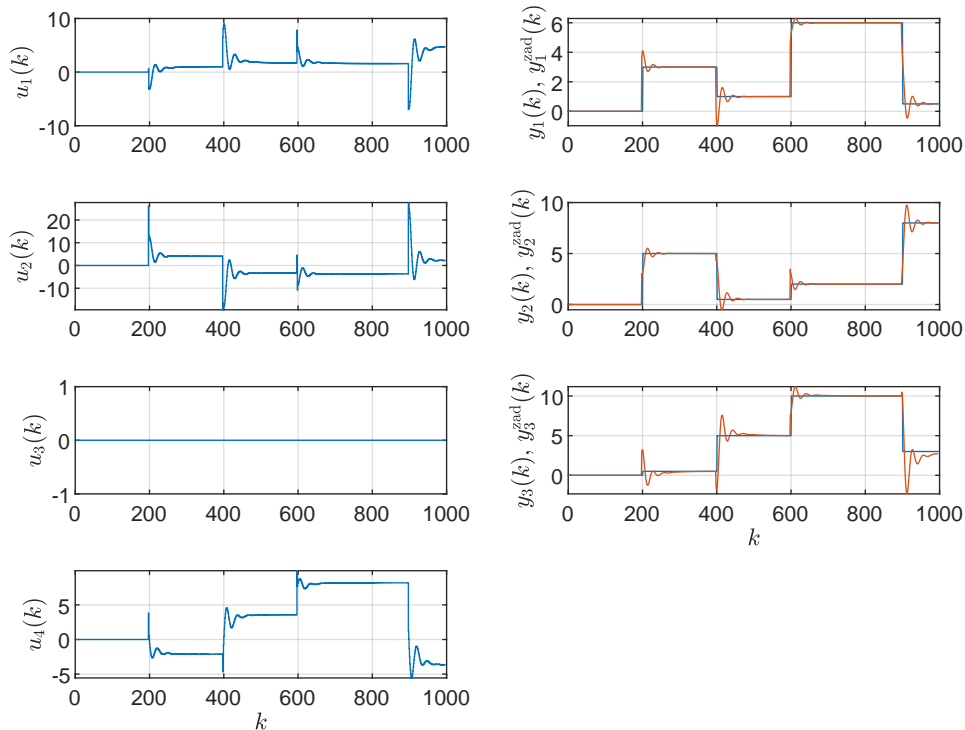
$$K^1 = 6, \quad T_i^1 = 5, \quad T_d^1 = 0,01, \quad K^2 = 3, \quad T_i^2 = 1, \quad T_d^2 = 0,01, \quad K^3 = 1, \quad T_i^3 = 8, \quad T_d^3 = 1 \quad (4.13)$$

Odpowiadające tej sytuacji przebiegi przedstawiono na rys. 4.10. Udało się trochę zmniejszyć występujące przeregulowania. Poprawił się też wskaźnik jakości  $E = 4,9723 \cdot 10^3$ .

### 4.3. Trzecia konfiguracja regulatora

W trzeciej konfiguracji uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ , a  $u_3$  nie jest sterowane.

Najpierw przeprowadziliśmy symulację dla parametrów (4.5). Uzyskane wyniki są widoczne na rys. 4.11. Otrzymaliśmy wartość wskaźnika jakości  $E = 9,5380 \cdot 10^3$ .



Rys. 4.4. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla pierwszej konfiguracji,  $E = 1,5550 \cdot 10^3$

Widzimy, że regulator ma duże problemy z osiągnięciem wartości zadanej. Przystępujemy zatem do kalibracji regulatora odpowiedzialnego za sygnał  $u_2$ . Zwiększamy wzmacnienie oraz wpływ członu całkującego oraz członu różniczkującego. Zauważyliśmy, że nastawy

$$K^1 = 5, \quad T_i^1 = 10, \quad T_d^1 = 0,01 \quad (4.14)$$

pozwołyły poprawić jakość regulacji: wyjście  $y_1$  nadąża za wartością zadaną  $y_1^{\text{zad}}$ . Wyniki symulacji dla nastaw (4.14) są zebrane na rys. 4.12. Widzimy, że wskaźnik jakości poprawił się i teraz wynosi  $E = 8,8696 \cdot 10^3$ . W układzie pojawiły się jednak oscylacje.

Następnie kalibrujemy regulator drugi. Zwiększamy jego wzmacnienie oraz włączamy człony całkujący oraz różniczkujący. Przyjmujemy nastawy

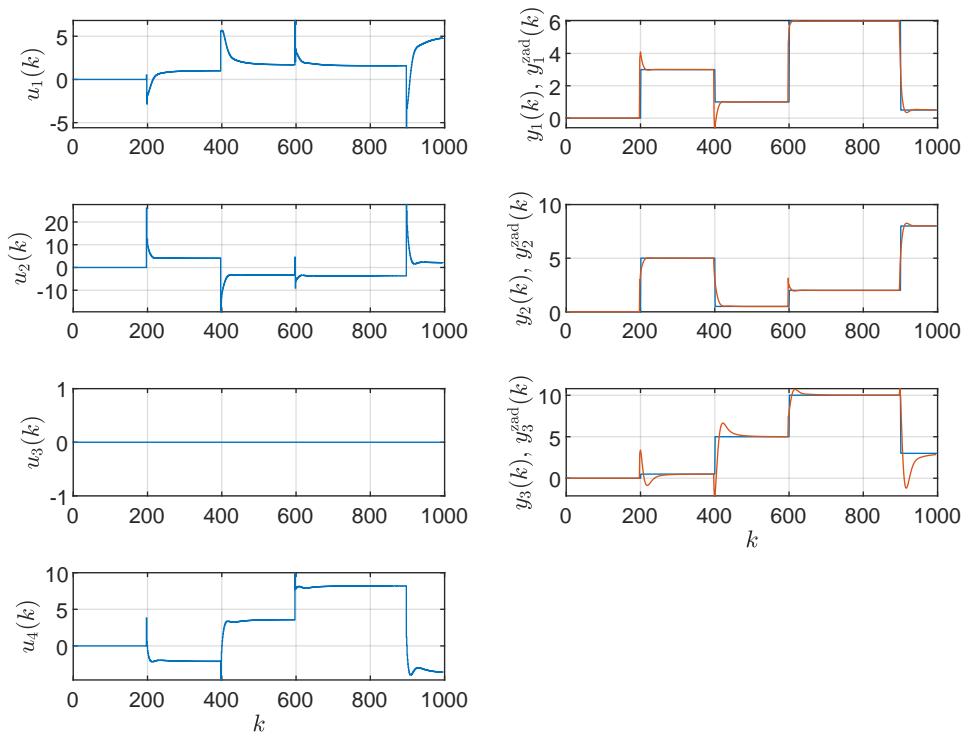
$$K^2 = 3, \quad T_i^2 = 10, \quad T_d^2 = 0,01 \quad (4.15)$$

Wyniki symulacji są przedstawione na rys. 4.13. Wskaźnika jakości ponownie się poprawił i wynosi teraz  $E = 8,0685 \cdot 10^3$ . Wyjście  $y_2$  nadąża za wartością zadaną  $y_2^{\text{zad}}$ .

Teraz stroimy ostatni regulator. Na razie nie zwiększamy jego wzmacnienia. Poprawę jakości regulacji osiągamy przez dostrojenie członów całkującego oraz różniczkującego. Przyjęliśmy nastawy

$$K^3 = 1, \quad T_i^3 = 5, \quad T_d^3 = 0,01 \quad (4.16)$$

Uzyskaliśmy dla nich przebiegi widoczne na rys. 4.14. Wskaźnik jakości poprawił się i wynosi  $E = 1,3127 \cdot 10^3$ . Wartości zadane dla każdego toru są osiągane. Występują jednak przeregulo-



Rys. 4.5. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla pierwszej konfiguracji,  $E = 1,4527 \cdot 10^3$

wania oraz gasnące oscylacje, najbardziej widoczne przy skokach wartości zadanych. Zauważyliśmy także, że w tym przypadku dostrojenie ostatniego regulatora nie wpłynęło negatywnie na działanie wcześniej skalibrowanych regulatorów.

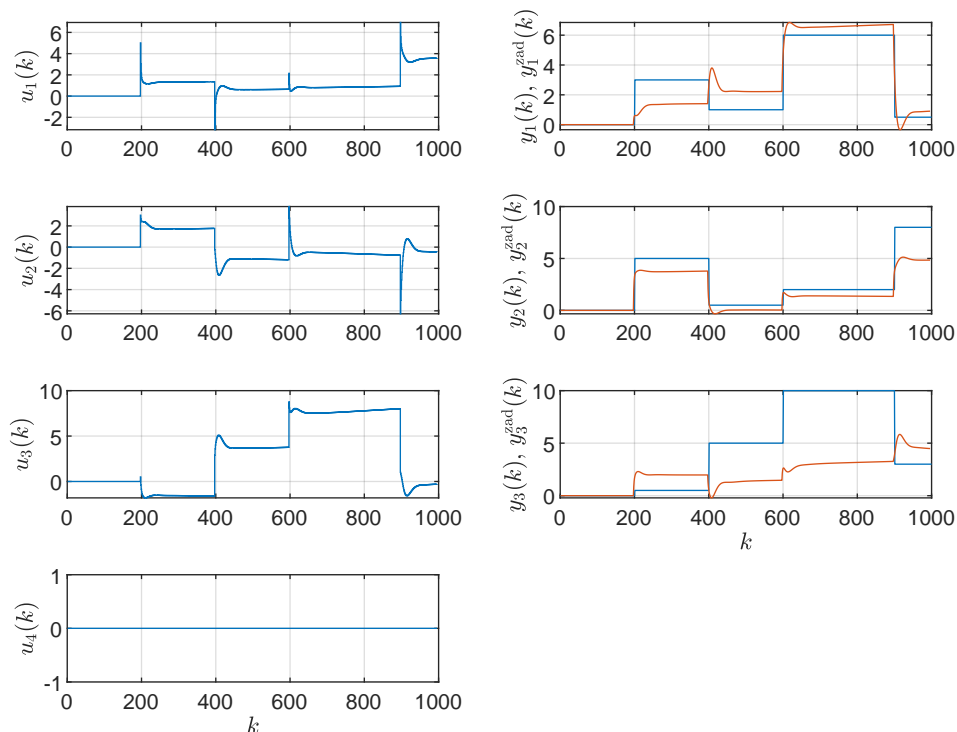
Próbujemy jeszcze polepszyć jakość regulacji i zmieniamy stałe całkowania dla pierwszych dwóch regulatorów oraz parametry trzeciego regulatora. Ustalamy parametry

$$K^1 = 5, T_i^1 = 12, T_d^1 = 0,01, \quad K^2 = 3, T_i^2 = 20, T_d^2 = 0,01, \quad K^3 = 0,5, T_i^3 = 5, T_d^3 = 0,5 \quad (4.17)$$

Wyniki symulacji dla (4.17) przedstawiono na rys. 4.15. Wskaźnika jakości jest najlepszy z dotychczas otrzymanych i wynosi  $E = 1,8833 \cdot 10^3$ . Udało się zmniejszyć występujące wcześniej przeregulowania oraz wyeliminować oscylacje.

#### 4.4. Wnioski końcowe

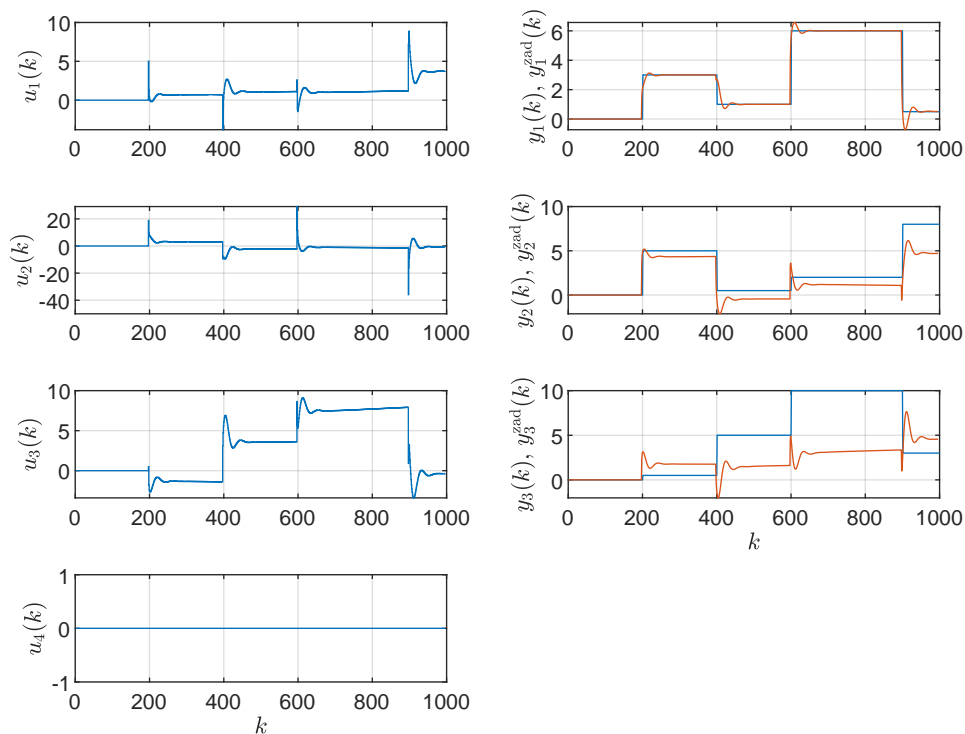
Zaobserwowaliśmy, że dla każdej z przetestowanych konfiguracji udało nam się bardzo dobrze skalibrować dwa spośród trzech regulatorów. Zawsze jeden sygnał wyjściowy był mniej dokładny w osiąganiu wartości zadanej od pozostałych i działał zdecydowanie wolniej. Patrząc jednak ogólnie na jakość regulacji, można stwierdzić, że dla każdej konfiguracji udało się odbrać parametry zapewniające satysfakcjonującą pracę układu. Najspokojniejsze przebiegi oraz najlepszą wartość wskaźnika jakości zaobserwowaliśmy dla pierwszej z przetestowanych konfiguracji, czyli dla tej,



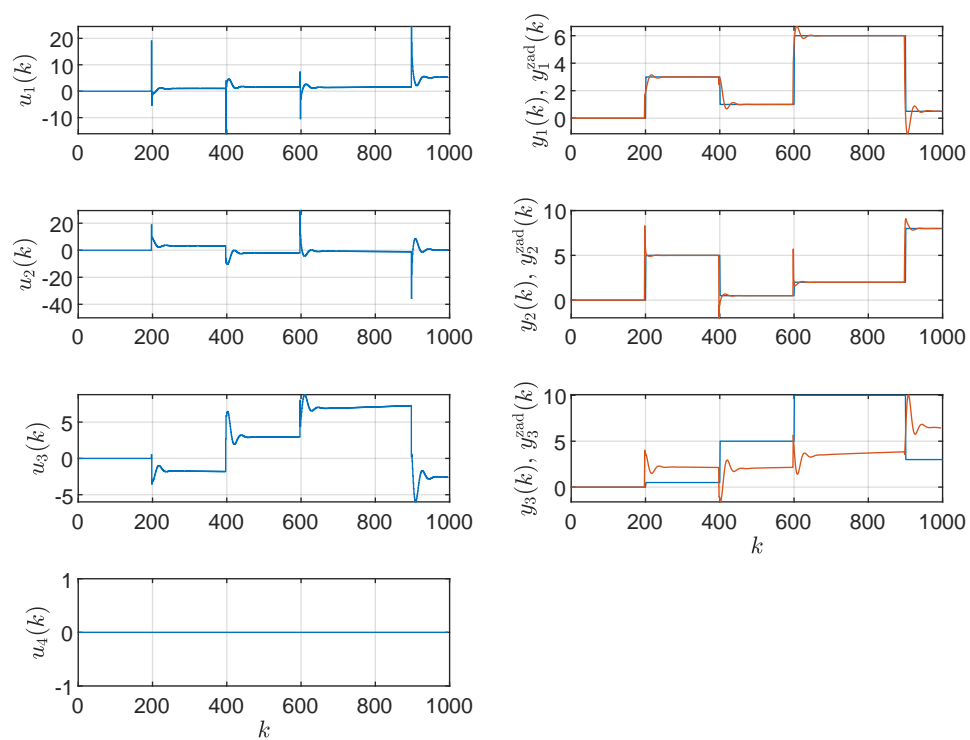
Rys. 4.6. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla drugiej konfiguracji,  $E = 2,1184 \cdot 10^4$

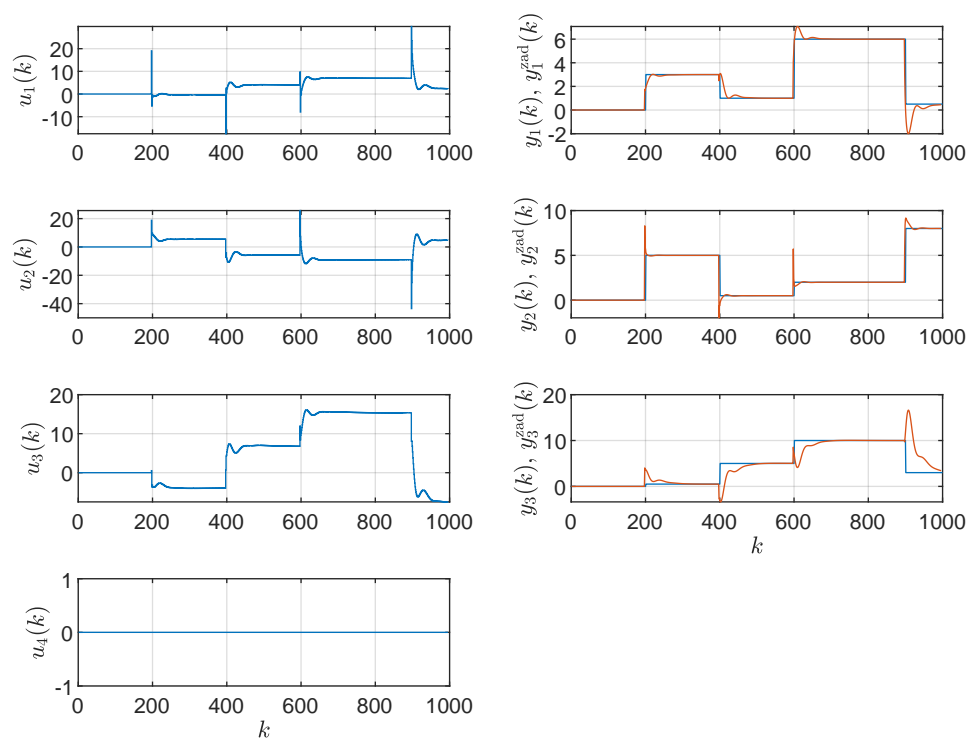


gdzie uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , a  $u_3$  nie jest sterowane.

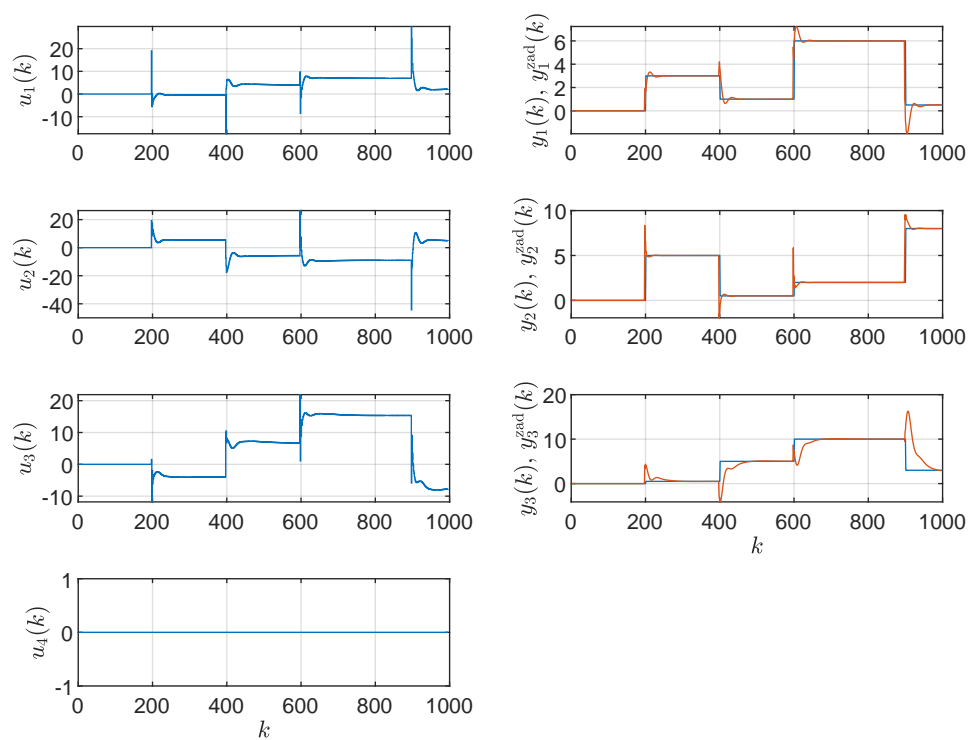


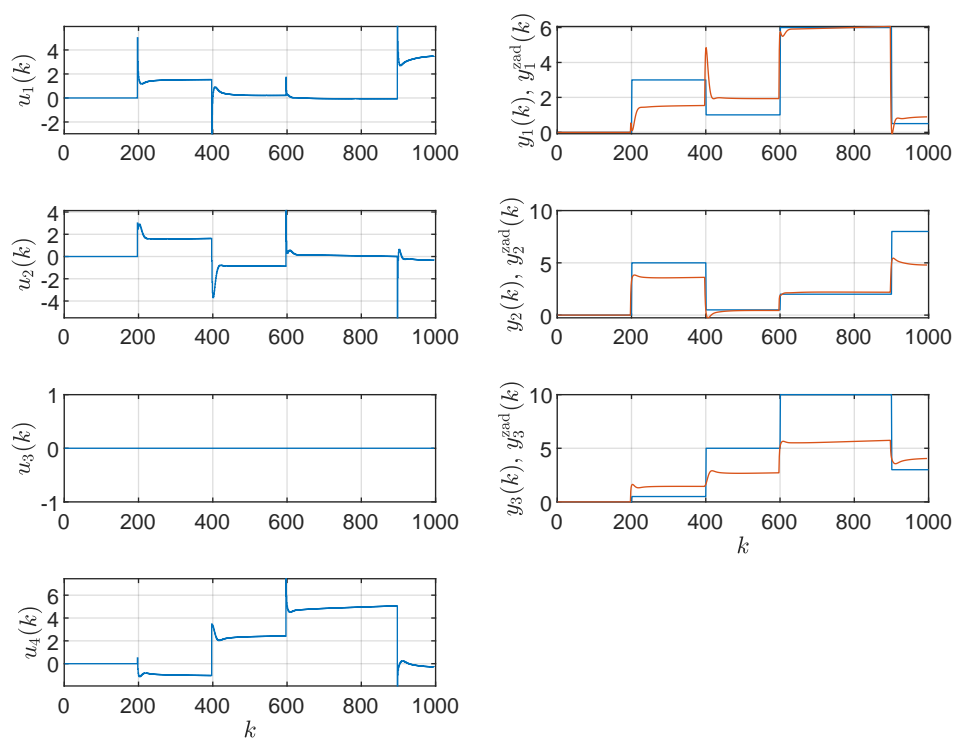
Rys. 4.7. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla drugiej konfiguracji,  $E = 1,9968 \cdot 10^4$

Rys. 4.8. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla drugiej konfiguracji,  $E = 1,6967 \cdot 10^4$

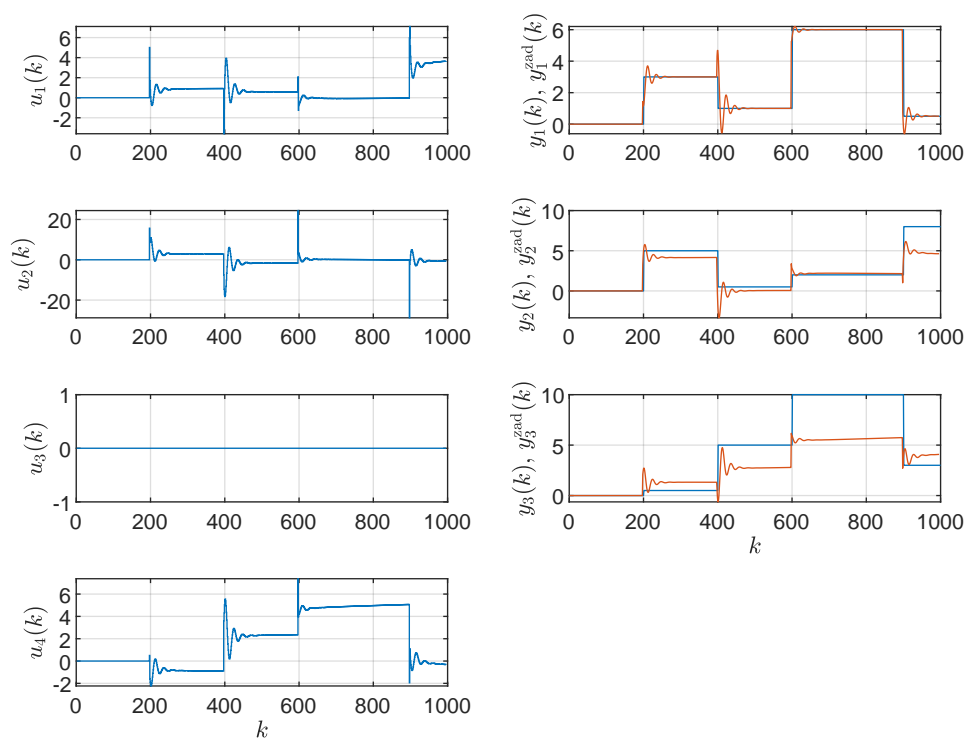


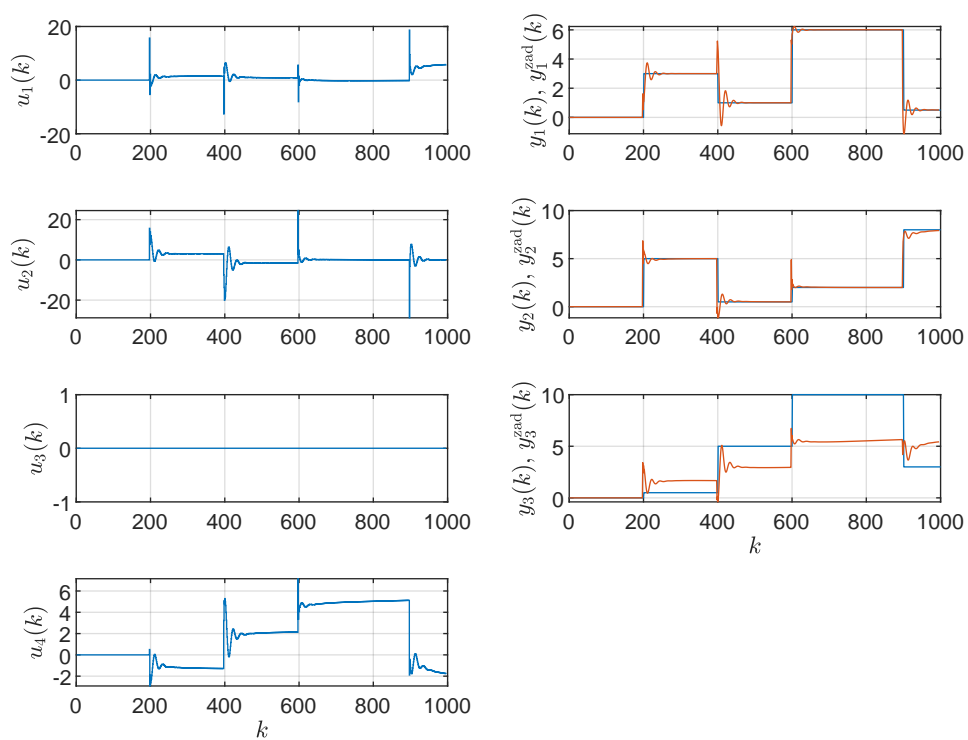
Rys. 4.9. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla drugiej konfiguracji,  $E = 5,7812 \cdot 10^3$

Rys. 4.10. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla drugiej konfiguracji,  $E = 4,9723 \cdot 10^3$

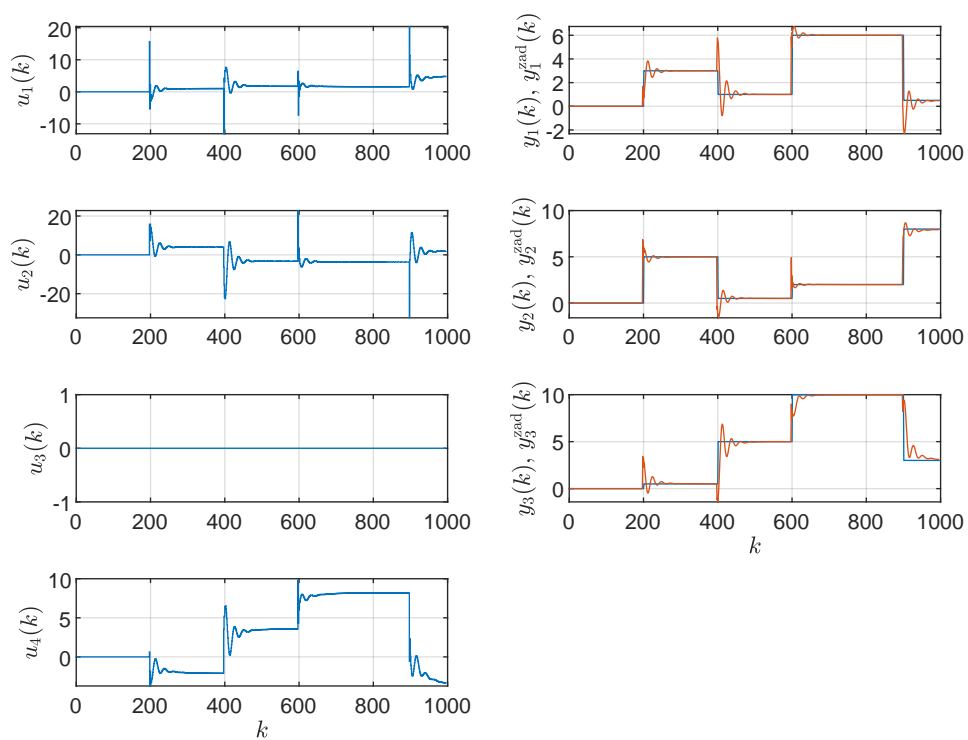


Rys. 4.11. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla trzeciej konfiguracji,  $E = 9,5380 \cdot 10^3$

Rys. 4.12. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla trzeciej konfiguracji,  $E = 8,8696 \cdot 10^3$

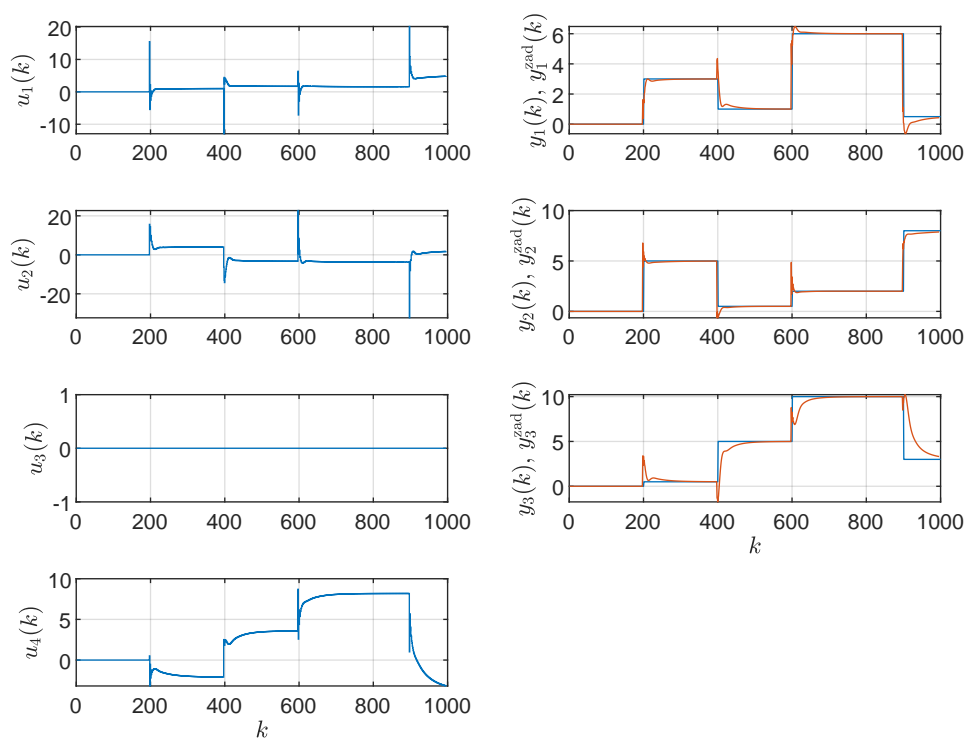


Rys. 4.13. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla trzeciej konfiguracji,  $E = 8,0685 \cdot 10^3$



Rys. 4.14. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla trzeciej konfiguracji,  $E = 1,3127 \cdot 10^3$



Rys. 4.15. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla trzeciej konfiguracji,  $E = 1,8833 \cdot 10^3$

## 5. Strojenie regulatora DMC metodą eksperymentalną

Regulatory DMC stroiliśmy metodą eksperymentalną. Jakość regulacji ocenialiśmy na podstawie wykresów oraz na podstawie poniższego wskaźnika jakości

$$E = \sum_{k=1}^{k_{\text{konc}}} \sum_{m=1}^3 (y^{\text{zad}}(k) - y(k))^2 \quad (5.1)$$

Podczas strojenia przyjęliśmy następującą trajektorię zadaną

$$y_1^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 49 \\ 3 & \text{dla } 50 \leq k \leq 149 \\ -1 & \text{dla } 150 \leq k \leq 600 \end{cases} \quad (5.2)$$

$$y_2^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 49 \\ 5 & \text{dla } 50 \leq k \leq 249 \\ 1 & \text{dla } 250 \leq k \leq 600 \end{cases} \quad (5.3)$$

$$y_3^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 49 \\ 0,5 & \text{dla } 50 \leq k \leq 349 \\ 6 & \text{dla } 350 \leq k \leq 600 \end{cases} \quad (5.4)$$

Biorąc pod uwagę najwolniejszą odpowiedź skokową  $s^{3,3}$  przyjęliśmy horyzont dynamiki  $D = 150$ . Strojenie regulatora DMC zaczynamy od największych możliwych długości horyzontów predykcji oraz sterowania. Współczynniki wagowe są jednostkowe.

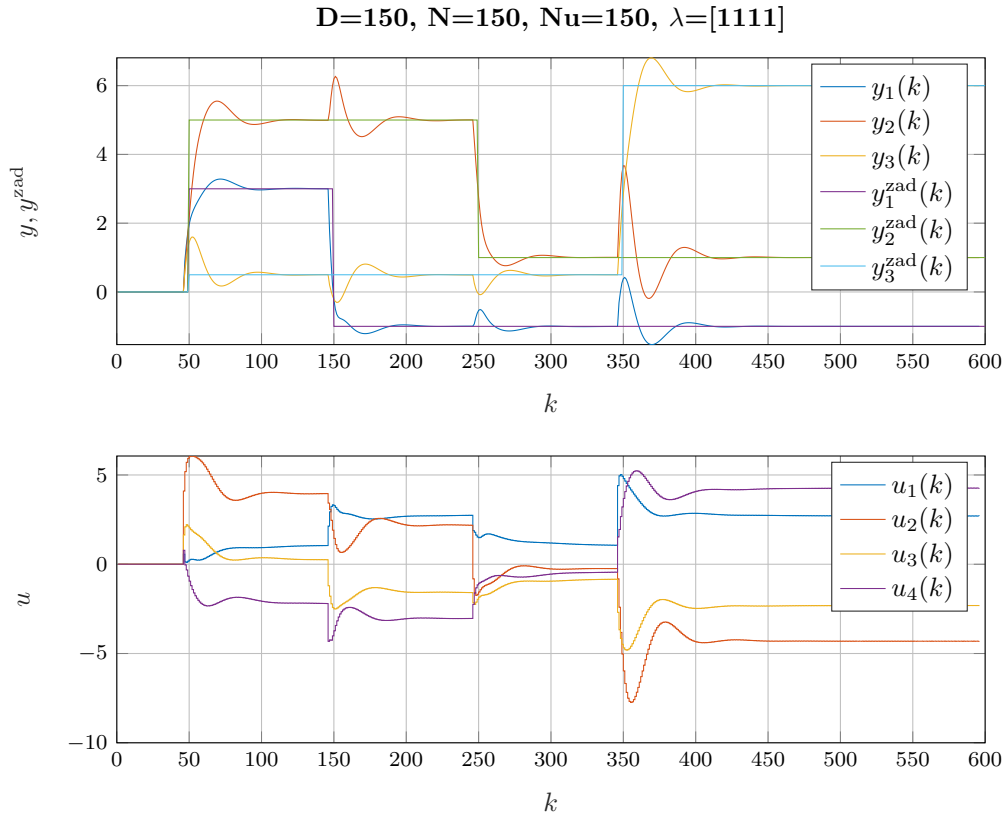
$$D = 150, \quad N = 150, \quad N_u = 150, \quad \lambda = [1, 1, 1, 1] \quad (5.5)$$

Uzyskane przebiegi przedstawiono na rys. 5.1. Uzyskana wartość wskaźnika regulacji  $E = 434,6277$ . Widzimy, że regulator DMC działa dobrze, wartości zadane są osiągalne. Układ działa szybko. Występuje jednak niestety przeregulowanie. Można też zauważyć, że zmiana wartości zadanej dla jednego wyjścia oddziałuje na wszystkie trzy sygnały wyjściowe i powoduje wystąpienie przeregulowania.

Następnie zmniejszamy stopniowo horyzonty  $N$  oraz  $N_u$ . Nie zauważamy jednak znaczących zmian w kształcie przebiegów. Zaobserwowaliśmy, że możemy zmniejszyć horyzonty do wartości  $N = N_u = 20$ , nie powodując pogorszenia wskaźnika jakości  $E$ . Przebiegi dla nastaw (5.6) przedstawiono na rys. 5.2. Otrzymana wartość wskaźnika jakości  $E = 434,5532$ .

$$D = 150, \quad N = 20, \quad N_u = 20, \quad \lambda = [1, 1, 1, 1] \quad (5.6)$$

Teraz zmniejszamy horyzont sterowania. Obserwujemy, że zmiany wartości  $N_u$  nie wpływają istotnie na kształty otrzymywanych przebiegów. Przy wyborze parametru  $N_u$  kierujemy się zatem głównie oceną na podstawie wskaźnika jakości. Dla  $N_u = 8$  otrzymaliśmy  $E = 430,6439$ , czyli udało się nam nieznacznie polepszyć ten wskaźnik. Dla mniejszych wartości  $N_u$ , wartości

Rys. 5.1. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 434,6277$ 

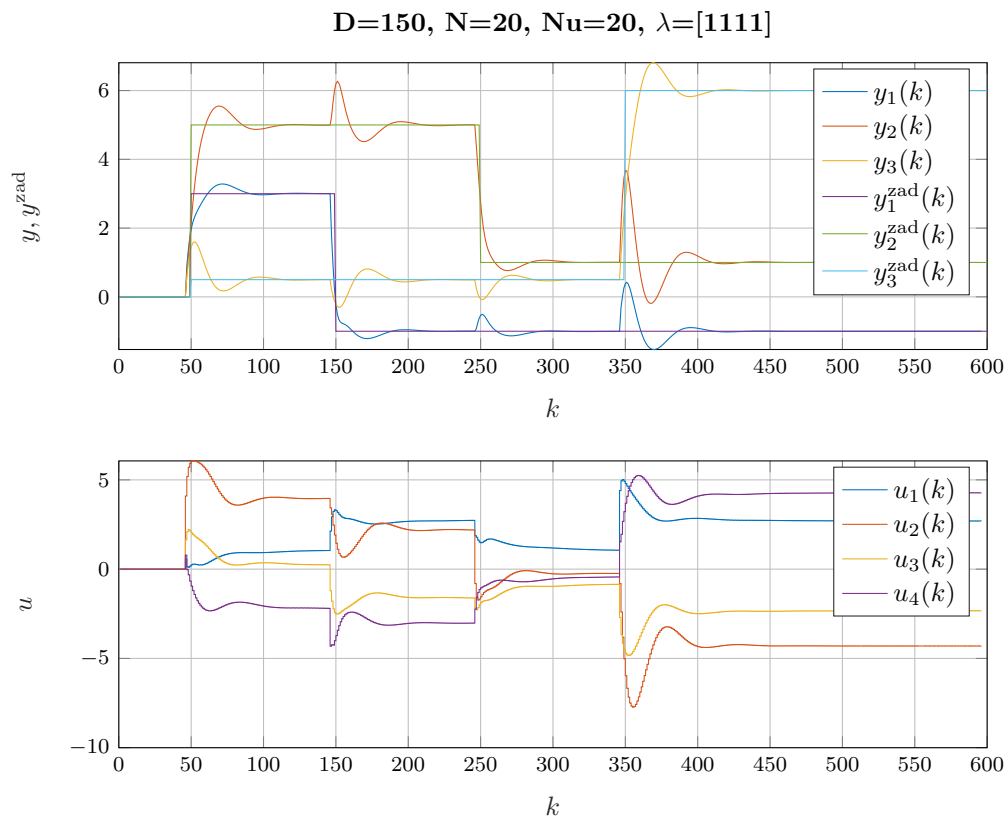
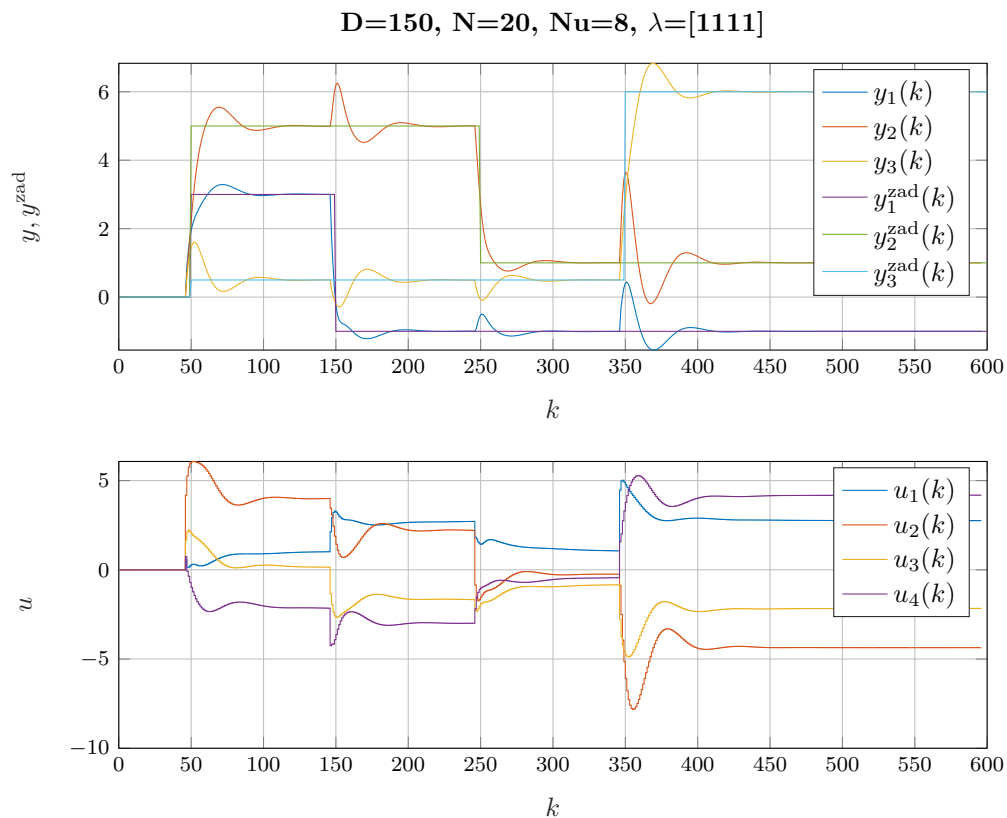
$E$  zaczynają rosnąć, dlatego przyjmujemy nastawy (5.7). Wyniki symulacji dla tych nastaw są na rys. 5.3.

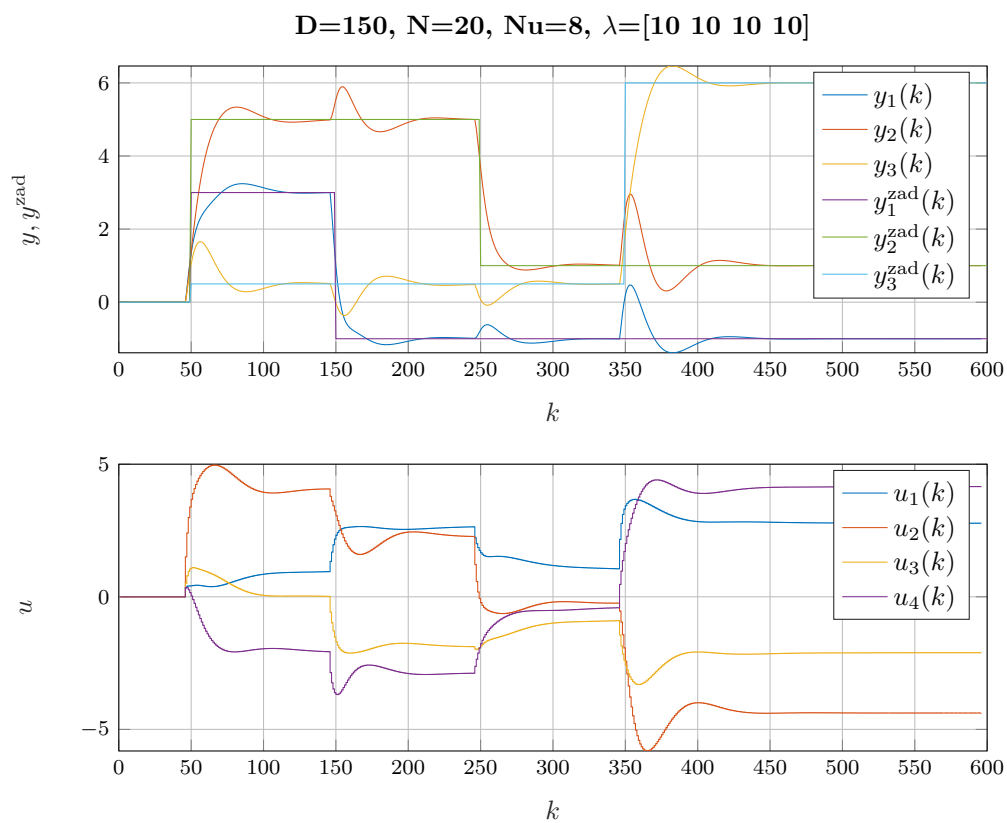
$$D = 150, \quad N = 20, \quad N_u = 8, \quad \lambda = [1, 1, 1, 1] \quad (5.7)$$

W następnym kroku manipulujemy współczynnikiem  $\lambda$ . Zwiększenie jego wartości prowadziło za każdym razem do pogorszenia wartości wskaźnika  $E$ . Jednak dzięki zwiększeniu kar za przyrosty sterowania udało się nieco zmniejszyć występujące przeregulowania. Ostatecznie przyjęliśmy

$$D = 150, \quad N = 20, \quad N_u = 8, \quad \lambda = [10, 10, 10, 10] \quad (5.8)$$

Otrzymaliśmy przebiegi widoczne na rys. 5.4. Wartość wskaźnika jakości  $E = 620,0785$ .

Rys. 5.2. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 434,5532$ Rys. 5.3. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 430,6439$

Rys. 5.4. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 620,0785$

## 6. Dobieranie nastaw regulatorów PID oraz DMC w wyniku optymalizacji wskaźnika $E$

### 6.1. Regulacja PID

Podobnie jak w poprzednim rozdziale zbadaliśmy trzy różne konfiguracje regulatora:

1. uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ ,  $u_3$  nie jest sterowane
2. uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_3$ ,  $u_4$  nie jest sterowane
3. uchyb  $e_1$  oddziałuje na sterowanie  $u_2$ , uchyb  $e_2$  oddziałuje na sterowanie  $u_1$ , uchyb  $e_3$  oddziałuje na sterowanie  $u_4$ ,  $u_3$  nie jest sterowane

Tym razem jednak parametry regulatora PID:  $K^1, T_i^1, T_d^1, K^2, T_i^2, T_d^2, K^3, T_i^3, T_d^3$  wyznaczyliśmy w wyniku optymalizacji wskaźnika jakości  $E$ . Użyliśmy do tego celu funkcji `ga` dostępnej w Matlabie. Założyliśmy, że poszukiwane współczynniki muszą być nieujemne. Ponadto określiliśmy następujące parametry algorytmu optymalizacji:

EliteCount	50
MaxGenerations	10000
PopulationSize	1000
FunctionTolerance	$10^{-4}$

Dla pierwszej konfiguracji otrzymaliśmy parametry:

$$K^1 = 1,32, T_i^1 = 0,33, T_d^1 = 7,68 \cdot 10^{-5} \quad (6.1)$$

$$K^2 = 6,82, T_i^2 = 13,23, T_d^2 = 0,03 \quad (6.2)$$

$$K^3 = 0,81, T_i^3 = 12,64, T_d^3 = 0,41 \quad (6.3)$$

Dla drugiej konfiguracji otrzymaliśmy parametry:

$$K^1 = 7,28, T_i^1 = 9,68, T_d^1 = 0,03 \quad (6.4)$$

$$K^2 = 2,34, T_i^2 = 0,42, T_d^2 = 0,03 \quad (6.5)$$

$$K^3 = 1,25, T_i^3 = 6,24, T_d^3 = 1,26 \quad (6.6)$$

Dla trzeciej konfiguracji otrzymaliśmy parametry:

$$K^1 = 4,32, T_i^1 = 13,69, T_d^1 = 0,01 \quad (6.7)$$

$$K^2 = 2,78, T_i^2 = 20,97, T_d^2 = 0 \quad (6.8)$$

$$K^3 = 0,79, T_i^3 = 4,06, T_d^3 = 0,51 \quad (6.9)$$

Dla otrzymanych parametrów przeprowadziliśmy symulacje. Wyniki dla pierwszej konfiguracji regulatora przedstawiono na rys. 6.1, dla drugiej na rys. 6.2, a dla trzeciej na rys. 6.3.

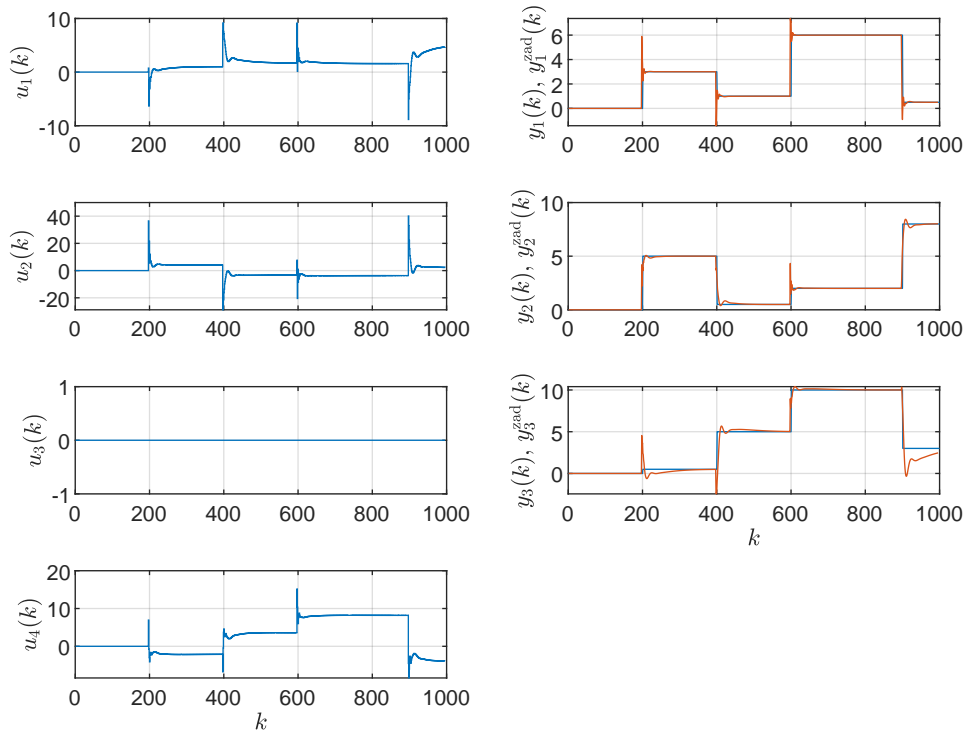
Najlepszą jakość regulacji pod względem ilościowym jak i jakościowym otrzymaliśmy dla pierwszej konfiguracji (podobnie jak przy kalibracji ręcznej).

Porównując otrzymane wskaźniki jakości regulacji możemy zauważyć, że dla każdej konfiguracji algorytm optymalizacji wyznaczył współczynniki zapewniające lepszą wartość tego wskaźnika niż współczynniki, jakie udało nam się dobrać metodą eksperymentalną. Regulatory zdefiniowane parametrami otrzymanymi w wyniku optymalizacji są bardziej dynamiczne od tych skalibrowanych przez nas. Dzięki temu uzyskane przebiegi sygnałów wyjściowych lepiej nadążają za wartością zadaną. Pojawiły się jednak pewne oscylacje, które udało nam się wyeliminować przy strojeniu ręcznym. Wartość przeregulowania też okazała się większa dla parametrów otrzymanych w wyniku optymalizacji.

## 6.2. Regulacja DMC

Parametry regulatora DMC  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  wyznaczaliśmy w wyniku optymalizacji wskaźnika jakości  $E$ . Użyliśmy do tego celu funkcji `ga` dostępnej w Matlabie. Przyjęliśmy stałe horyzonty predykcji oraz sterowania ( $D = 150, N = 25, N_u = 10$ ). Określiliśmy następujące parametry algorytmu optymalizacji:

EliteCount	50
MaxGenerations	10000
PopulationSize	1000
FunctionTolerance	$10^{-4}$



Rys. 6.1. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla pierwszej konfiguracji,  $E = 1,0767 \cdot 10^3$

Otrzymaliśmy parametry

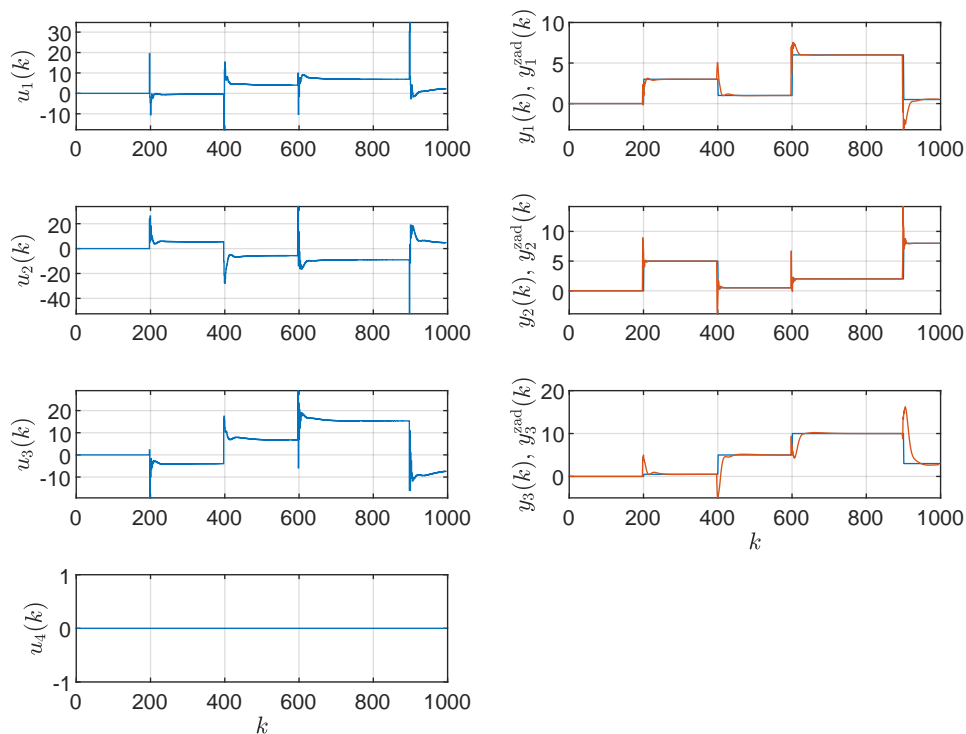
$$\psi_1 = -85,49, \psi_2 = 8,47, \psi_3 = 8,72, \lambda_1 = -3,21, \lambda_2 = -9,05, \lambda_3 = -0,26, \lambda_4 = 4,33 \quad (6.10)$$

Dla parametrów (6.10) przeprowadziliśmy następnie symulację. Otrzymaliśmy przebiegi widoczne na rys. 6.4. Wartość wskaźnika jakości  $E = 510,1986$ .

Widzimy, że jakość regulacji jest dobra, przeregulowania są minimalne, układ działa bardzo szybko. Jednak sygnał  $y_2$  w dwóch miejscach nie osiąga dokładnie wartości zadanej (gdy  $y_2^{\text{zad}} = 5$  i gdy  $y_2^{\text{zad}} = 8$ ). Podobnie sygnał  $y_1$  nie osiąga wartości zadanej dla pierwszych 200 chwil symulacji.

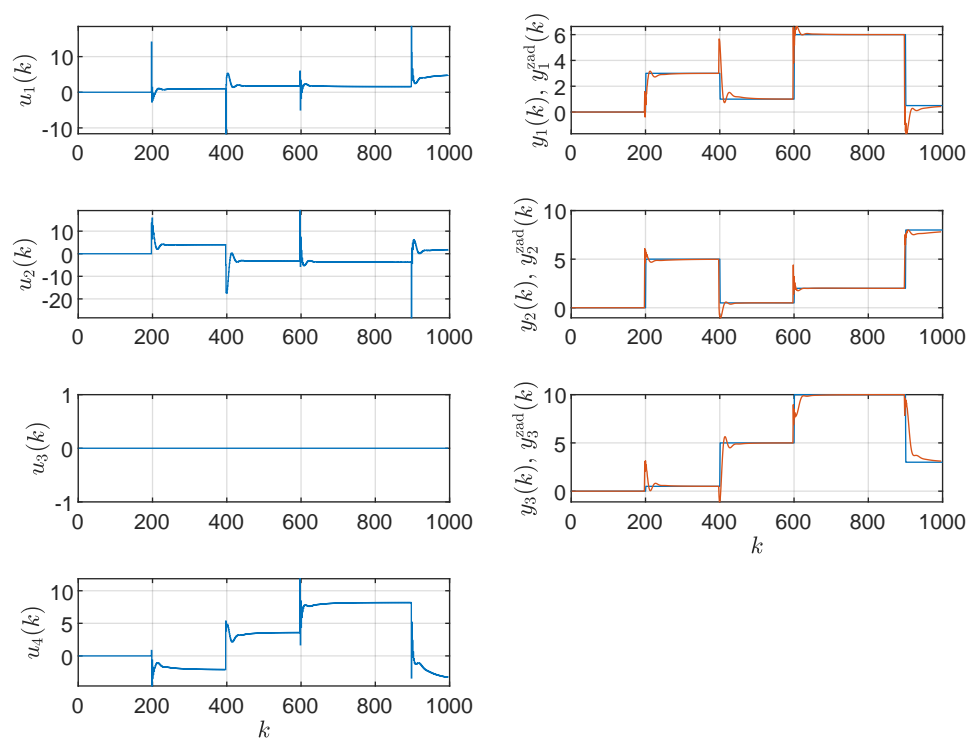
### 6.3. Implementacja

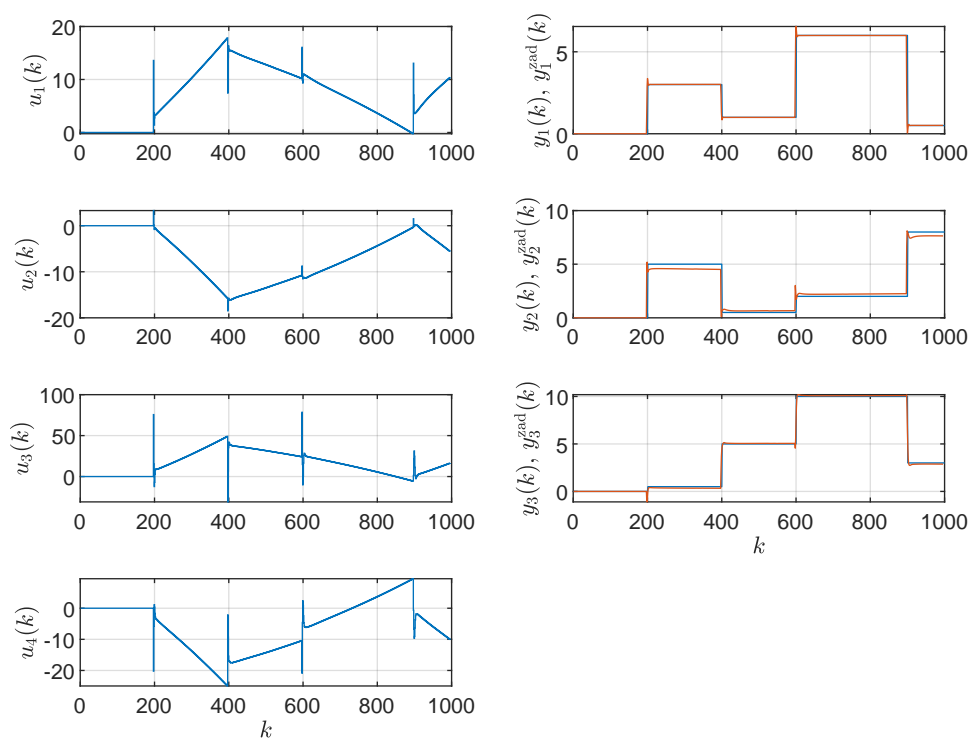
Do znalezienia parametrów w wyniku optymalizacji wskaźnika jakości wykorzystaliśmy skrypt `optymalizacja.m`. Wykorzystuje on zdefiniowane przez nas funkcje `coeffOptim.m` (dla regulatora PID) oraz `coeffOptimDMC.m` (dla regulatora DMC), które dla danego zestawu parametrów wyznaczają wartość wskaźnika jakości  $E$ .



Rys. 6.2. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla drugiej konfiguracji,  $E = 4,1080 \cdot 10^3$



Rys. 6.3. Regulacja PID obiektu wielowymiarowego dla trzeciej konfiguracji,  $E = 1,2402 \cdot 10^3$

Rys. 6.4. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 510,1986$

## 7. Algorytm DMC w wersji klasycznej

### 7.1. Pełny algorytm DMC

Zaimplementowaliśmy również algorytm DMC w wersji klasycznej (tj. wyznaczający trajektorię sterowania na całym horyzoncie sterowania). Sprawdziliśmy jego działanie dla zestawu tych parametrów, które otrzymaliśmy w wyniku rozwiązania zadania optymalizacji w poprzednim punkcie:

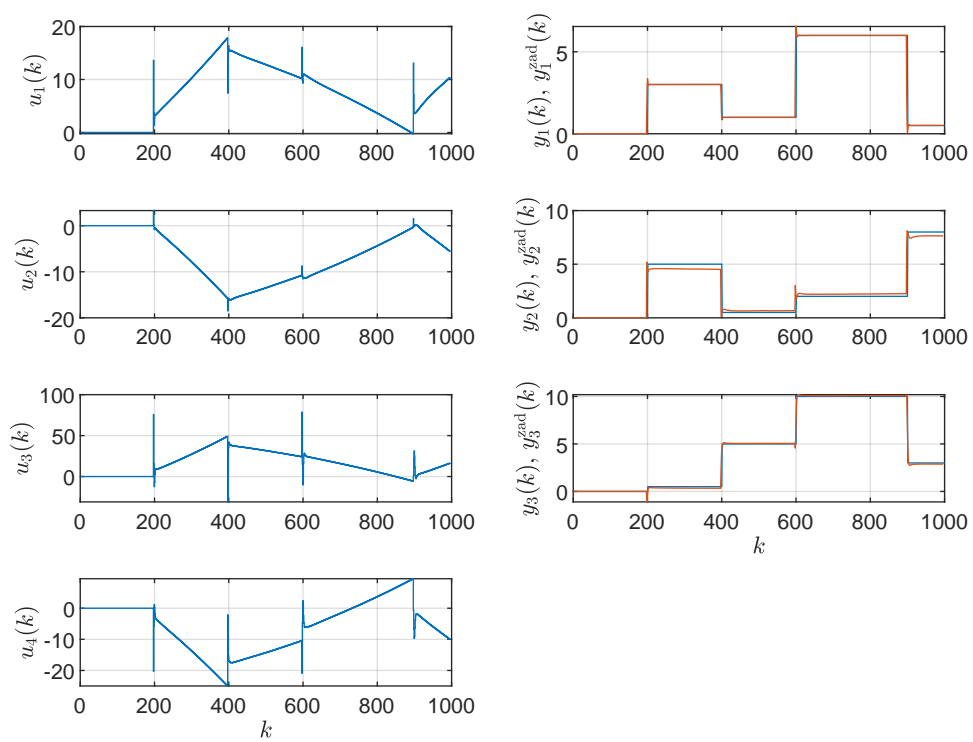
$D$	150
$N$	25
$N_u$	10
$\psi_1$	-85,49
$\psi_2$	8,47
$\psi_3$	8,72
$\lambda_1$	-3,21
$\lambda_2$	-9,05
$\lambda_3$	-0,26
$\lambda_4$	4,33

Wyniki symulacji są widoczne na rys. 7.1. Wartość wskaźnika jakości  $E = 510,1986$ .

Otrzymane wyniki symulacji dla ustalonego zestawu parametrów są takie same zarówno dla wersji pełnej algorytmu DMC jak i dla wersji oszczędnej algorytmu DMC. Oznacza to, że wypracowane przez nas rozwiązanie jest poprawne.

### 7.2. Implementacje

Pełny algorytm DMC zaimplementowaliśmy w skrypcie `DMC_full.m`.

Rys. 7.1. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 510,1986$