

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Projektowanie układów sterowania
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego
nr 3, zadanie nr 3

Wojciech Rokicki, Radosław Pietkun, Jakub Gruszecki

Warszawa, 2020

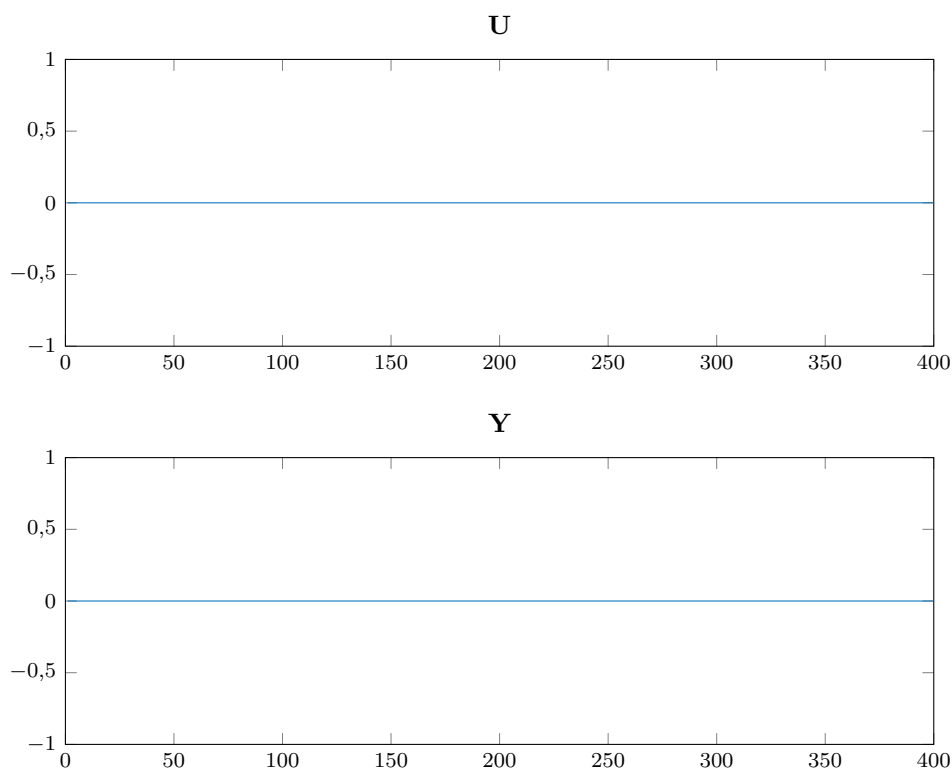
Spis treści

1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy	2
1.1. Poprawność wartości sygnałów w punkcie pracy	2
1.2. Wnioski	2
1.3. Implementacja	2
2. Odpowiedzi skokowe i charakterystyka statyczna	3
2.1. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru wejście-wyjście procesu	3
2.2. Charakterystyka statyczna	3
2.3. Właściwości statyczne i dynamiczne	3
2.4. Implementacja	4
3. Symulacja cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC	5
3.1. Regulator PID	5
3.2. Regulator DMC	5
3.3. Program	6
3.4. Implementacja	6
4. Dobór parametrów cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC	7
4.1. Regulator PID	7
4.2. Regulator DMC	7
5. Rozmyty algorytm PID oraz DMC	10
6. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów PID	11
6.1. Funkcje przynależności Gaussa	11
6.2. Funkcje przynależności trójkątne	13
6.3. Funkcje przynależności trapezoidalne	19
6.4. Wnioski	23
7. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów DMC	26
7.1. Funkcje przynależności Gaussa	26
7.2. Funkcje przynależności trójkątne	26
7.3. Funkcje przynależności trapezoidalne	27

1. Sprawdzenie poprawności punktu pracy

1.1. Poprawność wartości sygnałów w punkcie pracy

W celu sprawdzenia poprawności wartości sygnałów U_{pp} oraz Y_{pp} obiekt został pobudzony sygnałem o wartości: $U_{pp} = 0$. Wartości sygnałów w punkcie pracy będą poprawne, jeśli sygnał wyjściowy przyjmie wartość stałą $Y_{pp} = 0$.



Rys. 1.1. Przebiegi sygnałów $u(k)$, $y(k)$ w punkcie pracy

1.2. Wnioski

Na podstawie rysunku 1.1 widać, że dla stałej wartości sygnału sterującego $U_{pp} = 0$ wyjście obiektu przyjmuje stałą wartość, równą $Y_{pp} = 0$. Jest to dowód na to, że podane wartości sygnałów wejściowego sterowania oraz wyjściowego w punkcie pracy są poprawne.

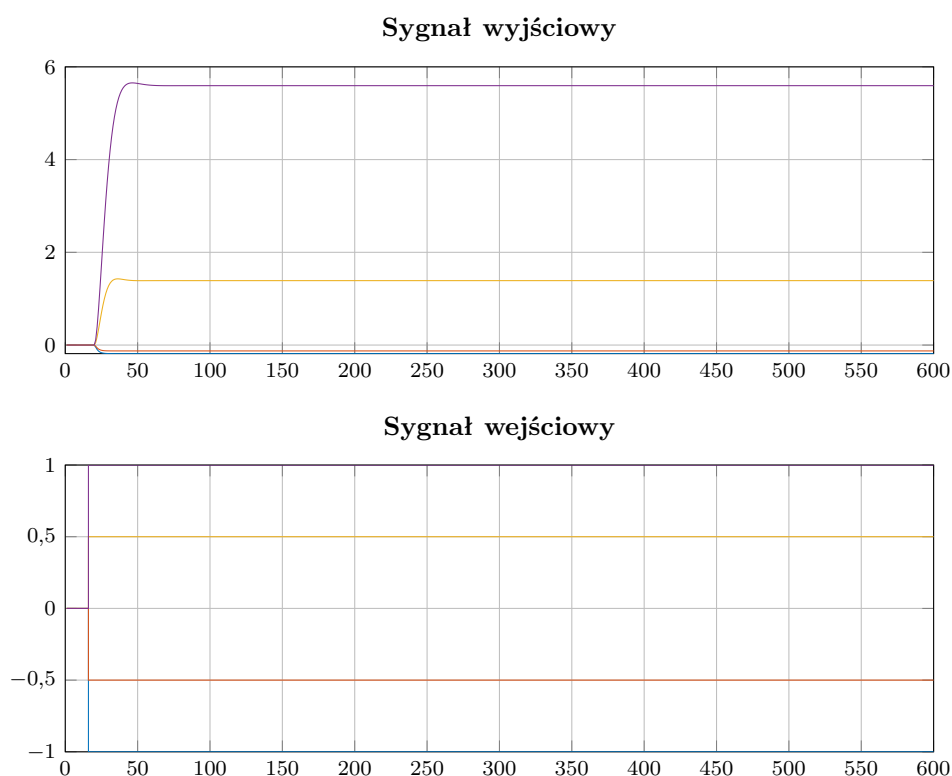
1.3. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad1.m`.

2. Odpowiedzi skokowe i charakterystyka statyczna

2.1. Wyznaczenie odpowiedzi skokowych toru wejście-wyście procesu

W celu wyznaczenia odpowiedzi skokowych obiekt był pobudzany, w punkcie pracy, różnymi skokami sygnału sterującego w chwili $k = 16$. Przeprowadzono cztery testy dla różnych wartości skoków. Uzyskane odpowiedzi skokowe wraz z odpowiadającymi im przebiegami sygnału sterowania przedstawiono na rys. 2.1.



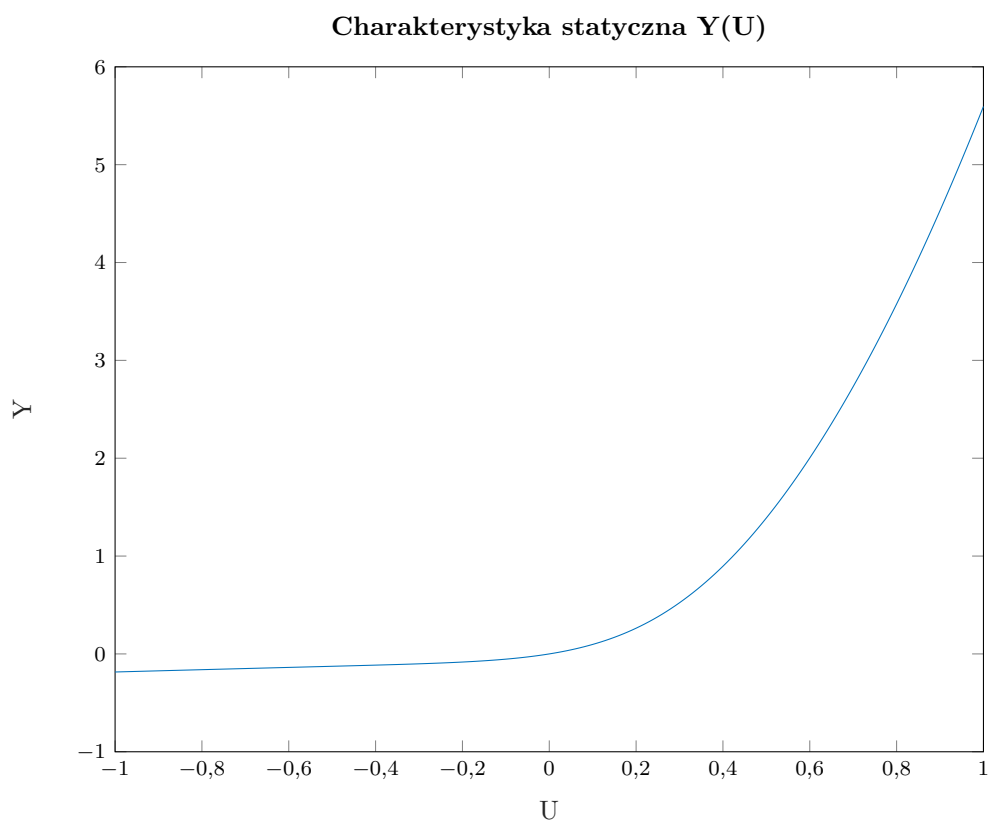
Rys. 2.1. Odpowiedzi skokowe toru wejście-wyście procesu

2.2. Charakterystyka statyczna

W celu wyznaczenia charakterystyki statycznej procesu wyznaczono odpowiedź układu w stanie ustalonym dla pobudzeń różnymi wartościami sygnału sterującego. Zebrane wyniki przedstawiono na rys. 2.2.

2.3. Właściwości statyczne i dynamiczne

Na podstawie rys. 2.2 można powiedzieć, że właściwości statyczne i dynamiczne obiektu są nieliniowe.



Rys. 2.2. Charakterystyka statyczna procesu

2.4. Implementacja

Do przeprowadzenia eksperymentu wykorzystany został skrypt `zad2.m`.

3. Symulacja cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC

3.1. Regulator PID

Regulator PID składa się trzech członów: proporcjonalnego, całkującego oraz różniczkującego. Działa on w pętli sprzężenia zwrotnego, mając na celu zredukowanie uchybu (różnicy między wartością zadaną a zmierzoną wartością sygnału wyjściowego procesu) poprzez odpowiednią zmianę sygnału sterującego. Dyskretny regulator PID ma postać:

$$u(k) = r_2 e(k-2) + r_1 e(k-1) + r_0 e(k) + u(k-1) \quad (3.1)$$

gdzie:

$$r_2 = K \frac{T_d}{T_p} \quad (3.2)$$

$$r_1 = K \left(\frac{T_p}{2T_i} - \frac{2T_d}{T_p} - 1 \right) \quad (3.3)$$

$$r_0 = K \left(1 + \frac{T_p}{2T_i} + \frac{T_d}{T_p} \right) \quad (3.4)$$

gdzie K - wzmacnienie członu proporcjonalnego, T_i - czas zdwojenia członu całkującego, T_d - czas wyprzedzenia członu różniczkującego, T_p - okres próbkowania

3.2. Regulator DMC

Regulator DMC jest to regulator predykcyjny - działa on z wyprzedzeniem, zanim nastąpią zmiany wartości sygnału wyjściowego. Wektor przyrostów sterowań dany jest wzorem:

$$\Delta U(k) = \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) - Y^0(k)] \quad (3.5)$$

$$= \mathbf{K} [Y^{\text{zad}}(k) + Y(k) + \mathbf{M}^P \Delta U^P(k)] \quad (3.6)$$

gdzie:

$$\mathbf{K} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M} + \lambda I)^{-1} \mathbf{M}^T \quad (3.7)$$

$$\Delta U^P(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u(k-(D-1)) \end{bmatrix}_{(D-1) \times 1} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N & s_{N-1} & \dots & s_{N-N_u+1} \end{bmatrix}_{N \times N_u} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{M}^P = \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & s_3 - s_2 & \dots & s_D - s_{D-1} \\ s_3 - s_1 & s_4 - s_2 & \dots & s_{D+1} - s_{D-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N+1} - s_1 & s_{N+2} - s_2 & \dots & s_{N+D-1} - s_{D-1} \end{bmatrix}_{N \times (D-1)} \quad (3.10)$$

gdzie N - horyzont predykcji, N_u - horyzont sterowania, D - horyzont dynamiki, λ - kara za zmianę sterowania

W tym przypadku należy wyznaczyć tylko pierwszy element macierzy $\Delta U(k)$ czyli $\Delta u(k|k)$. Aktualne sterowanie uzyskuje się poprzez zsumowanie $\Delta u(k|k)$ z poprzednim sterowaniem.

$$\Delta u(k|k) = k_e e(k) - \sum_{j=1}^{D-1} \mathbf{k}_j^u \Delta u(k-j) \quad (3.11)$$

$$k_e = \sum_{i=1}^N k_{1,i} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{k}_j^u = \overline{\mathbf{K}}_1 \mathbf{M}_j^P, \quad j = 1, \dots, D-1 \quad (3.13)$$

3.3. Program

Aby uruchomić program należy zapisać odpowiedź skokową jako 'odp_skok.mat' w tym samym folderze co skrypt `zad3.m`. Następnie należy ustawić odpowiednie wartości dla zmiennych o nazwach `piddmc` (0 - pid, 1 - dmc) oraz ograniczenia (0 - wyłączone, 1 - włączone).

3.4. Implementacja

Implementacja funkcji wykorzystanych do wykonania zadania zawarte są w skrypcie `zad3.m`.

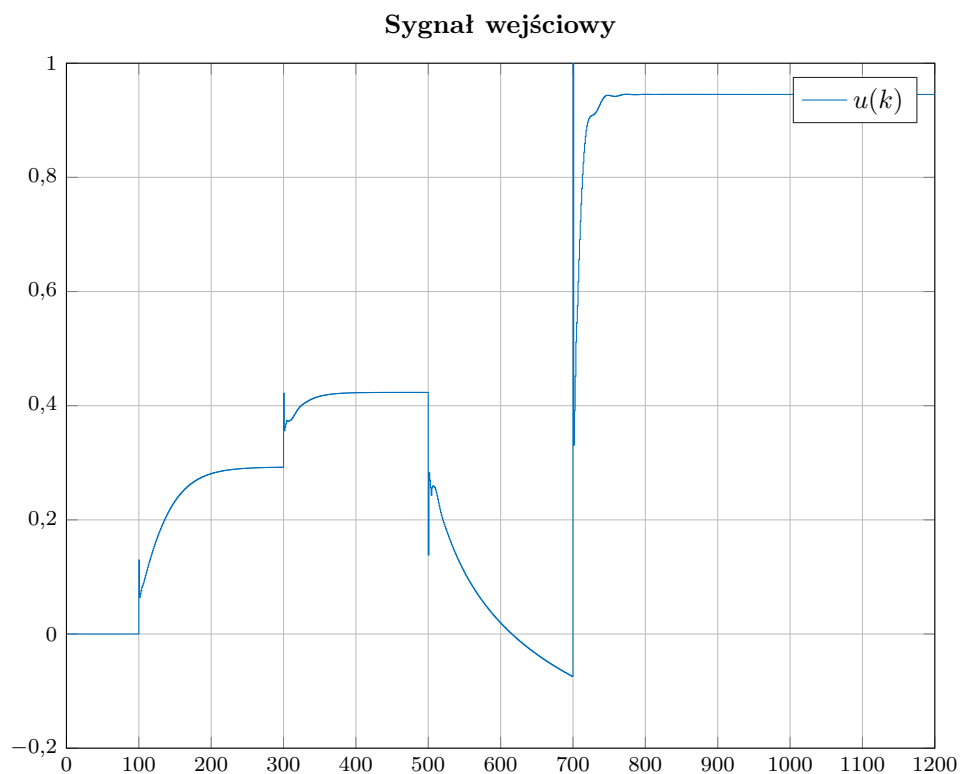
4. Dobór parametrów cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC

TODO: Wstawić przebiegi z strojenia PIDA i DMC.

Skoki:

$0 \rightarrow 0.5 \rightarrow 1 \rightarrow -0.1 \rightarrow 5$

4.1. Regulator PID



Rys. 4.1. Regulator PID - sygnał sterujący

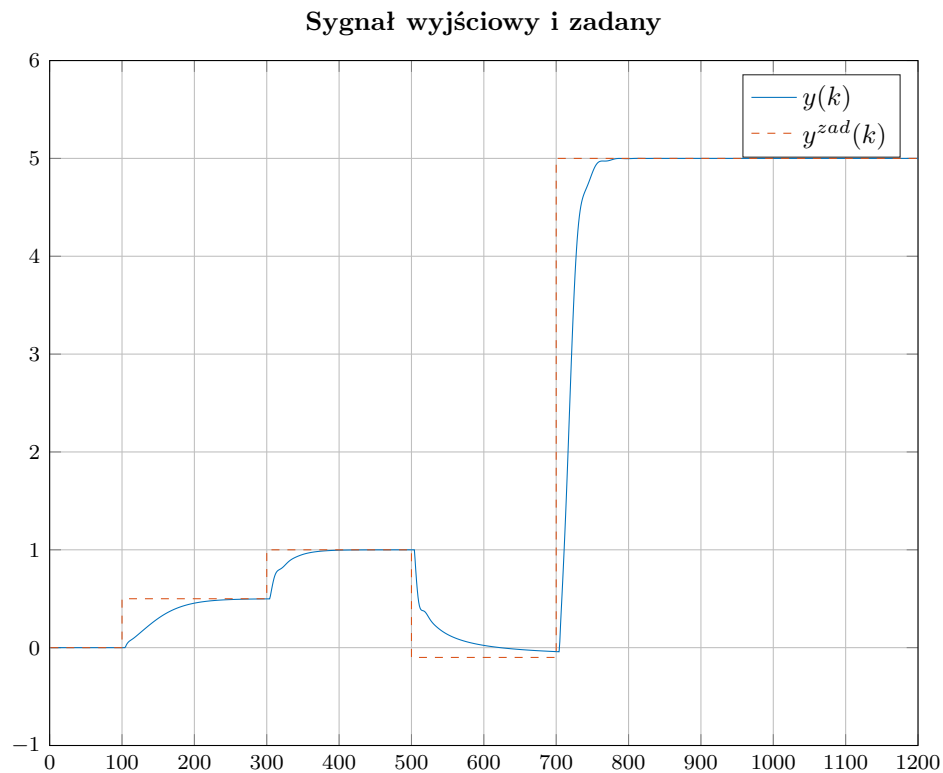
$K = 0.11$; $T_i = 4.6$; $T_d = 0.65$;

Error = 403.7229

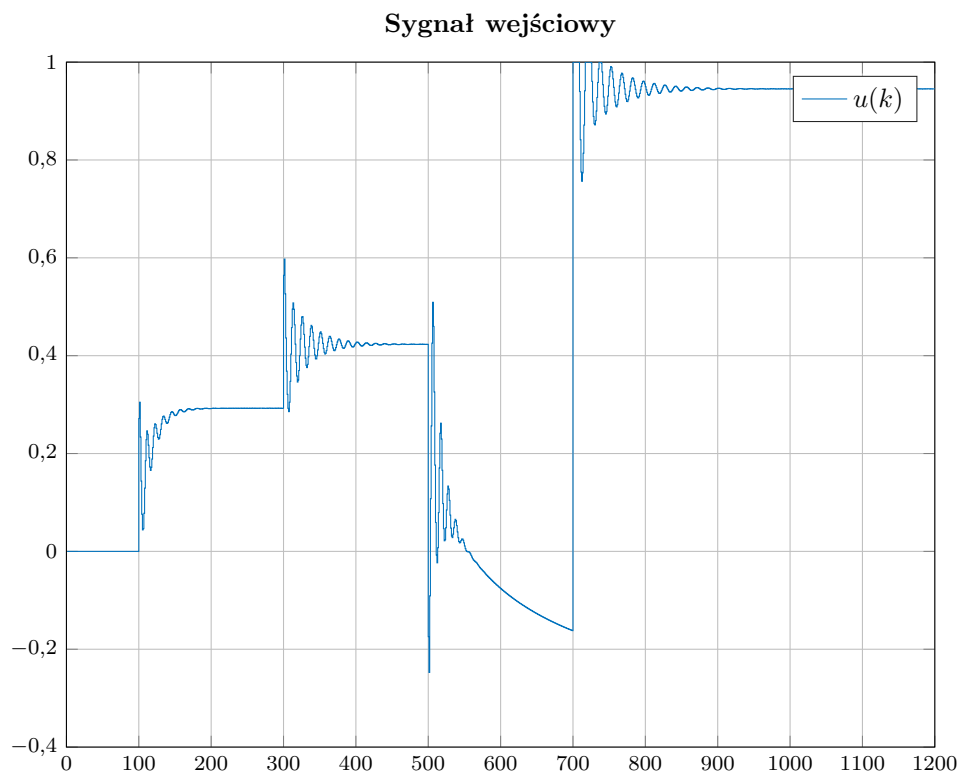
4.2. Regulator DMC

$D = 53$; $N = 20$; $N_u = 3$;

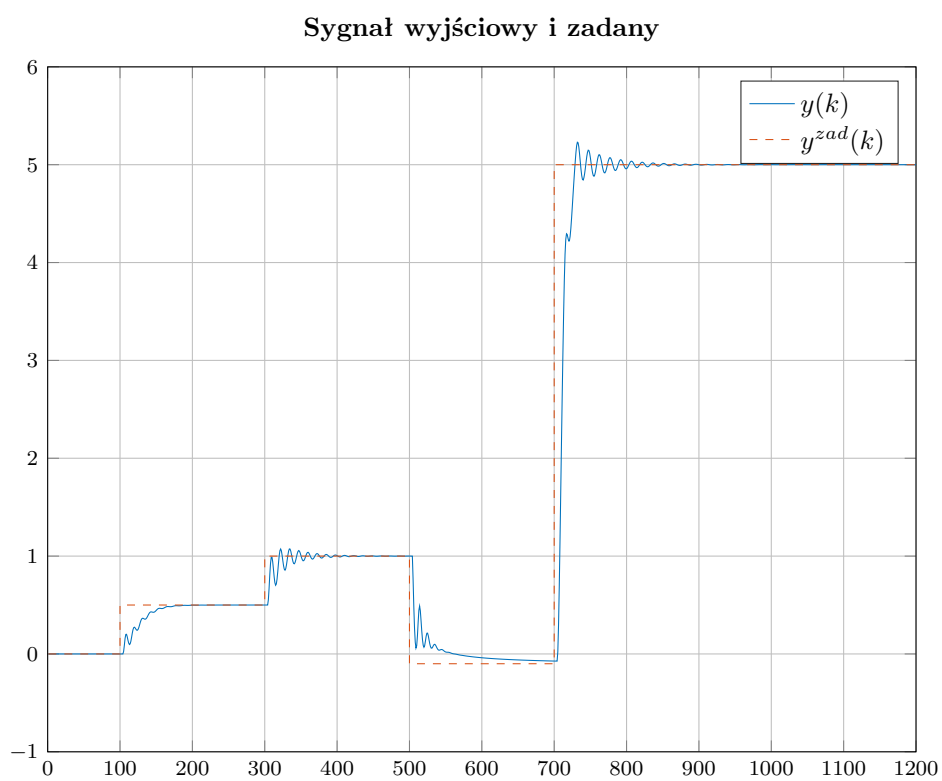
Error = 264.7306



Rys. 4.2. Regulator PID - sygnał wyjściowy i zadany



Rys. 4.3. Regulator DMC - sygnał sterujący



Rys. 4.4. Regulator DMC - sygnał wyjściowy i zadany

5. Rozmyty algorytm PID oraz DMC

6. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów PID

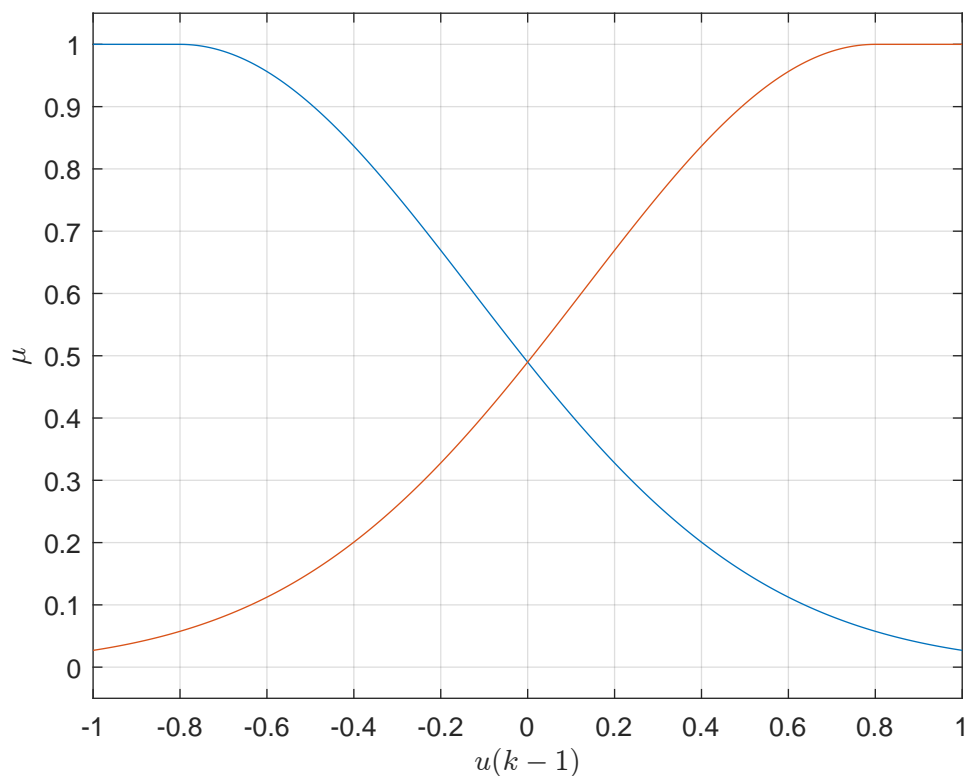
Przetestowaliśmy działanie rozmytego regulatora PID dla różnych funkcji przynależności: Gaussa, trójkątnych oraz trapezoidalnych. Ponadto dla każdej z tych grup funkcji przeprowadziliśmy eksperymenty dla różnej liczby regulatorów lokalnych $n_r = 2, 3, 4$. Lokalne regulatory PID stroiliśmy metodą inżynierską poprzez stopniowe dostrajanie odpowiednich członów.

6.1. Funkcje przynależności Gaussa

Na początku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 6.1. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.2 oraz 6.3. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 1,4152 \cdot 10^3$.

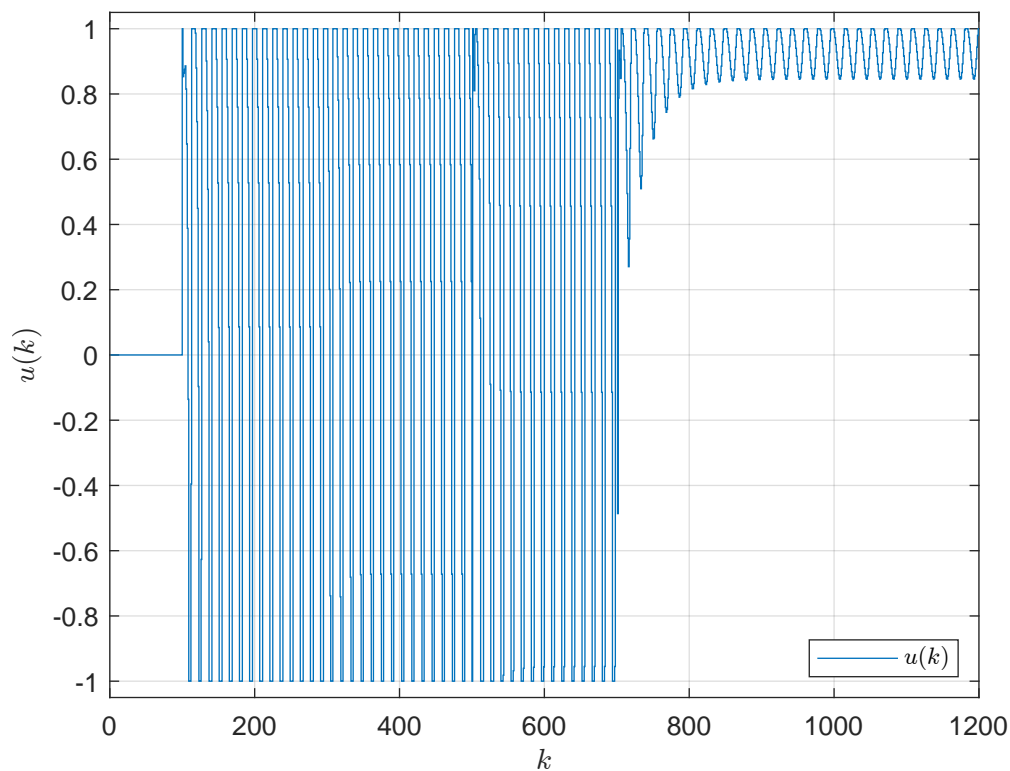
W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Funkcje przynależności są widoczne na rys. 6.4. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.5 oraz 6.6. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 354,5834$.

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Funkcje przynależności są widoczne na rys. 6.7. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.8 oraz 6.9. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 355,1969$. Porównując wartości wskaźnika E można zauważyć, że zwiększenie liczby regulatorów lokalnych nie wpłynęło w istotny sposób na jakość regulacji. W obu przypadkach wartość zadana jest osiągnięta dla różnych punktów pracy.

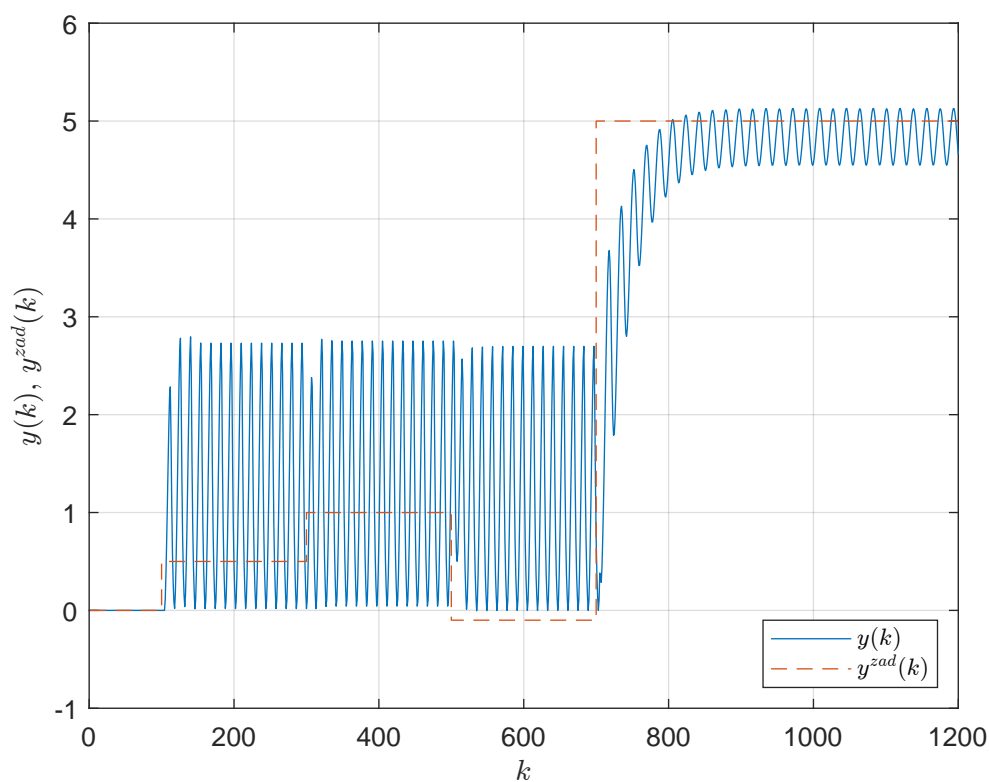


Rys. 6.1. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

Zwiększenie n_r do wartości 4 pozwoliło na całkowitą eliminację przeregulowania, ale nawet dla mniejszych wartości było ono bardzo niewielkie.



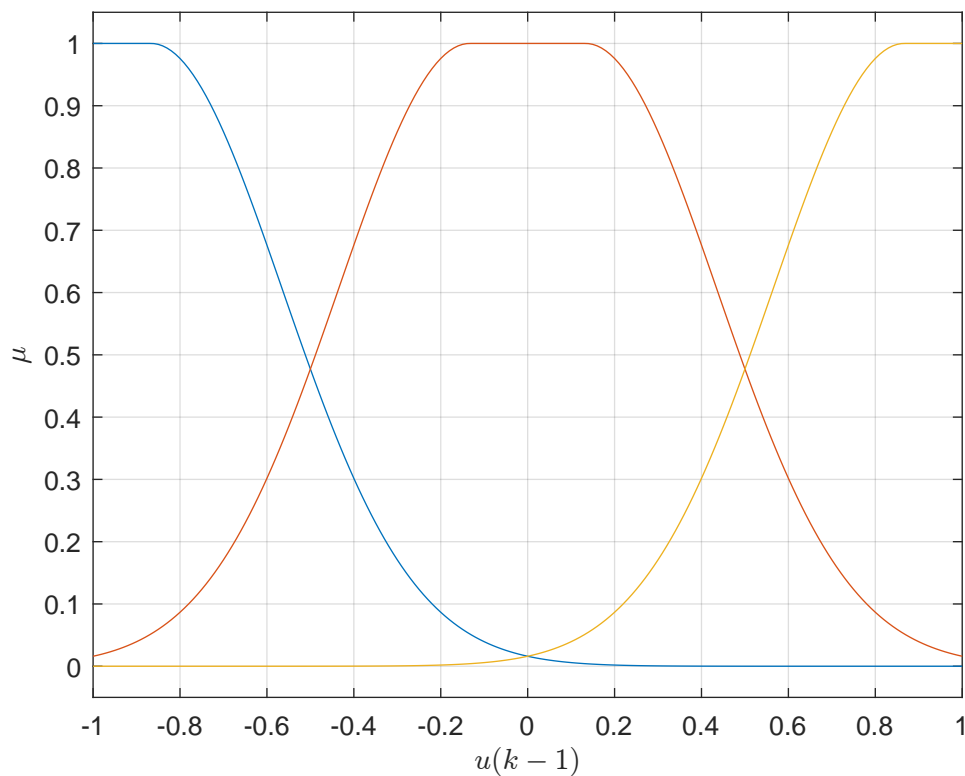
Rys. 6.2. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący



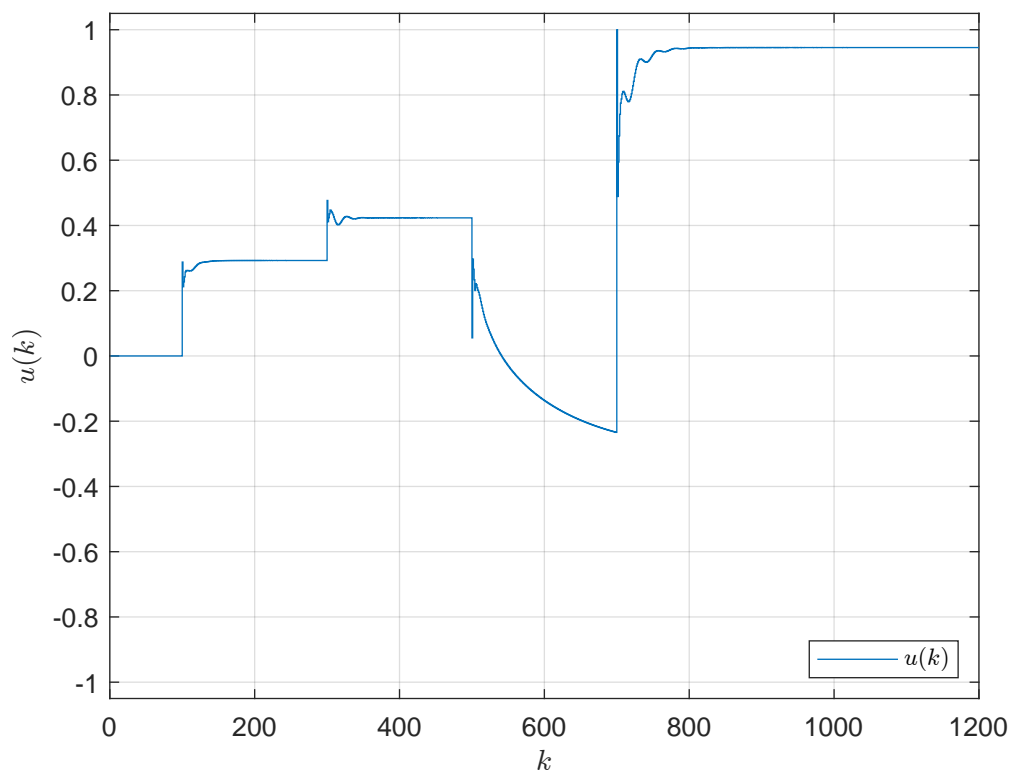
Rys. 6.3. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

6.2. Funkcje przynależności trójkątne

Na początku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 6.10. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.11 oraz 6.12. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 6,2368 \cdot 10^{33}$.

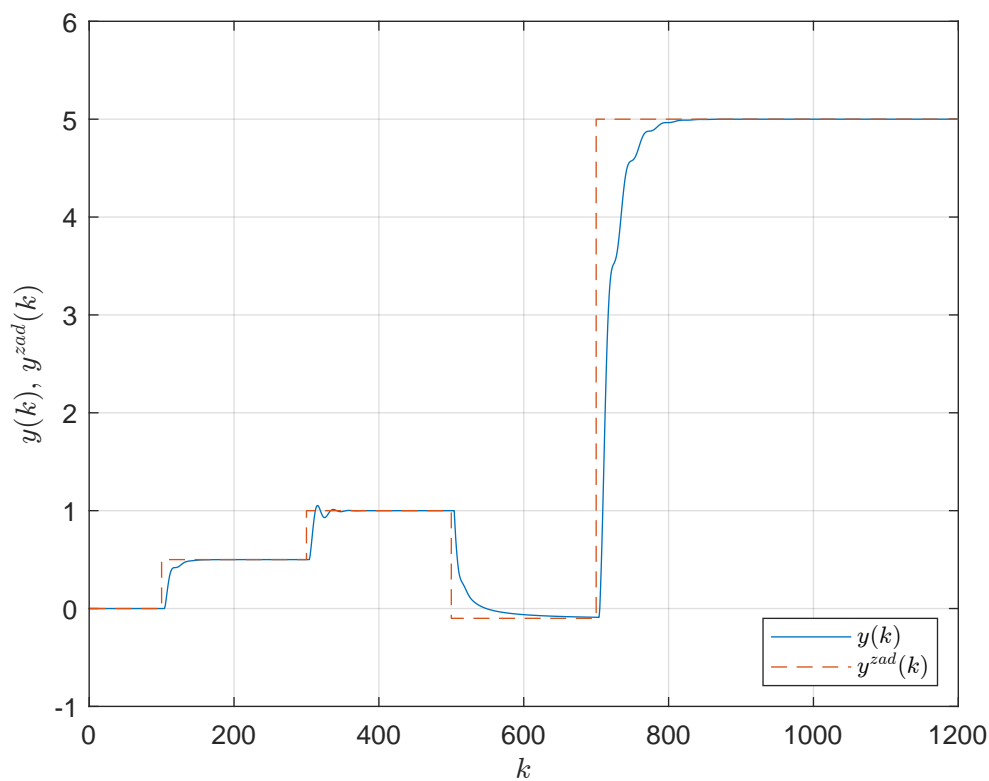


Rys. 6.4. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

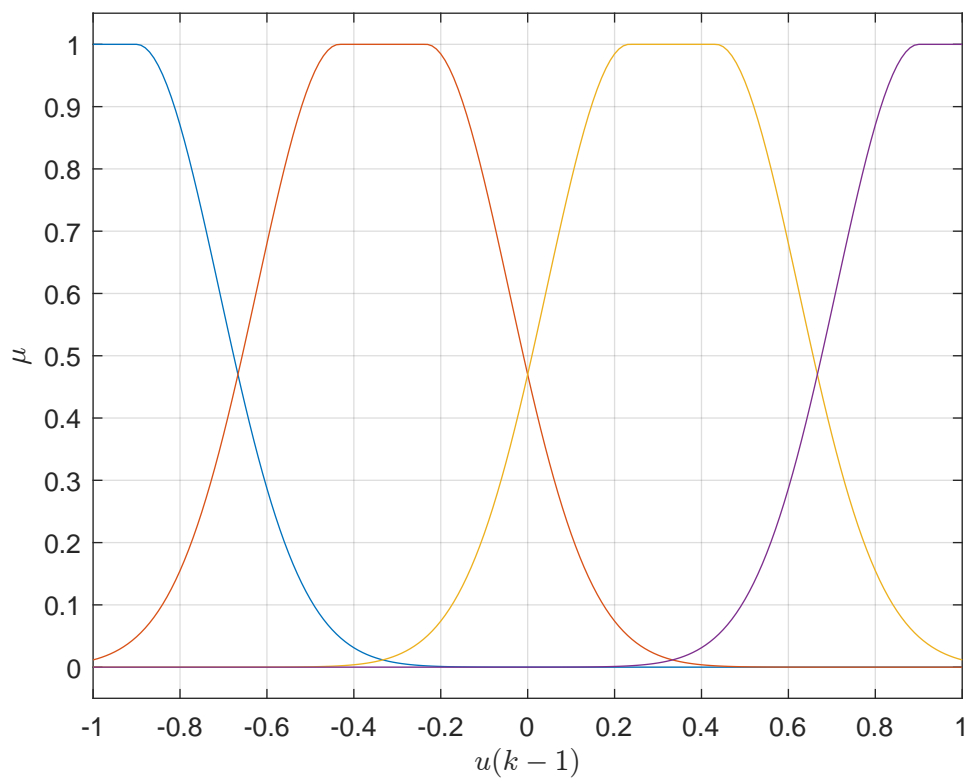


Rys. 6.5. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Funkcje przyna-



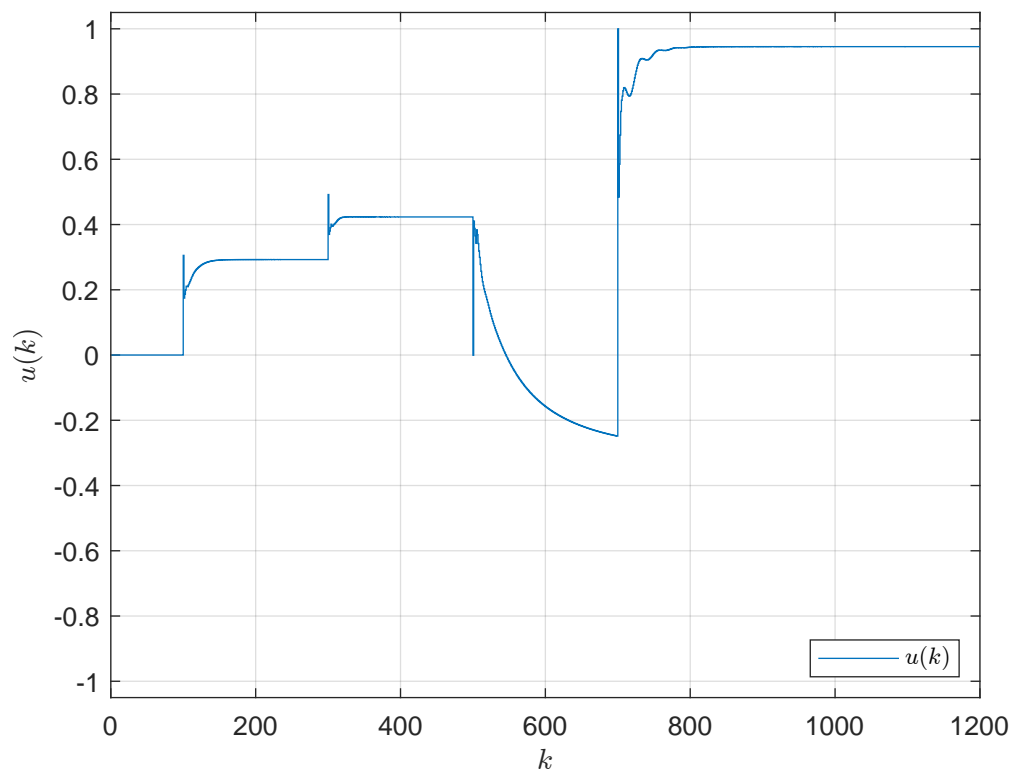
Rys. 6.6. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany



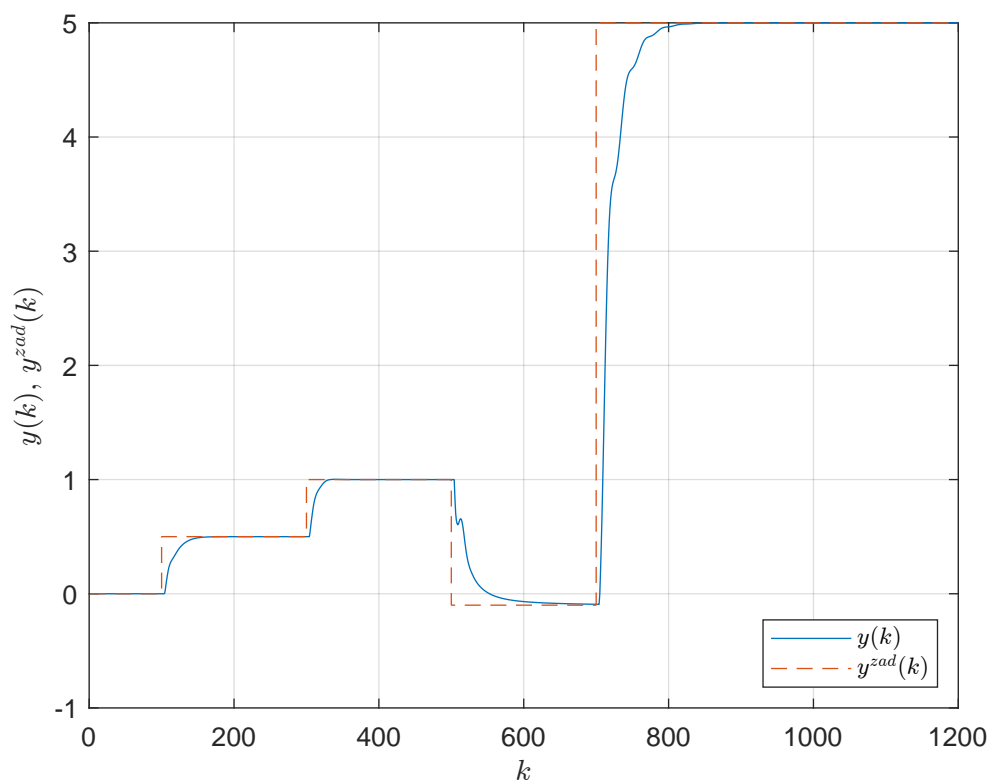
Rys. 6.7. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

leżności są widoczne na rys. 6.13. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.14 oraz 6.15. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 330,9839$.

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Funkcje przynależności są widoczne na

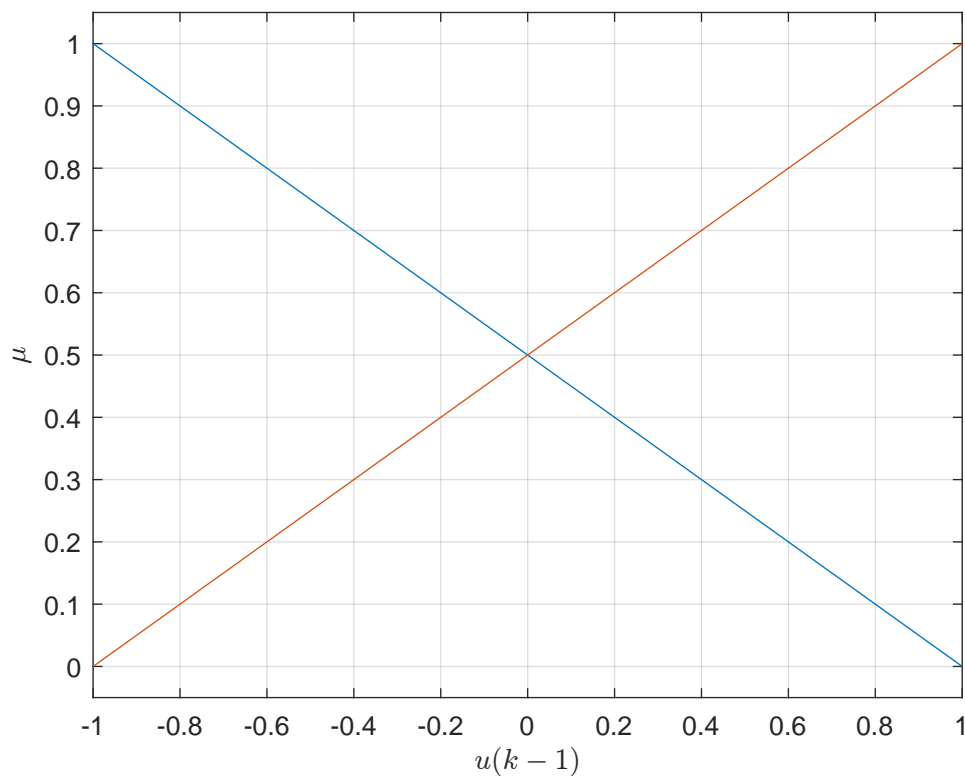


Rys. 6.8. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

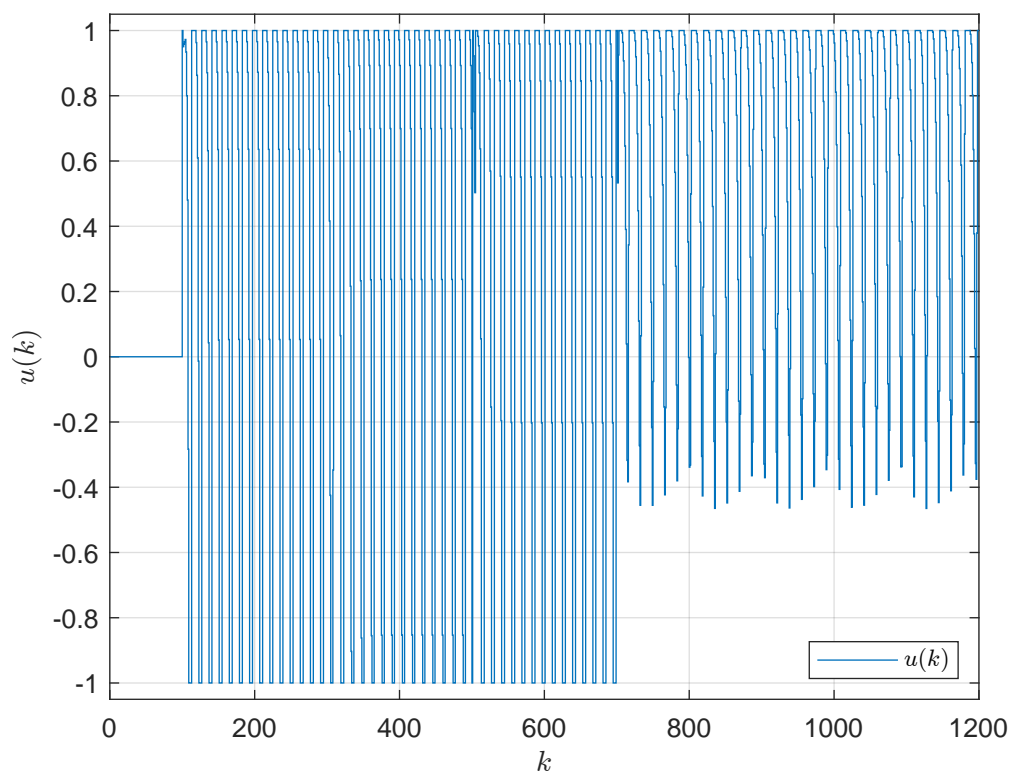


Rys. 6.9. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

rys. 6.16. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.17 oraz 6.18. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 339,2637$. Porównując wartości wskaźnika E można zauważyć, że zwiększenie liczby regulatorów lokalnych wpłynęło na nieznaczne pogorszenie jakości

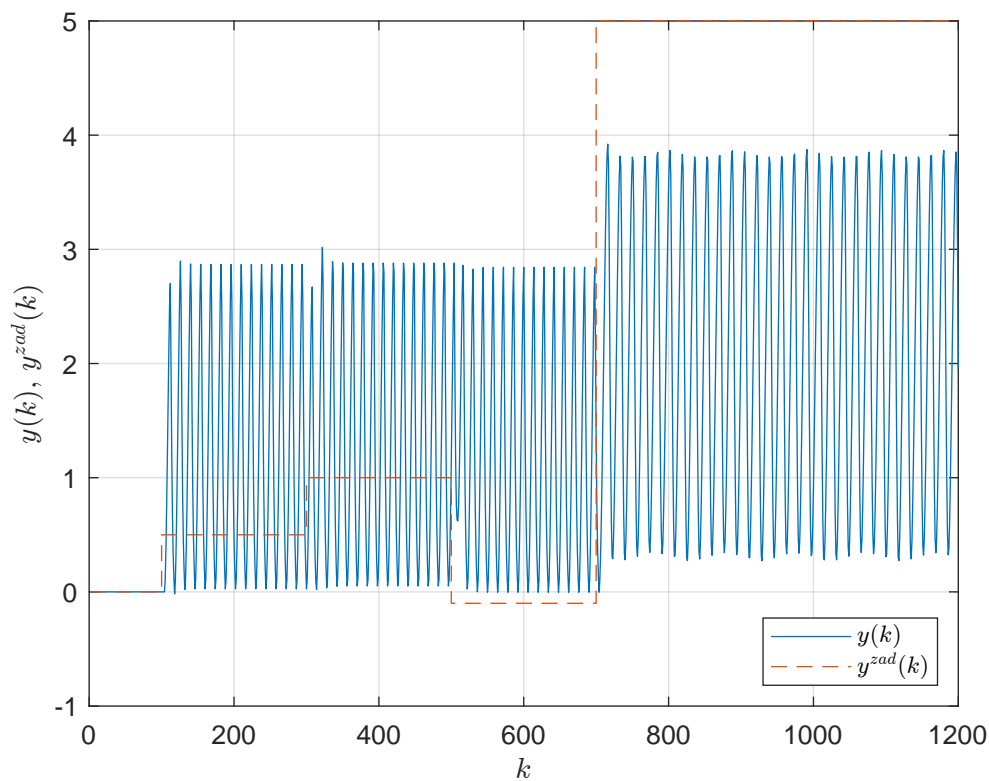


Rys. 6.10. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

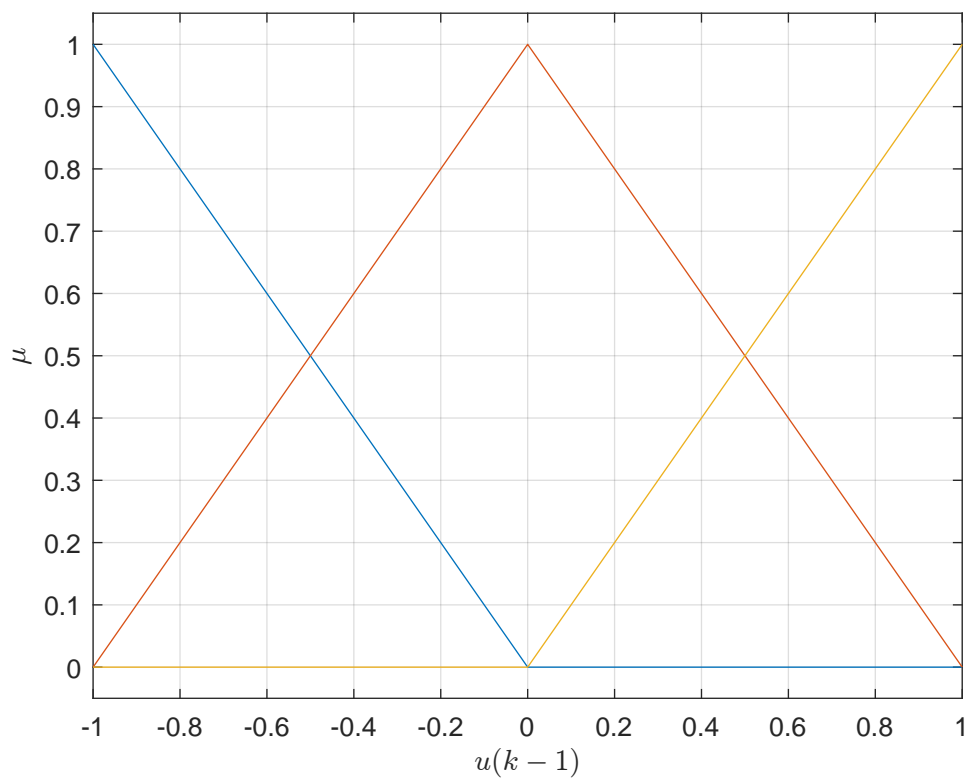


Rys. 6.11. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

regulacji. W obu przypadkach wartość zadana jest osiągana dla różnych punktów pracy i nie

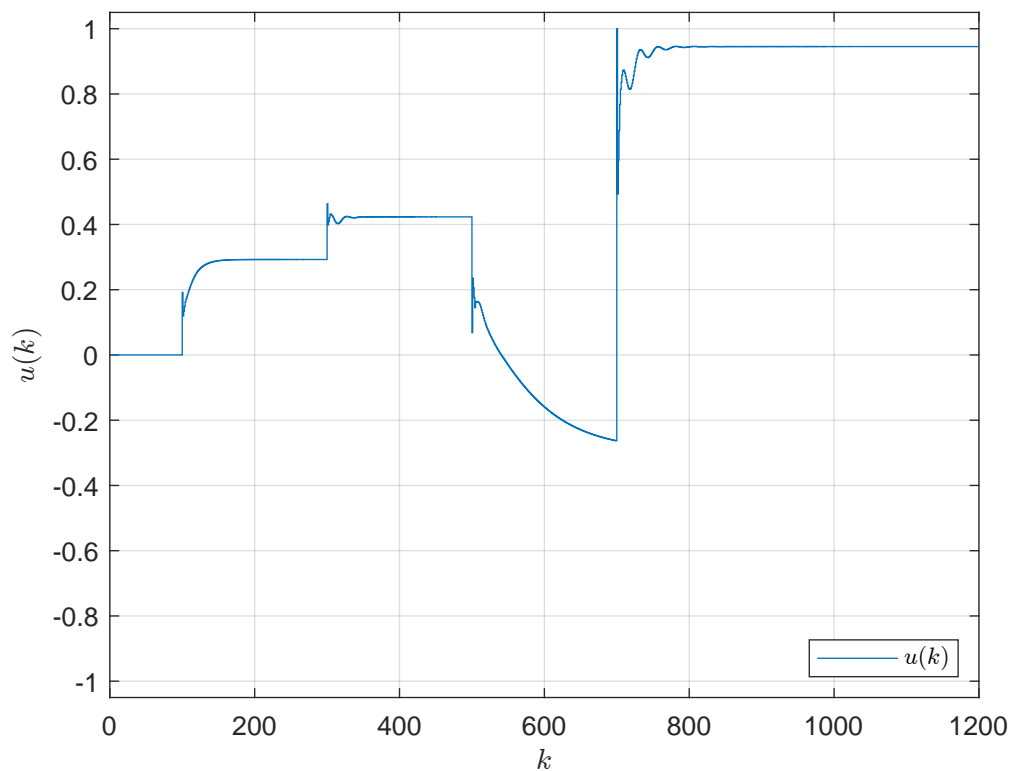


Rys. 6.12. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

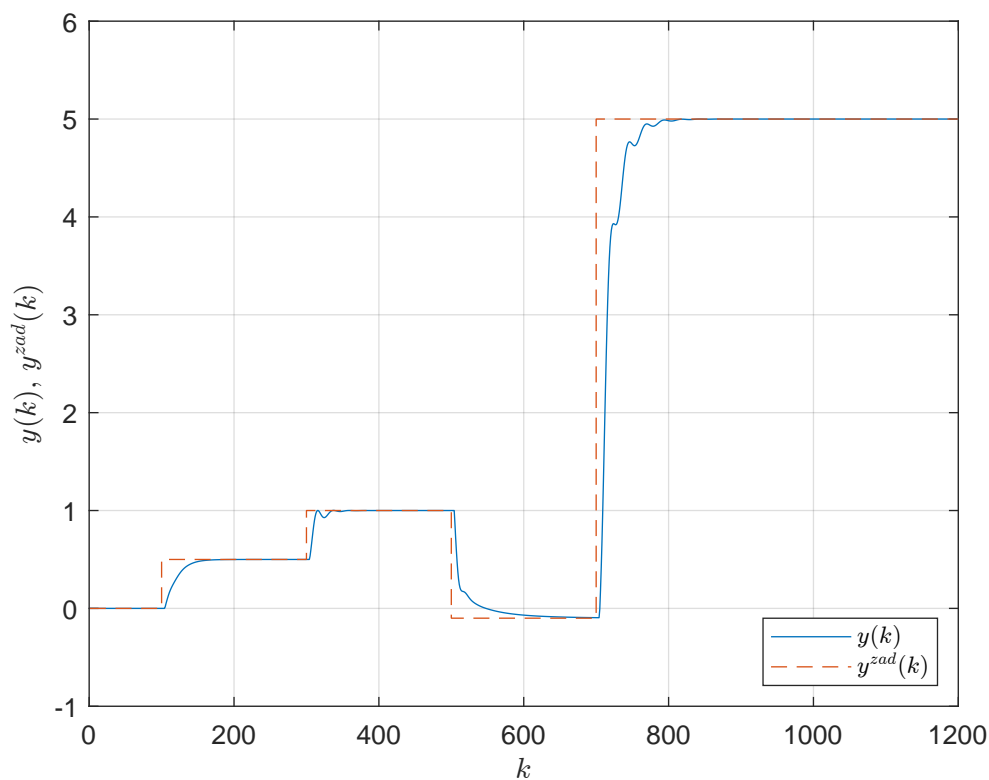


Rys. 6.13. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

występuje przeregulowanie. Można także zaobserwować, że większa wartość n_r powoduje szybsze działanie całego systemu.



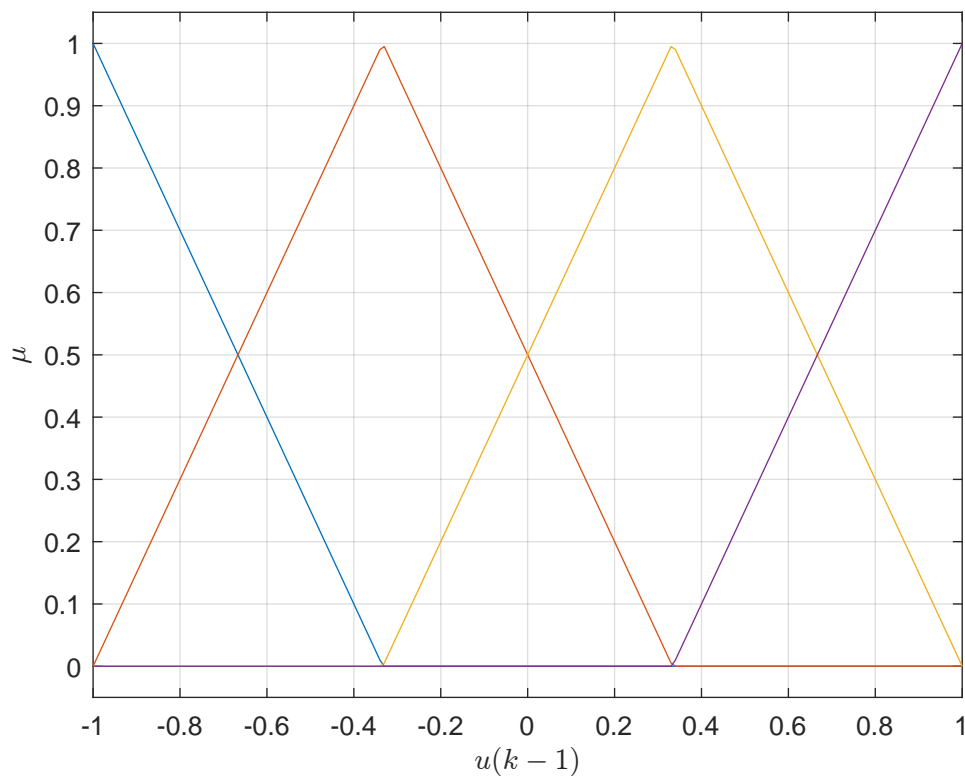
Rys. 6.14. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący



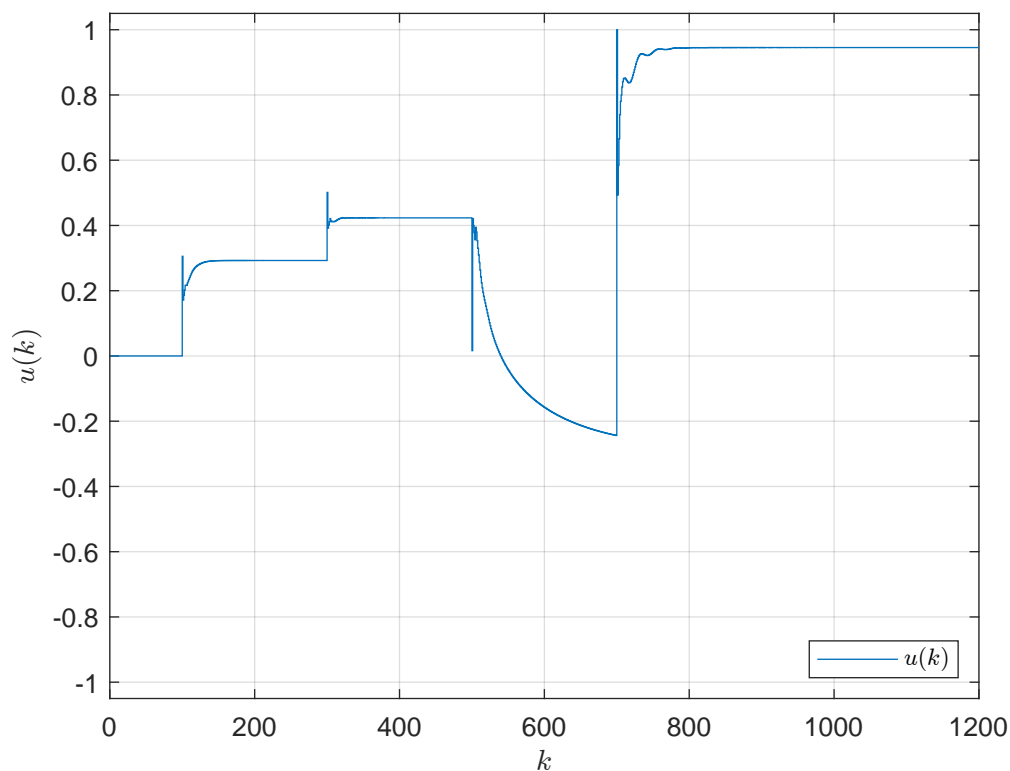
Rys. 6.15. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

6.3. Funkcje przynależności trapezoidalne

Na początku sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 2$. Odpowiadające tej sytuacji funkcje przynależności przedstawiono na rys. 6.19. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.20 oraz 6.21. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 2,0152 \cdot 10^3$.

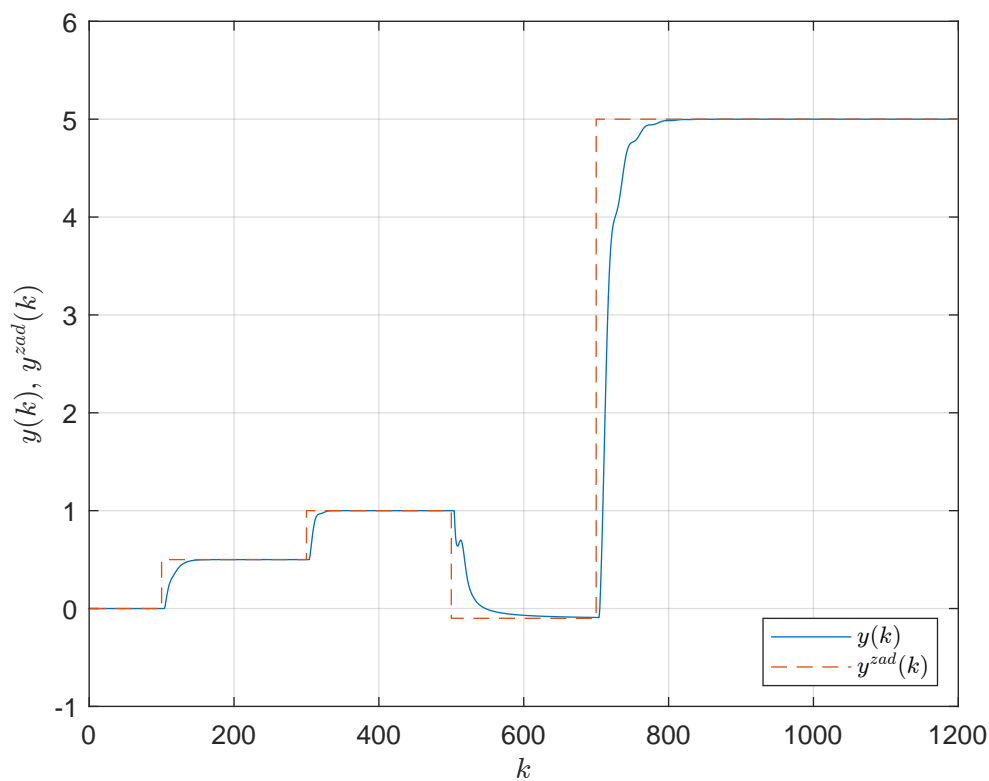


Rys. 6.16. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

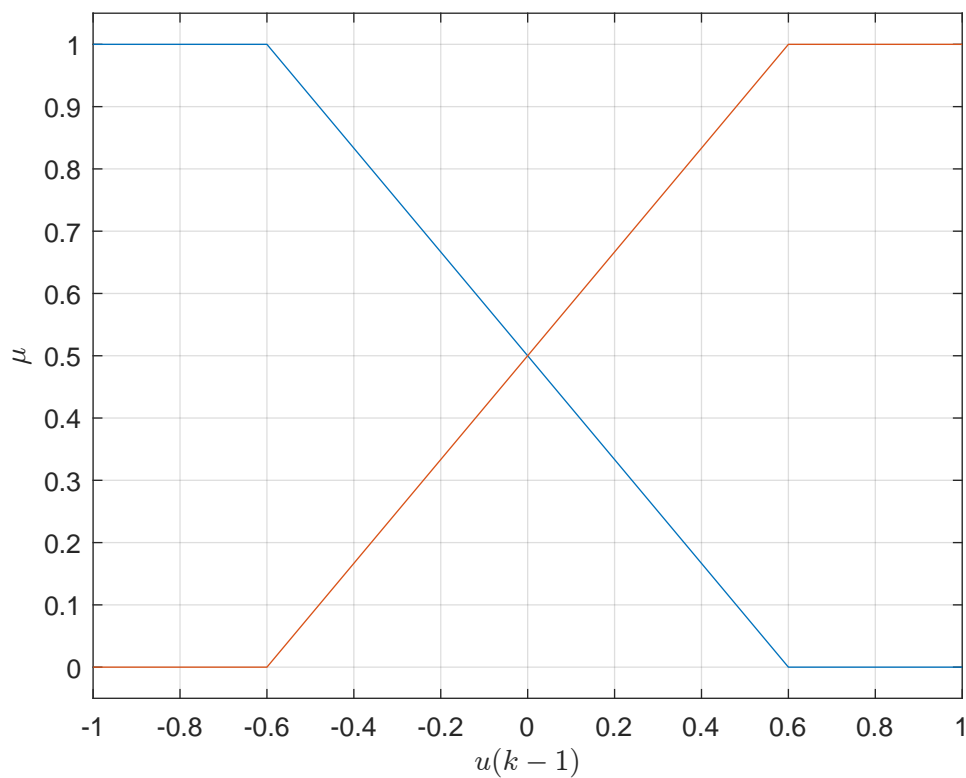


Rys. 6.17. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

W kolejnym kroku zwiększyliśmy liczbę regulatorów lokalnych do $n_r = 3$. Funkcje przyna-



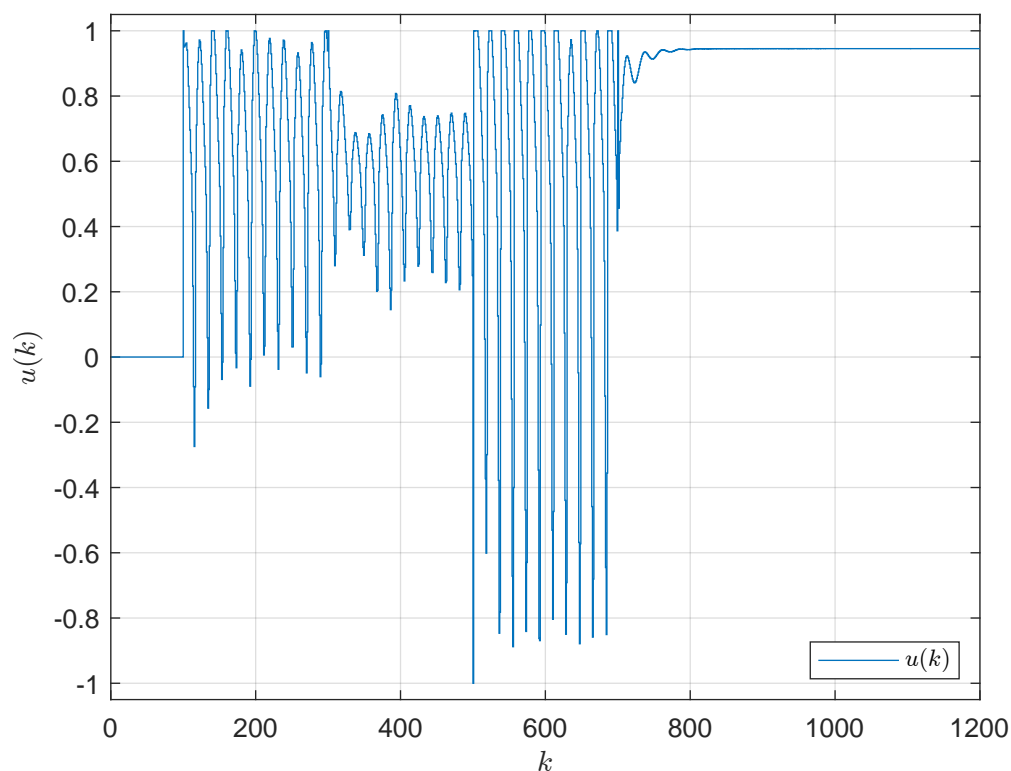
Rys. 6.18. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany



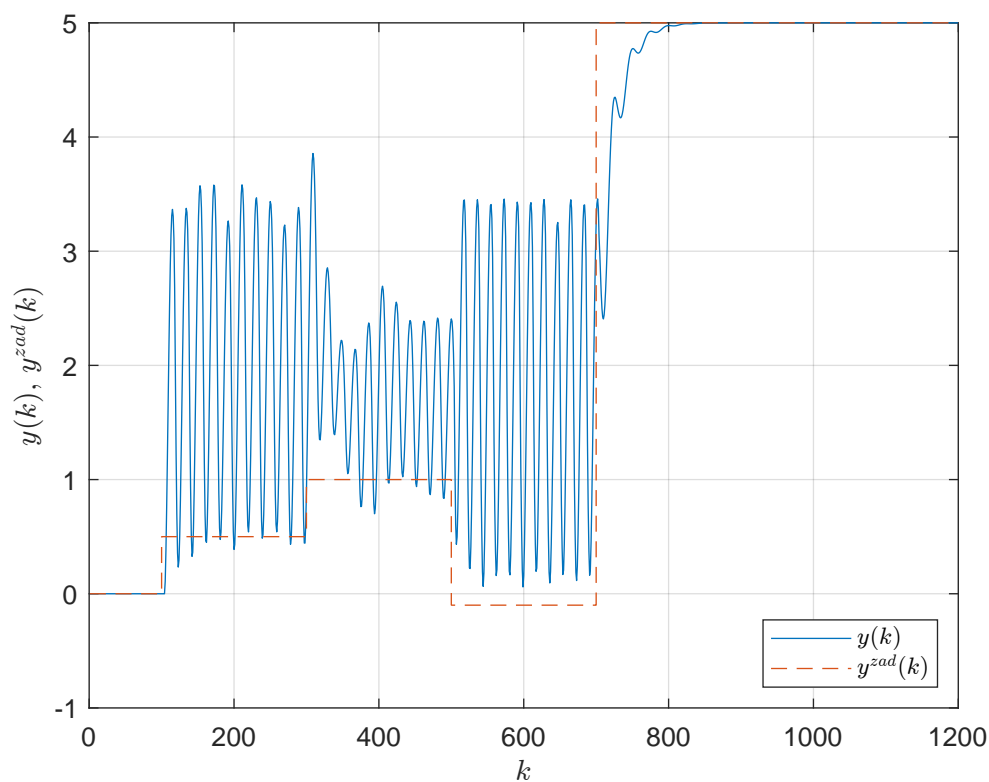
Rys. 6.19. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

leżności są widoczne na rys. 6.22. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.23 oraz 6.24. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 385,6358$.

Następnie sprawdziliśmy działanie układu dla $n_r = 4$. Funkcje przynależności są widoczne na

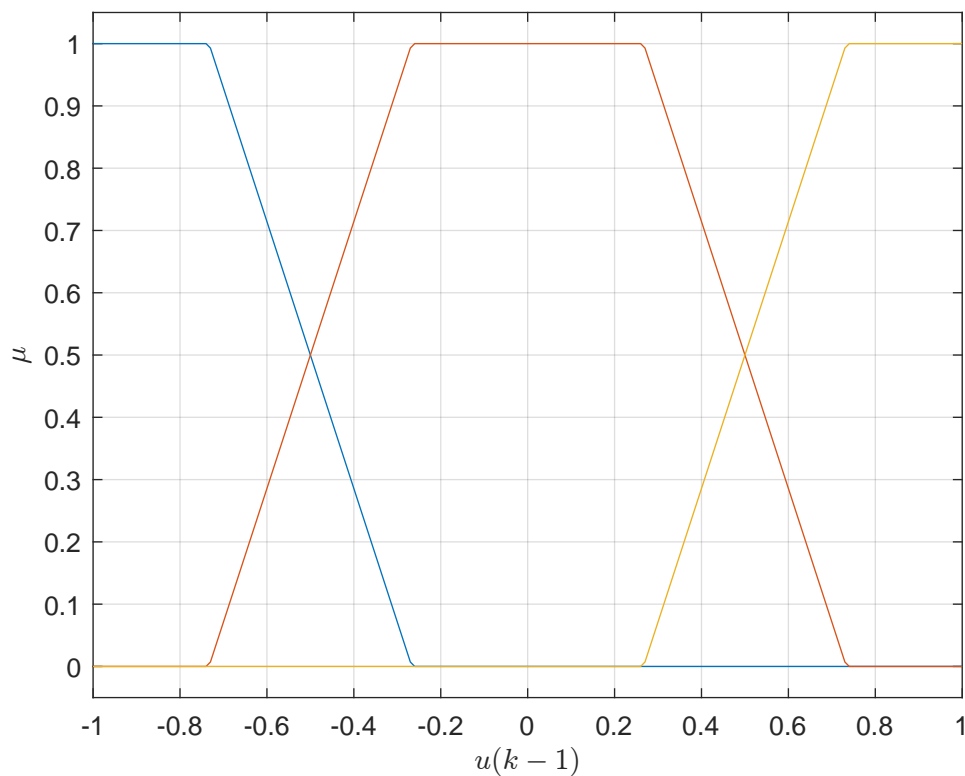


Rys. 6.20. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

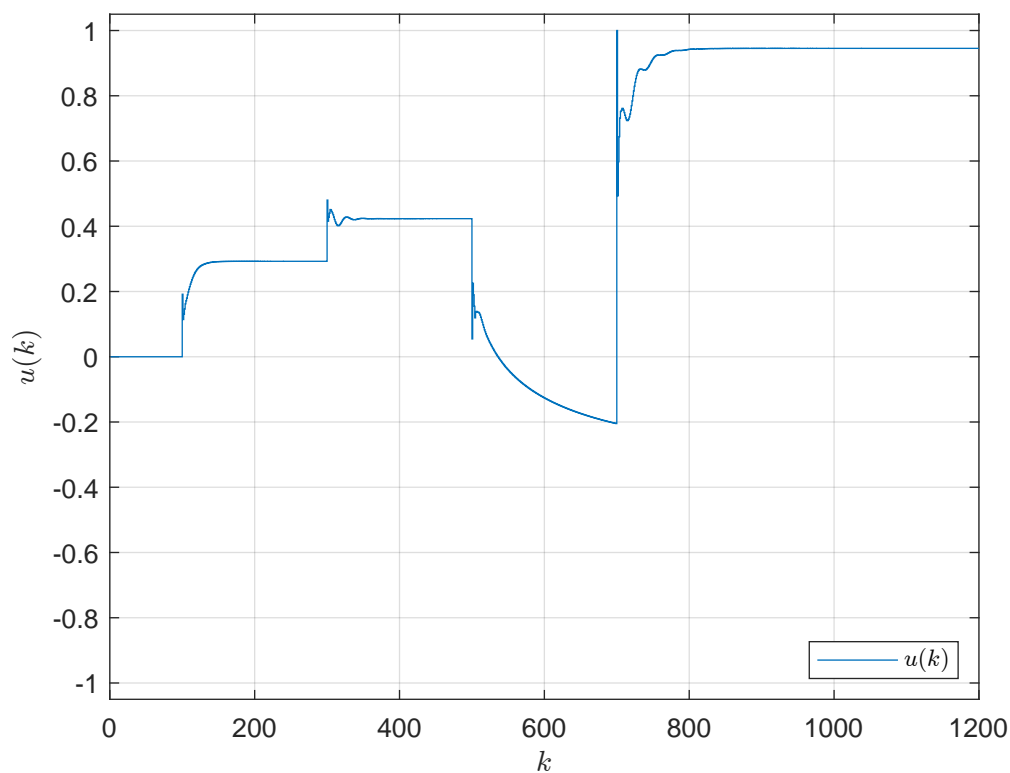


Rys. 6.21. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

rys. 6.25. Wyniki symulacji są przedstawione na rysunkach 6.26 oraz 6.27. Otrzymana wartość wskaźnika jakości regulacji wynosi $E = 368,7729$. Porównując wartości wskaźnika E można zauważyć, że zwiększenie liczby regulatorów lokalnych wpłynęło na poprawę jakości regulacji.



Rys. 6.22. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

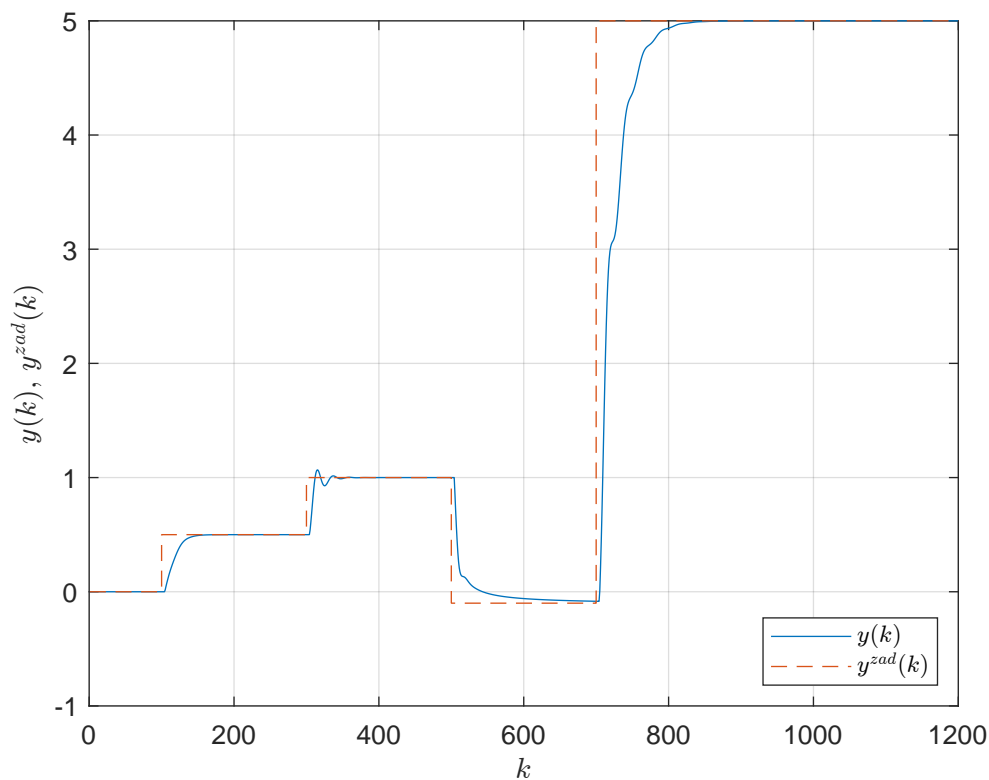


Rys. 6.23. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

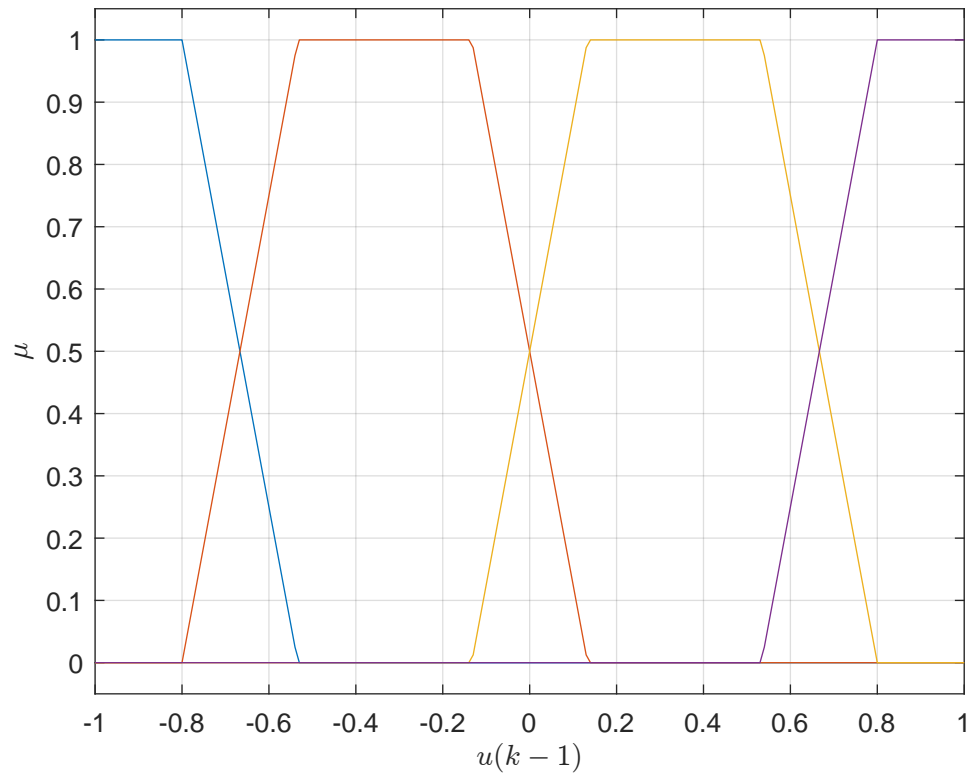
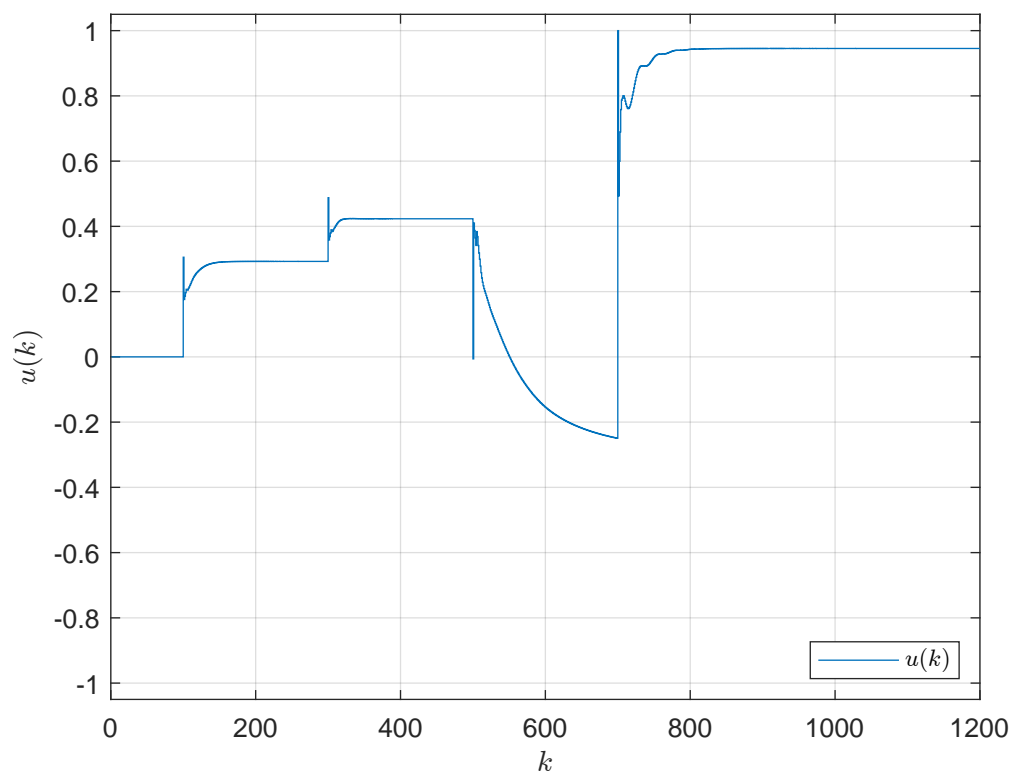
W obu przypadkach wartość zadana jest osiągana dla różnych punktów pracy. Zwiększenie n_r do wartości 4 pozwoliło na całkowitą eliminację przeregulowania, ale nawet dla mniejszych wartości było ono bardzo niewielkie. Można także zaobserwować, że większa wartość n_r powoduje szybsze działanie całego systemu.

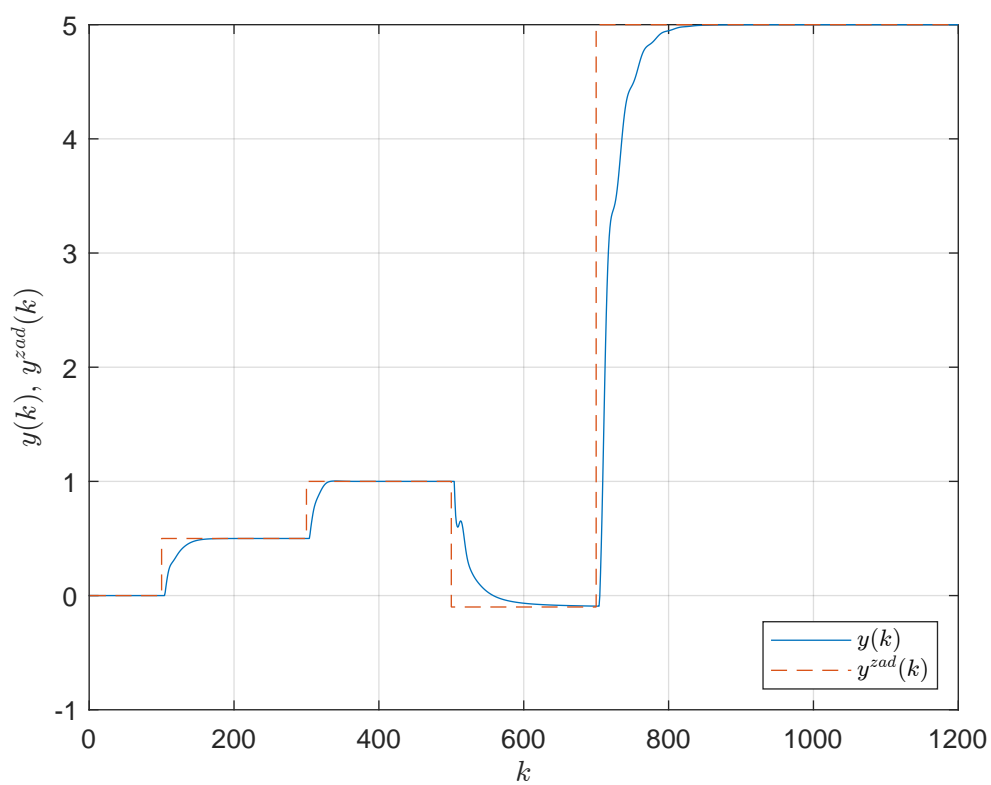
6.4. Wnioski

Pod względem wskaźnika jakości najlepszą regulację zapewniły regulatory, dla których funkcje przynależności miały kształty trójkątne. Porównując regulatory na podstawie samych tylko przebiegów sygnału sterującego oraz wyjściowego, ciężko było by jednoznacznie wskazać, które rozwiązanie jest najlepsze. Po odpowiednim dostrojeniu regulatorów lokalnych wszystkie układy działały satysfakcjonująco - wartości zadane były osiągane, przeregulowanie, jeśli występowało, było niewielkie i układ działał szybko. Największym problemem przy implementacji rozmytych regulatorów PID jest konieczność dostrojenia każdego regulatora lokalnego. Wraz ze wzrostem liczby używanych funkcji przynależności, wzrasta również liczba regulatorów PID, które trzeba skalibrować. Dlatego często stosuje się rozmyte regulatory DMC, których w zasadzie nie trzeba stroić, a jedynie wystarczy zebrać lokalne odpowiedzi skokowe.



Rys. 6.24. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

Rys. 6.25. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$ Rys. 6.26. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

Rys. 6.27. Regulator rozmyty PID dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

7. Regulacja za pomocą rozmytych regulatorów DMC

Przetestowaliśmy działanie rozmytego regulatora DMC dla różnych funkcji przynależności: Gaussa, trójkątnych oraz trapezoidalnych. Ponadto dla każdej z tych grup funkcji przeprowadziliśmy eksperymenty dla różnej liczby regulatorów lokalnych $n_r = 2, 3, 4$.

7.1. Funkcje przynależności Gaussa

Nr = 2 Error = 261.3388

Nr = 3 Error = 270.7911

Nr = 4 Error = 292.7912

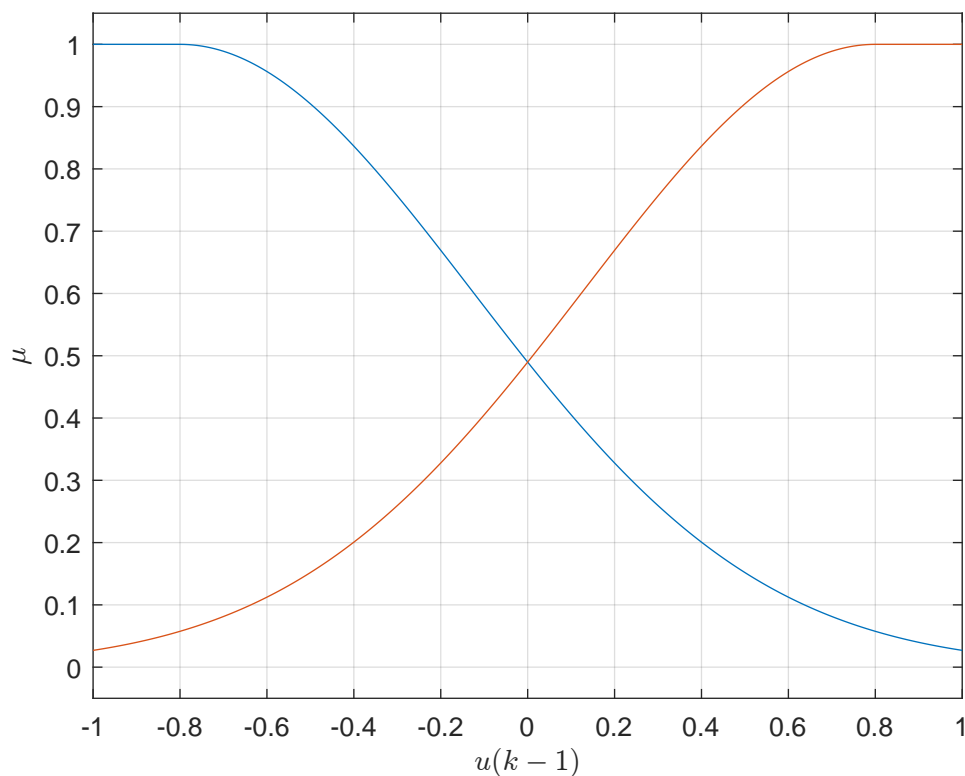
Nr=5 Error=313.5469

7.2. Funkcje przynależności trójkątne

Nr = 2 Error = 262.6995

Nr = 3 Error = 271.5334

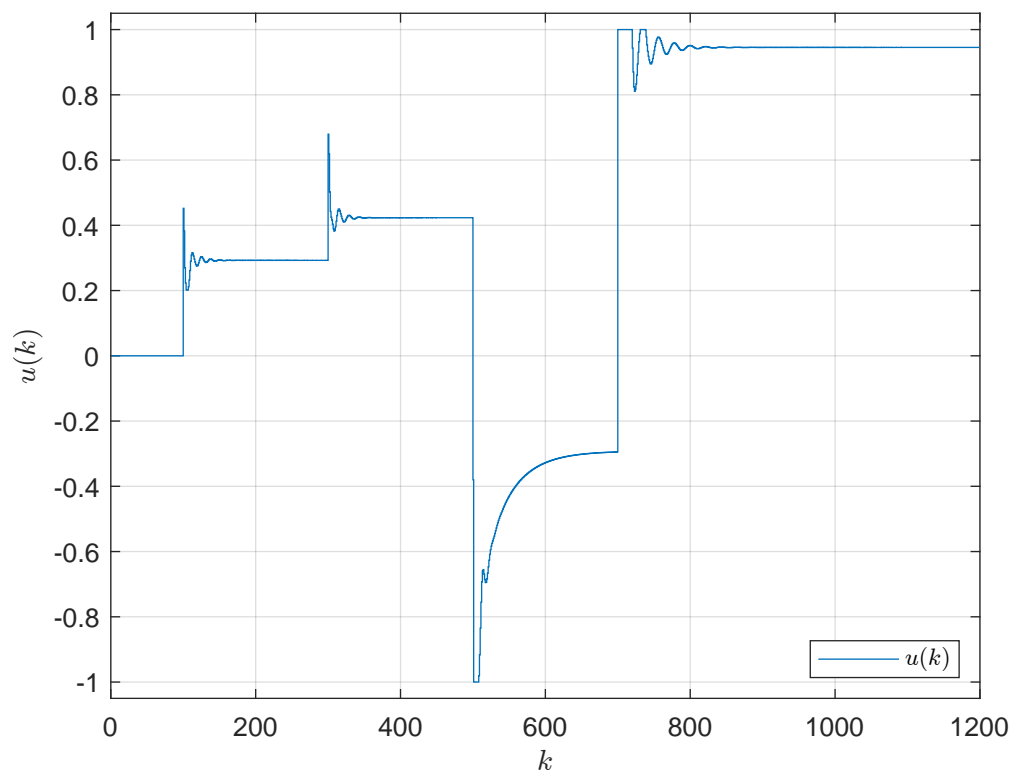
Nr = 4 Error = 294.6215



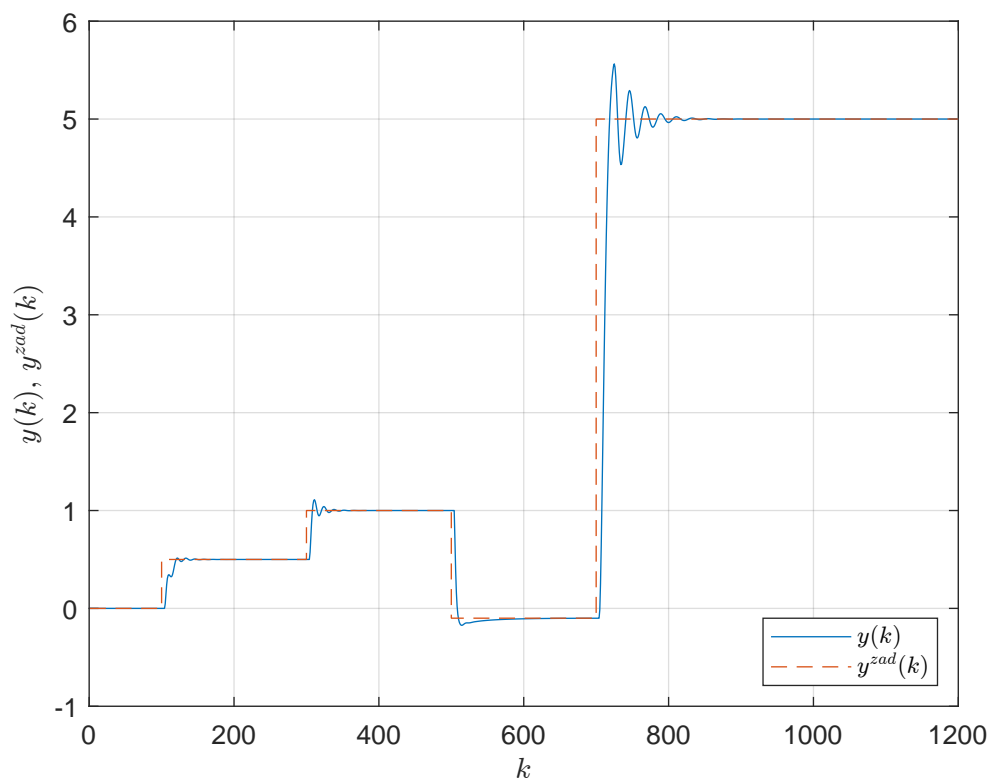
Rys. 7.1. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

7.3. Funkcje przynależności trapezoidalne

Nr = 2 Error = 260.8879



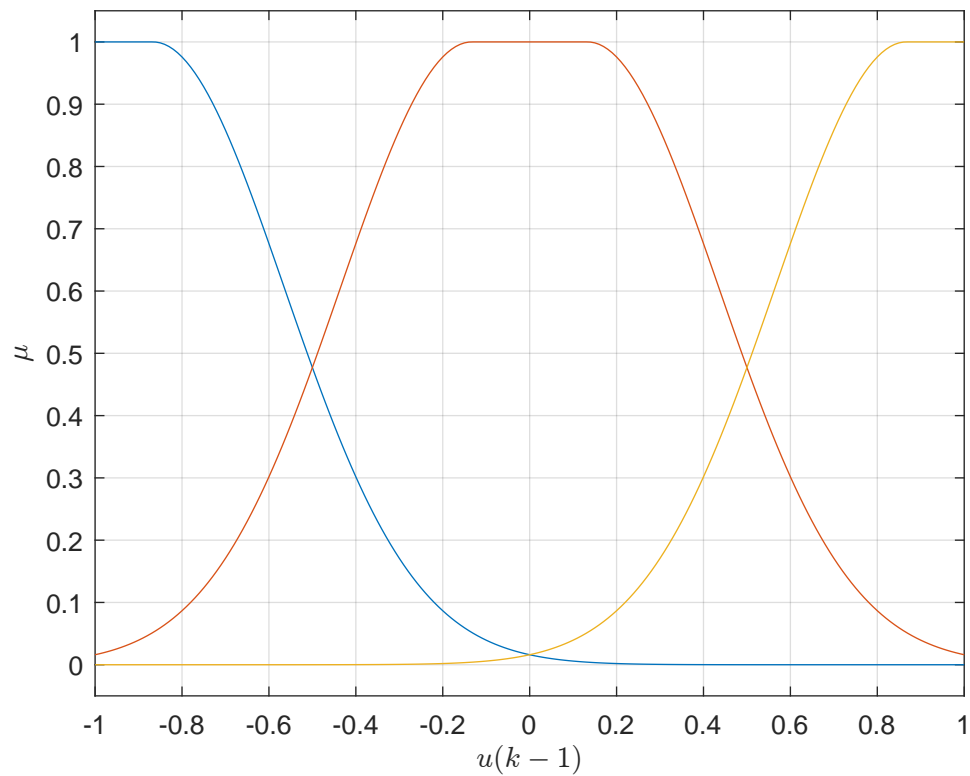
Rys. 7.2. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący



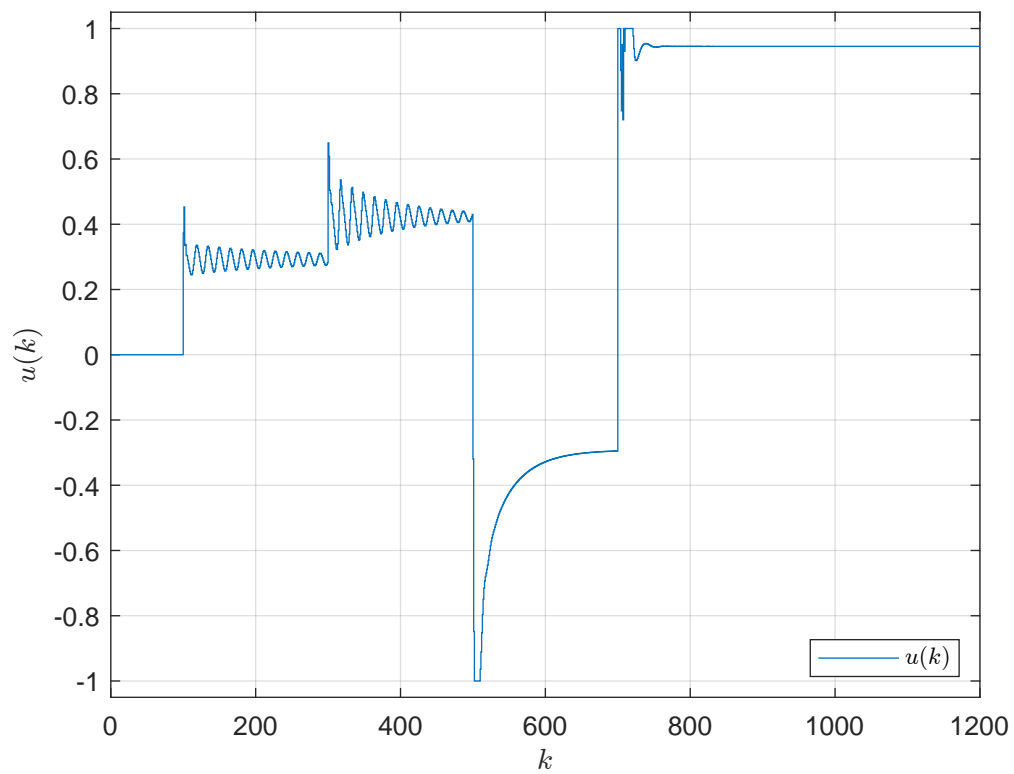
Rys. 7.3. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

Nr = 3 Error = 286.2821

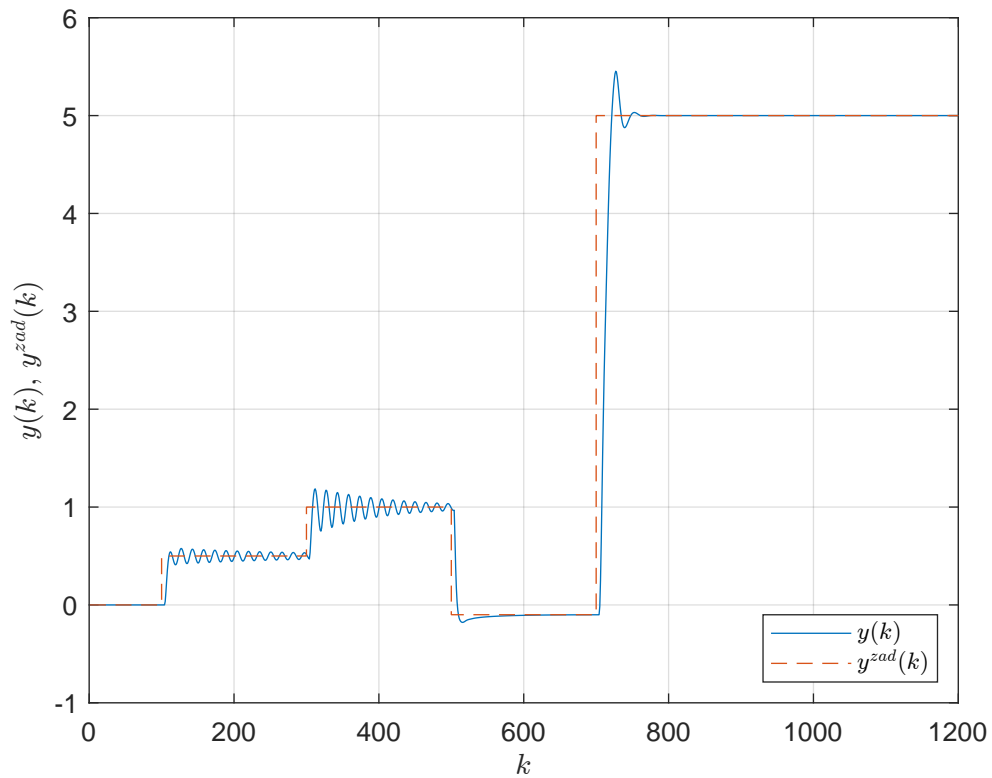
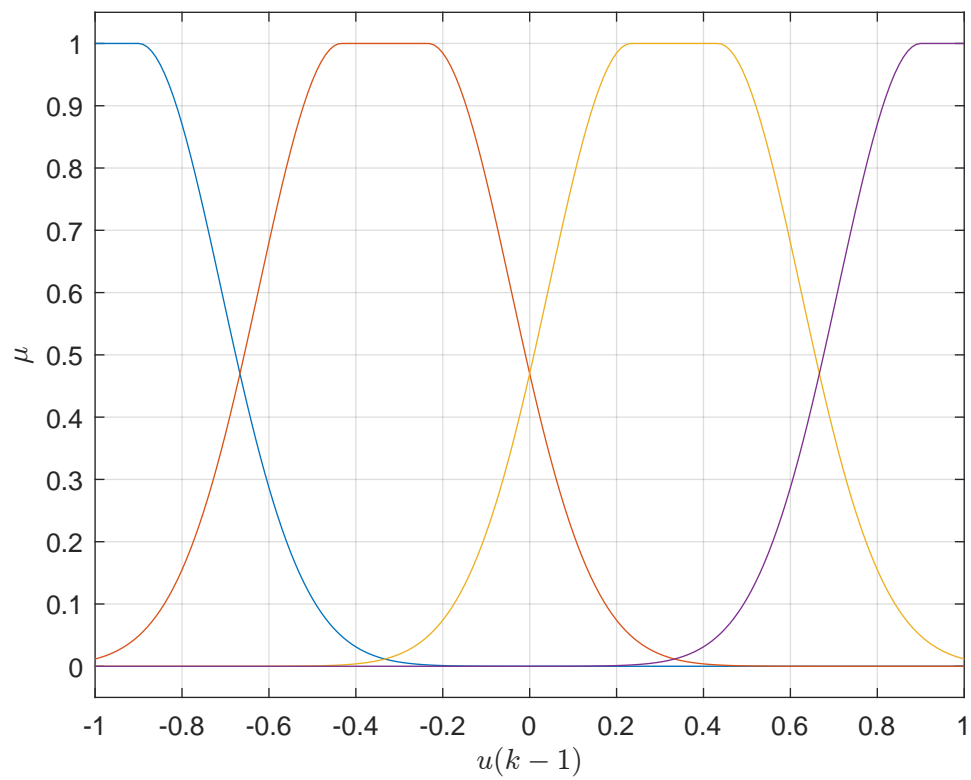
Nr = 4 Error = 295.0414

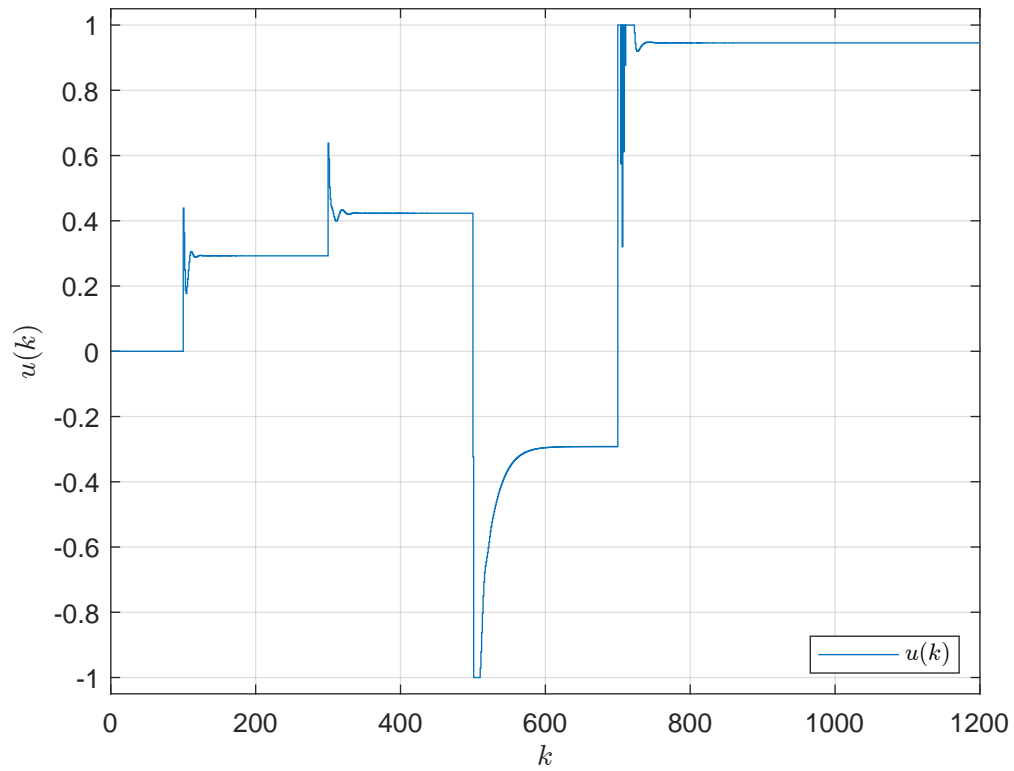
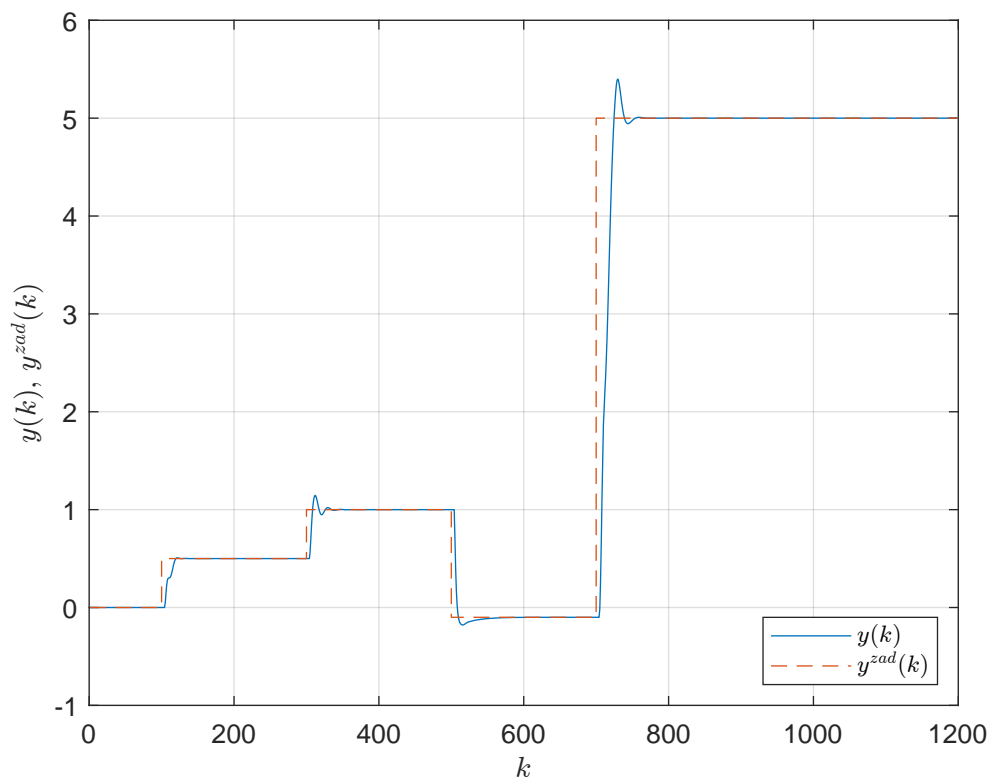


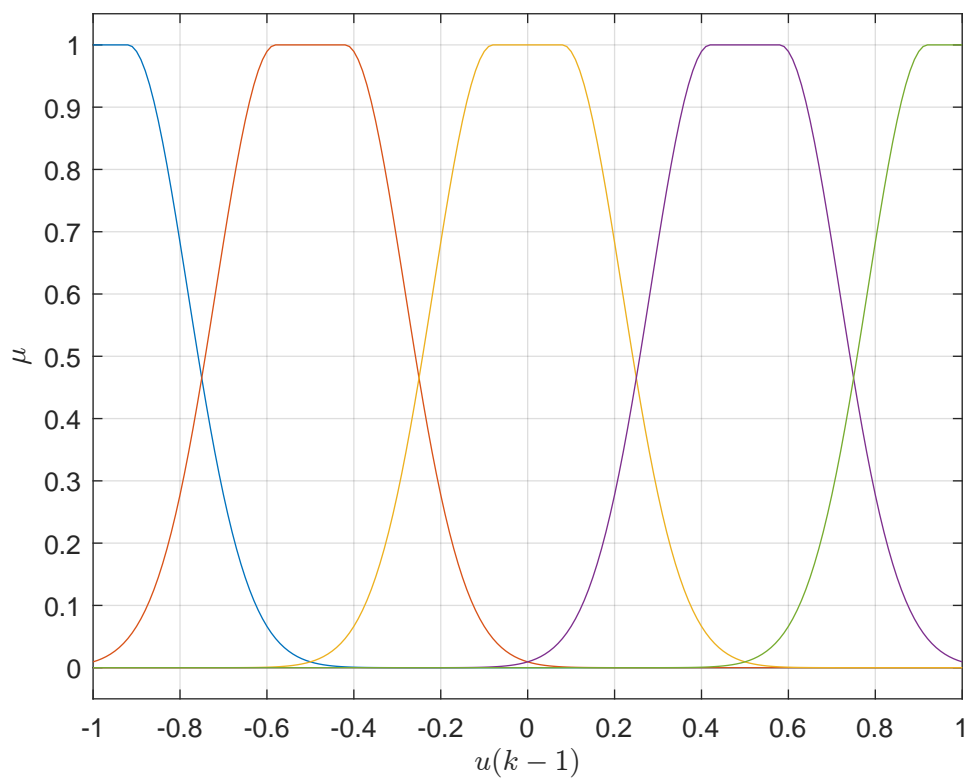
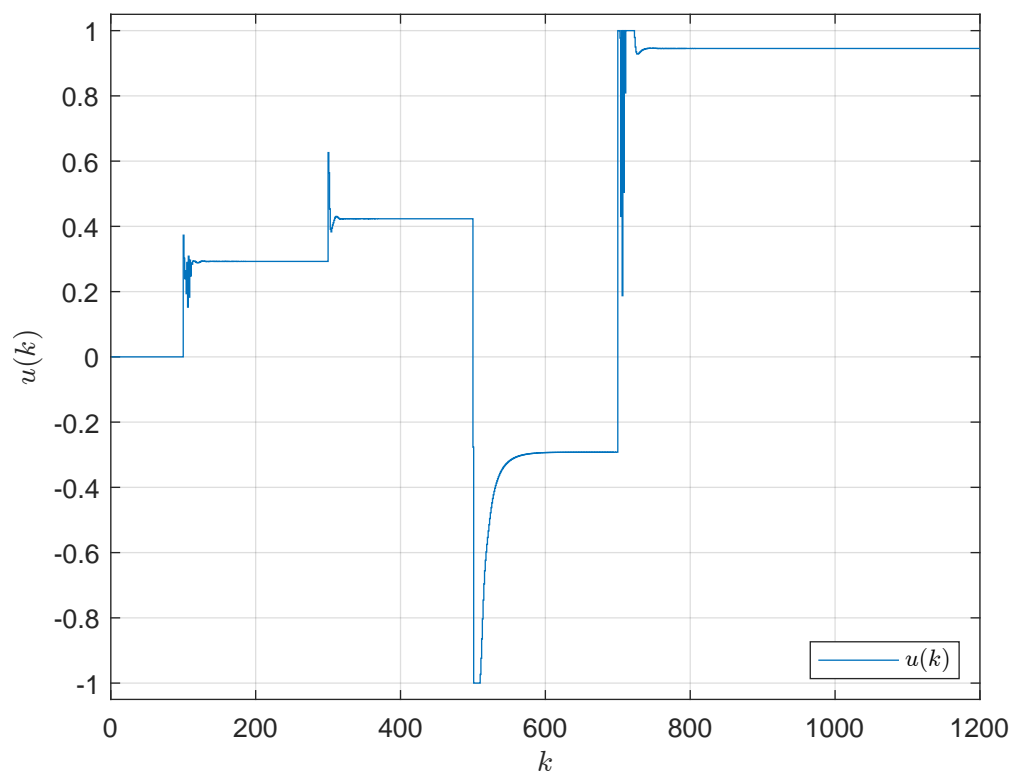
Rys. 7.4. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

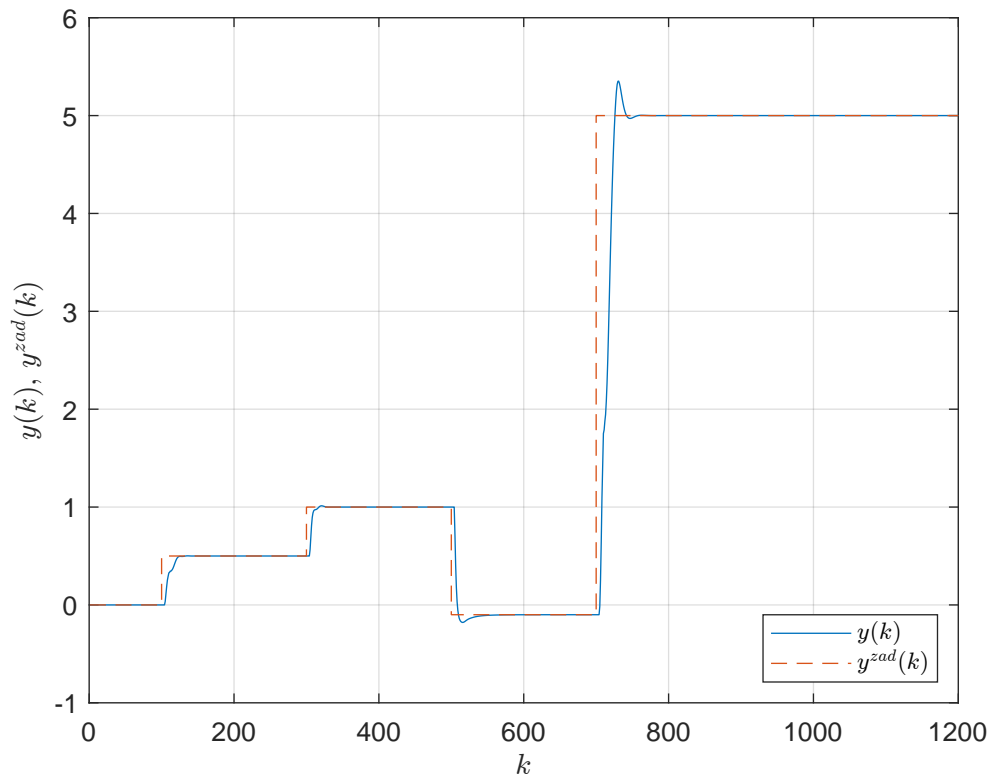
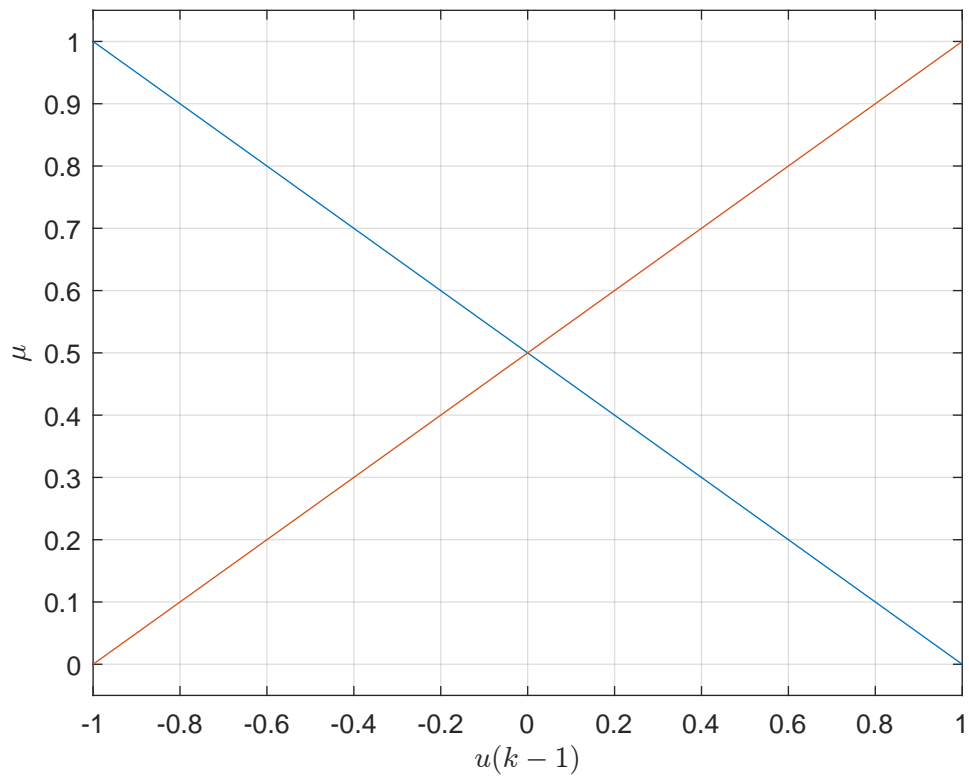


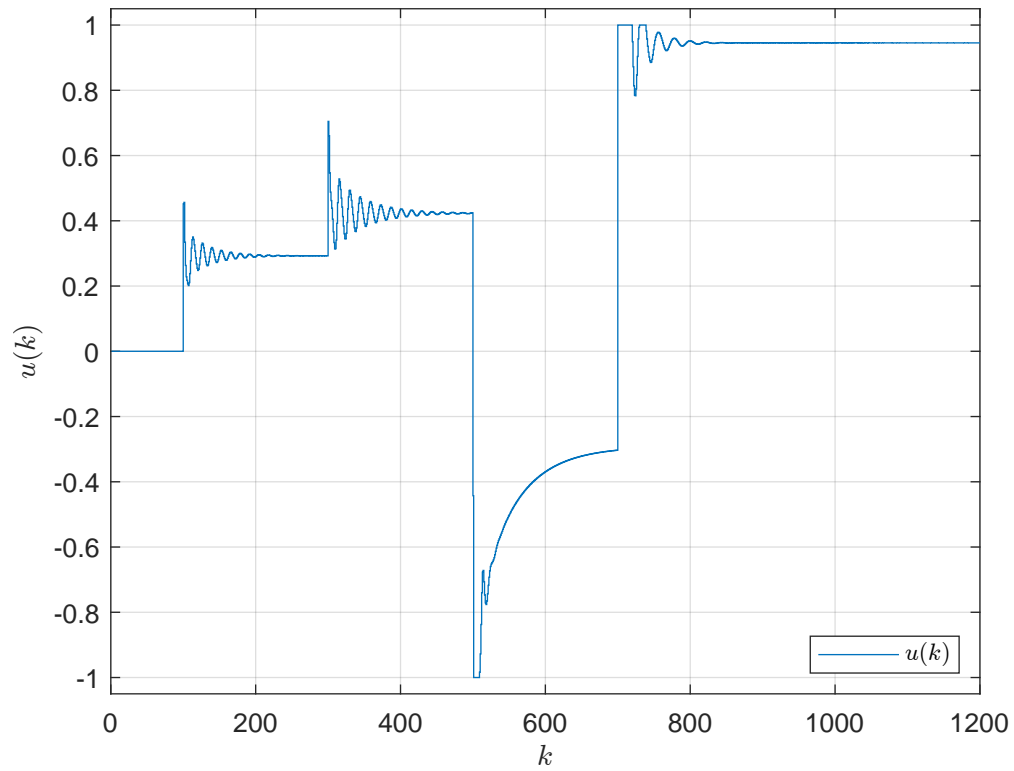
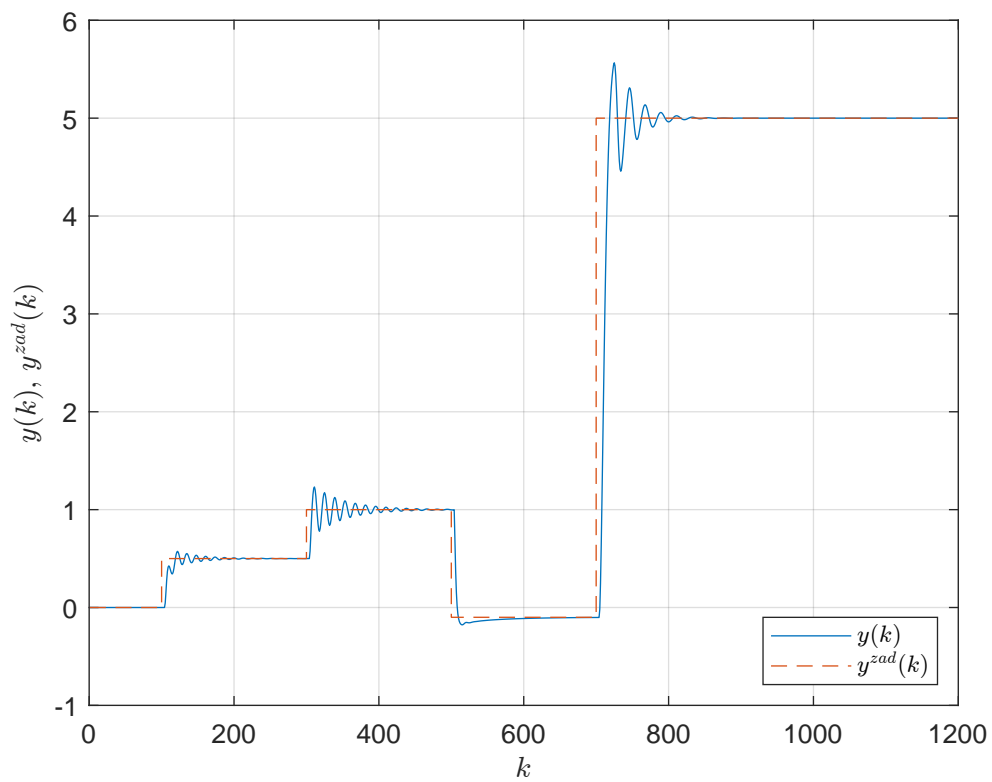
Rys. 7.5. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

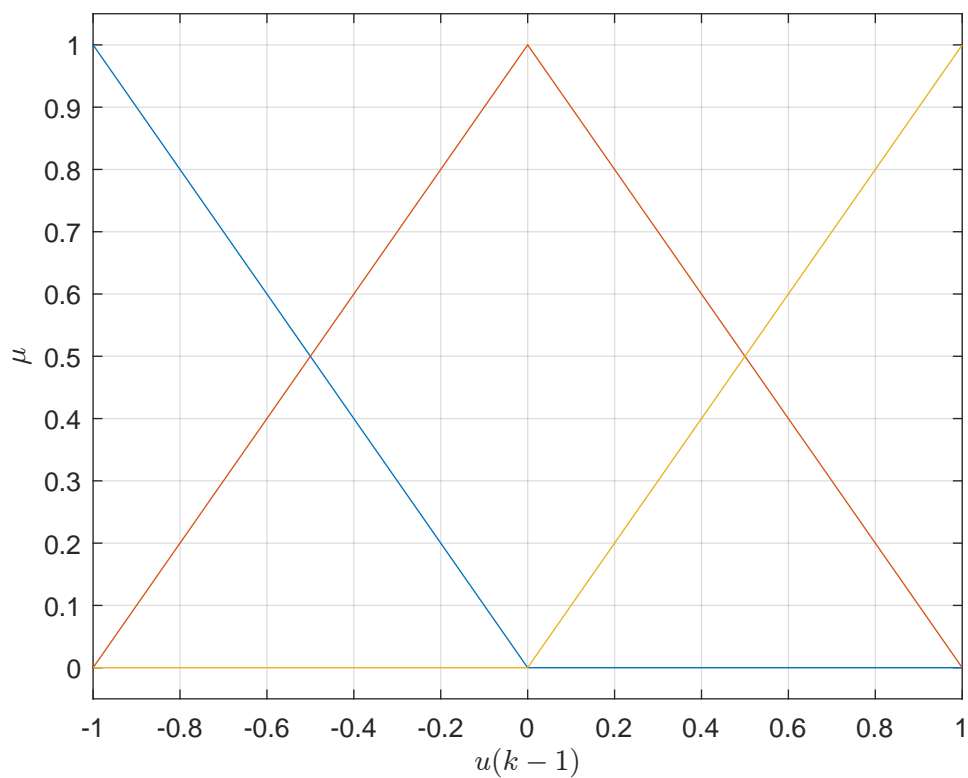
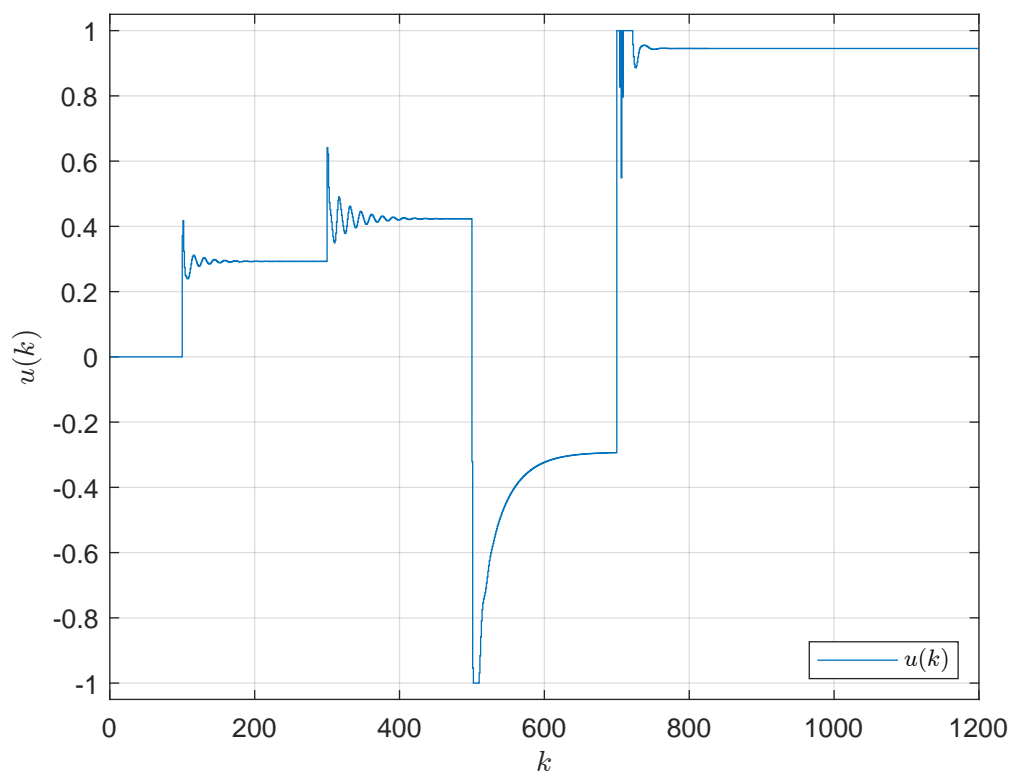
Rys. 7.6. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadanyRys. 7.7. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

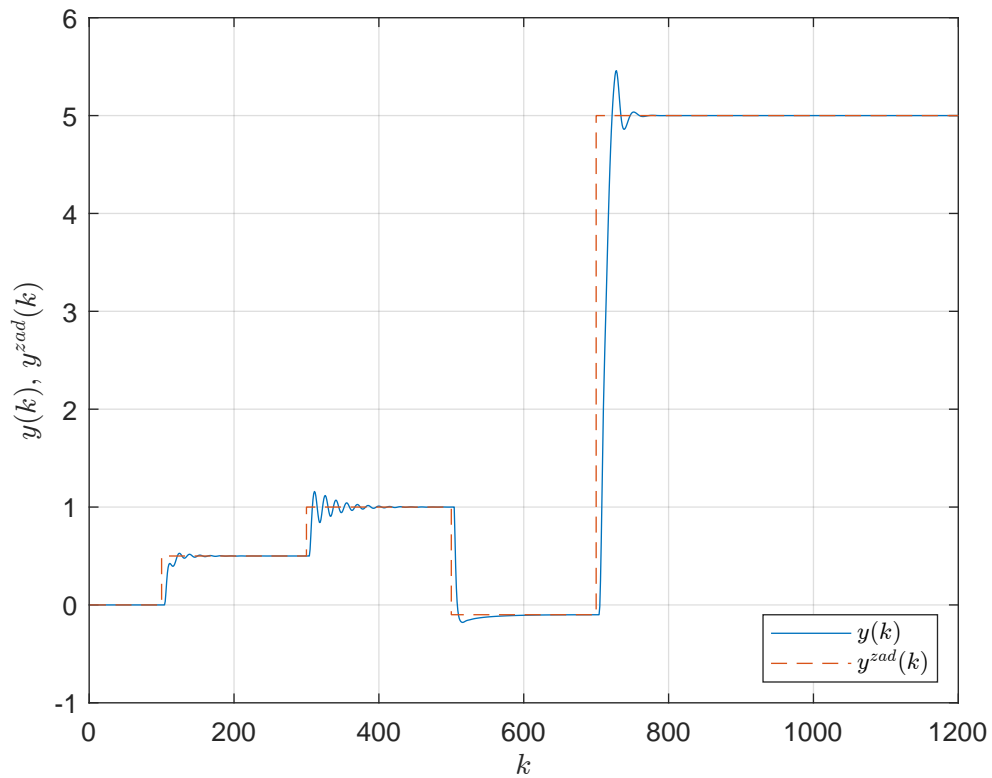
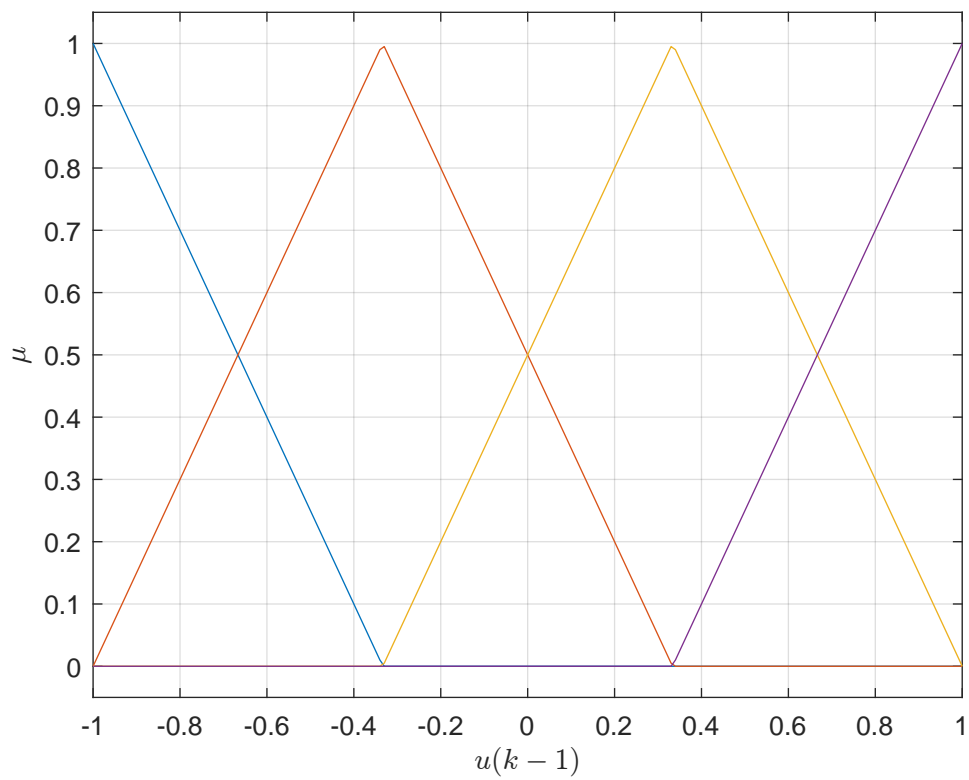
Rys. 7.8. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał sterującyRys. 7.9. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

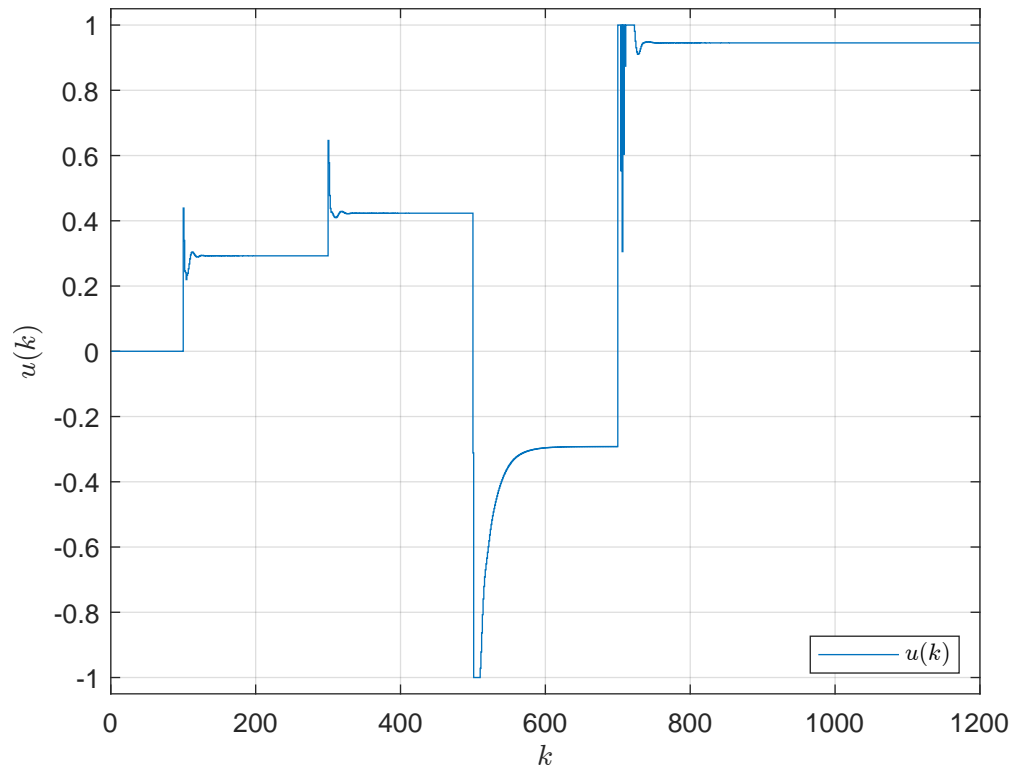
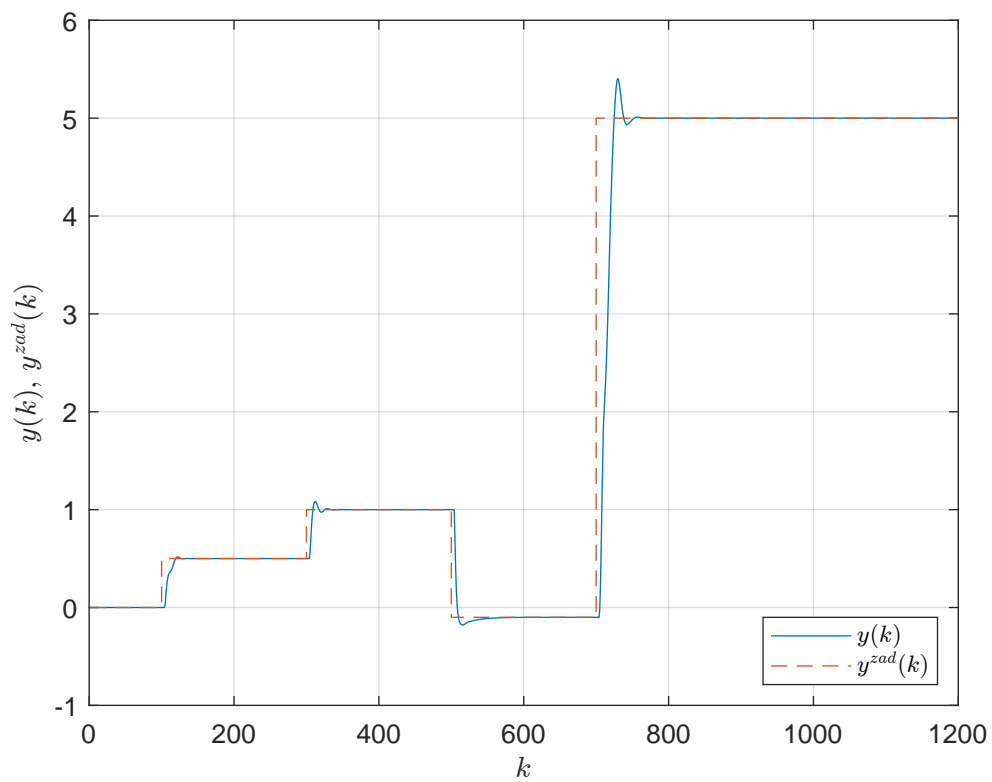
Rys. 7.10. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 5$ Rys. 7.11. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 5$ - sygnał sterujący

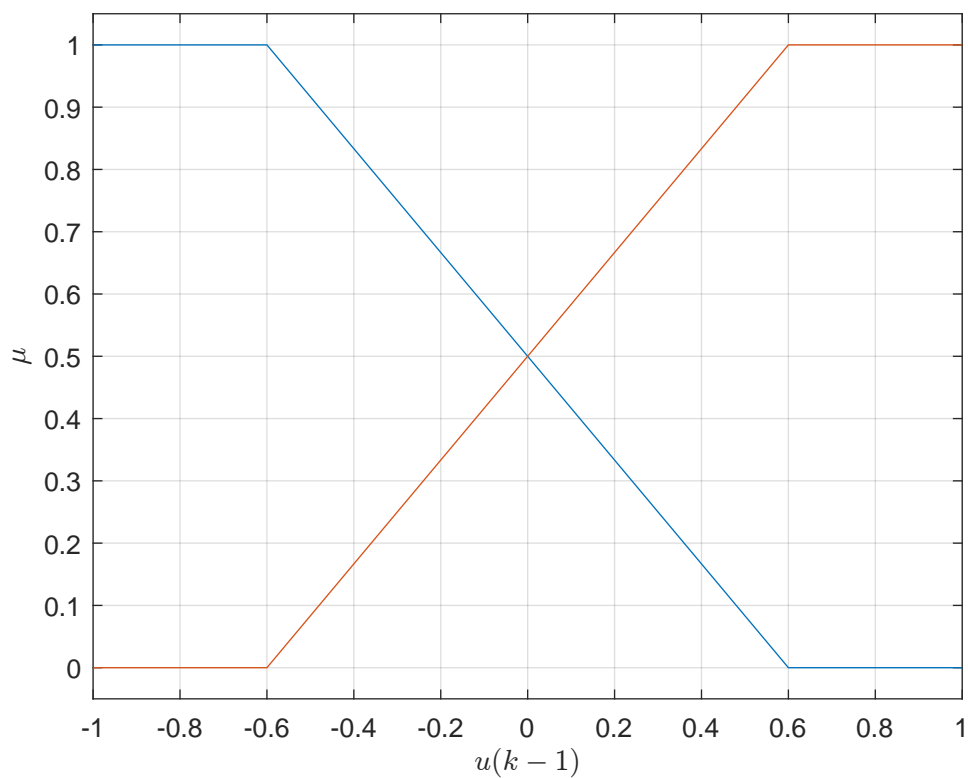
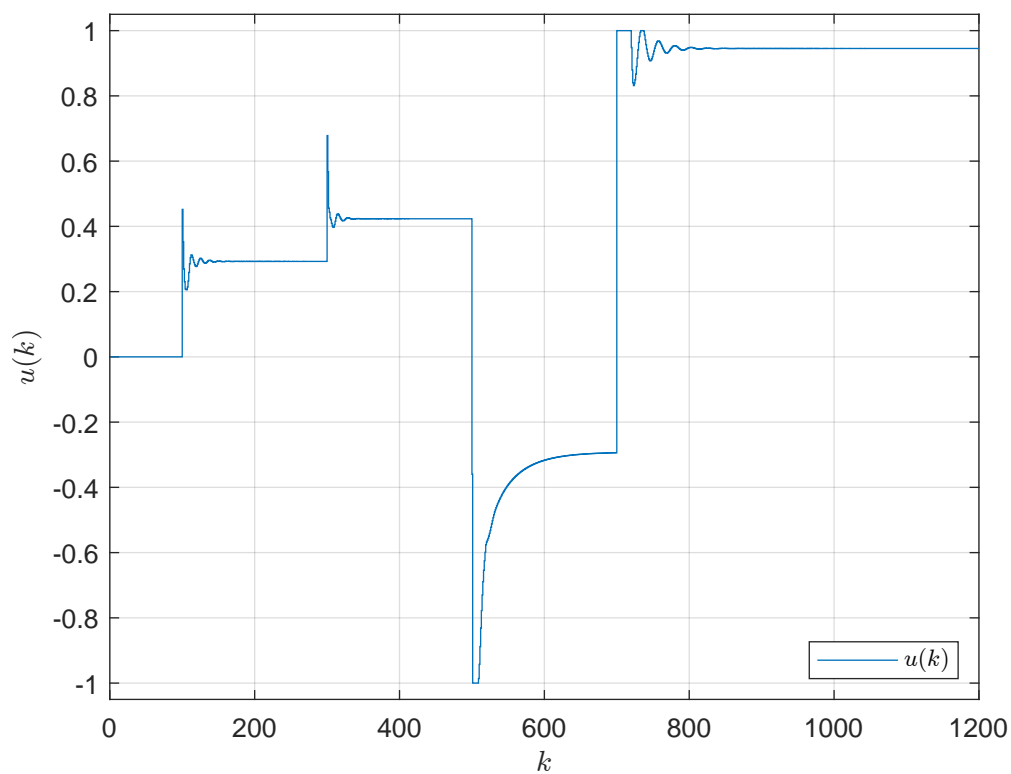
Rys. 7.12. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 5$ - sygnał wyjściowy i zadanyRys. 7.13. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$

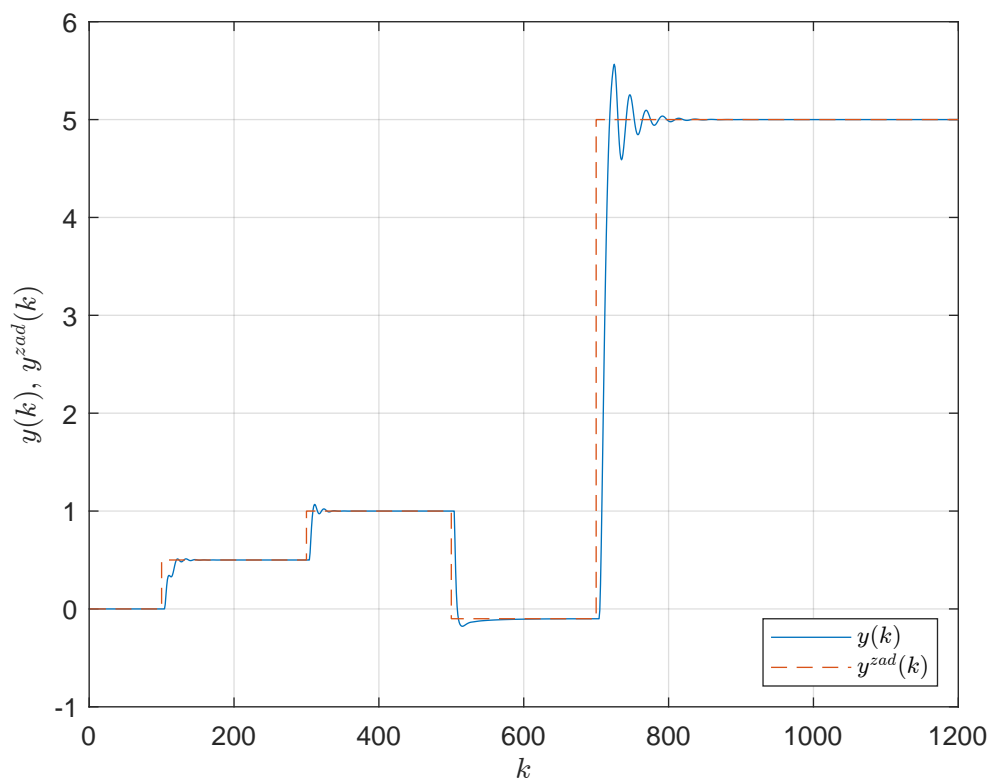
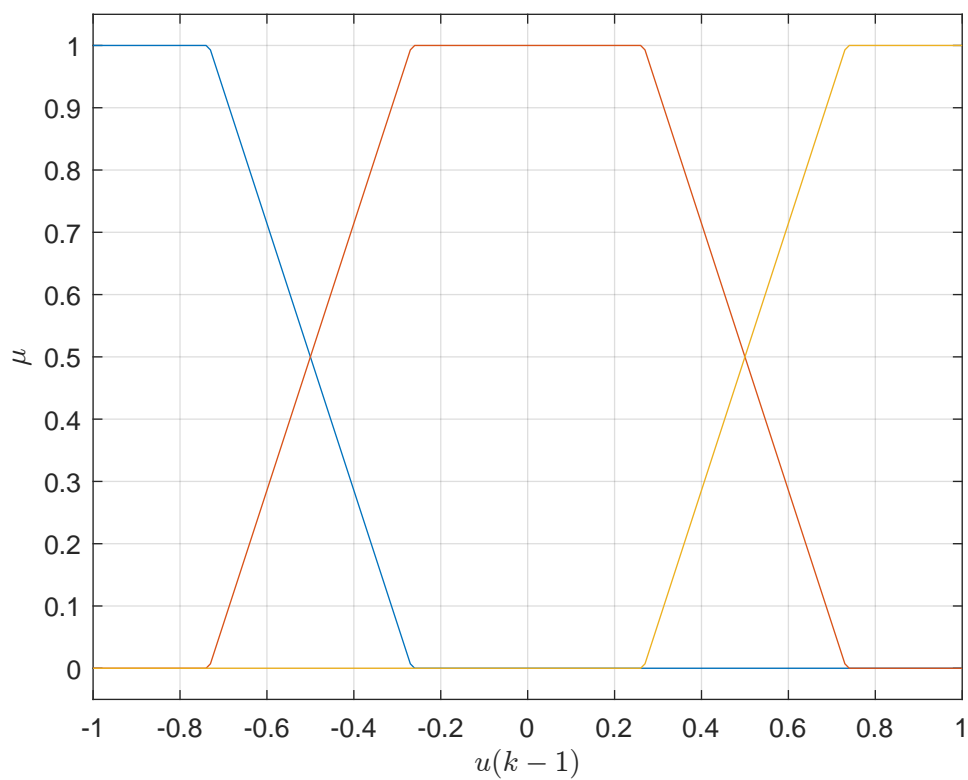
Rys. 7.14. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał sterującyRys. 7.15. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadany

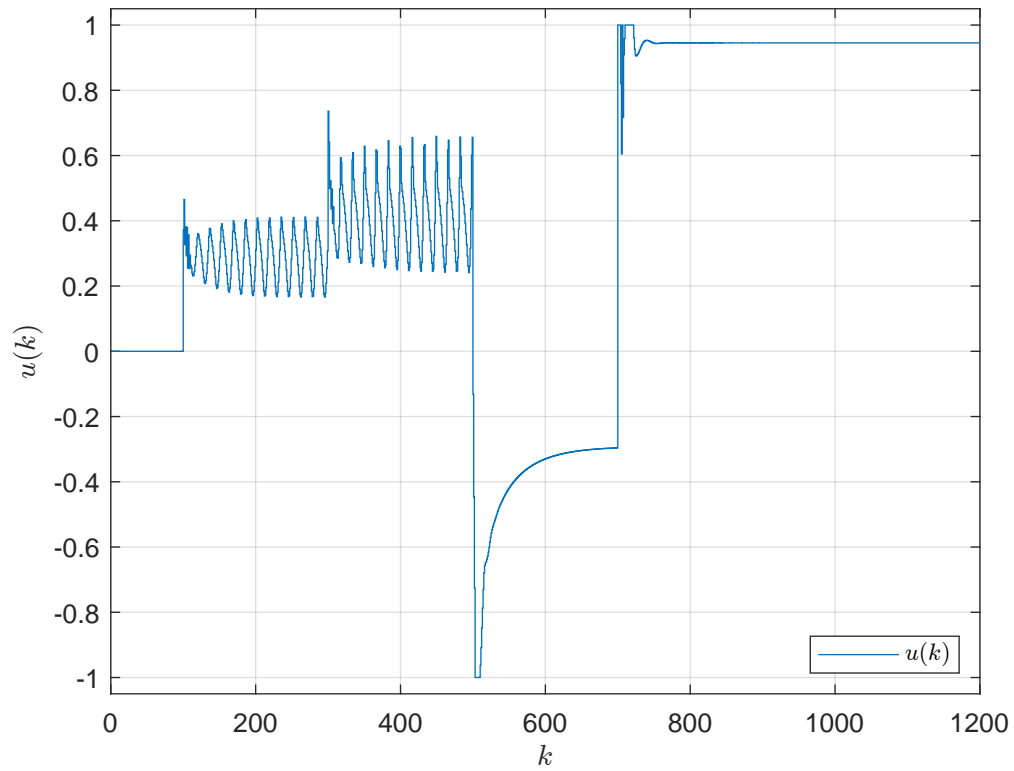
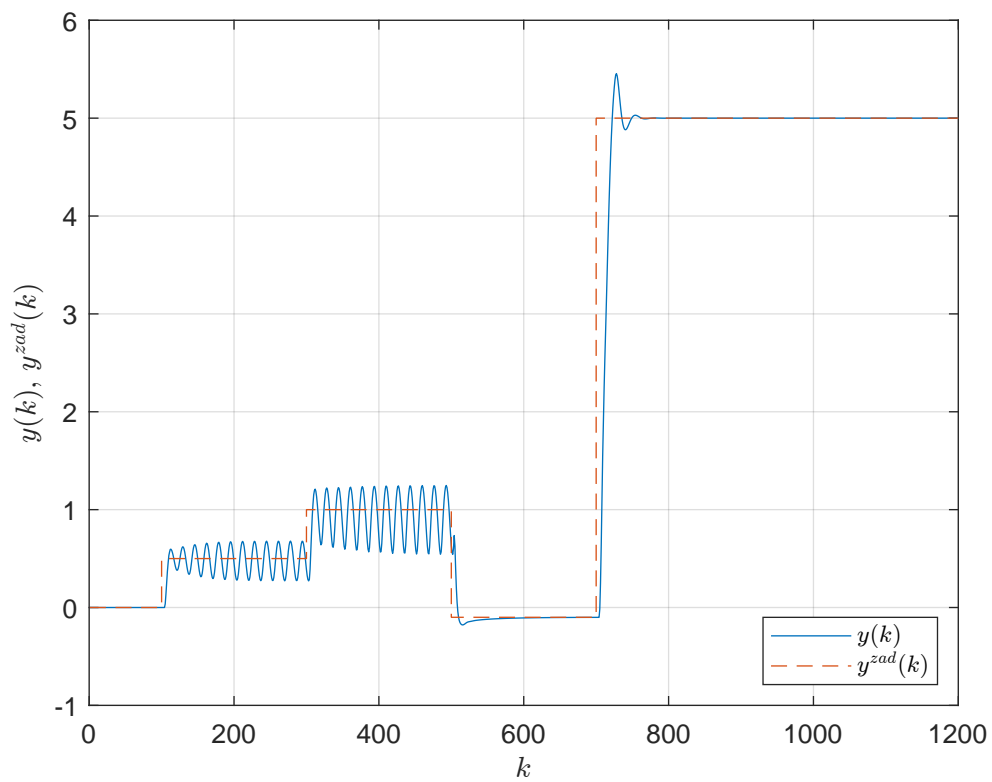
Rys. 7.16. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$ Rys. 7.17. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał sterujący

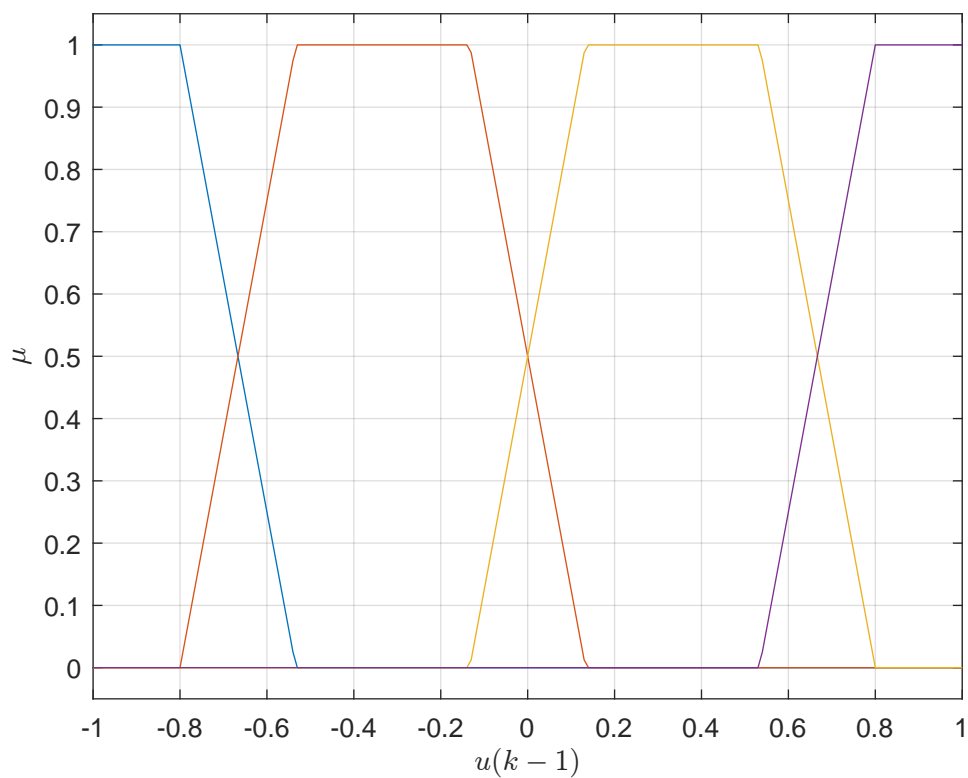
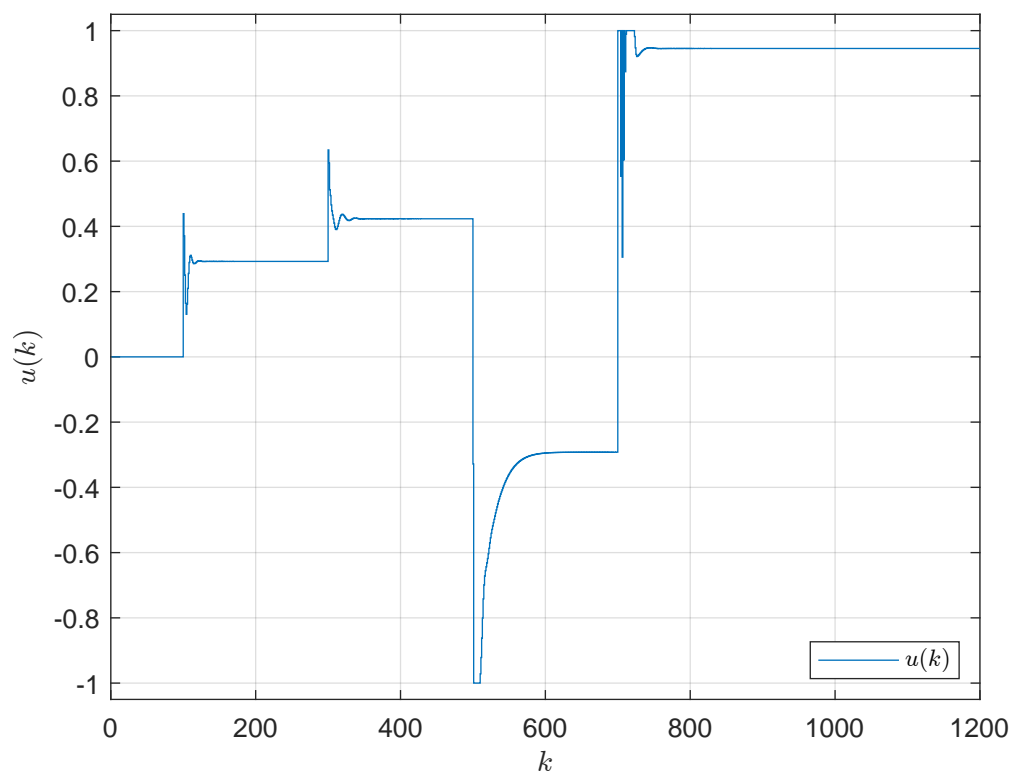
Rys. 7.18. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadanyRys. 7.19. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$

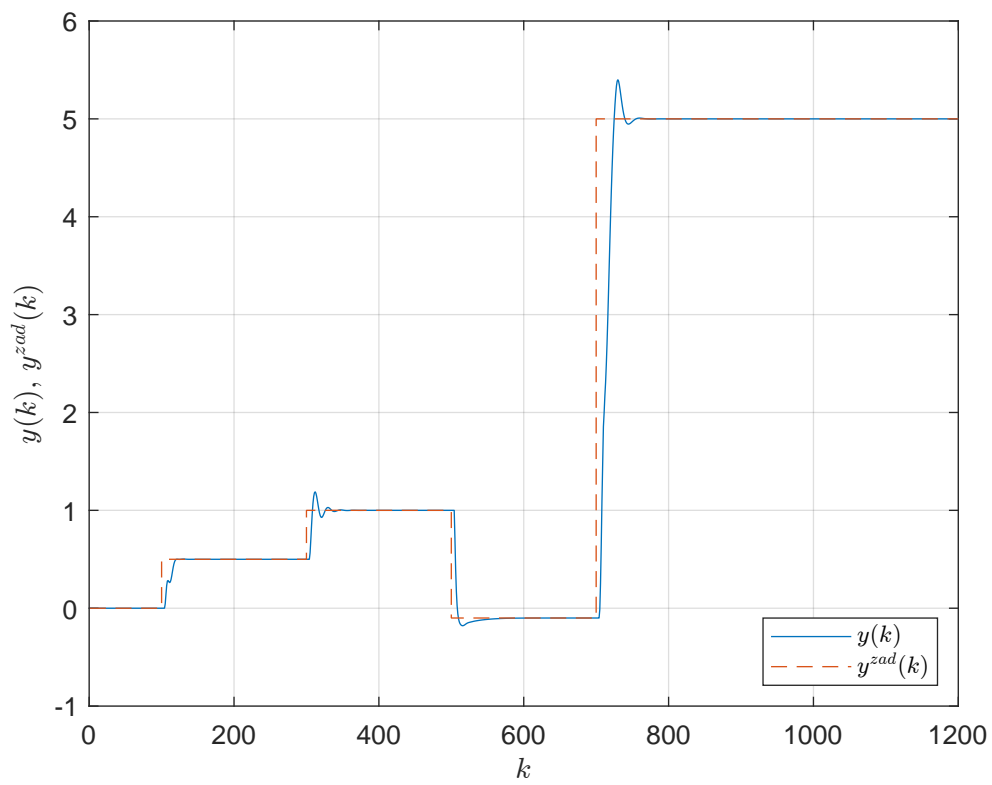
Rys. 7.20. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał sterującyRys. 7.21. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany

Rys. 7.22. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 2$ Rys. 7.23. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał sterujący

Rys. 7.24. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 2$ - sygnał wyjściowy i zadanyRys. 7.25. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 3$

Rys. 7.26. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał sterującyRys. 7.27. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 3$ - sygnał wyjściowy i zadany

Rys. 7.28. Zastosowane funkcje przynależności dla $n_r = 4$ Rys. 7.29. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał sterujący

Rys. 7.30. Regulator rozmyty DMC dla $n_r = 4$ - sygnał wyjściowy i zadany