

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Politechnika Warszawska**

**Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)**

**Sprawozdanie z projektu nr 4, zadanie nr 3**

**Jakub Gruszecki, Wojciech Rokicki, Radosław Pietkun**

**Warszawa, 2020**

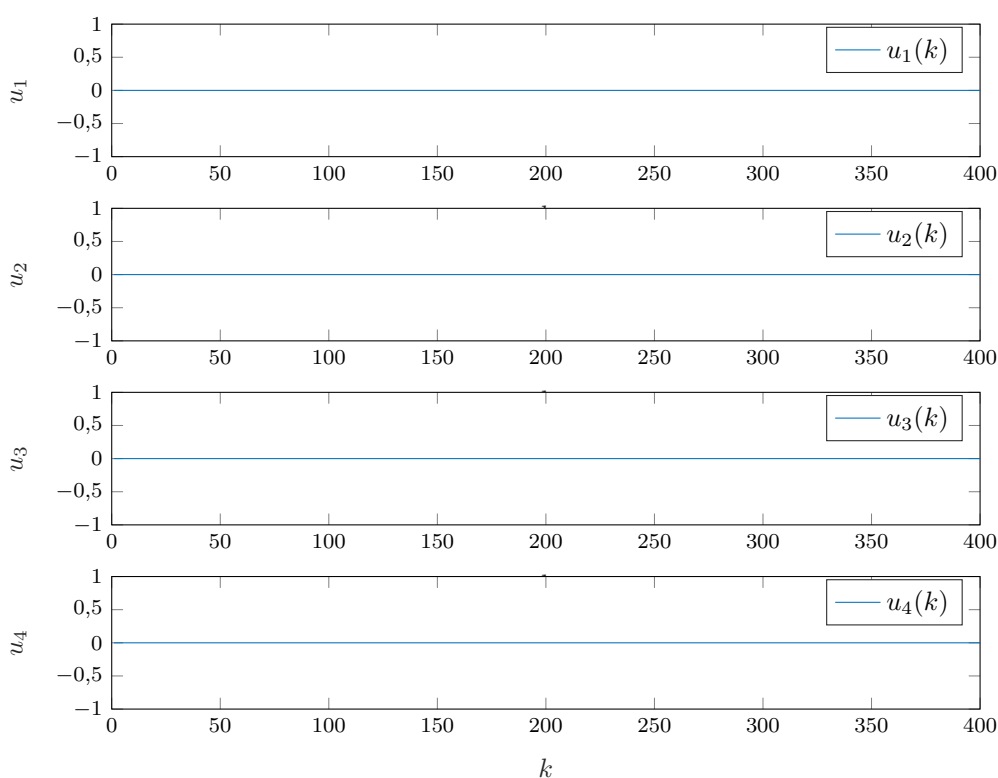
# Spis treści

<b>1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy</b>	2
1.1. Poprawność sygnałów w punkcie pracy	2
1.2. Wnioski	2
1.3. Implementacja	2
<b>2. Odpowiedzi skokowe</b>	4
2.1. Otrzymywanie odpowiedzi skokowych	4
2.2. Implementacja	4
<b>3. Symulacja cyfrowego, wielowymiarowego regulatora PID i DMC</b>	7
3.1. Wielowymiarowy regulator PID	7
3.2. Wielowymiarowy regulator DMC	7
3.3. Implementacja	8
<b>4. Strojenie regulatorów PID oraz DMC</b>	9
4.1. Strojenie PID	9
4.2. Strojenie DMC	9

# 1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy

## 1.1. Poprawność sygnałów w punkcie pracy

W celu sprawdzenia poprawności sygnałów wejściowych i wyjściowych w punkcie pracy obiekt został pobudzony sygnałami o wartości  $U_{pp}^1 = 0$ ,  $U_{pp}^2 = 0$ ,  $U_{pp}^3 = 0$ ,  $U_{pp}^4 = 0$ . Wartości sygnałów w punkcie pracy będą poprawne, jeśli sygnały wyjściowe będą wynosiły  $Y_{pp}^1 = 0$ ,  $Y_{pp}^2 = 0$ ,  $Y_{pp}^3 = 0$ .



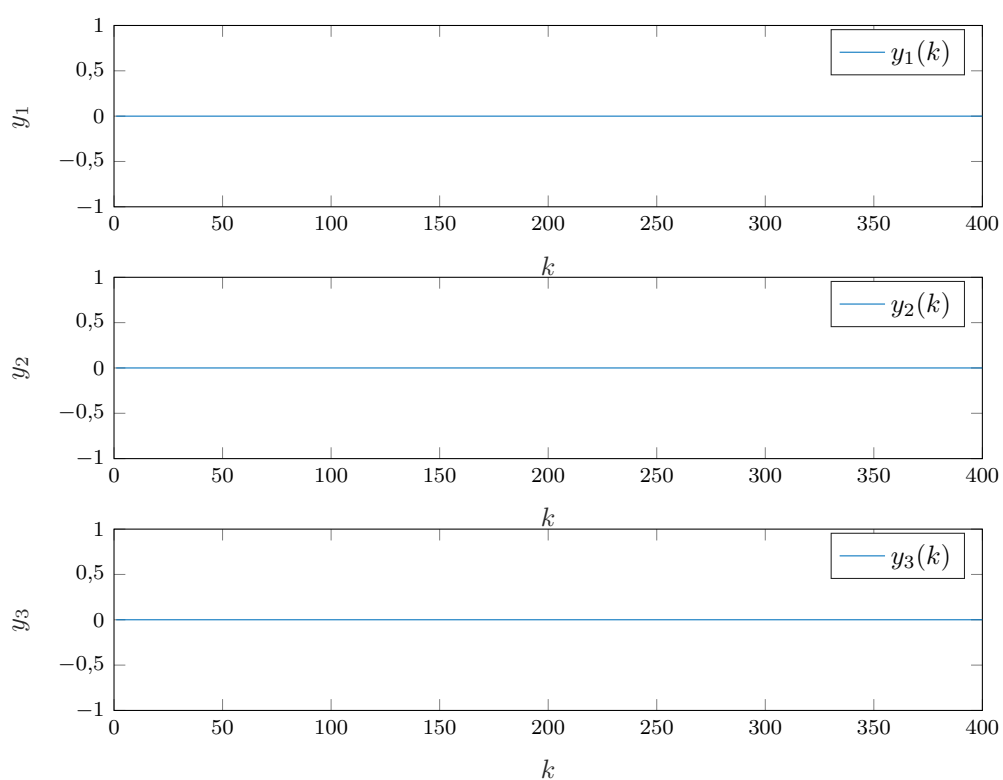
Rys. 1.1. Przebiegi sygnałów wejściowych w punkcie pracy

## 1.2. Wnioski

Na podstawie rysunku 1.2 widać, że dla stałej wartości sygnałów sterujących, widocznych na rysunku 1.1 sygnały wyjściowe przyjmują stałą wartość, równą  $Y_{pp}^1 = 0$ ,  $Y_{pp}^2 = 0$ ,  $Y_{pp}^3 = 0$ . Jest to dowód na to, że podane wartości są poprawne.

## 1.3. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentów wykorzystany został skrypt `zad1.m`.

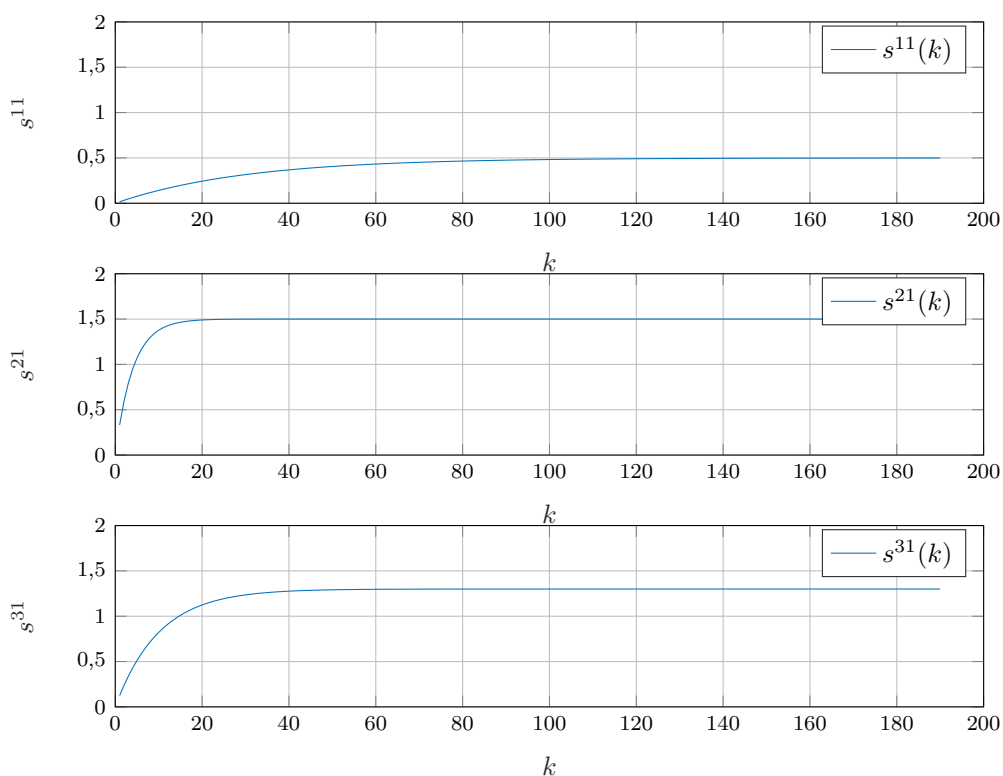


Rys. 1.2. Przebiegi sygnałów wyjściowych w punkcie pracy

## 2. Odpowiedzi skokowe

### 2.1. Otrzymywanie odpowiedzi skokowych

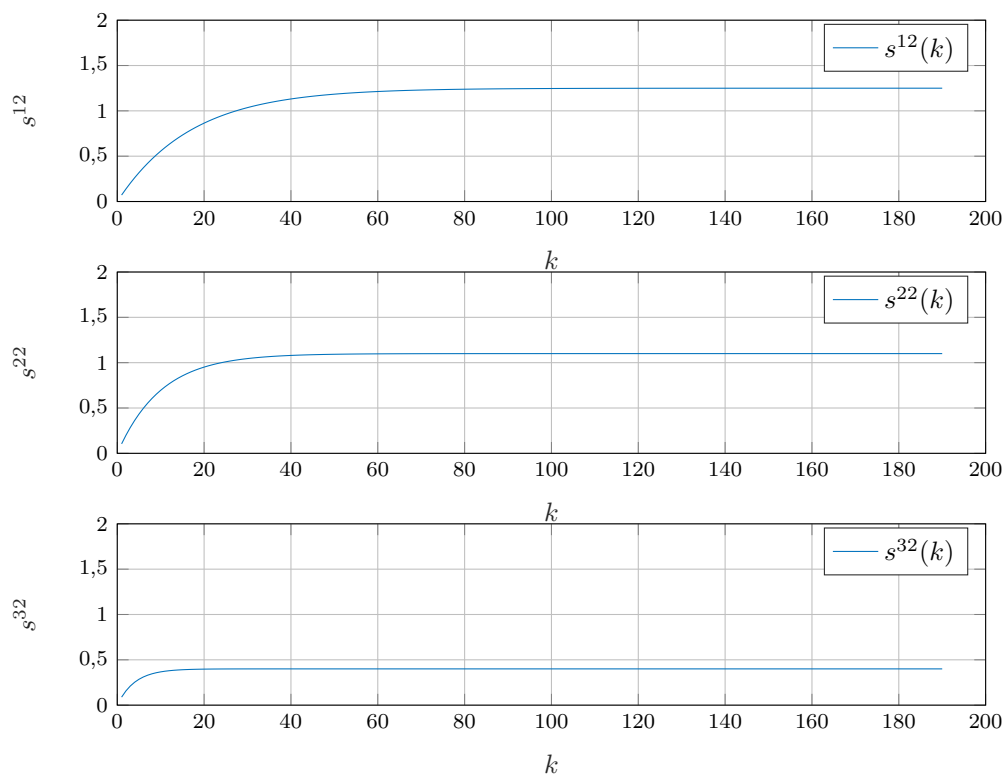
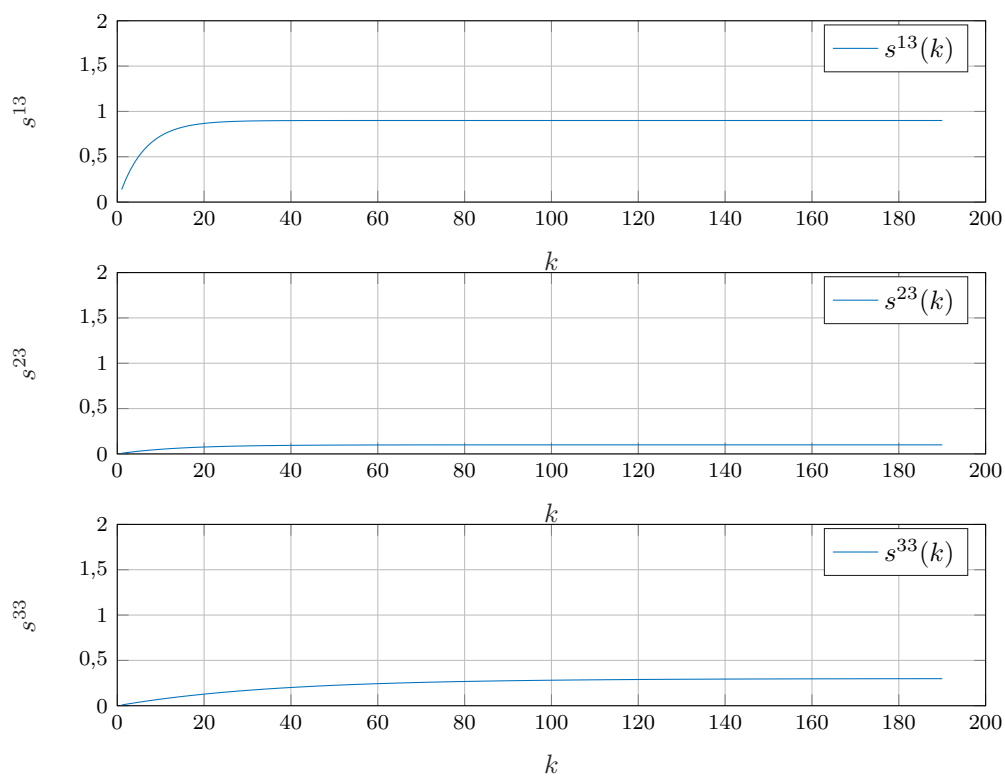
W celu wyznaczenia odpowiedzi skokowej obiekt po kolei pobudzany był jednostkowymi skokami kolejnych sygnałów sterujących. W rezultacie otrzymane zostały odpowiedzi skokowe  $s^{m,n}$  dla 12 torów procesu ( $m = 1, 2, 3, n = 1, 2, 3, 4$ ). Wyniki przedstawiono na rys. 2.1-2.4.

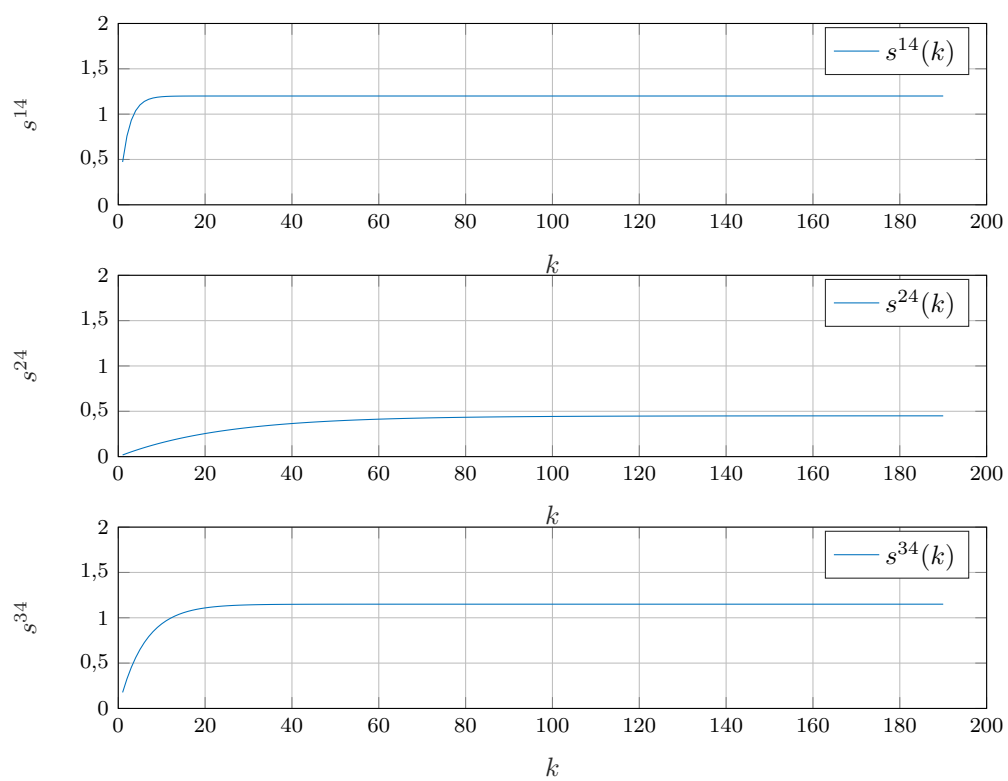


Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_1$

### 2.2. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad2.m`.

Rys. 2.2. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_2$ Rys. 2.3. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_3$

Rys. 2.4. Odpowiedzi skokowe dla jednostkowego skoku sygnału sterującego  $u_4$

## 3. Symulacja cyfrowego, wielowymiarowego regulatora PID i DMC

### 3.1. Wielowymiarowy regulator PID

Rozważamy proces o czterech wejściach ( $n_u = 4$ ) oraz trzech wyjściach ( $n_y = 3$ ). Możemy zatem wyznaczyć trzy uchyby:

$$e_1(k) = y_1^{\text{zad}}(k) - y_1(k) \quad (3.1)$$

$$e_2(k) = y_2^{\text{zad}}(k) - y_2(k) \quad (3.2)$$

$$e_3(k) = y_3^{\text{zad}}(k) - y_3(k) \quad (3.3)$$

i dla każdego z nich dobrać pojedynczy regulator PID. Każdy regulator będzie miał własny zestaw parametrów

$$r_2 = K \frac{T_d}{T_p} \quad (3.4)$$

$$r_1 = K \left( \frac{T_p}{2T_i} - \frac{2T_d}{T_p} - 1 \right) \quad (3.5)$$

$$r_0 = K \left( 1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p} \right) \quad (3.6)$$

gdzie  $K$  - wzmocnienie członu proporcjonalnego,  $T_i$  - czas zdwojenia członu całkującego,  $T_d$  - czas wyprzedzenia członu różniczkującego,  $T_p$  - okres próbkowania.

W oparciu o te parametry każdy z regulatorów PID będzie wyznaczał sterowanie według zależności

$$u(k) = r_2 e(k-2) + r_1 e(k-1) + r_0 e(k) + u(k-1) \quad (3.7)$$

Ze względu na to, że liczba wejść jest większa od liczby wyjść, to zawsze jedno wejście będzie niesterowane.

### 3.2. Wielowymiarowy regulator DMC

Regulator DMC jest regulatorem predykcijnym - w oparciu o model procesu regulowanego wyznacza wartości przyszłych sterowań. Podobnie jak w regulatorze jednowymiarowym, wektor przyrostów sterowań ma postać:

$$\Delta U(k) = \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (3.8)$$

$$= \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) - \mathbf{M}^P \Delta U^P(k)] \quad (3.9)$$

gdzie  $\mathbf{K}$  jest macierzą o wymiarach  $(N_u * n_u) \times (N * n_y)$ :

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \Psi \mathbf{M} + \Lambda)^{-1} \mathbf{M}^T \Psi \quad (3.10)$$



Macierz  $M$  o wymiarach  $(N * n_y) \times (N_u * n_u)$  i macierz  $M^P$  o wymiarach  $(N * n_y) \times ((D-1) * n_u)$  mają postać:

$$M = \begin{bmatrix} S_1 & 0 & \dots & 0 \\ S_2 & S_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & S_{N-1} & \dots & S_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{(N * n_y) \times (N_u * n_u)} \quad (3.11)$$

$$M^P = \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & S_3 - S_2 & \dots & S_D - S_{D-1} \\ S_3 - S_1 & S_4 - S_2 & \dots & S_{D+1} - S_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N+1} - S_1 & S_{N+2} - S_2 & \dots & S_{N+D-1} - S_{D-1} \end{bmatrix}_{(N * n_y) \times ((D-1) * n_u)} \quad (3.12)$$

Wektor  $\Delta U^P(k)$  (3.13) zawiera wektory pionowe przeszłych przyrostów sterowań długości  $n_u$ . Z tego powodu wektor  $\Delta U^P(k)$  jest długości  $(D-1) * n_u$ .

$$\Delta U^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k-(D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times n_u} \quad (3.13)$$

Do procesu aplikowany jest wyłącznie pierwszy element wektora przyrostów sterowań. Z tego powodu prawo regulacji można zapisać jako

$$\Delta U(k) = \overline{K}_1 [Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (3.14)$$

$$= \overline{K}_1 [Y^{\text{zad}}(k) - Y(k) - M^P \Delta U^P(k)] \quad (3.15)$$

gdzie

$$K = \begin{bmatrix} \overline{K}_1 \\ \overline{K}_2 \\ \vdots \\ \overline{K}_{N_u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \dots & k_{1,N} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \dots & k_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N_u,1} & k_{N_u,2} & \dots & k_{N_u,N} \end{bmatrix}_{(N_u * n_u) \times (N * n_y)} \quad (3.16)$$

Macierz  $K$  ma wymiary  $(N_u * n_u) \times (N * n_y)$ .

### 3.3. Implementacja

Skrypty do symulacji algorytmów PID oraz DMC zawarte są w plikach `PID.m` i `DMC_full.m`.

## 4. Strojenie regulatorów PID oraz DMC

Oba regulatory stroiliśmy metodą eksperymentalną. Jakość regulacji ocenialiśmy na podstawie wykresów oraz na podstawie poniższego wskaźnika jakości

$$E = \sum_{k=1}^{k_{\text{konc}}} \sum_{m=1}^3 (y^{\text{zad}}(k) - y(k))^2 \quad (4.1)$$

### 4.1. Strojenie PID

### 4.2. Strojenie DMC

Podczas strojenia przyjęliśmy następującą trajektorię zadaną

$$y_1^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 49 \\ 3 & \text{dla } 50 \leq k \leq 149 \\ -1 & \text{dla } 150 \leq k \leq 600 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$y_2^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 49 \\ 5 & \text{dla } 50 \leq k \leq 249 \\ 1 & \text{dla } 250 \leq k \leq 600 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$y_3^{\text{zad}}(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 1 \leq k \leq 49 \\ 0,5 & \text{dla } 50 \leq k \leq 349 \\ 6 & \text{dla } 350 \leq k \leq 600 \end{cases} \quad (4.4)$$

Biorąc pod uwagę najwolniejszą odpowiedź skokową  $s^{3,3}$  przyjęliśmy horyzont dynamiki  $D = 150$ . Strojenie regulatora DMC zaczynamy od największych możliwych długości horyzontów predykcji oraz sterowania. Współczynniki wagowe są jednostkowe.

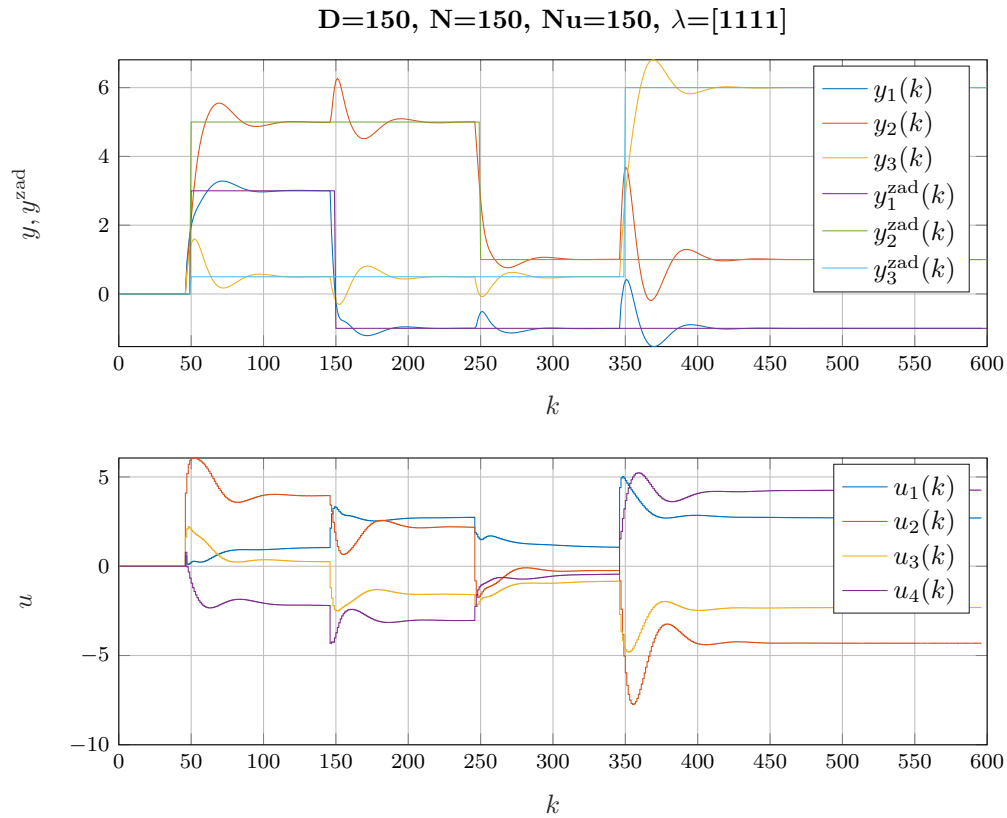
$$D = 150, \quad N = 150, \quad N_u = 150, \quad \lambda = [1, 1, 1, 1] \quad (4.5)$$

Uzyskane przebiegi przedstawiono na rys. 4.1. Uzyskana wartość wskaźnika regulacji  $E = 434,6277$ . Widzimy, że regulator DMC działa dobrze, wartości zadane są osiągnęte. Układ działa szybko. Występuje jednak niestety przeregulowanie. Można też zauważyć, że zmiana wartości zadanej dla jednego wyjścia oddziałuje na wszystkie trzy sygnały wyjściowe i powoduje wystąpienie przeregulowania.

Następnie zmniejszamy stopniowo horyzonty  $N$  oraz  $N_u$ . Nie zauważamy jednak znaczących zmian w kształcie przebiegów. Zaobserwowaliśmy, że możemy zmniejszyć horyzonty do wartości  $N = N_u = 20$ , nie powodując pogorszenia wskaźnika jakości  $E$ . Przebiegi dla nastaw (4.6) przedstawiono na rys. 4.2. Otrzymana wartość wskaźnika jakości  $E = 434,5532$ .

$$D = 150, \quad N = 20, \quad N_u = 20, \quad \lambda = [1, 1, 1, 1] \quad (4.6)$$

Teraz zmniejszamy horyzont sterowania. Obserwujemy, że zmiany wartości  $N_u$  nie wpływają istotnie na kształty otrzymywanych przebiegów. Przy wyborze parametru  $N_u$  kierujemy się

Rys. 4.1. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 434,6277$ 

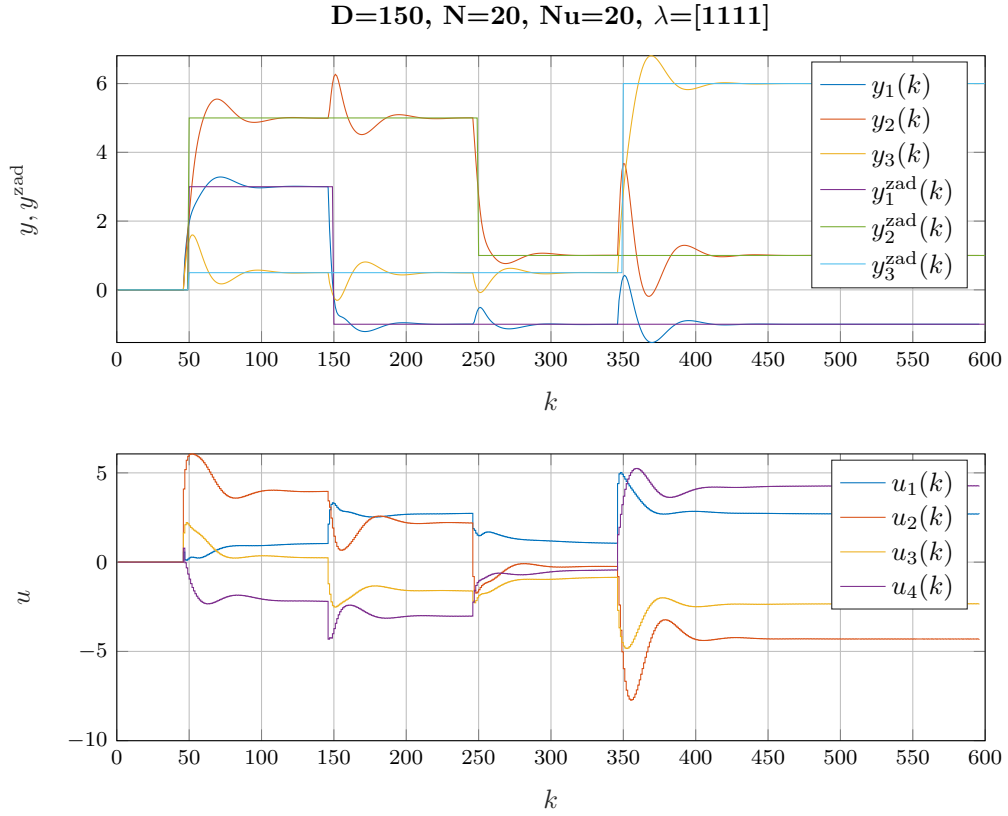
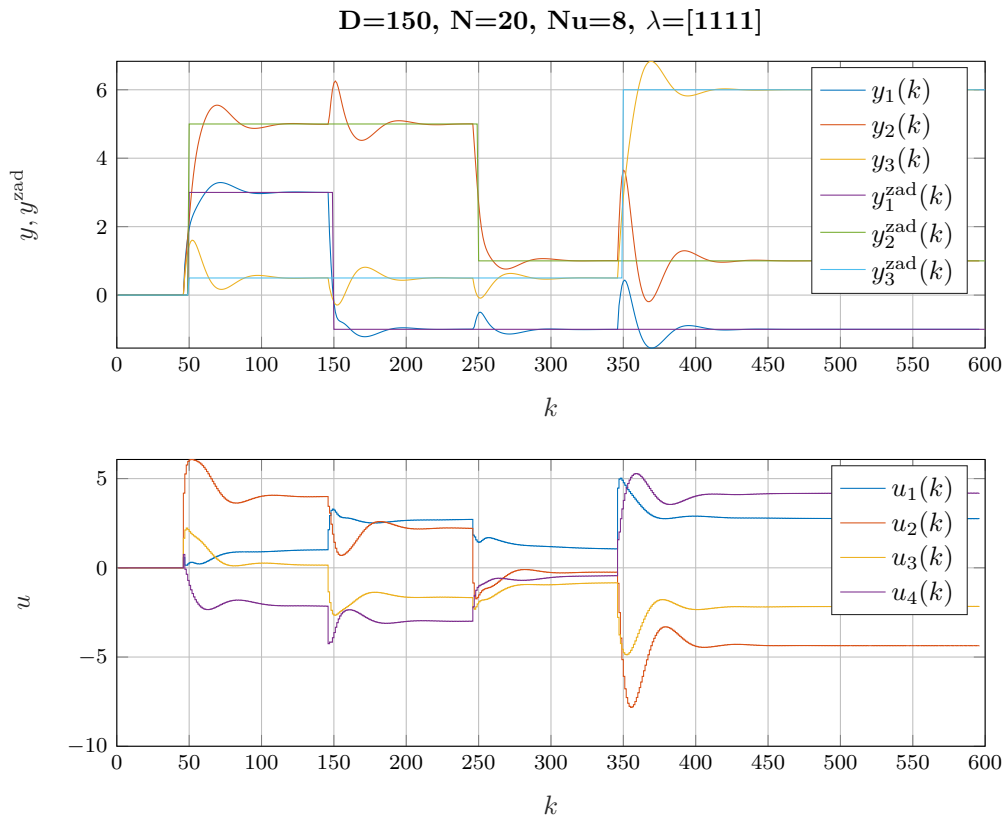
zatem głównie oceną na podstawie wskaźnika jakości. Dla  $N_u = 8$  otrzymaliśmy  $E = 430,6439$ , czyli udało się nam nieznacznie polepszyć ten wskaźnik. Dla mniejszych wartości  $N_u$ , wartości  $E$  zaczynają rosnąć, dlatego przyjmujemy nastawy (4.7). Wyniki symulacji dla tych nastaw są na rys. 4.3.

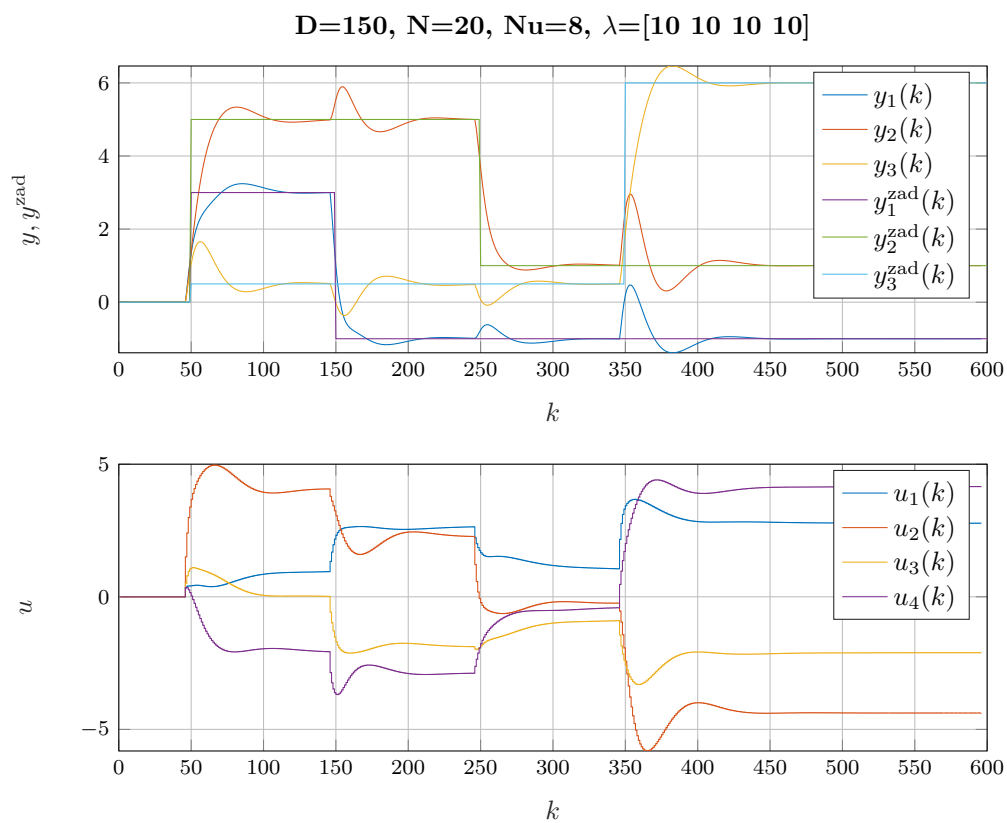
$$D = 150, \quad N = 20, \quad N_u = 8, \quad \lambda = [1, 1, 1, 1] \quad (4.7)$$

W następnym kroku manipulujemy współczynnikiem  $\lambda$ . Zwiększenie jego wartości prowadziło za każdym razem do pogorszenia wartości wskaźnika  $E$ . Jednak dzięki zwiększeniu kar za przyrosty sterowania udało się nieco zmniejszyć występujące przeregulowania. Ostatecznie przyjęliśmy

$$D = 150, \quad N = 20, \quad N_u = 8, \quad \lambda = [10, 10, 10, 10] \quad (4.8)$$

Otrzymaliśmy przebiegi widoczne na rys. 4.4. Wartość wskaźnika jakości  $E = 620,0785$ .

Rys. 4.2. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 434,5532$ Rys. 4.3. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 430,6439$

Rys. 4.4. Regulacja DMC obiektu wielowymiarowego,  $E = 620,0785$